

Exploration of the application possibility of curriculum with mathematical modeling through coding activities

Dong-Joong Kim*, Won Kim**, Jae young Jung***, Sang-Ho Choi*

*Professor, Dept. of Mathematics Education, Korea University, Seoul, Korea

**Lecturer, Dept. of Mathematics Education, Dongguk University, Seoul, Korea

***Staff Engineer, Samsung Electronics, Suwon, Korea

*Research Professor, Dept. of Mathematics Education, Korea University, Seoul, Korea

[Abstract]

In this paper, we propose a direction of teaching method for future generations. In order to suggest such the direction, teaching and learning materials that integrate coding activities and mathematical modeling were developed through top-down and bottom-up processes. Coding and engineering experts and mathematics education experts developed teaching and learning materials through councils (top-down courses) and applied them to 24 high school first graders based on student responses (bottom-up courses). Additionally, the developed curriculum helped students increase interest and motivation and realize conceptual understanding, problem posing, and problem solving in mathematics. On the basis of these results, it provided an idea about how to develop curriculum combining mathematical modeling with coding activities, needed for the fourth industrial revolution.

▶ **Key words:** Mathematical modeling, coding, arduino, computational thinking, interest and motivation

[요 약]

본 연구는 미래 세대를 위한 교육 방법의 방향성을 제안하는 것이다. 이와 같은 방향성을 제안하기 위해 코딩활동과 수학적 모델링을 통합한 교수학습자료를 하향식과 상향식 과정을 통해 개발하였다. 코딩과 공학 전문가와 수학교육 전문가들이 협의회를 통해 교수·학습 자료를 개발하고 (하향식 과정) 고등학교 1학년 학생 24명에게 적용하여 학생의 반응을 토대로 자료를 수정하였다 (상향식 과정). 그 결과, 수업에 참여한 학생들은 개발된 자료를 바탕으로 동료들과 논의를 하고 코드를 수정하여 자신만의 스토리를 시각적으로 구현하였다. 한편 이 과정을 통해 수학 학습에 대한 흥미와 동기가 유발될 수 있고, 더 나아가 수학의 개념 이해, 문제 제기, 문제 해결에도 도움을 줄 수 있다고 결론지을 수 있었다. 이러한 결과를 토대로 4차 산업혁명 시대에 필요한 수학적 모델링과 코딩 활동을 통합하는 교육과정을 개발하는데 아이디어를 제공하였다고 볼 수 있다.

▶ **주제어:** 수학적 모델링, 코딩, 아두이노, 정보적 사고, 흥미와 동기

-
- First Author: Dong-Joong kim, Corresponding Author: Sang-Ho Choi
 - *Dong-Joong Kim (dongjoongkim@korea.ac.kr), Dept. of Mathematics Education, Korea University
 - **Won Kim (wonny00901@hanmail.net), Dept. of Mathematics Education, Dongguk University
 - ***Jae young Jung (jy11200@gmail.com), Samsung Electronics
 - *Sang-Ho Choi (shchoi83@korea.ac.kr), Dept. of Mathematics Education, Korea University
 - Received: 2020. 01. 31, Revised: 2020. 02. 20, Accepted: 2020. 02. 21.

I. Introduction

PC, 모바일, 인터넷을 기반으로 디지털 혁명을 이루어낸 3차 산업혁명을 거쳐 사물인터넷, 빅데이터와 인공지능을 기반으로 하는 4차 산업혁명의 시대를 맞이하고 있다[1-3]. 지금까지 사회에서 요구했던 인재상은 주변의 다양한 지식과 경험을 활용할 수 있는 역량을 강조하였다. 하지만 4차 산업혁명으로 대표되는 미래 사회는 지식과 경험 활용 역량에서 한 걸음 더 나아가 다양한 지식과 경험, 사물 등을 연결하여 새로운 가치를 만들어 낼 수 있는 역량을 요구하고 있다[4]. 주변의 다양한 것들을 연결시킴으로써 기존에는 고려하지 못했던 예측 불가능한 상황들이 증가하고 있다.

불확실성 속에서 최적의 확실성을 찾기 위해서는 현재의 상황들을 분석하고 변화를 예측하는 능력이 필요하다. 이를 위해서는 논리적 사고, 분석적 사고, 비판적 사고 능력이 필요하다. 이러한 사고를 함양하는데 도움을 줄 수 있는 것은 수학적 모델링 역량과 정보적 사고(Computational Thinking, 이하 CT) 역량을 함양하는 것이다. 수학적 모델링은 우리가 경험하고 있는 현실 세계에서 발생할 수 있는 다양한 문제들을 수학적으로 해결한 후, 이를 다시 현실 세계에 확인해보는 과정을 반복하여 최적의 답을 찾아가는 과정이다[5-6]. CT는 인간이 어떤 문제를 해결해야 할 때 컴퓨팅의 원리를 기반으로 문제를 효율적으로 해결할 수 있는 사고능력을 의미한다[7]. 수학적 모델링은 수학 분야, CT는 정보 분야로써 서로 다른 분야임에도 불구하고 학습자가 복잡한 현실 세계에서 발생하는 문제 해결 역량 함양을 목적으로 하고, 문제 해결을 위해 모델을 만들고 활용하며, 정해진 하나의 답을 구하기 보다는 현실과 모델 사이의 관계성 분석을 통해 최적의 답을 찾는 과정이라는 공통점이 있다.

CT 역량 함양을 목적으로 개발된 학습 과정에 학생들이 참여함으로써 불확실성으로 대표되는 주변의 다양한 문제들을 해결할 수 있는 능력을 함양할 수 있고, 다양한 경험과 지식이 결합된 문제들을 해결하는 과정에서 타인과의 소통을 통해 협력하여 문제를 해결할 경우 소통 역량을 함양할 수도 있다. 사회적인 변화로 인해 CT가 미래 사회에서 중요하게 취급해야 할 핵심 역량 중에 하나로 강조됨으로써 수학교육을 비롯한 다른 분야에서도 CT를 함양하는데 도움을 줄 수 있는 내용과 과정의 변화를 시도하고 있다[8-12]. 수학적 내용과 수학적 과정의 변화 중에서 선후 관계를 구분하거나, 중요성의 정도를 나누는 것이 유의미한 접근 방식과는 거리가 있을 수 있다. 하지만 수학적 내용을 먼저 변화시킨 후에 그 내용을 바탕으로 수학적 과정

과 통합하는 방법을 생각해볼 수 있다. 수학적 내용의 변화 측면에서 생각할 수 있는 것은 정보적 사고 함양을 목적으로 하는 교수·학습자료 개발의 방향성과의 통합이다.

이러한 방향성에 대해 코딩과 수학적 모델링을 통합할 수 있는 교수·학습 자료를 개발한다면 수학적 모델링 역량과 정보적 사고 역량을 함양하는데 도움을 줄 수 있을 것이다. 본 연구에서는 컴퓨터 하드웨어와 소프트웨어를 사용하여 컴퓨터와 학생 간의 상호작용이 가능한 시스템을 구축할 수 있는 아두이노 프로그램을 이용하여 IoT환경에 대한 프로그램 분석을 유도하는 과정을[13] 통해 코딩 활동과 수학적 모델링을 통합한 교육과정을 개발하고 실제 고등학교 1학년 24명의 학생들에게 적용한 후 그들의 반응을 분석하여 향후 교수·학습 자료 개발에 시사점을 제공하고자 한다.

II. Framework

아두이노를 활용하여 코딩과 수학적 모델링을 통합하기 위한 자료 개발은 전문가 협의회를 기반으로 아이디어와 교수·학습 자료를 개발 하는 하향식 과정과, 학생들의 반응을 토대로 개발된 교수·학습 자료를 수정하는 상향식 과정을 통합하여 개발할 수 있다. 상향식 과정과 하향식 과정은 과목 간의 통합을 바탕으로 융합교육을 하기 위한 PDIE(Preparation, Development, Implementation, Evaluation) 모형의 절차에 따라 실행할 수 있다[14-16]. PD는 하향식 과정이고 IE는 상향식 과정이다. 하향식 과정으로써 준비 단계(Preparation)에서는 문헌을 고찰하여 프로그램의 주제, 내용과 목표를 설정하고 학습 준거 및 통합 유형을 선정한다. 개발 단계(Development)에서는 활동 과정 및 과제를 구성하고 프로그램을 개발한 후 전문가로부터 타당도를 검증하고 개선한다.

상향식 과정으로써 실행 단계(Implementation)에서는 연구 대상을 선정하고 학생들의 반응을 평가하기 위해 검사 도구를 선정하고 개발한다. 평가 단계(Evaluation)에서는 개발한 자료를 바탕으로 하는 수업에 참여한 후 학생들의 반응을 분석한다.

III. DESIGN OF THE ACTIVITY

1. P(Preparation)

교수·학습 자료 개발을 위한 주제를 정하고, 그 주제에 따른 내용과 목적을 설정한 후 학습 준거 및 통합 유형을 선정하기 위해 먼저 코딩과 공학 분야의 전문가로부터 아

두이노를 활용하여 구현할 수 있는 다양한 상황들을 수학 교육 전문가들에게 보여주고 그 상황 안에서 수학적 내용과 연결시킬 수 있는 아이디어들이 있는지 협의회를 진행하였다. 다수의 협의회를 진행한 결과 아두이노를 활용하여 거리에 따라 LED 불빛의 변화 상황을 함수의 개념, 함수의 그래프와 연결시킬 수 있는 아이디어로 의견을 수렴하였다. 이러한 아이디어를 구체화하여 주제는 “아두이노와 함께 하는 수학 교실”로 정하고 활동의 성취 목표는 “아두이노(초음파 센서, 8x8 도트 매트릭스)와 지오지브라를 활용하여 그래프와 함수를 탐구할 수 있다.”로 정하였다. 이를 위해 구체적으로 “초음파 센서를 통해 물체의 거리를 측정할 수 있다.”와 “측정된 거리에 따라서 8x8 LED 판에 출력되는 행과 열, 즉 칸의 개수를 조정할 수 있다.”로 활동 목표를 설정하였다.

2. D(Development)

활동의 목표를 바탕으로 교수·학습 과정 및 과제를 구성하고 교수·학습 자료를 개발한 후 수학교육 전문가와 코딩 및 공학 전문가의 타당도 검증을 통해 자료를 수정하였다. 아두이노에 대해 친숙하지 않은 학생들이 많을 가능성이 있기 때문에 먼저 Fig. 1과 같이 아두이노에 대한 소개를 하였다.

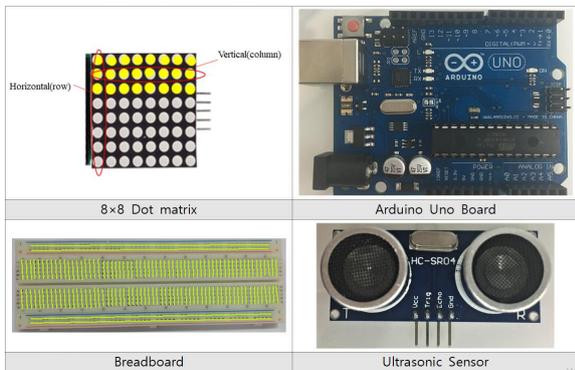


Fig. 1. Introduction of Arduino

2.1. Activity 1

아두이노를 소개한 후에는 ‘아두이노의 초음파센서를 활용하여 거리를 측정하려면 어떻게 해야 할까?’라는 발문을 바탕으로 거리 측정을 위한 코딩을 학생 스스로 할 수 있도록 도움을 주기 위해 소스코드 입력 과정에서 필요한 것을 이해할 수 있도록 초음파 센서가 거리를 측정하는 과정에 대한 현실적인 맥락과 수학적 맥락을 통합적으로 제시하였다.

[활동1]
 ✓ 거리 측정하기

초음파 센서에서 보내는 음파는 물체에 부딪혀서 초음파 센서로 돌아온다. 이 때 초음파의 속력은 340m/s이고, 10μs(microseconds)(단, 1μs = 10⁻⁶s) → 10ms(millisecond)(단, 1ms = 1/1000s or 10⁻³) 간격으로 초음파가 발생된다.

만약 초음파 센서를 이용하여 초음파 센서부터 물체까지 거리를 측정하고 싶다면 어떻게 해야 할까?

거리는 시간과 속력을 곱한 값이므로 “(거리)=(시간)×(속력)”으로 나타낼 수 있다. 즉, (초음파센서부터 물체까지 거리) = (초음파가 센서로 돌아오는 데 걸리는 시간) × 340 × 1/2 이다. 이때, 1/2 을 곱하는 이유는 초음파가 발생되어 센서로 돌아오는데 걸리는 시간은 왕복 시간이기 때문이다. 또한 거리를 cm로 나타내려면 속력의 단위인 m(meter)/s(second)와 시간 단위인 μs(microseconds)를 변환하여 계산해주어야 한다.

즉,
 (초음파센서부터 물체까지 거리)(cm)
 = (초음파가 센서로 돌아오는데 걸리는 시간)(μs) × 340 (m/s) × 1/2
 = { (초음파가 센서로 돌아오는데 걸리는 시간) × (1/1000000) (s) } × { 340 × 100 (cm/s) } × 1/2
 = (초음파가 센서로 돌아오는데 걸리는 시간)(s) × 340 (cm/s) × 1/10000 × 1/2 ... (1)

이다.

Fig. 2. Setting up the context of measure of distance using ultrasonic sensor

학생들에게 초음파 센서를 활용한 거리 측정에 대해 설명한 후에는 이 과정을 소스코드에 입력하는데 어느 부분을 활용해야 하는지 Fig. 3과 같은 활동을 하였다.

소스코드 입력하기

```

파일 편집 스케치 툴 도움말
8x8_led_sonic_1_won
void loop()
{
  // 10s:시간 동안 반복해서 on/off를 반복하여 초음파를 발생함(1ms=10-6s)
  digitalWrite(trip, HIGH);
  delay(10);
  digitalWrite(trip, LOW);

  // 장애물에 충돌하여 되돌아 온 초음파 신호 시간(duration)을 확인하여 실제거리(distance)를 계산함
  duration = pulseIn(echo, HIGH); // pulseIn(핀번호, 신호값) 리 echo가 HIGH가 될 때까지 시간을 의미함
  distance = ((float) duration) * 340 / 2; // (거리)=(시간)×(속력)인데 초음파 속도가 340m/s

  (1)
}
    
```

- 초음파 센서부터 물체까지 거리 값을 구하는 식을 (1)에 넣어보자.
- 이 때, (초음파가 센서로 돌아오는데 걸리는 시간)은 “duration”으로 입력하자.
- 그런데 위 그림을 보면 시간은 duration=pulseIn(echo, HIGH)으로 코딩되어 있는데 pulseIn 함수는 발신된 초음파가 echo로 돌아오는데 걸리는 시간을 구할 수 있는 함수로서, pulseIn(핀번호, 신호값)으로 나타낸다. 따라서 pulseIn(echo, HIGH)은 echo핀의 신호 값이 HIGH가 될 때까지의 시간으로 볼 수 있다. pulseIn()함수에서 출력되는 값 단위는 microseconds(10⁻⁶s)이다.

Fig. 3. Inputting source code

초음파 센서를 활용한 거리 측정 맥락에서 도출된 식을 학생들이 직접 입력할 수 있도록 하여 아두이노를 활용한

코딩에 친숙해질 수 있는 기회를 부여하는 한편, 향후 활동에서의 방향성에 대해 인식할 수 있도록 하였다.

2.2. Activity 2

학생들이 아두이노와 코딩 과정에 친숙할 수 있는 기회를 부여한 후에는 교사와 함께 물체의 거리에 따라 LED 판에 출력되는 열의 개수를 조정하는 활동을 할 수 있도록 하였다. 이를 위해 학생들에게 제시된 활동 자료는 Fig. 4와 같다.

[활동 2-1] 물체의 거리에 따라서 8×8 LED 판에 출력되는 열의 개수를 조정하기

✓ 선생님과 함께 생각해 보자.

물체의 거리가 10cm일 때, LED판에 출력되는 빛의 개수는 8개였는데, 물체가 초음파 센서에 점점 멀어질수록 빛의 개수가 줄어들어서, 거리가 70cm일 때 모두 꺼지도록 하고 싶다.

1. 지오지브라를 활용하여 물체의 거리에 따른 빛의 개수(불이 들어오는 세로 열의 수)의 관계를 그래프로 표현해 보자.

▶ 빈 칸에 들어갈 단어는 무엇일까요?

▶ 빈 칸에 들어갈 단어들 사이의 관계를 설명해 보자.

2. 그리고 그 관계를 함수식으로 표현해 보자.

Fig. 4. Exploring the number of light according to distance

이 활동을 위해 “물체의 거리가 10cm일 때, LED판에 출력되는 빛의 개수는 8개였는데, 물체가 초음파 센서에 점점 멀어질수록 빛의 개수가 줄어들어서, 거리가 70cm일 때 모두 꺼지도록 하고 싶다.”는 상황을 설정하고 지오지브라를 활용하여 물체의 거리에 따른 빛의 개수의 관계를 그래프로 표현할 수 있도록 하였다. 이 때 그래프에는 독립변수와 종속변수를 학생들이 직접 설정하고 이들 사이의 관계를 설명하는 기회를 갖도록 한 후에 함수식으로 표현할 수 있도록 하였다. 이러한 과정을 경험한 후에 학생들이 표현한 함수식을 입력하여 아두이노로 출력할 수 있도록 하는 활동을 하였다(Fig. 5. 참고).

```

파일 편집 스케치 볼 도움말
8x8_led_sonic_1_vwon$
duration = pulseIn(echo, HIGH); // pulseIn(핀번호, 신호값) 즉 echo가 HIGH가 될 때까지 시간을 의미함
distance = ((float)(340 * duration) / 10000) / 2; //(거리)=(시간)*(속력)인데 초음파 속도가 340m/s

// 70 --> 0
// 10 --> 8

rowMax = (int) (2);

if(rowMax < 0) rowMax = 0; // rowMax값이 0미만이면 0으로 설정함

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 커운터. for(초기값, 조건값, 증가값 또는 감소값) 즉 row
{
  for (int col=0; col<1; col++) // 가로 LED 커운터
  {
    lc.setLed(0,col,row,true); // LED ON
  }
}

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 커운터
{
  for (int col=0; col<1; col++) // 가로 LED 커운터
  {
    lc.setLed(0,col,row,false); // LED OFF
  }
}
    
```

- rowMax는 8×8 LED판에 출력되는 세로열의 수를 결정한다. int는 정수형 변수를 나타낸다. 이제 앞서 구한 함수식을 (2)에 넣어보자.
- 이제 아두이노 보드를 컴퓨터와 연결하여 출력해 보자.

Fig. 5. Encoding for column output of LED

거리에 따라 LED 판에 출력되는 열의 개수를 조정하는 활동을 한 후에는 행과 열의 개수를 조정하는 활동을 교사와 함께 하였다(Fig. 6. 참고).

[활동 2-2] 8×8 LED 판에 출력되는 열과 행의 개수를 조정하기

✓ 선생님과 함께 생각해 보자.

[활동 2-1]에서는 불빛이 들어오는 가로행의 값은 1이었다. 만약 가로행의 값이 2 또는 3으로 바뀐다면 물체의 거리에 따라서 LED 판의 불빛은 어떻게 변할까? 각 상황을 표, 그래프, 식으로 나타내 보자. 그리고 변화된 상황에 맞도록 아두이노 코드들이 어떻게 바뀌어야 할까?

1. [활동 2-1]처럼 가로행의 값이 1인 경우, 물체의 거리에 따라 불빛의 개수에 대한 표를 완성하여 보자.

(1) 지오지브라를 활용하여 물체의 거리와 불빛의 개수의 관계에 대한 그래프를 그려 보자.

(2) 지오지브라를 활용하여 물체의 거리와 불빛의 개수의 관계에 대한 함수식을 찾아 보자.

(3) 다음 표를 완성하여 보자.

거리(cm)	10	20	30	40	50	60	70
불빛 개수	8						0

Fig. 6. Activity for row and column operations of LED

이전 활동에서는 불빛이 들어오는 가로행의 값을 1로 하였다. 가로행의 값이 2, 3으로 바뀌면 물체의 거리에 따른 LED 판의 불빛은 어떻게 변하는지 탐구하는 활동이다.

각 상황을 표, 그래프, 식으로 나타낼 수 있도록 하는 활동을 제공하고, 이에 따라 아두이노 코드를 어떻게 변경해야 하는지를 탐구할 수 있도록 하는 활동이었다. 상황에 따라 그래프와 함수식을 찾는 과정에서는 학생들이 지오지브라를 활용하여 활동을 할 수 있도록 하였다.

가로행의 값을 1, 2, 3인 경우를 모두 활동한 후에는 Fig. 7과 같이 함수식과 그래프를 비교하여 수학적으로 논의를 발전시킬 수 있도록 하였다.

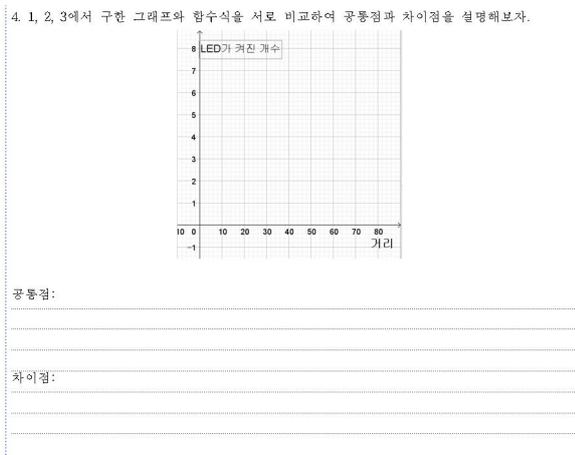


Fig. 7. Mathematical highlights about activity 2

이러한 과정을 경험한 후에 불빛이 들어오는 가로행의 값을 2, 3으로 바꾸면 소스코드를 어떻게 바꾸어야 하는지 탐구하고, 이 결과를 확인하는 활동을 할 수 있도록 하였다.

소스코드 입력하기

```

// LED 켜진 개수
rowMax = (int)(-0.133*distance+9.33); // 감소함수
// rowMax = (int)(0.133*distance+1.33); // 증가함수
if(rowMax < 0) rowMax = 0; // rowMax값이 0이하이면 0으로 설정함

for (int row=0; row<rowMax; row++) // 새로 LED 켜면, for(초기값, 조건값, 증가값 또는 감소값) 즉 row
{
    for (int col=0; col<1; col++) // 가로 LED 켜면
    {
        digitalWrite(B.col,row,true); // LED ON
    }
}

for (int row=0; row<rowMax; row++) // 새로 LED 켜면
{
    for (int col=0; col<1; col++) // 가로 LED 켜면
    {

```

- for 함수는 for(초기값, 조건값, 증가값 또는 감소값)의 형태로 표현한다. 그러므로 "for (int col=0; col<1; col++)"는 col(행의 값)이 0부터 시작하고 col이 1보다 작을 때까지 증가한다는 의미이다. int는 정수형 변수를 나타낸다.
- 이제 불빛이 들어오는 가로행의 값을 2 또는 3으로 바꾼다면, 소스코드를 어떻게 바꿔야 할까?
- 소스코드를 바꾼 다음, 아두이노 보드를 컴퓨터와 연결하여 출력해보자.

Fig. 8. Encoding for row and column outputs of LED

2.3. Activity 3

활동 2까지를 통해 학생들이 아두이노와 코딩 과정에 대한 이해를 할 수 있기 때문에 활동 3부터는 학생들이 그룹별로 활동을 진행할 수 있도록 하였다. 활동 2는 LED가 모두 켜진 상태에서 물체의 거리에 따라 LED 판에 출력되는 열의 개수를 조정하는 활동, 행과 열을 조정하는 활동을 하였다면 활동 3부터는 LED가 모두 꺼진 상태에서 물체의 거리에 따라 LED 판에 출력되는 열의 개수를 조정하는 활동, 행과 열을 조정하는 활동을 활동 2와 동일한 방법과 과정으로 하였다.

2.4. Activity 4

LED가 모두 켜진 상황에서 거리에 따라 불빛의 개수 변화를 탐구한 후, LED가 모두 꺼진 상황에서 거리에 따른 불빛의 개수 변화를 탐구한 후에는 학생들이 먼저 스토리를 만들고 실행할 수 있는 기회를 부여하였다.

[활동 4] 너만의 스토리를 만들고 실행하기

스스로 해결해보자.

물체의 거리에 따른 빛의 개수(불이 들어오는 세로 열의 수)의 관계에 대한 스토리를 만들어보자. 그리고 지오지브라를 활용하여 그 관계를 그래프와 함수식으로 만들어보자.

■ 스토리:

■ 함수식:

Fig. 9. Activity for developing my own story

각 그룹별로 물체의 거리에 따른 빛의 개수의 관계에 대한 스토리를 만들고 지오지브라를 활용하여 그 관계를 그래프와 함수식으로 만들어보는 활동을 하였다.

3. I(Implementation)

전문가 검토를 한 후 최종 수정된 교수-학습 자료를 실제 학생들에게 적용을 하였다. 적용 대상은 서울 소재 B

고등학교에 재학 중인 1학년 학생 24명으로 총 4차시의 수업을 진행하였다. 학생들은 4명이 한 그룹을 이루었고 그룹별로 노트북 1대와 아두이노가 1개씩 제공되었다. 노트북에는 학생들이 코딩을 해서 조작을 하는 것이 아니라, 수학적 내용을 이해하는데 도움을 줄 수 있는 부분만 조작할 수 있도록 하였다. 수업에 참여한 학생들에게 수업 종료 후 5가지의 질문을 하였다.

Table 1. Reflective questionnaire after class

<p>1. Can today's class activities help to make mathematics class fun? Why do you think so?</p> <p>2. Can class activities that you participated in today help to understand mathematical concept (e.g., function)? Why do you think so?</p> <p>3. Can class activities that you participated in today help to explore problem solving strategy and select an optimized solving method in unknown problem solving situations? Why do you think so?</p> <p>4. In today's class activities that you participated in, which activity is most interesting and useful? Why do you think so? (1) Interesting and useful activity: (2) Reason:</p> <p>5. In today's class activities that you participated in, which activity is not interesting? Why do you think so? How to improve it? (1) Uninteresting activity: (2) Reason: (3) Improving method:</p>
--

개발된 자료가 수학 학습에 대한 흥미를 유발할 수 있는지, 개념 이해와 문제해결에 도움이 될 수 있는지를 질문하고, 수업 활동에 재미있고 유익한 활동을 선택할 수 있도록 하였다. 유익하지 않았던 활동의 경우 수정 방안에 대해 답변할 수 있도록 하였다.

4. E(Evaluation)

4.1. Code modification results

활동 4에서 학생들이 각 그룹별로 LED판 불빛의 변화에 대한 스토리를 만들어보고 이를 구현하기 위한 코딩을 한 다음 실행해보았다(Fig. 9참고). 그 과정에서 학생들은 교사가 제공한 소스코드를 스토리에 맞게 수정하였는데 다음 세 가지 방법을 조합하여 활용하였다. 첫째, 거리 함수를 합성하여 도출되는 rowMax 함수를 증가 또는 감소 함수로 코딩하였다. rowMax 함수가 증가함수인 경우는 거리함수 값이 커짐에 따라서 rowMax 함수 값이 커지므로 LED 판의 불빛의 개수가 증가한다. 반대로 감소함수로 코딩한 경우에는 불빛의 개수가 감소한다.

Classification	Group	Coding
Increase function	4,6	rowMax = (int)(0.133*distance-1.33);
	5	rowMax = (int)(0.13*distance-1.33);
decrease function	1	rowMax = (int)(-0.13*distance+9.33);
	2,3	rowMax = (int)(-0.133*distance+9.33);

Fig. 10. Setting up rowMax function

둘째, LED 판 불빛이 켜질 때와 꺼질 때, 가로 행에 대한 for 함수를 동일하게 설정한 경우와 그렇지 않은 경우가 있었다. 동일하게 설정한 경우는 켜진 불빛이 다시 그대로 꺼지지만, 그렇지 않은 경우에는 꺼지지 않고 남아 있는 불빛이 있을 수 있다.

```

rowMax = (int)(-0.133*distance+9.33); //증가함수

if(rowMax < 0) rowMax = 0;
// rowMax값이 0미만이면 0으로 설정함

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 키
{
    for (int col=0; col<8-rowMax; col++) // 가로 :
    {
        lc.setLed(0,col,row,true); // LED ON
    }
}

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 카운트
{
    for (int col=0; col<8-rowMax; col++) // 가로 LED
    {
        lc.setLed(0,col,row,false); // LED OFF
    }
}
    
```

If the "for" functions are the same: Group 2

Fig. 11. Setting up for function(Group 2)

셋째, for 함수에서 초기값과 조건값을 수정하였다. 초기값은 0으로 설정되어 있었는데 학생들이 1, 2, 8로 변형하였다. 학생들에게 제공된 소스코드에서 행에 대한 for 함수의 조건값은 col<8처럼 설정되어 있었는데, 이 활동에서 학생들은 col<8-rowMax, col<rowMax, col>rowMax 처럼 rowMax 값을 활용하여 수정하였다(Fig. 11, Fig. 12, Fig. 13 참고).

이런 방법으로 코드를 수정한 결과 어떤 조에서는 학생들이 만든 스토리가 LED 판에 정확하게 구현되었지만, 일부 조에서는 Fig. 12처럼 오류가 발생하기도 하였다. 예를 들면 1조의 경우, LED 행렬의 가로 행이 켜질 때 함수를, "for (int col=8; col<8; col++)"로 코딩하여 초기값(col=8)과 조건값(col<8) 설정 오류로 불이 켜지지 않았다. 한편, 제공된 소스코드에서는 LED 판의 불빛은 켜졌다가

```

rowMax = (int) (+0.133*distance-1.33); //감소함수
if(rowMax < 0) rowMax = 0;
// rowMax값이 0미만이면 0으로 설정함

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 키
{
    for (int col=0; col<8; col++) // 가로 LED 카운
    {
        lc.setLed(0,col,row,true); // LED ON
    }
}

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 카운
{
    for (int col=0; col>rowMax; col++) // 가로 LED
    {
        lc.setLed(0,col,row,false); // LED OFF
    }
}

```

If the "for" functions are the different: Group 6

Fig. 12. Setting up for function(Group 6)

꺼지는 코드가 한 세트로 동일하게 구성되는데 이는 불빛이 켜졌다가 꺼지고 다른 불빛이 켜지는 과정에서 이미지가 이동하는 것처럼 보이도록 한다. 그런데 3조는 LED 행렬의 가로 행이 켜질 때 함수를 “for (int col=0; col<8-rowMax; col++)”하고, 꺼질 때 “for (int col=0; col>rowMax; col++)”로 서로 다르게 코딩하였고, 특히 꺼질 때 for 함수의 조건값을 col>rowMax로 설정하여 앞서 켜진 불빛이 꺼지지 않는 오류가 발생하였다.

4.2. Student reflection results

학생들에게 개발한 자료가 흥미가 있는지, 수학적 개념 이해와 문제 해결에 도움을 줄 수 있는지에 대한 반응을 분석한 결과는 Table 2와 같다.

Table 2. Reflective questionnaire after class(P: Positive, N: Negative)

Question	P	N
1. Can today's class activities help to make mathematics class fun? Why do you think so?	24	0
2. Can class activities that you participated in today help to understand mathematical concept (e.g., function)? Why do you think so?	21	3
3. Can class activities that you participated in today help to explore problem solving strategy and select an optimized solving method in unknown problem solving situations? Why do you think so?	24	0

```

rowMax = (int) (-0.13*distance+9.33);

if(rowMax < 0) rowMax = 0;
// rowMax값이 0미만이면 0으로 설정함

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 :
{
    for (int col=8; col<8; col++) // 가로 LED
    {
        lc.setLed(0,col,row,true); // LED ON
    }
}

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED
{
    for (int col=0; col<8; col++) // 가로 LED :
    {
        lc.setLed(0,col,row,false); // LED OFF
    }
}

```

Group 1

```

rowMax = (int) (-0.133*distance+9.33); //감소함수

if(rowMax < 0) rowMax = 0;
// rowMax값이 0미만이면 0으로 설정함

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 키
{
    for (int col=0; col<8-rowMax; col++) // 가로 :
    {
        lc.setLed(0,col,row,true); // LED ON
    }
}

for (int row=0; row<rowMax; row++) //세로 LED 카운
{
    for (int col=0; col>rowMax; col++) // 가로 LED :
    {
        lc.setLed(0,col,row,false); // LED OFF
    }
}

```

Group 3

Fig. 13. Errors in the process of code revision

첫째, 개발된 자료는 수업에 참여한 학생들의 수학 학습에 대한 흥미 유발에 도움을 줄 수 있었다. 수업에 참여한 학생들의 반응을 보면, 24명 모두 수학 수업을 재미있게 만드는데 도움이 될 수 있다고 답변하였다. 학생들이 긍정적으로 생각한 이유들은 수학과 코딩의 통합 가능성(답변 예시: 프로그램을 새로 만들다보니 직접 원하는 값을 넣어 보고 결과가 어떻게 나오는지 함께 보며 실습하여 재미있었던 것 같습니다. 컴퓨터 프로그램을 이용해 아두이노라는 활동을 하는 것이 즐겁고 신기하였고 수학이라는 과목과 함께 연계해서 활동하니 좋았다. 함수식과 여러 가지 코드를 통해서 LED 불빛을 꺼지고 들어오게 만드는 과정이 흥미로웠고, 재밌었기 때문에 도움이 될 것이라고 생각

합니다.)에 대한 긍정적인 반응의 이유들이 대부분이었다.

둘째, 수업에 참여한 학생들은 개발된 수업 활동이 수학적 개념 이해에 도움이 될 수 있다고 인식하였다. 수업에 참여한 학생들의 반응을 보면, 학생 24명 중 21명이 수학적 개념 이해에 도움이 될 수 있을 거라는 답변을 하였고 3명은 부정적인 답변을 하였다. 긍정적인 답변을 한 이유로는 지오지브라를 활용하여 직접 확인하는 경험과 함께 코딩을 활용하는 과정이 함수와 밀접한 관련성이 있다는 답변이었다(답변 예시: 직접 눈으로 함수를 확인해보면서 수학적 개념을 이해하는데 도움이 되었기 때문입니다; 아두이노 코딩을 하는데 가장 기본적이고 중요한 것이 거리에 따른 빛의 개수를 나타내는 함수였다. 보다 더 정확한 아두이노 코딩을 위해 일차함수를 집중해서 다뤘고 앞으로 함수를 다루는데 도움이 될 것 같다.). 반면에 부정적인 답변을 한 학생들은 전통적인 수학적 경험보다는 프로그램을 활용하고, 코딩과의 접목이 학습의 부담으로 작용할 수 있다는 의견이 있었다(답변 예시: 프로그램으로 해서; 기본적 코드를 모르면 따라잡기 어렵다; 활동이 좀 빠르고 어렵다).

셋째, 수업에 참여한 학생들은 개발된 수업 활동이 수학적 문제 해결에 도움이 될 수 있다고 인식하였다. 연구의 결과를 보면, 학생 24명 중 24명 모두 수학적 문제 해결에 도움이 될 수 있을 거라는 답변을 하였다. 대표적인 답변의 이유로는 수학적 지식을 활용하여 주어진 문제들을 해결하는 경험들이(답변 예시: 원하는 모양을 만들기 위해 코드를 어떻게 조작해야할지 생각하는 과정에서 문제 해결력이 필요하다고 느꼈기 때문입니다; 수학적 지식을 활용하여 빛이 나오는 개수를 변화할 수 있었기에 문제 해결하는데 도움이 될 것 같다.) 문제 해결에 도움을 줄 수 있을 것이라고 생각하였다.

흥미, 개념이해와 문제 해결에 대한 인식 이외에 참여한 활동 중에 재미있는 활동과 개선이 필요한 부분에 대해 질문한 결과는 Table 3과 같다.

분석 결과 수업에 참여한 학생들은 활동을 바탕으로 새로운 스토리를 만드는 활동을 선호하였다. 수업에 참여한 학생들의 반응을 보면, 17명의 학생이 나만의 스토리 만들기 활동이 가장 재미있고 유익한 활동으로 인식하였다(답변 예시: 직접 빛이 나오는 개수를 조절해서 모양을 만들 수 있어 좋았다.; 틀린 것을 수정하기까지 노력이 즐거웠다.). 그 이외의 학생들은 코딩 활동 4명 (답변 예시: 열의 불빛 개수를 조절했던 게 유익했다.; 활동 3 - 여러 변수들을 바꾸어보며 두뇌 회전에 도움이 된 것 같다.), 지오지브라 활동 2명(답변 예시: 우리는 노가다로 푸는데, 이렇게 재미있는 컴퓨터 그래프 Tool이 있었다니 매우 신기하다.; 함수값을 쉽게 알아낼 수 있는 프로그램을 알게 되어서 좋았다.), 모든 활동이 즐거웠다는 학생의 답변이 1명이었다.

개발된 자료의 개선에 대한 질문 분석 결과 수업에 참여한 학생의 일부는 테크놀로지를 활용하고 코딩을 하는 학습 환경에 대한 어려움이 있다고 답변하였다. 수업에 참여한 학생들의 반응을 보면, 18명의 학생은 좋지 않았던 활동은 없었다고 답변을 하였고 6명의 학생은 좋지 않았던 활동을 지적하였다. 학생들은 대부분 코딩 활동에 대한 어려움을 호소하였다(예시: 컴퓨터를 잘 하지 못해서 제대로 수업을 받지 못했다; 코드 변형에 따른 모양 변화에 대해 잘 이해가 되지 않아 어려움을 겪었다.; 프로그램에 대해 좀 더 자세한 설명이 없었던 느낌이 있어서 후에 코드를 자유롭게 조작하는데 한계가 있었다.). 개발된 수업 실연의 과정에서 학생들이 수업에 참여할 수 있는 시간의 제약으로 인해 코딩이나 지오지브라에 대한 충분한 설명을 하지 못한 부분들에서 학생들의 어려움이 발생한 것으로 볼 수 있었다. 향후에는 수업을 시작하기 전에 코딩의 방법, 아두이노에 대한 설명 시간을 충분히 확보하여 학생들의 어려움을 해결하는데 도움을 줄 필요가 있다는 수정의 방향성을 도출하였다.

Table 3. Respond to open questions

Question	Responses
4. In today's class activities that you participated in, which activity is most interesting and useful? Why do you think so? (1) Interesting and useful activity: (2) Reason:	- Making story(17) - Coding activity(4) - Technology activity(2)
5. In today's class activities that you participated in, which activity is not interesting? Why do you think so? How to improve it? (1) Uninteresting activity: (2) Reason: (3) Improving method:	- Difficult to code activities(6)

IV. Conclusions

아두이노를 활용하여 코딩과 수학적 모델링을 통합한 교수-학습자료를 개발하고 적용한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

코딩과 수학적 모델링을 연결하기 위해 상향식과 하향식 과정을 통합한 PDIE 모형을 적용하여 개발한 교수-학습 자료는 수업에 참여한 학생들의 수학 학습에 대한 흥미와 함께 수학적 유의미성을 향상시키는데 도움을 줄 수 있다는 결론

을 내릴 수 있었다. 연구 결과를 보면 수업에 참여한 학생들은 코딩을 하고 그 결과를 LED판의 불빛이 켜지고 꺼지는 것을 시각적으로 확인하는 과정에 흥미를 느꼈고, 활동 과정의 경험들은 함수의 개념을 이해하는데 도움을 주었다고 인식하였다. 또한 주어진 문제를 해결하기 위해서 동료들과의 논의를 거쳐 코드를 수정하고 LED로 확인할 수 있도록 하였는데 이 과정에서 학생들은 다양한 오류를 경험하였을 뿐만 아니라 새로운 코드를 개발하였다. 이런 경험은 향후 문제를 해결하는데 도움이 될 것이라고 인식하였다. 아두이노를 활용한 코딩과 수학적 모델링 과정을 경험함으로써 학습의 유의미성을 향상시키는데 도움을 준 것으로 볼 수 있다.

학습의 유의미성을 통한 학습에 대한 흥미와 동기 유발 뿐 아니라 “나만의 스토리를 만들고 실행하기” 활동을 통해 학생들이 스스로 새로운 문제를 제기하고 그 문제를 해결하는 경험의 기회를 가졌다. 이러한 새로운 학습 과정을 도입함으로써 기존에 주어진 문제와 주어진 정답을 찾아가는 학습 활동과 다르게 4차 산업혁명 시대에 필요한 문제를 제기하는 역량뿐 아니라 비판적 사고, 분석적 사고, 논리적 사고를 바탕으로 그 문제를 해결하는 역량을 함양할 수 있는 경험에 도움을 준 것으로 볼 수 있다.

이와 같은 결론은 코딩과 수학적 모델링의 통합 가능성을 향상시키는 가치가 있다. 이전 연구들을 보면 수학과 코딩, 공학을 연결시키는 연구들은 거의 없다. 이러한 상황 속에서 수학과 공학 전문가의 통찰력들을 바탕으로 교수·학습 자료를 개발하고 그 효과성을 보임으로써 수학과 코딩, 공학의 통합 가능성을 보였다. 이를 통해 4차 산업혁명에 대비하여 필요한 문제 제기과 문제 해결 역량을 개발하는 수학교육의 방향성을 설정하는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

하지만 본 연구는 수학과 코딩, 공학을 통합할 수 있는 아이디어를 제시할 뿐 현장에서의 적용 가능성을 향상시키는 구체적인 방안을 제시하는 않았다. 이와 같은 제한점을 해결하기 위해서는 본 연구에서 개발된 교수·학습자료의 아이디어들을 기반으로 다양한 자료들을 추가적으로 개발할 필요가 있다. 다양한 내용 영역 별로 개발된 교수학습자료를 대집단의 학생들에게 적용하고 그 효과성을 검증함으로써 향후 현장 적용 가능성은 더욱 향상될 수 있을 것이다.

ACKNOWLEDGEMENT

This research was supported by the College of Education, Korea University Grant in 2019.

REFERENCES

- [1] N. Park, "New Paradigm for Education Reform in the Era of the Fourth Industrial Revolution," *Korean journal of educational research*, Vol. 55, No. 1, pp. 211-240, Mar. 2017.
- [2] S. Ahn, and Lee, M, "Fourth Industrial Revolution Impact : How it Changes Jobs," *Korean Academic Society of Business Administration*, Vol. 2015, No. 8, pp. 2344-2363, Aug. 2016.
- [3] S. Lee, "Educational Psychology in the Age of the Fourth Industrial Revolution," *The Korea educational review*, Vol. 23, No. 1, pp. 231-260, Mar. 2017.
- [4] G. Na, M. Park, D. Kim, Y. Kim, and S. Lee, "Exploring the Direction of Mathematics Education in the Future Age," *Journal of Educational Research in Mathematics*, Vol. 28, No. 4, pp. 437-478, Nov. 2018. DOI: 10.29275/jerm.2018. 11.28.4.437
- [5] R. B. Ferri, "Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education" Springer, pp. 1-12, 2019.
- [6] W. Blum, and R. B. Ferri, "Mathematical modeling and modeling mathematics" *NCTM*, pp. 65-76, 2016.
- [7] Ministry of Education, <http://ncic.go.kr/mobile.dwn.ogf.inventory> List.do
- [8] A. Yadav, H. Hong, and C. Stephenson, "Computational thinking for all: Pedagogical approaches to embedding a 21st century problem solving in K-12 classrooms," *TechTrends*, Vol. 60, No. 6, pp. 565-568, June 2016. DOI: 10.1007/s11528-016-0087-7
- [9] D. Weintrop, E. Beheshti, E. M. Horn, K. Orton, K. Jona, L. Trouille, and U. Wilensky, "Defining computational thinking for mathematics and science classrooms," *Journal of Science Education and Technology*, Vol. 25, No. 1, pp. 127-147, Feb. 2016. DOI: 10.1007/s10956-015-9581-5
- [10] G. Gadanidis, J. M. Hughes, L. Minniti, and B. J. G. White, "Computational thinking, Grade 1 students and the binomial theorem," *Digital Experiences in Mathematics Education*, Vol. 3, No. 2, pp. 77-96, May 2017. DOI: 10.1007/s40751-016-0019-3
- [11] K. Chang, "A Feasibility Study on Integrating Computational Thinking into School Mathematics," *School Mathematics*, Vol. 19, No. 3, pp. 553-570, Sep. 2017.
- [12] N. Benakli, B. Kostadinov, A. Satyanarayana, and S. Singh, "Introducing computational thinking through hands-on projects using R with applications to calculus, probability and data analysis," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 48, No. 3, pp. 393-427, Dec. 2016. DOI: 10.1080/0020739X.2016.1254296
- [13] J. Kim, and T. Kim, "The Effect of Physical Computing Education to Improve the Convergence Capability of Secondary Mathematics-Science Gifted Students," *The Journal of Korean association of computer education*, Vol. 19, No. 2, pp. 87-98, Mar. 2016.

- [14] M. Yoon, "Development of Climate Change Education Program in High School Based on CLAMP Inquiry of Fossil Leaves" *Journal of Korean Society of Earth Science Education*, Vol. 12, No. 1, pp. 27-39, Apr. 2019. DOI: 10.15523/JKSESE.2019.12.1.27
- [15] S. Shim, J. Kim, and J. Kim, "Development of STEAM Learning Program Using Arduino to Improve Technological Problem-Solving Ability for Middle School Students," *THE KOREAN JOURNAL OF TECHNOLOGY EDUCATION*, Vol. 16, No. 1, pp. 77-100, Apr. 2016.
- [16] Y. Lim, and J. Kim, "Development of the DT-STEAM Program for Free Semester using the Storytelling at Middle School," *Asia-pacific Journal of Multimedia Services Convergent with Art, Humanites, and Sociology*, Vol. 8, No. 4, pp. 429-40, Apr. 2018. DOI: 10.21742/AJMAHS. 2018.04.32

Authors



Dong-Joong Kim received his bachelor's degree in mathematics education from Korea University, his master's degree in mathematics from the University of Georgia, and his doctoral degree in mathematics

education from Michigan State University. Dr. Kim is an associate professor in the Department of Mathematics Education at Korea University. His research areas include discourse analysis and the use of technologies to promote student engagement in learning mathematics. He seeks to engage his students in a search for relating mathematics learning and teaching to discourse.



Won Kim received the B. S. degrees in Home Economics education and Mathematics Education from Korea National University of Education in 2005 and the M. S. and Ph.D. degrees in Mathematics Education from

Korea University, Korea, in 2008 and 2019, respectively. Dr. Kim is currently a researcher at the KU Center for Curriculum and Instruction Studies, Korea University, and a lecturer in the Department of Mathematics Education at Dongguk University. She is interested in using technology in mathematics education.



Jae young Jung started working at Samsung Electronics in 2006 and is now a staff engineer. His area of interest is interactive art.



Sang-Ho Choi received his bachelor's degree in education from Chonbuk National University, his master's degree in mathematics education from Korea National University of Education, and his doctoral

degree in mathematics education from Korea University. Mr. Choi is currently a research professor in the Department of Mathematics education, Korea University. He is interested in mathematics discourse and technology.