

뉴노멀(New Normal) 시대 대학수학교육에서의 과정중심 PBL 평가¹⁾ - ‘인공지능을 위한 기초수학’ 강좌 사례를 중심으로 -

이 상 구 (성균관대학교, 교수)[†]
함 윤 미 (경기대학교, 교수)
이 재 화 (성균관대학교, 연구원)

신종 코로나바이러스(COVID-19)로 인한 비대면(Untact, 비접촉) 대학수학교육에서 적절하고 공정한 평가에 대한 문제가 제기되고 있다. 이를 위해 본 연구진은 2020년 여름 S대학에서 진행한 도전학기에서 ‘인공지능을 위한 기초수학’ 강좌를 운영하면서 평가의 공정성을 보장하면서도 교육의 양과 질을 향상시킬 수 있도록, 온라인과 오프라인 평가를 혼용한 과정중심 PBL(Problem/Project-Based Learning, 문제/프로젝트 기반학습) 평가를 전면적으로 도입하였다. 그 결과, 해당 강좌를 수강한 대부분의 학생들이 예외 없이 관련 지식을 폭넓게 학습했음을 확인했으며, 학습자들로부터 언택트 시대에 보통의 온라인 강좌에 적용 가능한 이상적이고 공정하며, 합리적이고 동시에 효과적인 평가 방법이라는 피드백을 받았다. 본 원고에서는 과정중심 PBL 평가 사례를 구체적으로 증빙과 함께 소개한다.

I. 서론

교육에서 중요한 것은 가르치는 것보다 학생이 실제로 학습하도록 돕는 것으로, 평가는 그런 학습과정과 성과에 근거해야 한다. 오프라인(대면) 수업의 경우, 기존의 평가 방법은 나름대로 충분한 근거와 상호 신뢰가 있었다. 그러나 온라인 또는 혼합형 학습(Blended Learning, 블렌디드 러닝) 중심의 언택트(Untact, 비대면) 시대의 수업에서는 교수방법과 학생들의 학습방법 및 교수자와 학생 간의 소통하는 방법이 모두 바뀌었기 때문에 평가 방법도 그에 따라 변화가 필요하다. 본 연구에서는 언택트 시대의 대학수학교육에서 적용 가능한, 공정한 평가방법에 대하여 최근에 시도한 경험과 결과를 구체적으로 공유하고자 한다.

신종 코로나바이러스(COVID-19)의 여파로 2020년 3월부터 현재까지 국내 대부분의 대학교육현장은 웹과 모바일을 활용한 비대면 강의를 진행 중이다. 교육부에 따르면 2020년 2학기에는 전국 대학 332개교(4년제와 전문대 포함) 가운데 59.0%인 196개교가 2학기 개강 이후 현재까지 전면 비대면 수업을 실시하고 있다고 한다.¹⁾ 그동안 오프라인에서 진행되던 모든 교육 활동이 온라인에서 이루어지고 있으며, 다양한 학습관리시스템(LMS, Learning Management System) 예를 들어, 캔버스(Canvas LMS), 블랙보드(Blackboard) 등과 유튜브(YouTube),

* 접수일(2020년 10월 22일), 심사(수정)일(2020년 12월 7일), 게재 확정일(2020년 12월 14일)

* ZDM 분류 : A45, C65, C75, D75, U55

* MSC2000 분류 : 97A40, 97C40, 97D40, 97D60, 97U50

* 주제어 : COVID-19, 비대면(언택트), 대학수학교육, 온라인, 평가

* 이 논문은 2020년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단 혁신성장 선도 고급연구인재 육성사업의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2020M3H1A1077095).

† 교신저자 : sglee@skku.edu

¹⁾ 경향신문, 코로나19 재확산에...대학 10곳 중 6곳 ‘전면 비대면 수업’ (게시일: 2020년 9월 10일)

http://news.khan.co.kr/kh_news/khan_art_view.html?art_id=202009101616001#csidx657fb396061e70482537fd269177662

웹엑스(WebEx), G-스위트(G-Suite), 줌(Zoom), 카카오톡(KakaoTalk), 마이크로소프트 팀스(Microsoft Teams) 등의 애플리케이션을 활용하여 교수자와 학생 간의 소통의 공백을 최소화하고 있다. 갑작스런 COVID-19의 확산으로 인해 2020년 1학기 대학교육현장에서 일어난 커다란 변화가 대면교육에서 비대면 방식으로의 전환이었다면, COVID-19가 장기화되면서 2020년 2학기에는 비대면 온라인 또는 플립드 러닝(Flipped Learning, 거꾸로 학습)이 뉴노멀(New Normal)로 정착되어 가고 있다. 이에 따라 교육 연구자들도 COVID-19 상황의 급속한 사회적, 문화적, 기술적 변화에서 발생하는 교육적 이슈를 어떻게 대응해야 하는지 연구를 진행하고 있다. 한 예로, 서울대학교에서는 “코로나 시대의 수학교육”이라는 웹 세미나(Webinar) 시리즈([그림 I-1])를 개최하여 코로나 시대의 수학교육에 관하여 국내외 사례와 이슈들을 공유하고 이에 대한 대응방안을 논의하였다.



[그림 I-1] “코로나 시대의 수학교육” 웨비나 포스터

2020년 1학기 대면 교육에서 비대면 교육으로의 전환 과정에서 여러 가지 어려움에 직면하였다. 보통, 대학교육의 대면 교육에서 3학점 과목은 주당 3시간으로 진행된다. 하지만, 비대면 교육을 시행하게 되면서 교수자들은 교육부의 가이드라인에 따라 3학점 과목은 주당 최소 1시간 30분 이상의 동영상 강의를 제공하였다. 그러나 학생들은 곧 비대면 방식의 수업 중 특히 교수자와의 미비한 상호작용에 대하여 보완을 요구하였다. 이에 따라 교수자들은 실시간 화상 Office Hour(OH, [그림 I-2])나 온라인 질문/답변 등 학생과의 온라인 소통을 늘리기 시작하였으며, 현재는 동영상 강의에 보태서 주당 최소 1시간 30분 이상 필수적으로 학생과 소통한 기록을 남기는 것이 표준이 되어가고 있다. 이외에도 학생들의 다양한 요구에 대응하면서 온라인 수업의 질을 향상시키기 위한 여러 가지 시도를 진행하고 있다([그림 I-3]). 또한 현장에서의 직접 지도가 필수적인 예술대학이나 공과대학의 실습위주 전공 강의의 경우, 질문/답변은 메일 등 온라인으로 진행하되 꼭 필요한 경우에만 참석인원을 30-50% 정도로 제한하여 부분적인 대면 강의를 진행하기도 하였다. 이때, 모든 과정을 녹화하여 참석하지 못한 학생들도 실시간으로 공유할 수 있도록 요구받았다.²⁾



[그림 I-2] 실시간 화상 Office Hour



[그림 I-3] 온라인 플립러닝 소개 모델

더욱 큰 이슈는 COVID-19 집단 감염을 우려하여 온라인에서 실시된 평가의 약점을 이용한 부정행위가 여러

²⁾ 언택트(Untact) 시대, 대학교육의 변화, 서경 Today, <https://www.skuniv.ac.kr/177512> (예시) https://youtu.be/Xp_nS3fsl88

대학에서 발생하면서, 온라인에서 공정성을 유지한 평가방법을 마련해달라는 학생들의 요구가 강력히 제기되었다.³⁾ 이에 일부 대학에서는 대면 시험을 실시하거나, 온라인 시험을 유지하되 학생의 신분을 확인하고 감독하는 방안으로 프록토리오(Proctorio)라는 온라인시험 부정방지 프로그램을 적용하기도 하였다([그림 1-4]).



[그림 1-4] 온라인 시험 운영 모델

본 연구는 이러한 변화에 맞추어, 온라인 교육에서의 공정한 평가방법에 대한 답을 찾는 노력에서 시작되었다. 온라인 교육은 대면 교육과 달리 교수자와 학습자, 그리고 학습자들 사이의 상호작용이 부족한 단점이 있으나, 학습자 자신의 속도에 맞게 언제나 원하는 시간에 반복학습을 할 수 있다는 장점이 있다. 또한 학습자의 수준을 고려하여 다양한 과제와 참고자료를 제공할 수 있어 대면 교육보다 개별화된 수업을 진행할 수 있다. 그리고 학습과정에서 생겨난 모든 자료는 LMS상에 저장되어 있어 보관도 용이하므로, 학습자별 과정 중심 평가를 쉽게 적용할 수 있다. 이러한 장점들을 활용하여 지필고사를 볼 수 없는 비대면 대학수학교육에서의 적절한 공정하고 효과적인 평가에 관한 대안 제시가 필요하다. 이상구 외(2020)의 연구에서는 2020년 1학기 비대면 교육 환경에서 시도한 다양한 교수·학습 방법 및 실제 수업 운영에서 제기된 여러 문제에 대한 해결책과 함께 학생의 학습활동과 학습과정에 근거한 평가 방법에 대하여 간단하게 소개한 바 있다. 구체적으로는 학생들이 교수가 사전에 녹화한 강의를 미리 듣고 이해가 안 되는 부분을 LMS의 Q&A에서 서로 질문하고 답변하면서 해결해 가는 과정을 보고서로 제출하여 평가받는 방식이다. 이렇게 LMS를 통하여 질문/답변/토론하는 과정은 학생의 창의력을 계발하는데 중요하며, 비대면 수업에서는 평소 질문을 하지 않던 학생들도 실시간 채팅으로 질문을 하는 등 장점이 많아 온라인 교육에서 평가의 한 지표로 사용될 수 있을 것이다.

본 연구진은 2020년 7월 13일부터 2020년 8월 28일까지 S대학에서 진행한 7주간의 도전학기⁴⁾에서 ‘인공지능을 위한 기초수학’ <http://matrix.skku.ac.kr/math4ai/> 온라인 강좌를 운영하며, 평가의 공정성을 보장하면서도 교육의 양과 질을 향상시킬 수 있도록 온라인과 오프라인 평가를 혼용한 과정중심 PBL(문제/프로젝트 기반학습) 평가를 도입하였다. 그 결과 해당 강의를 수강한 대부분의 학생들이 예외 없이 관련 지식을 폭넓게 학습했음을 확인했으며, 학습자들로부터 언택트 시대에 보통의 온라인 강좌에 적용 가능한 공정하고, 합리적이면서도 효과적인 평가방법이라는 피드백을 받았다.⁵⁾ 본 논문에서는 이 사례의 성과를 구체적으로 정리하여 소개한다.

3) 한겨레, 대학마다 ‘시험을 어찌나’...온라인 평가, 부정행위 속출 (게시일: 2020년 6월 4일)

http://www.hani.co.kr/arti/society/society_general/947772.html

4) S대 도전학기 개요 <http://www.dhnews.co.kr/news/articleView.html?dxno=62550>

2020학년도 도전학기 영상 https://youtu.be/4_A7pLxU4dE

5) 2020년 여름 도전학기 ‘인공지능을 위한 기초수학’ Final PBL Report, <http://matrix.skku.ac.kr/2020-math4ai-final-pbl/>

II. 연구의 배경

COVID-19로 인하여 비대면 온라인 교육은 점차 일반화되고 있다. 예를 들어, 구글(Google)이 서비스하는 전세계 최대 규모의 동영상 공유 플랫폼인 유튜브(YouTube)에서는 대부분 자신이 원하는 강의를 찾을 수 있으며, 대규모 공개 온라인 강의(Massive Open On-line Course, MOOC)를 통해서도 누구나 언제 어디서든 쉽게 교육 콘텐츠에 접근해 스스로 학습할 수 있다. 즉 지금은 '교육'에 보태어 '자기주도적 학습'이 중요한 시대가 되었다. 이에 평가도 학생 스스로 학습하고 이해한 내용을 확인하고 평가하는 것이 자연스럽다고 여겨진다.

교육부도 그간 '제2차 수학교육 종합계획(2015년 3월)'을 통해 문제풀이식 교육에서 탈피해 원리와 개념을 익히는 과정 중심의 교수·학습방법과 평가방법의 현장 적용을 강조했다. 그리고 '제3차 수학교육 종합계획(2020년 5월)'에서는 '수포자'를 방지하고, 모든 학생의 수학 자신감 향상을 위한 모델을 추구하는 것을 강조하였다. 따라서 COVID-19로 인해 언택트 교육이 일상화된 지금, 이에 맞는 새로운 교수·학습 방법과 적절한 평가방법이 필요하다.

이에 본 연구진은 학생들이 온라인 교육에 적극적으로 참여하도록 유도하고, 질의응답이나 피드백을 원활하게 하여 학습효과를 높이며, 이러한 학습 전 과정을 평가에 반영하는 것이 중요하다고 판단하였다. 그리고 2020년 7월 13일부터 2020년 8월 28일까지 S대학에서 진행한 7주간의 도전학기에서 '인공지능을 위한 기초수학' 온라인 강의를 운영하며, 학생들의 수업 참여를 활성화하고, 학습과정에 기반하여 온라인과 오프라인 평가를 혼용한 과정중심 PBL(문제/프로젝트 기반학습) 평가를 도입하였다.

본 연구에서는 실제로 Problem Based Learning(문제 기반학습)과 Project Based Learning(프로젝트 기반학습)을 모두 사용하였기 때문에, 이 둘을 혼합한 의미로 PBL이란 용어를 사용하였다. 본 연구진은 이미 선행연구에서 다양한 과목의 PBL 수업을 진행한 경험이 있다. 그러나 이번 연구에서는 기간이 너무 짧아서 <Midterm PBL 보고서>에 개인/팀 프로젝트 제안을 제출하게 하여 문제 해결능력을 상호평가 하였고, 실제로 프로젝트를 수행하고 싶은 학생에게만 기회를 주어 심화학습이 이루어지도록 하였다.

이 장에서는 강의 운영, 학생 활동을 소개하고, 다음 장에서는 학생 후기 및 PBL 수업과 과정중심 PBL 평가에 대한 분석 순으로 소개한다.

1. 강의 운영

S대학교의 여름 도전학기 강좌는 7주간 진행되므로, 한 학기가 15주인 보통의 학기에서 학습하던 내용이 7주에 집중적으로 학습된다. 따라서 교수자는 강좌에 관한 설명과 참고자료, 동영상, 실습실 등을 충분히 제공하여 학생들이 쉽게 적응하고 강의를 안정적으로 시작될 수 있도록 하였다(표 II-1). 그리고 이전의 연구(이상구 외, 2020)에서 먼저 소개한 과정중심 PBL 평가를 전면적으로 도입하였다. 구체적으로는 다음과 같이 운영되었다.

- ① 강의 시작 2주전(class shopping week)부터 학생들은 교수자가 미리 업로드한 강의록과 동영상 강의를 보고 들으면서 본 강의가 목표하는 바를 충분히 이해하도록 한다. 교수자는 이에 보태어 관련 선행 교수·학습 자료와 이전 학기 학생들의 학습기록을 제공한다.
- ② 1주차에는 수강을 선택한 학생들의 자기소개서와 수강 동기를 받아 학생의 참여를 유도하면서 상호작용을 통해 학생들의 요구사항을 파악한다. 또한 본 강의에 대한 모든 정보(수업계획서, 웹 콘텐츠, 이전 강의에서 만들어진 학생들의 질문/답변/토론 및 결론을 내린 학습과정이 포함된 PBL 보고서 자료)를 제공하여

6) 미분적분학 <http://matrix.skku.ac.kr/SKKU-Calculus/> 선형대수학 <http://matrix.skku.ac.kr/SKKU-LA/>
 이산수학 <http://matrix.skku.ac.kr/SKKU-DM/> 수학사 <http://matrix.skku.ac.kr/2020-MH/>

- 본 강의에서 배워야 할 내용과 방법을 최대한 빠르게 파악하여 적용하도록 돕는다.
- ③ 각 주차마다 학생들은 강의를 들으며 교안 중에서 자신이 이해한 내용을 요약하거나, 궁금한 사항에 대하여 질문/답변/토론 등의 과정을 LMS 상에서 진행한다. 이때, 교수자는 학생들에게 수업 전·후에 학습한 내용을 이해했다면 이해했다고 Q&A 게시판에 공개적으로 의견을 남기거나, 이해가 안 되는 부분을 질문하도록 지속적으로 안내한다.
 - ④ 2주차에 주차별 학습과 관련된 퀴즈 문제(40%)와 학생들의 참여를 유도하는 (부담이 없는) T/F 형식의 퀴즈(60%)([표 II-2])로 중간 학습 과정을 점검한다. 이를 통해 참여가 저조한 학생들은 수업에서 원하는 것이 무엇인지 깨닫게 되고, 열심히 참여하게 된다.
 - ⑤ 위와 같이 학생들이 액션러닝(Action Learning)을 통하여 배우고 깨우친 내용들에 대하여 질문/답변/토론/추가정보를 공유하고, 자신이 깨우친 각 이슈에 대해서는 Final Comment를 달게 한다.

[표 II-1] 강의 시작 전 제공된 동영상 자료와 참고 자료 일부

[샘플 강의]	
강의계획서 설명	https://youtu.be/p8eGmEbm6qk
인공지능이란 무엇인가?	https://youtu.be/F1HNFgAMhro
최소제곱해를 구하는 방법	https://youtu.be/xGZPBT4Q4t4
특잇값분해(SVD)의 이해와 계산	https://youtu.be/0aCnKbrVyhQ
경사하강법과 최적해	https://youtu.be/IADbbl_iAwI
공분산행렬	https://youtu.be/MSu5_ehP_Ug
주성분분석과 차원축소	https://youtu.be/Skyi06WVRgA
인공신경망과 오차역전파법	https://youtu.be/T6OSpzz00HU
[PBL 보고서 양식]	http://matrix.skku.ac.kr/PBL-Form/PBL.hwp
	http://matrix.skku.ac.kr/PBL-Form/PBL-Report-Form-English.docx
Midterm PBL Report	http://matrix.skku.ac.kr/2020-Mid-PBL-1/
	http://matrix.skku.ac.kr/2020-Mid-PBL-2/
Final PBL Report	http://matrix.skku.ac.kr/2020-math4ai-final-pbl/

[표 II-2] 학생들의 참여를 유도하는 T/F 형식의 퀴즈 예시

-
- 1. () 본인은 Q&A에 본인 소개와 본 강좌 수강 동기를 공유하였다.
 - 2. () 본인은 1-2주차 수업에 모두 참석하였으며, 1-2주차 수업을 마치고 3주차 수업 전에 2개 이상의 문제를 풀어서 Q&A에 공유하고, 2개 이상의 다른 학생들의 풀이에 Comment 또는 답을 수정/Finalize 하였다. (또는 4회 이상 수업 내용을 예습/복습하고 Q&A에 요약하거나, 다른 학생이 요약한 내용에 관련된 새로운 정보를 추가하였다. 또는 4회 이상 교수님이 공유한 수업 관련 정보에 새로운 정보를 추가하거나 Comment를 주었다.)
 - 3. () 일반인을 위한 Math4AI <http://matrix.skku.ac.kr/2020-AI-translation/> 을 읽고 Q&A에 댓글을 달고 3주차 수업에 참석하였다.
-
- ⑥ 이런 학습활동을 통하여 3-4주차 동안 자신이 새롭게 학습한 주요 개념([표 II-3])과 Q&A 참여 횟수를

온라인 퀴즈를 통하여 확인하고, 제공된 양식의 <PBL 보고서>([그림 II-1])에 그간 본인이 Math4AI 과목에서 중간고사 전까지 활동한 학습활동을 정리하면서, 성실하게 양식의 빈칸을 채워서 복습하고, Final Comment를 달아서 제출하도록 한다. 그리고 발표를 통하여 상호평가를 하도록 한다.

- ⑦ <Midterm PBL 보고서>에 포함된 개인/팀 프로젝트 제안서로 문제 발굴능력을 상호평가하고, 실제로 프로젝트를 수행하고 싶은 학생에게만 기회를 주어 심화학습이 이루어지도록 한다.
- ⑧ 같은 방법으로 5-7주차 동안 자신이 새롭게 학습한 개념과 Q&A 참여 횟수를 온라인 퀴즈([그림 II-2])를 통하여 확인하고, 제공된 양식의 <Final PBL 보고서>에 그간 본인이 Math4AI 과목에서 기말고사 전까지 활동한 학습활동을 정리하면서, 성실하게 PBL 보고서 양식⁷⁾의 빈칸을 채워서 복습한 후, Final Comment를 달아서 제출하도록 한다. 그리고 이 보고서에 근거하여 평가(예. 필기시험/프로젝트/발표) 받도록 한다.

[표 II-3] 주요 개념 예시

(개념 예시) 벡터, 내적, 정사영, 일차결합, 선형연립방정식, 첨가행렬, RREF, 행렬 곱, 역행렬, 기본행렬, 일차독립, 부분공간, 행렬식, 여인자, 수반행렬, LU분해, 고윳값, 고유벡터, 고유공간, 선형변환, 표준행렬, 단사, 전사, 핵, 치역, 합성변환, 기저, 차원, 행공간, 열공간, 영공간, rank, nullity, Gram-Schmidt 정규직교화 과정, 대각화, 직교대각화, SVD, QR분해, 최소제곱해, 이차형식, 양의 정부호, 음의 정부호, 부정부호, 접선, 매개변수 방정식, 다변수 함수, Newton's 방법, 편도함수, Gradient, 방향도함수, Jacobian, Hessian Matrix, 경사하강법 등

PBL Report (자기평가서, QnA 활동 상황 포함)

March. PBL Report (개인성찰 노트) (매달 100점)

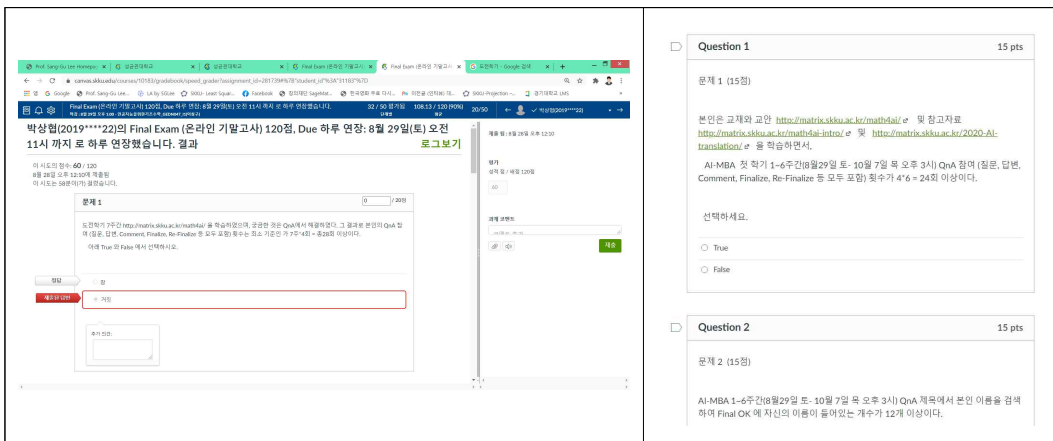
20년 **학기**
PBL Report (Form)
Action Learning

Your Class: Basic Math for AI
Prof : ***

과제함 Due day : *** (in HW box in LMS)

Name (이름) :
Major and Student No (전공 및 학번) :
(Find your Team member (3-5) in March or I will make a tentative Team) 팀원을 스스로 지정 가능합니다. 중간고사 이후로 확정 예정. Team will be fixed in Midterm period. after I grade your PBL and Project proposal. 개인서명 인정된 주제만 실제 지도받으면서 프로젝트 진행하면 됩니다.)
e-mail and phone (이-메일 및 전화번호) :

[그림 II-1] PBL 보고서 양식



[그림 II-2] 기말 온라인 T/F 퀴즈 예시(자세한 내용은 <부록> 참조)

7) PBL 보고서 양식 (국문) <http://matrix.skku.ac.kr/PBL/PBL-Report-Form-Korean.hwp>
(영문) <http://matrix.skku.ac.kr/PBL/PBL-Report-Form-English.docx>

2. 학생 활동

7주간의 강의를 통하여 학생들은 Q&A에서 이루어진 예습/복습/질문/답변/토론/공유/발표 등의 활동을 공유하면서 관련 지식을 폭넓게 이해하였다. 그리고 학생들은 이런 학습과정을 제공된 양식에 따라 4주차와 7주차에 각각 중간 PBL 보고서와 기말 PBL 보고서로 제출하였다. 이를 통해 대부분의 학생들이 본 강좌의 내용을 충분히 학습하고 이해했음을 확인할 수 있었다. 이 보고서는 [표 II-4]의 웹사이트에서 확인할 수 있다.

[표 II-4] 중간, 기말 PBL 보고서 웹사이트

중간 PBL 보고서(4주차)	http://matrix.skku.ac.kr/2020-Mid-PBL-1/
	http://matrix.skku.ac.kr/2020-Mid-PBL-2/
기말 PBL 보고서(7주차)	http://matrix.skku.ac.kr/2020-math4ai-final-pbl/
	http://matrix.skku.ac.kr/2020-Math4AI-Final-pbl2/

그리고 아래는 학생들이 Q&A 활동을 통해 수학적 개념(QR 분해)을 이해하는 과정을 나타내는 예시이다. 특히 학생들은 질문/답변/토론 과정에서 본 연구진이 미리 웹에 공개한 강의 자료와 관련 코드를 필요할 때마다 복사하여 사용하므로 논의(또는 토론)를 어려움 없이 진행할 수 있었다. 이를 통해 논의에 참여한 학생들이 QR 분해에 관하여 모두 이해했음을 쉽게 확인할 수 있었다. 그리고 논의에 직접 참여하지 않은 학생들도 논의가 끝난(Finalized OK 된) 자료만 읽으면 학생들의 언어로 정리된 설명을 읽게 되므로 동일한 내용을 아주 쉽게 파악할 수 있었다. 이때, 교수자는 QR 분해와 같은 key point가 되는 내용들을 반복적으로 언급해주고, 논의에 참여한 일부 학생들이 실시간 OH에서 직접 자신이 이해한 내용에 관해 발표하도록 하여 다른 학생들이 동료 학생의 설명을 듣도록 하면서 모든 학생들이 중요한 개념을 놓치지 않고 파악할 수 있도록 하였다. 예를 들어,

① 한 학생이 학습한 개념을 정리하면서 질문을 하면

질문 QR 분해

행렬 A가 rank 3인 $n \times k$ 행렬이라면, $A=QR$ 로 분해가능하다. 여기서 Q는 A의 열공간 Col(A)의 정규직교기저로 만들어진 $n \times k$ 정렬이고, R은 가역인 $k \times k$ 의 상삼각행렬이다.

이제 질문 사항 Q라고 $rank(A)=3$ 인 경우 $A=QR$ 로 분해하는 과정, Gram-Schmidt 정규직교화 과정에 대하여 행렬 A의 열공간 Col(A)의 정규직교기저 $\{q_1, q_2, q_3\}$ 를 얻을 수 있다. 이제 A와 $Q=QR$ 를 비교하여 R 의 대각 성분과 R 의 상삼각 성분을 찾아보자.

q_1, q_2, q_3 가 Col(A)의 정규직교기저이므로 $q_1^T q_1 = q_2^T q_2 = q_3^T q_3 = 1$, $q_1^T q_2 = q_1^T q_3 = q_2^T q_3 = 0$ 이다.

$A=QR$ 에서 A 의 열공간 Col(A)의 정규직교기저 $\{q_1, q_2, q_3\}$ 를 얻었다. R 의 대각 성분과 R 의 상삼각 성분을 찾아보자.

또 q_1, q_2, q_3 가 Col(A)의 정규직교기저이므로 $q_1^T q_1 = q_2^T q_2 = q_3^T q_3 = 1$, $q_1^T q_2 = q_1^T q_3 = q_2^T q_3 = 0$ 이다.

또 q_1, q_2, q_3 가 Col(A)의 정규직교기저이므로 $q_1^T q_1 = q_2^T q_2 = q_3^T q_3 = 1$, $q_1^T q_2 = q_1^T q_3 = q_2^T q_3 = 0$ 이다.

(중략)

- QR 분해 과정이 이해가 잘 안돼서,
- 그람-슈미트의 정규직교화를 통하여 Q를 구하는 과정을 계산해보았습니다.
- 그 과정에서 (선형) 일차독립인 열벡터들로만 이루어진 열공간, 즉 열공간의 기저가 바로 열벡터들인 경우, 즉, 행렬의 Full column rank 개념이 나옵니다.
- 제일 아래 문제의 행렬 A는 열벡터들이 모두 일차독립인 벡터들로, RANK가 3인 Full column rank 행렬이라고 보면 될까요?

QR 분해

• Gram-Schmidt 정규직교화하는 것은 각기각의 원역 Q, 상삼각행렬 R로 분해

• 행렬 A가 rank 3인 경우 $n \times k$ 행렬이면, $A=QR$ 로 분해가능

• rank: 본 행렬의 행과 열의 독립성(행과 열의 선형독립) 벡터의 개수를 뜻함 ($rank \leq \min(m, n)$)

ex) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$ 선형독립 $\rightarrow rank=2$
 \rightarrow 선형독립
 \rightarrow 선형독립 (행렬의 행과 열의 선형독립이 독립)

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow rank=1$
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow rank=1$

• 행렬 A가 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 이고, $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 이므로 $A=QR$ 로 분해가능하다.

① 2차원 행렬 Q $\rightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\rightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
 $q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
 $Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
 $R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$
 $A = QR = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

② 행렬 A가 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 이고, $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 이므로 $A=QR$ 로 분해가능하다.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (A=QR)$

② 다른 학생들이 댓글을 통해 자신이 생각하는 답변을 준다. 이때 교수자가 같이 참여하여 새로운 정보를 제공하기도 하고 틀린 방향으로 진행되지 않도록 논의 과정을 확인한다. 학생들은 이를 통해 자신의 답이 틀리더라도 교수자가 바로 잡아 줄 것을 믿고, 무엇이든 궁금한 것은 언제든지 지속적으로 물어볼 수 있게 된다.

답변
<p>CHUNG ***</p> <p>A의 열벡터들은 일차독립(따라서 full column rank 즉 rankA = 3 = A의 column의 개수)이며, rank = 3 = n을 가졌습니다. 아래 코드를 통해서 검증해보실수 있습니다. (코드는 너무 길어서 생략하였음)</p>
<p>CHOI ***</p> <p>http://matrix.skku.ac.kr/K-MOOC-LA/cla-week-9.html http://matrix.skku.ac.kr/2018-album/LA-Sec-7-3-lab.html</p> <p>저도 이해를 하고 있는데 위 두개의 링크를 참고하면 rank의 이해에 도움이 될 것 같습니다. A의 RREF를 확인 후에 rank를 보고, 또한 행공간과 열공간을 바꿔서 rank = 3 = n 인 것을 확인 하였습니다.</p>
<p>KIM ***</p> <p>언급하신 대로 A행렬의 열벡터들은 모두 선형독립이며 rank = 3입니다. 아래 코드를 통해서도 확인하실 수 있습니다. 위의 과정으로 rank를 검증하는 이유는 QR분해, normal equation은 역행렬이 반드시 존재해야하기 때문에 full column rank 인지를 확인하는 것입니다. 참고로 행렬의 rank는 행렬이 나타낼 수 있는 벡터 공간에서 기저의 개수를 의미하고, 이 기저는 서로 독립인 행 또는 열의 벡터의 개수에 의해서 결정됩니다.</p> <pre>print("number of rows of A = ", A.nrows()) print("number of columns of A = ", A.ncols()) n = A.ncols() # 열의 개수 print("rank(A) = ", A.rank()) # full-column rank인지 확인</pre>
<p>이** (교수자)</p> <p>A transpose의 rank도 구해보세요. A의 rank와 항상 같습니다.</p>
<p>KIM ***</p> <p>네. 좋은 설명 감사드립니다. (선형) 일차독립, 일차종속, rank가 이해됐습니다.</p>
<p>RYU ***</p> <p>감사합니다. (선형) 일차 독립, 일차종속, RANK를 이해하는데 도움이 많이 되었습니다.</p>
<p>JEONG ***</p> <p>행렬의 RANK에 대한 개념과 RANK 개념 이해를 위한 일차독립에 대해 잘 이해 할 수 있었습니다.</p>
<p>LEE ***</p> <p>좋은 설명 감사합니다. 잘 정리해주셔서 rank개념을 이해하는데 도움이 되었습니다.</p>

본 강의에서는 온라인상에서 학생들이 ‘모든 활동에’ 적극적으로 참여하도록 유도하였다. 이를 위해 연구자가 특별히 신경 쓴 부분이 교재이다. 우리 학생들은 말로 토론하는 데는 익숙하지 않지만, 온라인상에서 질문과 답변 및 토론하는 경험과 능력은 외국의 학생들과 비교해도 상당히 뛰어나다. 이런 특징을 수학강좌에 적용하기 위해 교안을 <http://matrix.skku.ac.kr/math4ai/part1/> 와 같은 방식으로 웹에 무료로 올려줌으로써 학생들이 공부

하면서 막힌 부분을 질문하기 위해 수식을 타이핑하는 불편을 해결할 수 있다는 결론에 도달하였고, 본 강좌에 필요한 교재를 교수자가 직접 저술하였다. 그러나 출판사가 책 본문을 무료로 공개하는 것을 원치 않기 때문에, 무료 대학교재 운동에 참여하여, 무료 전자교재를 만들어 이 모든 이슈를 해결하였다. 그 결과, 학생들은 프린트된 교재와 전자교재 및 웹상의 교안을 복사하고 붙여서 질문하고 답변하면서 학습내용에 대하여 쉽게 질문하고, 또 교수자가 쉽고 정확하게 답을 해주는 환경을 만들었다. 그리고 모든 학생들은 질의/응답이나 피드백을 통한 학습과정을 함께 공유할 수 있었고, 이를 통하여 학습효과를 높이고, 자신이 참여한 학습 전 과정을 스스로 정리할 수 있었으며, 이렇게 정리하여 만든 보고서를 기반으로 토론과 발표 및 평가가 큰 어려움 없이 가능하였다. [표 II-5]는 일부 학생들에 대한 종합 평가 예시인데, 적극적으로 모든 학습활동에 참여한 학생들은 주차학습, 중간, 기말고사 등에 평가 결과가 좋았고, 그로 인해 좋은 성적을 받게 된 것을 확인할 수 있다.

[표 II-5] 종합 평가 예시 일부(총 수강인원 39명, 평균학점 3.2 / 4.5)

출석	온라인 중간고사	온라인 기말고사	PBL 보고서	PBL 발표(동영상) ⁸⁾	총합	평점
36	98	120	79	10	343	A+
36	91	120	77	9	333	A+
...	A+
35	97	110	77	-	319	A+
36	97	110	72	-	315	A
...	A
36	91	110	70	-	307	A
32	90	110	71	-	303	B+
...	B+
36	75	100	44	10	265	B+
35	61	100	66	-	262	B
36	60	100	64	-	260	B
...	B
35	0	60	63	9	167	B
34	61	60	0	-	155	C
35	20	40	-	-	95	C
30	40	-	-	-	70	F
...	F

III. 연구의 결과 및 분석

1. 학생의 교과지식 향상을 보여주는 결과물 및 자체평가

학생들의 학습과정과 자기 및 동료평가 그리고 각자의 학습결과물을 담은, 학생 개개인의 PBL 보고서 및 위

⁸⁾ PBL 보고서 발표 동영상의 일부는 다음과 같다.

박** <https://youtu.be/8YPalf6lXvE>, 이** <https://youtu.be/C5flky3ttT0>, 권** <https://youtu.be/Wbx4oyubc6g>

에 언급한 자신들의 발표 동영상에서 본 ‘인공지능을 위한 기초수학’ 교과 내용에 대한 이해 및 지식 향상을 구체적으로 확인 할 수 있었다. 아래 [그림 III-1]과 [그림 III-2]는 본 원고에서 소개한 교수학습 및 평가 방법이 적용된 이번 강좌에 참여한 학생들이 중간/기말 PBL 보고서에 작성한 소감에서 발췌한 것으로, 이는 학생들이 토론을 통하여 깨달은 구체적인 사례들을 다양하게 보여준다. 그 내용은 다음과 같다.

- ① 본 ‘인공지능을 위한 기초수학’ 강의와 같이 학습해야 할 양이 많은 수업은 기존의 방식대로 강의와 시험으로만 이루어졌다면 많은 어려움이 있었을 것이다.
- ② 문의 게시판을 적극적으로 활용하여 배운 내용을 스스로 정리할 수 있고, 궁금한 것이 있으면 언제든지 질문할 수 있다는 마음가짐을 갖게 되었다.
- ③ 학우들과 함께 공부하므로, 몰랐던 부분도 학우들의 설명으로 쉽게 이해가 되었다.
- ④ 매주 꾸준히 스스로 학습한 강의 내용을 정리하는 습관을 갖게 되었다.
- ⑤ 강의가 진행될수록, 이해하고 알게 된 지식들이 쌓이면서 한층 더 발전하는 자신을 살펴볼 수 있었다.
- ⑥ 수학을 전공하지 않는 학생들도, 개괄적으로 어떤 내용을 담고 있는 것인지는 설명할 정도의 수학적 실력을 가지게 되었고, 인공지능의 운영에 대한 기초적인 구조도 이해할 수 있었다.
- ⑦ 적극적으로 참여하는 학우들로 인해 큰 자극제가 되었고, 부족한 부분을 보강(make-up)하면서 지식이 탄탄해지는 것을 깨닫게 되었다.

사실 처음에는 과목명만 보고 인공지능에 대한 시사/상식 그리고 이와 관련된 기본적인 수학지식을 배우는 줄 알고 큰 어려움이 없을 줄 알았다. 하지만 막상 과목을 수강하게 된 후, 강의를 듣고 과제를 제출하는데 많은 어려움이 있었다. 행렬 → 미분적분학 → 통계까지 학습해야 할 양이 많았고, 내용 또한 대체로 수준이 높았다. 만약에 이 수업이 강의와 시험으로만 이루어져있었다면, 이 강의를 수강한 학생들 입장에서 정말 난처했을 것이다. 그렇지만, 이 강의를 이루어지는 방식은 앞서 말한 나의 생각을 전환시켜주는데 충분했다.

문의 게시판을 적극적으로 활용하여 학우들이 배운 내용을 스스로 정리하고 복잡한 것들을 글로 작성하여 올리며, 이렇게 올린 글을 다른 학우들이 Comment를 달아서 서로의 지식을 공유할 수 있다는 점에 대해서 정말 획기적이고 대단한 교육 시스템이라고 생각했다. 강의 내용을 이해하기 위해서 비록 많은 양을 공부해야 하고, 실습도 병행해야 하지만, 모르는 부분이 생길 때 주저 없이 문의 게시판에 Q&A를 할 수 있다는 것이 이러한 부분들을 보완해줘서 전혀 문제가 되지 않았다. 단순히 내가 모르는 부분만 해결하는 것이 아니라 다른 학우들이 작성한 글에서 내가 몰랐던 부분에 대한 새로운 지식을 얻을 수 있다는 점이 매우 좋았다. (Ex. 개념 응용한 Project, 실습 등등)

이렇게 과제 제출하는 것(학습한 내용 복습 및 정리, Q&A)에 익숙해질 때쯤 많은 것을 배우고 느끼게 되었다. 처음에는 과제 제목 형식을 쓰는 것조차 힘들었던 내가 시간이 지나서 나중에는 매주 꾸준히 스스로 학습한 강의 내용을 정리하고, 인터넷 검색을 하거나 학우들이 작성한 글들을 참고하여 추가적인 내용을 올리며, Comment를 달아 하루에 3개씩 글을 작성하게 되었다.

이 강의를 통해서 내가 배운 점은 단순히 인공지능에 대한 상식과 관련된 수학 지식이 아닌 부단한 노력의 중요성과 성찰의 필요성이다. 강의를 수강하면서 시간이 지날수록 한층 더 발전하는 내 자신을 살펴볼 수 있었다. 글의 형식이 점차 체계적으로 변했고 내용도 풍부해졌다. 또한 글의 마지막에 Comment를 작성함으로써 그 주에 학습한 내용을 복습하며 스스로를 성찰할 수 있었던 시간이었다.

[그림 III-1] 본 강의 종료 후 학생들이 PBL 보고서에 남긴 소감 1 (발췌)

본 수업을 통해 내용적인 측면에서는 수학을 어려워하는 저도 선형대수학, 미적분학, 그리고 통계에 대해서 개괄적으로 어떤 내용을 담고 있는 것인지는 설명할 정도의 수학적 실력을 가지게 되었습니다. 뿐만 아니라 인공지능의 운영에 대한 기초적인 구조도 이해할 수 있었습니다. 이런 이해를 위해 교수님께서 준비해주신 교재와 웹 자료들은 제가 이전 어떤 수업을 통해서도 경험하지 못했던 도구였습니다. 특히 코딩을 이용한 실습 사이트가 그렇습니다. 이런 내용적인 측면뿐만 아니라, 코로나-19로 인해 대면할 수 없었던 상황에서도 적극적으로 참여해 주시는 학우들은 저에게 큰 자극제가 되었습니다. 또 마지막에 make-up 하면서 혼자 공부하면서 깨닫지 못했던 많은 생각을 할 수 있었습니다.

좋은 수업이었던 것만큼, 개인적인 아쉬움이 많이 남은 도전학기였습니다. 중간고사 이전까지는 수업을 열심히 따라가고 질의/응답도 진행하였습니다. 제가 올리는 게시물은 항상 한 템포 늦은 감이 있었지만 뛰어난 학우분들과 Q&A 게시판을 통해 대화를 나누며 많은 것을 배웠습니다.

먼저 수업을 통해서, 그리고 보고서를 make-up하면서 배운 개념적인 것들은 제가 앞으로 살아가는데 좋은 자양분이 될 것입니다. 또 적극적으로 소통한 대학교 수업을 잊지 못할 것 같습니다. 그리고 마지막으로 제 스스로의 이유와, 새로운 활동으로 인한 시간 부족으로 인해 남게 된 아쉬움을 잊지 않고, 비슷한 상황이 닥칠 때 조금 더 유연하게 대처해야겠다는 생각도 하게 되었습니다.

[그림 III-2] 본 강의 종료 후 학생들이 PBL 보고서에 남긴 소감 2(발췌)

2. 언택트 시대의 PBL 수업과 과정중심 PBL 평가에 대한 분석

PBL 수업과 평가에 대하여 그간 다양한 연구가 있었다(안종수, 2018; 황혜정·허난, 2016; 정주영, 2014; 나지연·정현미, 2012; 황순희, 2011; Merritt et al., 2017; Hunt et al., 2010; Roberts et al., 2005; Marks-Maran & Thomas, 2000; Waters & McCracken, 1997). 그러나 대학수학교육에서의 PBL 수업의 평가에 대해서는 구체적인 모델이 없어서, 수년간 다양한 혼합 평가를 진행해왔다. 예를 들어, 이산수학의 경우 이상구·이재화의 연구(2019)를 참고할 수 있다. 이번 COVID-19로 인해 비대면으로 수업과 평가가 이루어져야 하는 상황이 되면서, 온라인 시험과 과제에 대한 부정행위가 언론을 통해 사회적 문제가 되었고, 대학생들 사이에 불만이 커지게 되었다. 이에 본 연구진은 과정중심 PBL 평가를 진행하기로 결정하면서, 학생들의 동의를 얻어 간단한 온라인 T/F 정량평가와 그에 기반한 PBL 보고서 작성과 제출 및 발표로 평가 과정을 시행하였다.

새롭게 도전하기를 통하여 7주간 ‘인공지능을 위한 기초수학’ 강좌를, 언택트 시대에 맞게 개발한 전면 PBL 방식으로 운영한 결과, 이전 연구들과는 차별화된 그리고 기존 15주 동안 진행했던 강의보다 오히려 더욱 만족스러운 성과를 얻었다고 여겨진다. 교수자의 입장에서 본 강의가 목표하는 바에 순조롭게 도달하게 된 이유를 분석해보면 다음과 같다.

- ① 학생들이 방학 중 7주간 추가 비용 부담 없이 도전학기 1-3개 과목만을 집중적으로 수강할 수 있었다.
- ② 학생들이 질문하고 답변한 것을 평가 요소로 포함하여 온라인 시험 점수로 반영하였다.
- ③ 학생들이 수학강좌에서 수식을 입력할 필요 없이 웹으로 공개된 강의 자료에서 필요한 내용을 복사해 와서 요약하거나 궁금한 것에 관하여 질문할 수 있었다. 수식이 바로 보이므로 교수자나 조교, 또는 동료 학생들이 쉽게 답을 줄 수 있었고, 그것을 통하여 학생들이 적극적으로 참여하기 시작하였다. 온라인 교육에서는 교수자가 기존의 전통적인 방식으로 판서를 통한 강의를 진행하게 되면 그 효과에 한계가 있다.
- ④ 학생들이 교수자와 동료 학생들의 질문/답변을 통한 문제해결 과정을 보면서, 그 과정을 쉽게 따라하며 요약하고 질문하고 답변을 스스로 주는 것이 가능해지기 시작하였다.

- ⑤ 학생들의 토론이 어느 정도 마무리 되면 학생들 스스로 Finalize 하도록 하였고, 그것에 대하여 평가 점수를 부여하기 시작하였다.
- ⑥ Finalize 된 이슈/문제들을 바탕으로 온라인 시험 문제를 만들어 평가에 반영하였다(예. 문항 당 10점). 온라인 T/F 시험은 만들기도 쉽고, 평가하기도 쉬우면서도, 학생들 스스로 질문/답변 등의 학습과정에 참여하는 것의 중요성을 알게 하는 효과가 있었다.
- ⑦ 온라인 시험을 60점으로 배정하고, 학생 본인이 토론에 참여한 내용, 특히 Finalize 한 내용들을 Midterm PBL 보고서에 포함시켜 제출하게 하여 독창적인 내용과 잘 정리된 내용에 나머지 40점을 배정하여 평가한 것이 학생들에게 정확하게 학습 방법을 가르쳐 주는 방법으로 자리매김하게 되었다.
- ⑧ 우수한 Midterm PBL 보고서를 제출한 학생 소수는 발표 동영상을 만들어 제출하고, 동료 학생들은 그 보고서와 발표(그림 III-3)를 보면서 중요한 내용을 다시 복습하게 되었고, 이때 학생들은 각자의 보고서에서 미진한 부분을 어떻게 향상시키면 좋을지에 대해 깨우치게 되었다. 교수자는 중간고사에서 미진한 학생들이 중도에 포기해버리지 않도록 기말고사까지 Make-up 할 수 있는 기회를 충분히 부여하였다.



[그림 III-3] 오프라인 수업(발표)의 모습 (노트북/PC, 투명 안전유리벽, 마스크 착용)

- ⑨ 이런 방식만으로도 학습활동 과정평가가 A, B, C, D, F로 충분히 구분되었고, A+ 또는 B+를 원하는 학생들은 심화학습 등에 참여하거나 본인의 Final PBL 보고서를 5분 내외의 발표 동영상으로 제작하여 제출하도록 요구하였다.
- ⑩ 실제로 발표 동영상을 제출했던 학생들은 위의 학습과정에서 유의미한 학력향상을 이루었고, 또 임시성적을 주기적으로 공개하고 Make-up 기회가 있었기 때문에 강좌가 진행되면서 성적에 대한 이의가 거의 없었다.
- ⑪ 이번 도전학기에서는 절대평가를 활용하여 학생들이 동료와 함께 예습/복습/질문/답변/토론/공유/발표 등

의 학습활동을 진행하는데 큰 어려움이 없었다. 이를 통하여 전체적인 만족도를 최대한으로 끌어올릴 수 있었다.

- ⑫ 본인의 경우 모바일에서도 시뮬레이션과 계산이 가능한 웹상에서의 실습실을 제공하여 학생들에게 짧은 시간에 필요한 수학과목을 학습하여 심화 수준의 문제들까지 처리할 수 있도록 더 높은 수준의 학습효과와 자신감을 갖게 해줄 수 있었다. (실습실 : <http://matrix.skku.ac.kr/math4ai-tools/>)

IV. 결론 및 제언

본 논문에서는 온라인 시험을 치를 때 생길 수 있는 부정행위에 대한 우려를 덜면서 동시에 교육의 질은 유지하고, 또 학생과 교수자 모두가 공감할 수 있는 언택트 시대의 대학수학 교육에서 적용 가능한, 공정한 평가방법에 대하여 최근에 시도한 경험과 결과를 구체적으로 공유하였다. 7주간 진행된 도진학기에서 매일 수시로 여러 학생들과 학습한 내용에 대해 질의응답/토론/발표/예습/복습 등의 활동을 하며, 기존의 강의보다 집중도 높은 강의결과를 보여주었다. 이를 통해 해당 강의를 수강한 대부분의 학생들이 예외 없이 관련지식을 폭넓게 학습했으며, 학습자들로부터 언택트 시대에 보통의 온라인 강좌에 적용 가능한 이상적이고 공정하며, 합리적이고 동시에 효과적인 평가방법이라는 피드백을 받게 되었다.

최근 본 연구자는 2020년 2학기 S대학의 AI-MBA 과정에서 6주간 “인공지능을 위한 수학” 강좌를 같은 방식으로 진행하였다. 아래는 4주 및 6주차에 제출받은 학생들의 Problem/Project based learning(PBL) 보고서 모음으로, 문제와 개념에 대한 토론뿐만 아니라 프로젝트 제안서와 그에 대한 코멘트들도 포함하고 있다. 학생들은 Q&A를 통해 다른 사람들이 어떻게 이해했는지를 보면서 자신이 놓쳤거나 명확하지 않은 부분들이 명확해지고, 댓글을 달면서 스스로 개념 정리가 되는 것 같아 유익한 시간을 보냈다고 보고하였다. 따라서 온라인 교육이 뉴노멀로 자리 잡은 지금 본 강의의 평가방식은 하나의 좋은 모델이 될 것으로 판단한다.

<http://matrix.skku.ac.kr/2020-AI-GSB-Mid-PBL-1/> <http://matrix.skku.ac.kr/2020-AI-GSB-Mid-PBL-2/>
<http://matrix.skku.ac.kr/2020-AI-GSB-Final-PBL-1/> <http://matrix.skku.ac.kr/2020-AI-GSB-Final-PBL-2/>

본 논문에서는 비대면 대학수학교육에서 공정한 평가와 함께 교육의 질을 시대에 맞게 향상시키는 온라인과 오프라인 평가를 혼용한 과정중심 PBL 평가방식의 적용 사례를 구체적으로 소개하였다. 이 방법이 K-MOOC 수학 강좌 등 일반적인 온라인 강좌에도 적용가능한 지에 대한 후속 연구도 필요하다고 본다.

참 고 문 헌

나지연·정현미 (2012). 대학수업을 위한 문제중심학습(PBL) 설계모형 개발, 열린교육연구, **20(3)**, 111-140.
 Na, J.Y. & Chung, H.-M. (2012). Development of a PBL Instructional Design Model for Higher Education, *The Journal of Yeolin Education*, **20(3)**, 111-140.
 안중수 (2018). 문제중심학습(PBL) 모형을 활용한 수업이 수학 학습에 미치는 효과 분석, 교사교육연구, **57(1)**, 30-51.
 An, J. (2018). Effects of utilizing Problem-based Learning model on mathematics learning and instruction, *Teacher Education Research*, **57(1)**, 30-51.

- 이상구 · 이재화 (2019). 학생중심의 대학 이산수학 강의 운영사례, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **33(1)**, 1-19.
- Lee, S.-G. & Lee, J.H. (2019). Student-Centered Discrete Mathematics Class with Cyber Lab, *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education*, **33(1)**, 1-19.
- 이상구 · 함윤미 · 이재화 · 박경은 (2020). 언택트(Untact) 디지털 전환(DT) 시대의 대학수학교육 사례, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **34(3)**, 201-214.
- Lee, S.-G., Ham, Y., Lee, J.H. & Park, K.-E. (2020). A Case Study on College Mathematics Education in Untact DT Era, *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education*, **34(3)**, 201-214.
- 정주영 (2014). Smart 교육환경에서의 Blended PBL 수업 모형 개발, 사고개발, **10(1)**, 145-162.
- Jung, J.-Y. (2014). The Development of a Blended PBL Learning Model in a Smart Educational Environment, *The Journal of Thinking Development*, **10(1)**, 145-162.
- 황순희 (2011). PBL 기반 <토의> 수업 모형의 구현과 평가: 부산대학교 수업개발 사례를 중심으로, 공학교육연구, **14(4)**, 88-96.
- Hwang, S.H. (2011). Implementation and Evaluation of a <Discussion> Course: A Case Study of PBL Class at Pusan National University, *Journal of Engineering Education Research*, **14(4)**, 88-96.
- 황혜정 · 허난 (2016). 수학 문제중심학습(PBL)에서 융합적 사고력 신장 도모에 관한 의의: 역사 소재를 중심으로, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **30(2)**, 161-178.
- Hwang, H.J. & Huh, N. (2016). The study on the Integrated Thinking Ability in Problem Based Learning Program Using Historical Materials in Mathematics, *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education*, **30(2)**, 161-178.
- Hunt, E. M., Lockwood-Cooke, P. & Kelley, J. (2010). Linked-Class Problem-Based Learning in Engineering: Method and Evaluation, *American Journal of Engineering Education*, **1(1)**, 79-88.
- Marks-Maran D. & Thomas B.G. (2000). Assessment and Evaluation in Problem-based Learning. In: Glen S., Wilkie K. (eds) *Problem-based Learning in Nursing. Nurse Education in Practice*. Palgrave, London. Available at: https://doi.org/10.1007/978-0-333-98240-2_8
- Merritt, J., Lee, M., Rillero, P. & Kinach, B. M. (2017). Problem-Based Learning in K-8 Mathematics and Science Education: A Literature Review, *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning*, **11(2)**. Available at: <https://doi.org/10.7771/1541-5015.1674>
- Roberts C., Lawson M., Newble D., Self A. & Chan, P. (2005). The introduction of large class problem-based learning into an undergraduate medical curriculum: an evaluation. *Medical Teacher*, **27(6)**, 527-33.
- Waters, R. & McCracken, M. (1997). Assessment and evaluation in problem-based learning, *Proceedings Frontiers in Education 1997 27th Annual Conference. Teaching and Learning in an Era of Change*, Pittsburgh, PA, USA, 689-693. Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/635894>

A Study on Evaluation in College Mathematics Education in the New Normal Era

Lee, Sang-Gu[†]

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : sglee@skku.edu

Ham, Yoonmee

Department of Mathematics, Kyonggi University, Suwon 16227, Korea

E-mail : ymham@kyonggi.ac.kr

Lee, Jae Hwa

Convergence Research Center for Energy and Environmental Sciences,
Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : jhlee2chn@skku.edu

Problem/Project based learning(PBL) is a student-centered teaching method in which students collaboratively solve problems and reflect their experiences. According to the results of PBL study and the experiences of the authors in PBL instruction, this paper introduced the necessities, output and significance of learning process PBL evaluation method and sums up our PBL evaluation process. The issue of appropriate and fair evaluation has been raised in untact (non-contact) university mathematics education due to the novel coronavirus (COVID-19) of the year 2020. To this end, when we had the course on <Basic Mathematics for Artificial Intelligence> for the summer semester held at S University in the summer of 2020. To ensure the fairness in evaluation and to improve the quality of our college math education, the PBL evaluation method was fully adapted. As a result, most of the students who took the lecture have learned a wide range of related knowledge without a single exception, and students agreed it is an ideal, fair, rational, and effective evaluation method applicable to other online courses in the era of untact education. This case was summarized in detail and introduced in this paper.

* ZDM Classification : A45, C65, C75, D75, U55

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97A40, 97C40, 97D40, 97D60, 97U50

* Key Words : COVID-19, untact, college mathematics education, online, evaluation

* This research was supported by Korea Initiative for fostering University of Research and Innovation Program of the National Research Foundation (NRF) funded by the Korean government (MSIT) (No.2020M3H1A1077095).

[†] Corresponding author

<부록> 기말 온라인 T/F 퀴즈 예시

문제 1	20점
<p>도전학기 7주간 http://matrix.skku.ac.kr/math4ai/을 학습하였으며, 궁금한 것은 Q&A에서 해결하였다. 그 결과로 본인의 Q&A 참여 (질문, 답변, Comment, Finalize, Re-Finalize 등 모두 포함) 횟수는 최소 기준인 7주*4회 = 총28회 이상이다.</p>	
○ 참	○ 거짓
문제 2	20점
<p>도전학기 7주간 Q&A 제목에서 본인 이름을 검색하여 Final OK에 자신의 이름이 들어있는 개수가 10개 이상이다.</p>	
○ 참	○ 거짓
문제 3	20점
<p>도전학기 7주간 새롭게 배운 Math4AI 의 개념이 15개 이상이다.</p>	
○ 참	○ 거짓
문제 4	20점
<p>도전학기 7주간 새롭게 배운 Math4AI의 개념/문제/알고리즘/코딩을 이용하여 직접 요약하고, 그러보고, 풀어보고, 답을 구해본 문제의 개수가 15개 이상이다.</p>	
○ 참	○ 거짓
문제 5	20점
<p>나는 다음의 웹사이트</p> <p>http://matrix.skku.ac.kr/2020-Math4AI-PBL/ http://matrix.skku.ac.kr/math4ai/PBL-Record/ http://matrix.skku.ac.kr/2020-Mid-PBL-1/ http://matrix.skku.ac.kr/2020-Mid-PBL-2/</p> <p>을 참고하여 기간 본인이 Math4AI 과목에서 7주간 활동한 학습활동을 모두 정리하면서, 성실하게 양식의 빈칸을 채워서 복습하고, 각각에 나의 언어로 짧게 Final Comment를 달아서, Due day인 7주차 금요일 오전 11시 전에 제출할 것이다.</p>	
○ 참	○ 거짓
문제 6	20점
<p>(1) 나는 본인이 제출한 <Final PBL 보고서>의 내용을 남의 도움을 받지 않고 스스로 채워왔으며, (2) <Final PBL 보고서>에 담은 Final OK 받은 내용을 모두 이해하고 있으며, (3) 그 내용을 보면서 내 Classmate에게 설명해 줄 수 있다. (4) 나는 Project를 수행하였거나, 또는 아래의 예와 같이 본인의 <Final PBL 보고서>를 5분에서 10분 사이에 발표하는 내용을 녹화하여, 그 동영상 파일을 과제함에 제출할 것이다. 본인의 답을 아래 True와 False에서 선택하시오.</p> <p>(예시) Math4AI-PBL-발표-2020학번-1학년-신입생-김** 발표</p> <p>https://youtu.be/3e0VybOS1U Math4AI PBL 보고서 발표 2학년 김** https://youtu.be/kNFxp8SP5Rc</p>	
○ 참	○ 거짓

문제 7		20점
나는 어떠한 방정식 $f(x) = 0$ 이 주어져도 손으로, 코드를 이용하여, 그래프를 이용하여 해결할 수 있다.		
<input type="radio"/> 참	<input type="radio"/> 거짓	
문제 8		20점
나는 정사영과 최소제곱문제의 관계에 관하여 설명할 수 있다.		
<input type="radio"/> 참	<input type="radio"/> 거짓	
문제 9		20점
나는 특잇값 분해(SVD)와 주성분분석(PCA)의 관계에 대하여 설명할 수 있다.		
<input type="radio"/> 참	<input type="radio"/> 거짓	
문제 10		20점
나는 경사하강법(Gradient Descent Method) 알고리즘의 작동원리에 관하여 설명할 수 있다.		
<input type="radio"/> 참	<input type="radio"/> 거짓	
문제 11		20점
나는 인공지능망의 가중치를 갱신하는데 사용되는 오차역전파법과 경사하강법에 대하여 설명할 수 있다.		
<input type="radio"/> 참	<input type="radio"/> 거짓	
문제 12		20점
...		
<input type="radio"/> 참	<input type="radio"/> 거짓	