

<https://doi.org/10.7236/JIIBC.2020.20.1.101>

JIIBC 2020-1-14

## Varying Stepsize를 이용한 QE-MMA 적응 등화 알고리즘의 성능 개선

### A Performance Improvement of QE-MMA Adaptive Equalization Algorithm based on Varying Stepsize

임승각\*

Seung-Gag Lim\*

**요약** 본 논문은 채널에서 발생하는 부호간 간섭을 줄일 수 있는 QE-MMA 적응 등화 알고리즘의 성능 개선을 위하여 varying stepsize를 적용한 VS-QE-MMA (Varying Stepsize-Quantized Error-MMA)에 관한 것이다. 송신 신호의 고차 통계치와 오차 신호의 부호만을 이용하는 SE-MMA에서 오차 신호의 크기를 power-of-two 연산을 적용하여 탭 계수 갱신시 필요한 승산과 감산을 천이와 감산만으로 대체하여 H/W 응용을 용이하도록 QE-MMA가 등장하였다. QE-MMA는 이와 같이 연산량의 단순화에 의한 적응 등화 성능이 열화되므로 이를 개선하기 위하여 제안 방식인 VS-QE-MMA에서는 적응을 위한 고정 stepsize를 오차 신호의 비선형 변환에 의한 varying stepsize를 적용하였다. 동일한 채널과 신호대 잡음비에서 제안 방식이 기존 QE-MMA보다 개선된 성능을 얻을 수 있음을 시뮬레이션으로 확인하였다. 시뮬레이션 결과 VS-QE-MMA가 QE-MMA보다 모든 성능 지수에서 우월하였으며, 신호대 잡음비가 10dB 이상일 때 varying stepsize의 효과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

**Abstract** This paper relates with the VS-QE-MMA (Varying Stepsize-Quantized Error-MMA) based on the varying stepsize for improving the equalization performance in the QE-MMA adaptive equalization algorithm that is possible to reducing the intersymbol interference occurred at channel. The SE-MMA use the high-order statistics of transmitted signal and sign of error signal. The QE-MMA was appeared for the H/W implementation easiness substitutes the multiplication and subtraction into the shift and subtraction in the updating the tap coefficient based on the power-of-two operation of error signal magnitude. The QE-MMA gives degradation of equalization performance due to the such simplification of arithmetic operation. For improving this problem, the propose algorithm, namely VS-QE-MMA, applies the varying stepsize of the nonlinear transformation of error signal. It was confirmed by simulation that the VS-QE-MMA gives better performance than current QE-MMA in the same channel and signal to noise ratio. As a result of simulation, the VS-QE-MMA has more better performance in the every performance index, and it was also confirmed that the varying stepsize effect can be obtained in the greater than 10dB of signal to noise ratio.

**Key Words** : QE-MMA, power-of-two arithmetic, residual isi, maximum distortion, MSE

\*정회원, 공주대학교 정보통신공학부 정보통신공학 전공  
접수일자: 2019년 11월 4일, 수정완료: 2020년 1월 5일  
게재확정일자: 2020년 2월 7일

Received: 4 November, 2019 / Revised: 5 January, 2020 /  
Accepted: 7 February, 2020

\*Corresponding Author: [sglim@kongju.ac.kr](mailto:sglim@kongju.ac.kr)

Dept. of Information and Communication, Kongju National University, Korea

## I. 서 론

디지털 부호의 전송에서 대역 제한 채널과 다중 경로를 통하여 수신되는 신호는 부호간 간섭의 영향이 발생된다. 부호간 간섭은 이전 부호가 다음 부호에 영향을 미쳐 수신측에서 부호를 복원할 때 심볼 오류 또는 비트 오류를 일으키는 주된 원인이 되며, 통신 시스템의 성능을 열화시킨다<sup>[1][3]</sup>. 이를 최소화하기 위해 부분 응답 부호화 (partial response coding)나 적응 등화기등을 들 수 있다. 전자의 경우 높은 송신 전력을 요구되어 전력 제한 환경에서는 부적합하며, 후자의 경우 채널의 환경과는 무관하므로 최근 시스템 설계자들에게 높은 관심사이기도 하다. 적응 등화기는 부호간 간섭의 영향을 최소화하기 위하여 채널의 전달 특성과 역특성을 갖는 디지털 필터 시스템이며<sup>[2]</sup>, 채널의 시변 특성에 대응기 위해 학습열의 도움으로 점진적으로 역특성에 수렴해가는 능력을 갖는다. 그러나 학습열의 주기적인 전송에 의한 전송 효율의 저하가 발생되므로 학습열 도움없이 채널의 시변 특성에 적용할 수 있는 블라인드 적응 등화 방식이 등장하였다. 블라인드 방식은 전송 효율을 개선할 수 있지만 학습열의 도움에 의한 기존 적응 방식보다 등화 능력이 열화되는 문제점을 갖는다. 현재 4-QAM, QPSK와 같은 constant modulus 신호에서 채널의 진폭과 위상을 동시에 보상하여 부호간 간섭을 최소화할 수 있는 블라인드 적응 등화 알고리즘으로는 MMA(Multi-Modulus Algorithm)가 있다. 대역 제한된 채널을 통하여 다량의 정보를 전송하기 위해서는 높은 스펙트럼 효율을 갖는 QAM 신호 방식이 선호되지만, 이는 nonconstant modulus 특성을 가지므로 MMA 알고리즘으로는 등화 성능의 열화와 연산량 증가라는 문제점을 갖는다. 특히 연산량 증가를 줄이기 위하여 적응을 위한 등화기 탭 계수 갱신시 오차 신호의 부호를 고려하는 SE-MMA, QE-MMA 등의 변형된 MMA 알고리즘이 등장하였다<sup>[4][5][6]</sup>. QE-MMA는 SE-MMA에서 오차 신호의 부호를 이용한 탭 계수 갱신시 H/W 응용을 용이토록 고정된 적응 stepsize와 power-of-two 연산을 적용하여 승산과 감산을 천이와 감산으로 대체하였다.

본 논문에서는 고정 stepsize의 QE-MMA 알고리즘에 오차 신호의 비선형 변환을 적용한 varying stepsize 방식의 VS-QE-MMA 알고리즘을 제안하며, 이의 개선된 적응 등화 특성을 시뮬레이션을 통해 확인하였다.

논문의 구성으로 2장에서는 적응 등화기를 사용하는 기저 대역 통신 시스템과 QE-MMA 알고리즘 및

varying stepsize에 대하여 설명한 후, 3 장에서는 시뮬레이션을 위한 신호 처리 과정과 적응 등화 성능 결과를 제시한 후, 4장에서는 결론을 내리겠다.

## II. 본 론

### 1. 기저 대역 시스템 모델

그림 1은 수신측에서 적응 등화기를 사용한 일반적인 통신 시스템의 기저 대역 모델을 나타낸 것으로 채널과 등화 필터 및 결정 장치와 등화 필터의 탭 계수를 계산, 갱신하는 적응 알고리즘의 기능 블록으로 구성되어 있으며, 다음과 같은 가정이 성립된다.

- (1) 송신 필터와 수신 필터는 이상적
- (2) 입력 신호  $s_k$ 는 평균 0인 2차원 정상도일 것
- (3) 미지의 SISO (Single In Single Output) 시스템 인채널  $h_k$ 의 영점은 단위원상에 존재
- (4) 등화기 필터  $f_k$ 는 탭 지연선 및 계수와의 승산기, 가산기로 구성되며 유한 차수이고, 부가 잡음  $n_k$ 는 평균 0, 유한 분산값을 갖는 백색 가우시안 분포

송신측에서 기저 대역 신호  $s_k$ 를 전송하면 대역 제한과 부호간 간섭을 발생시키는 응답이  $h_k$ 인 채널을 통하여 수신측에 전달되며 이때 가우시안 잡음  $n_k$ 이 부가된다. 수신측에서는 임펄스 응답이  $f_k$ 인 등화기에 인가되며, 이때 등화기의 전달 함수는 채널의 역전달 함수를 갖는다. 이 관계를 만족할 때 송신 신호  $s_k$ 가 받는 채널에 의해 발생된 부호간 간섭은 적응 등화기에 의해 최소화된 후 결정 장치를 통해 송신 신호의 추정치  $\hat{s}_k$ 를 얻게 된다. 이는 주파수 영역에서 관찰하면 송신 신호  $s_k$ 의 스펙트럼은  $S(f)$ , 채널  $h_k$ 의 전달 함수를  $H(f)$ , 등화 필터  $f_k$ 의 전달 함수를  $F(f)$ 이고 결정 장치의 출력  $\hat{s}_k$ 의 스펙트럼을  $S(\hat{f})$ 라고 하면 잡음의 영향을 무시하면

$$S(\hat{f}) = S(f) \cdot H(f) \cdot F(f) \quad (1)$$

가 된다. 여기서  $F(f) = 1/H(f)$ 의 관계가 성립되면 이론적으로  $S(\hat{f}) = S(f)$ 가 성립되어 수신측에서 신호 복원이 가능케 된다.

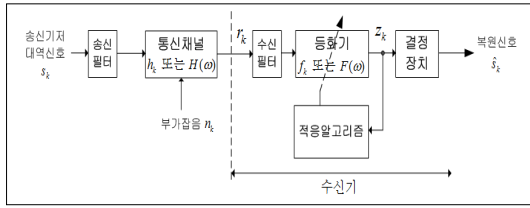


그림 1. 통신 시스템 모델  
 Fig. 1. Communication system model

## 2. QE-MMA

기존 MMA에서 적응 등화기 탭 계수 갱신을 위한 오차 신호와 계수 갱신식은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \overline{e_{kMMA}} &= z_{kr} (|z_{kr}|^2 - R_{MMA}^2) + j z_{ki} (|z_{ki}|^2 - R_{MMA}^2) \quad (2) \\ f_{k+1} &= f_k - \mu \overline{e_{kMMA}} r_k^* \end{aligned}$$

SE-MMA는 식(2)의 MMA 오차 함수에서 이들의 부호만을 이용하여 등화 필터 계수의 갱신에 사용되기 때문에 붙여진 이름이며, 오차 함수와 탭 계수 갱신식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{e_{kSE-MMA}} &= \text{sgn}[z_{kr} (|z_{kr}|^2 - R_{MMA}^2)] + j \text{sgn}[z_{ki} (|z_{ki}|^2 - R_{MMA}^2)] \\ f_{k+1} &= f_k - \mu \overline{e_{kSE-MMA}} r_k^* \quad (3) \end{aligned}$$

SE-MMA 알고리즘에서 오차 신호  $\overline{e_{kSE-MMA}}$ 는 MMA 알고리즘의 오차 신호  $\overline{e_{kMMA}}$ 의 부호 또는 극성만을 취하여 얻어짐을 식(2)와 (3)에서 다루었다. 적응 등화와 같은 분야에서 입력 신호에 correlation multiplier를 곱한 후 이를 유한 비트로 양자화하면 적응 알고리즘을 H/W로 응용할 때 복잡도를 줄일 수 있다. QE-MMA 알고리즘은 이와 같은 사실에 기초하여 power-of-two 양자화 개념 (FBQ : Finite Bit Quantization)을 적용하며, 탭 계수 갱신은 shift와 가산 연산만으로 수행될 수 있다. QE-MMA 알고리즘에서 탭 계수 갱신은 다음과 같다.

$$f_{k+1} = f_k - \mu Q[\overline{e_{kSE-MMA}}] r_k^* \quad (4)$$

$Q[x]$ 는 비선형 power-of-two quantizing 연산자이며 다음과 같이 정의된다.

$$Q(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x), & |x| \geq 1 \\ 2^{-\log_2|x|-1} \text{sgn}(x), & 2^{-B+2} \leq |x| < 1 \\ 2^{-B+1} \text{sgn}(x), & |x| < 2^{-B+2} \end{cases} \quad (5)$$

식(5)에서  $B$ 는 양자화 비트수를 나타내며, 기호  $\vdash \cdot \dashv$ 는  $\cdot$ 보다 적은 큰 정수를 나타낸다. 양자화는 입력을 "1"을 갖는 곳에  $B$ 비트로 대체하게 되며, 이는 입력 공분산 행렬  $E[r_k r_k^T]$ 이 diagonal일 때 성립한다. 그림 2는  $B=8$ 일 때 power-of-two quantizer의 입출력 특성을 나타낸 것으로 오차 성분이 적을수록 양

자화 스텝폭이 좁으며, 커질수록 스텝이 커져서 +1과 -1 사이에 복수개의 양자화 레벨에 의한 correlation multiplier를 곱하게 된다. 양과 음의 오차 성분에 대해 각각  $-B+2=6$ 개의 레벨이 비선형 크기로 발생됨을 알 수 있으며, 실제  $B$ 의 값이 적을수록 H/W에 응용시에는 유리하지만 등화 성능이 열화되므로 적당한  $B$ 의 선정이 중요하다. 이론적으로 이를 설정하기 위한 기준은 다음과 같다.

$$B \leq \log_2 \left( \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_n} \right) \quad (6)$$

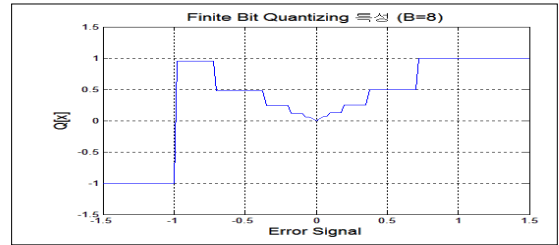


그림 2. 양자화기의 입출력 특성  
 Fig. 2. Input/Output characteristics of quantizer

그림 3은 QE-MMA의 내부 구조를 나타낸 것으로 그림 1의 적응 알고리즘부를 상세화시킨 것이다. 오차 신호의 극성을 얻는  $\text{sgn}(\cdot)$ 와 FBQ의 양자화 레벨과의 승산에 의해 얻어지는 correlation multiplier가 탭 계수 갱신을 위한 입력으로 사용되고 있으며, 그림 4는 QE-MMA의 오차 함수를 나타낸 것이다.

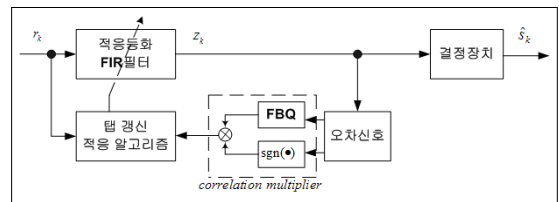


그림 3. QE-MMA의 내부 구조  
 Fig. 3. Internal structure of QE-MMA

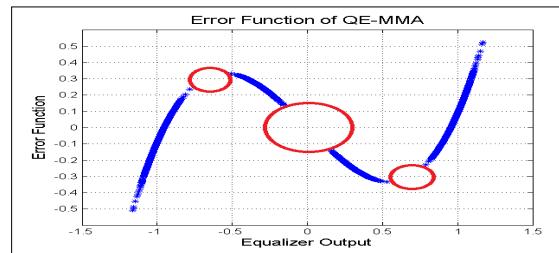


그림 4. QE-MMA의 오차 함수  
 Fig. 4. Error function of QE-MMA

### 3. Varying Stepsize 개념

적응 등화 알고리즘에서 오차 신호를 직접 이용한 step size를 제어하면 다음과 같은 문제점이 있다. 일반적으로 수렴전에 수렴 속도를 개선시키기 위하여 stepsize의 값을 크게 한다. 이렇게 하면 초기에 큰 오차 일수록 수렴 속도가 빨라지지만, 수렴이 진행되면서 오차가 급격히 감소되어도 stepsize의 크기는 이에 비례하여 급격히 감소되지 않으므로 수렴 후에는 새로운 문제가 될 수 있으며, 오차 신호는 interference에 매우 민감하다. 적응 알고리즘이 수렴후에 만약 강한 interference가 존재하다면 인위적으로 오차 신호는 커지므로 이를 막기 위하여 오차 신호는 적절한 변환 과정을 거쳐 비선형 함수를 이용한 stepsize 제어에 사용하므로써 알고리즘의 SER 성능 열화를 방지할 수 있다. VSS\_QE-MMA 알고리즘에서 식(4)의 고정 stepsize  $\mu$ 는 다음과 같이 비선형 함수인 지수 함수를 이용하여 변환한다.

$$\mu_k = \beta[1 - \exp(-\alpha|e_k|)] \quad (7)$$

여기서  $\beta$ 는 proportionality factor이고  $\alpha$ 는 수렴 속도를 제어하는 상수이다.

### III. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과

QE-MMA 적응 등화 알고리즘에서 고정된 stepsize를 varying stepsize를 적용한 VS-QE-MMA 알고리즘의 개선된 적응 등화 성능을 확인하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였고, 이를 위한 시뮬레이션 파라미터로는 동일한 채널에서 신호대 잡음비를 30dB, 적응 스텝 크기로서 QE-MMA에서  $\mu = 0.03$ , VS-QE-MMA에서는  $\beta = 0.03$ , 가중치  $\alpha = 10.5$ , 양자화 비트수  $B = 8$ 과 동일한 통신 채널 계수  $h_k$ 를 적용하였으며, 이를 그림 5에 실수부와 허수부로 분리하여 나타내었다.

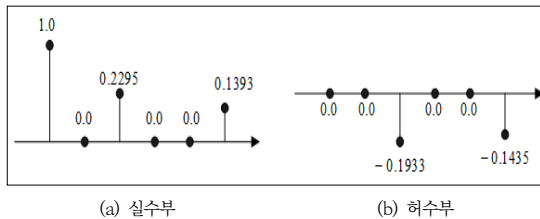


그림 5. 채널 계수  
Fig. 5. Channel coefficient

그림 6은 시뮬레이션을 위한 전체 신호 처리도를 나타낸 것으로 송신측에서는 20000개의 16-QAM 신호를 발생시킨 후, 그림 5의 채널을 통과시키고 원하는 신호대 잡음비를 갖도록 잡음을 부가시켜 수신 신호  $r_k$ 를 얻었다. 이를 QE-MMA와 VS-QE-MMA 알고리즘을 적용하여 등화기 출력 정상도, 잔류 isi, MD, MSE 및 SER 성능을 비교하였으며, 알고리즘에서 발생하는 지연 시간은 무시하였다.

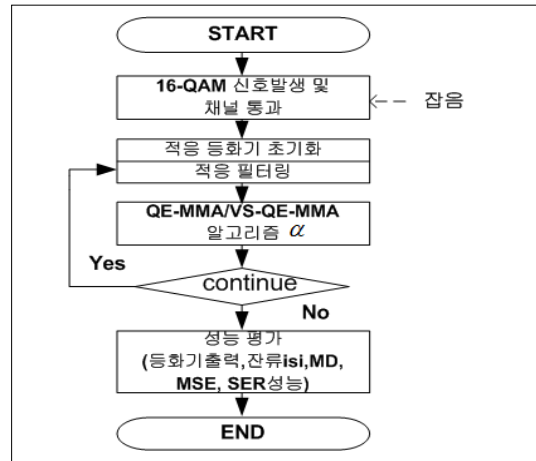


그림 6. 신호 처리도  
Fig. 6. Flowdiagram of signal processing

첫 번째 성능을 나타내기 위하여 이들 알고리즘을 적용할 때 등화기 출력 신호 정상도를 그림 7에 나타내었다. 출력 정상도에서는 신호점 폭이 좁고 신호점간 간격이 클수록 등화 성능이 우월하게 된다. 그림에서 알 수 있듯이 VS-QE-MMA의 신호점 폭이 QE-MMA보다 좁으며, 신호점간 거리도 멀어짐을 알 수 있어서 등화 성능이 개선됨을 알 수 있다.

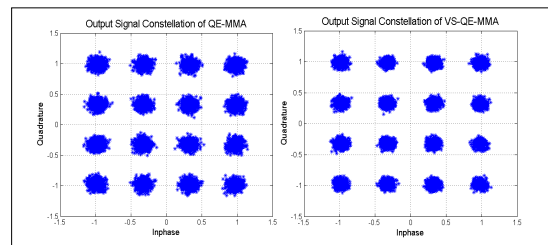


그림 7. 등화기 출력 신호  
Fig. 7. Output signal of equalizer

적응 등화기의 수렴 성능을 비교하기 위한 내부 성능 지수로 잔류 isi, 최대 찌그러짐 및 MSE 곡선을 적용하였다. 그림 8은 잔류 isi 성능을 나타낸 것으로 정상 상태에 도달하기 위한 수렴 시간과 그 이후의 잔여량을 알 수 있다. 잔류 isi의 경우 -20dB의 정상 상태에 도달하는데 수렴 속도에서는 이들 알고리즘들이 유사함을 알 수 있으며, 정상 상태 이후의 잔여량에서는 VS-QE-MMA가 QE-MMA보다 약 2dB 이상 개선됨을 알 수 있다. 그림 9는 최대 찌그러짐 성능을 나타낸 것이다. 여기서도 잔류 isi와 유사하게 수렴 속도는 이들 알고리즘이 유사하지만, -10dB의 정상 상태 이후에는 잔여량이 VS-QE-MMA가 QE-MMA보다 약 2dB 이상 개선됨을 알 수 있다.

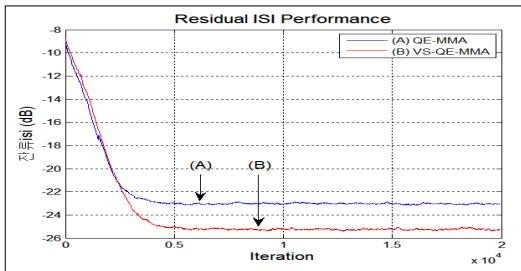


그림 8. 잔류 isi 성능  
 Fig. 8. Residual isi performance

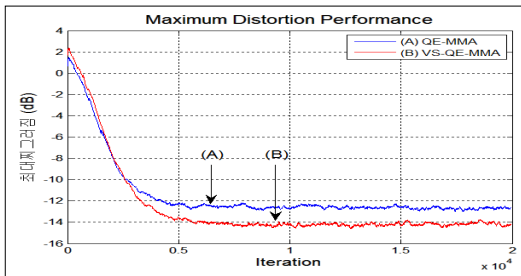


그림 9. 최대 찌그러짐 성능  
 Fig. 9. Maximum distortion performance

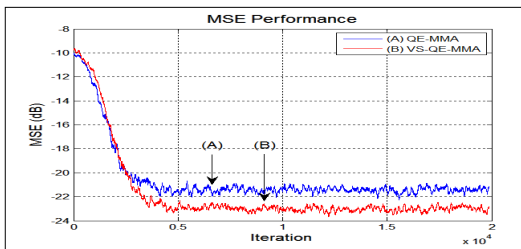


그림 10. MSE 성능  
 Fig. 10. MSE performance

그림 10은 등화기 출력과 결정 장치의 출력간의 진폭 차이의 자승치를 나타내는 MSE 성능을 나타낸 것으로 결정 장치에서 발생하는 timing jitter 양을 의미한다. MSE 성능에서도 수렴 시간에서는 이들이 유사하지만, -20dB의 정상 상태 이후부터 jitter 양이 VS-QE-MMA가 QE-MMA보다 약 2dB 정도가 개선됨을 알 수 있다.

마지막 성능 지수로는 QE-MMA와 VS-QE-MMA 적응 등화 알고리즘의 외부 부가 잡음에 대한 강인성을 확인하기 위하여 신호대 잡음비에 따른 심볼 오류율 (SER) 성능을 비교하였으며 그림 11에 나타내었다. 이를 위하여 채널에서 부가되는 신호대 잡음비를 0 ~ 30dB 까지 5dB 단위로 변화시키면서 20,000개의 심볼을 6회 montecarlo simulation하였다. 시뮬레이션 결과 신호대 잡음비가 낮은 0 ~ 10dB 범위에서는 이들이 거의 유사한 성능을 보이며, 그 이상에서는 VS-QE-MMA가 QE-MMA보다 SER 성능이 우월해짐을 알 수 있다. 따라서 varying stepsize에 의한 SER 성능의 개선을 얻기 위해서는 적어도 신호대 잡음비가 10dB 이상이 요구되어지며 높은 등화 이득을 얻을 수 있다.

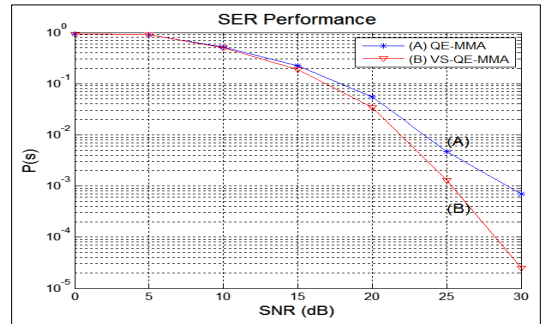


그림 11. SER 성능  
 Fig. 11. SER performance

#### IV. 결론

본 논문에서는 채널에서 발생하는 부호간 간섭을 최소화시켜 통신 시스템의 throughput을 향상시킬 수 있는 적응 등화 알고리즘인 QE-MMA와 varying stepsize 방식의 VS-QE-MMA 성능을 비교하였다. QE-MMA는 SE-MMA 알고리즘에서 적응 알고리즘을 H/W 응용의 편리를 위하여 power-of-two 양자화기와 고정 stepsize를 갖는 구조이지만, VS-QE-MMA는 QE-MMA에 오차 신호의 비선형 지수 함수를 적용한 varying stepsize를 갖도록 하였다. 이들의 적응 등화 능력을 비교하기 위하여

내부 지수인 잔류  $isi$ , 최대 찌그러짐, MSE를 사용하였으며, 외부 지수로서 등화기 출력 신호 성장도와 SER을 사용하였다. 모든 내부 성능 지수에서 VS-QE-MMA가 대략 2dB 정도 QE-MMA보다 개선됨을 확인하였으며, 외부 성능 지수에서도 개선된 성능을 얻을 수 있었다. 이들 알고리즘들은 적응 등화를 위해 사용 가능하지만

varying stepsize 방식의 개선된 등화 성능을 얻기 위해서는 통신 채널에서의 얻어지는 신호대 잡음비가 최소한 10dB이상이 요구됨을 알 수 있었다. 이와 같은 연구 결과를 더욱 확장시키기 위하여 신호대 잡음비가 낮은 환경에서도 SER 성능을 개선할 수 있는 새로운 알고리즘에 대한 연구가 필요할 것으로 기대되어진다.

## 저 자 소 개

### 임 승 각(정회원)



- 1983년 숭실대학교 전자공학과 학사 졸업.
- 1985년 경희대학교 전자공학과 석사 졸업.
- 1997년 경희대학교 전자공학과 박사 졸업
- 2005년 현재 공주대학교 정보통신공

학부 교수.

- 주관심분야 : 방송/통신 시스템, 이동통신

## References

- [1] J. Yang, J. J. Weren, G. A. Dumont, "The Multi-modulus Blind Equalization Algorithm", 13th Int. Conf. D.S.P. Processing, pp. 127~130, 1997.  
doi : 10.1109/ICDSP.1997.627988
- [2] Eweda E., "Convergence Analysis and Design of an Adaptive Filter with Finite-Bit Power-of-Two Quantized Error", IEEE Trans. on Circuit and Systems", Vol.39, No.2, pp.113~115, Feb. 1992.  
doi : 10.1109/82.205825
- [3] K. Banovic, R. Lee, E.A.Raheem, M.A.S.Khalid, "Computationally-Efficient Method for Blind Adaptive Equalization", 48<sup>th</sup> Middlewest Symp. on Circuits and Systems, Vol.1, pp.341~344, 2005.  
doi : 10.1109/MWSCAS.2005.1594108
- [4] D.Brown, P.Schniter, J.C.R.Johnson, "Computationally Efficient Blind Equalization", Proc. Allerton Conf. on Communications, Control and Computing, Monticello, IL, pp.54~63, Oct. 1997.
- [5] Z.Liyi, C.Lei, S.Yunshan, "Variable Step-size CMA Blind Equalizaion based on Non-linear Function of Error Signal", 2009 Int. conf. on Communications and Mobile Computing, pp.396~399, 2009
- [6] M.A.Demir, A.Ozen, "A Novel Variable Step Size Adjustment Method Based on Autocorrelation of Error Signal for the Constant Modulus Blind Equalization Algorithm", Radioengineering, Vol.21, No.1, pp.37~45, April 2012.
- [7] S. G. Lim, "Performance Improvement of MMA Adaptive Equalization Algorithm by using the Constellation Reduction in QAM Signal", Jour. on I.I.B.C., Vol.14, No.5, pp.103~109, Sep. 2014.
- [8] S. G. Lim, "The Performance Comparison of CR-CMA and CM-CMA Adaptive Equalization in 16-QAM Signal", Jour. on I.W.I.T., Vol. 11, No. 3, pp.115~120, June 2011.