

헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어 개발

김건우*, 이재욱*^{#,}, 장진석*, 최창영*, 홍종해**, 이강재**

*한국생산기술연구원 대경본부, **유림공업(주)

Development of Marine Turning Gear Based on Helical Planetary Reducer

Kun-Woo Kim*, Jae-Wook Lee*^{#,}, Jin-Seok Jang*, Chang-Young Choi*,
Jong-Hae Hong**, Kang-Jae Lee**

*Korea Institute of Industrial Technology, Dae-Gyeong Division, **Yurim Industrial Co. Ltd.

(Received 23 June 2020; received in revised form 23 July 2020; accepted 25 July 2020)

ABSTRACT

A marine turning gear is the main auxiliary machine that enables the disassembly of and maintenance on the main engines. In this study, a marine turning gear based on a helical planetary reducer was developed through analysis of a marine turning gear based on a spur planetary reducer. Nonlinear numerical analysis was performed to determine the ideal contact ratio between the sun gear and the idle gear. Based on this, the surface durability, tooth bending strength, and contact ratio were calculated. In addition, the helix direction was selected to utilize the existing bearings. Gears were manufactured based on the helical gear design values, and the turning gear was evaluated using the FTA standards of MAN Co. Ltd. As a result, a lifetime of 3,000 to 5,000 hours was verified, the maximum torque measured was 105kNm, and the efficiency was measured to be 87.4%.

Key Words : Marine Turning Gear(선박용 터닝기어), Helical Planetary Reducer(헬리컬 유성감속기), KISSsoft(키스소프트), KISSsys(키스시스), Reliability Evaluation(신뢰성 평가)

1. 서 론

Fig. 1에 제시된 선박용 터닝기어(marine turning gear)^[1,2]는 전기모터(electric motor)를 통해 3단의 유성감속기(planetary reducer)가 구동되고, 최종적으로 기어휠(gear wheel)이 선박엔진의 플라이휠을 저속으로 회전시켜 피스톤-크랭크 기구(piston-crank mechanism)의 위치를 조절한다. 이를 통해 주 엔진

의 분해 및 유지보수가 가능하도록 하는 주요 보조 기계이다. 또한 선박엔진의 시동 전 윤활 및 도시마력을 낮춰주는 역할을 한다. 따라서 엔진 수명 이상의 내구성이 보증되어야 하며, 엔진의 노후화가 진행됨에 따라 사용시간이 증가하므로 신뢰성이 확보되어야 한다. 유림공업(주)는 선박용 터닝기어를 주요 생산품으로 하고 있으며, 국내 H사, S사 그리고 해외 M사등에 해당 제품을 판매하고 있다. 연구개발, 기술 체계화 및 고도화를 통하여 독자적 기술력을 확보함으로써 고객사에 우수 제품을 납품하고, 터닝기어 시장을 선도하며, 국내를

Corresponding Author : jaewk@kitech.re.kr

Tel: +82-53-580-0186, Fax: +82-53-580-0120

Copyright © The Korean Society of Manufacturing Process Engineers. This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 3.0 License (CC BY-NC 3.0 <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

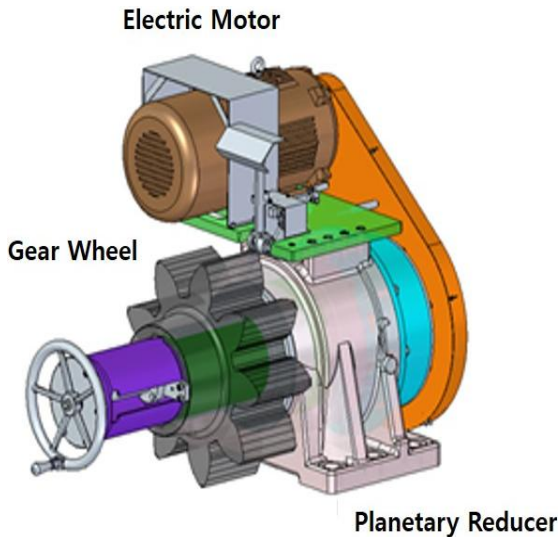


Fig. 1 Layout of turning gear

넘어 해외시장에서의 점유율을 높이는 것을 목표로 한다. 위 목표를 달성하기 위해 기존 스퍼 유성감속기 기반 선박용 터닝기어보다 물림률(contact ratio), 면압강도(surface durability)와 굽힘강도(root bending strength)가 향상된 헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어를 개발하고자 하였다.

비틀림 각(helix angle)이 0이 아닌 헬리컬기어(helical gear)는 잇수(number of teeth), 모듈(module), 압력각(pressure angle), 전위계수(profile shift coefficient)가 결정되면 주요 기하학적 설계치가 결정된다. 따라서 헬리컬 기어 설계는 기본적으로 위의 값들을 통해 물림률, 미끄럼률(sliding ratio), 면압강도, 굽힘강도등을 계산하는 것이라 할 수 있다. 헬리컬 기어의 경우 기하학적 요인에 의해 결정되는 물림률은 일반적으로 2~3 사이의 값을 지니며, 이는 소음, 진동, 강도 측면에서 스퍼 기어에 비해 유리하다고 알려져 있다^[3].

본 논문의 2장에서는 기존 스퍼 유성감속기 기반 선박용 터닝기어를 분석한다. 3장에서는 헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어로 변경하는 과정에 대해 설명한다. 4장에서는 제작된 헬리컬 기어류를 제시하며, 5장에서는 헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어의 신뢰성 평가에 대해 설명한다. 6장에서는 본 논문의 결론을 제시하도록 한다.

2. 스퍼 유성감속기 기반 선박용 터닝기어

Table 1 Specification of turning gear based on spur planetary reducer

	Number of teeth		
	Sun	Idle	Ring
1st stage	19	62	143
2nd stage	19	37	93
3rd stage	16	26	68
	Module		
	Sun	Idle	Ring
1st stage	2.5		
2nd stage	4.0		
3rd stage	6.0		

2.1 설계 분석

본 연구의 선박용 터닝기어는 1, 2, 3단으로 구성되어 있으며, 각 단의 모듈 및 잇수는 Table 1에 제시되어 있다. 7.5kW의 모터가 장착되며, 스프라켓을 포함한 전체 감속비는 1/1196.2이고, 출력 각속도는 0.96rpm이다. Table 1의 잇수를 식 (1)에 의해 분석하면 1, 2, 3단에서 아이들기어(idle gear)가 선기어(sun gear)와 링기어(ring gear) 사이에서 일정한 간격으로 배치될 수 있는 등간격 배치조건(equal distance condition)을 만족한다^[3].

$$\frac{z_S + z_R}{N_I} = integer \quad (1)$$

여기서 z_S 와 z_R 은 선기어와 링기어의 잇수를 의미하며, N_I 는 아이들기어의 개수를 의미한다. 또한 식 (2)의 계산에 의해 아이들기어 간 겹치지 않을 조건인 중첩 방지 조건(overlap prevention condition) 문제가 없음을 확인할 수 있다^[3].

$$\frac{z_I + 2}{z_I + z_S N_I} < \sin \frac{\pi}{N_I} \quad (2)$$

Table 2 Sequential mesh condition for turning gear based on spur planetary reducer

Sequential mesh condition			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	O		O
2 nd stage	O		O
3 rd stage	X		X

$$\frac{z_S}{N_I} \neq integer, \frac{z_R}{N_I} \neq integer \quad (3)$$

여기서 z_I 는 아이들기어의 잇수를 의미한다. 하지만 식 (3)에 의한 순차적 맞물림 조건(sequential mesh condition)이 3단 감속부에서 위배됨을 Table 2를 통해 확인할 수 있다^[3]. 이는 비틀림 진동에 의한 소음 및 진동에 취약하게 됨을 의미한다. 또한 3단 선기어의 경우 이론상 언더컷(undercut)이 발생하는 잇수에 해당하므로 이에 대한 조정이 필요하다.

2.2 면압강도 및 굽힘강도

Table 1의 제원 및 각 감속부에서의 하중 조건을 바탕으로 면압강도 및 굽힘강도를 계산하였다. 계산은 상용소프트웨어인 키스소프트(KISSsoft)^[4]를 활용하여 수행하였으며, 그 결과가 Table 3에 제시되어 있다. 키스소프트에는 강도계산을 위한 ISO(International Organization for Standardization), DIN(German Institute for Standardization), AGMA

Table 3 Safety factor for turning gear based on spur planetary reducer

Surface durability			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	1.03	1.17	1.30
2 nd stage	0.86	0.95	0.99
3 rd stage	0.52	0.64	0.95
Tooth bending strength			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	4.15	1.97	1.41
2 nd stage	2.63	1.68	1.29
3 rd stage	1.23	0.98	1.54

Table 4 Contact ratio of turning gear based on spur planetary reducer

Contact ratio			
	Sun	Idle	Ring
1st stage	1.66		1.94
2nd stage	1.62		1.94
3rd stage	1.56		1.95

$$S_{Hmin} = \frac{\sigma_{Hlim}}{\sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}}} f(K_H, Z) \quad (4)$$

$$S_{Fmin} = \frac{\sigma_{Flim}}{\frac{F_t}{bm_n}} f(K_F, Y) \quad (5)$$

(American Gear Manufactures Association) 규격등이 포함되어 있으며, 본 연구에서는 ISO규격을 활용하였으며, 식 (4)는 면압강도^[5], 식 (5)는 굽힘강도^[6] 계산식을 의미한다.

여기서 S_{Hmin} 와 S_{Fmin} 는 면압강도와 굽힘강도에 대한 안전율을 나타내며, σ_{Hlim} 와 σ_{Flim} 는 면압 및 굽힘에 대한 재료의 피로강도를 의미한다. F_t 는 공칭 접선 하중, d_1 은 작은 기어의 피치원 지름, b 는 치폭, u 는 감속비, m_n 은 치각각 모듈을 의미한다. 또한 면압강도와 굽힘강도의 안전율은 K_H , K_F , Y , Z 계수들에 의해 결정된다.

Table 3에서 보는 바와 같이 2단 및 3단에서의 면압강도가 1이하로 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이는 작용 하중의 영향이 지배적이며, 설계 변경을 통한 안전율 향상이 필요하다.

2.3 물림률

스퍼 유성감속기의 물림률이 Table 4에 제시되어 있다. Table 4에서 보는 바와 같이 스퍼 유성감속기의 물림률은 1~2사이의 값을 가지며, 언더컷이 발생하는 3단 감속부의 선기어의 경우 물림률이 다소 낮음을 확인할 수 있다.

3. 헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어

3.1 설계 변경

헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어에서 선기어와 아이들기어 간의 물림률을 정수로 고려하기 위해 비선형 수치해석을 수행한다. 헬리컬 기어의 정면 물림률 ϵ_t 는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_t = \frac{\left(\sqrt{D_{a1}^2 - D_{b1}^2} + \sqrt{D_{a2}^2 - D_{b2}^2} \right)}{2\pi m_t \cos \alpha_t} \sin \alpha_{bt} \quad (6)$$

여기서 D_1 과 D_2 는 기어1과 기어2의 피치원 직경, D_{a1} 과 D_{a2} 는 기어1과 기어2의 이끝원 직경, D_{b1} 과 D_{b2} 는 기어1과 기어2의 기초원 직경, m_t 는 축직각 모듈, α_{bt} 는 축직각 물림 압력각, α_t 는 축직각 압력각을 의미한다.

다음으로 헬리컬 기어의 중첩 물림률 ϵ_β 은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_\beta = \frac{btan\beta}{\pi m_t} \quad (7)$$

여기서 β 는 비틀림 각을 의미한다. 따라서 전체 물림률 ϵ 은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon = \epsilon_t + \epsilon_\beta \quad (8)$$

식 (8)을 식 (9)와 같이 정리한 후 MATLAB의 비선형 수치해법 함수 ‘fzero’를 활용하면 비틀림 각을 구할 수 있으며, 해당 코드는 APPENDIX에 제시하였다.

$$\epsilon_t + \epsilon_\beta - \epsilon = 0 \quad (9)$$

본 연구에서는 백래쉬와 치형수정을 고려하지 않은 경우에 대해 전체 물림률이 정수 2가 되도록 비틀림 각을 결정하였으며, 변경된 설계치를 Table

Table 5 Specification of turning gear based on helical planetary reducer

Number of teeth			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	17	64	145
2 nd stage	19	37	93
3 rd stage	19	23	65
Module			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	2.5		
2 nd stage	4.0		
3 rd stage	6.0		
Helix angle			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	6.8342		
2 nd stage	6.8750		
3 rd stage	5.3044		
Profile shift coefficient			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	0.3818	-0.3818	0.3818
2 nd stage	0.2451	-0.2451	0.2451
3 rd stage	0.0187	-0.0187	0.0187

Table 6 Sequential mesh condition for turning gear based on helical planetary reducer

Sequential mesh condition			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	0		0
2 nd stage	0		0
3 rd stage	0		0

5에 나타내었다. 백래쉬와 치형수정에 의한 가공성을 고려한다면 전체 물림률을 정수보다 조금 더 크게 선정해야 되며 이는 실험적 방법 혹은 경험에 의해 결정되어야 한다. Table 5를 보면 1단과 3단 감속부의 잇수가 변경되었다. 이윤상 언더컷이 발생하지 않도록 1단 선기어의 잇수는 2개 줄였으며, 3단 선기어의 잇수를 3개 증가시켰다. 따라서 감속비는 1/1125.8로 감소하였고, 출력각속도는 1.02rpm으로 증가하였으나, 이는 고객사의 요구에 부합하는 수치이다. 또한 잇수 변경을 통해 Table 6에서 보는바와 같이 모든 감속부에서 순차적 맞물림 조건을 만족하는 것을 확인할 수 있다.

3.2 면압강도 및 굽힘강도

Table 7 Safety factor for turning gear based on helical planetary reducer

Surface durability			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	0.99	1.04	1.27
2 nd stage	0.86	0.91	1.03
3 rd stage	0.66	0.75	0.94
Tooth bending strength			
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	3.78	1.64	1.17
2 nd stage	2.49	1.52	1.19
3 rd stage	1.57	1.15	1.63

헬리컬 기어로의 변경 및 전위계수를 통하여 3단 감속부 선기어의 면압강도 및 굽힘강도에 대한 안전율을 증가시켰다. 설계 변경된 조건을 바탕으로 면압강도 및 굽힘강도에 대한 안전율을 Table 7에 나타내었다. 1단 감속부의 선기어 잇수가 감소함에 따라서 감속비가 커지고 토크가 증가함에 따라 면압강도에 대한 안전율은 0.04, 굽힘강도에 대한 안전율은 0.37 감소한 것을 확인할 수 있다. 2단 감속부의 선기어를 보면 면압강도에 대한 안전율은 동일하나 굽힘강도에 대한 안전율은 0.14 감소한 것을 확인할 수 있다. 3단 감속부 선기어의 면압강도에 대한 안전율은 0.14, 굽힘강도에 대한 안전율은 0.34 증가한 것을 확인할 수 있다. 3단 감속부에서 가장 큰 토크가 발생함에 따라 파손이 가장 먼저 발생하게 된다. 따라서 3단 감속부를 헬리컬 유성감속기로 변경하는 것이 가장 효율적임을 예측할 수 있다.

3.3 물림틀

헬리컬 유성감속기의 물림틀이 Table 8에 제시되어 있다. 3.1절에서 제시한 바와 같이 물림틀이 정

Table 8 Contact ratio of turning gear based on helical planetary reducer

Contact ratio			
	Sun	Idle	Ring
1st stage	2.00		2.49
2 nd stage	2.00		2.46
3 rd stage	2.00		2.39

수 2가 되도록 비틀림 각을 선정하였으므로 선기어와 아이들기어의 물림틀은 2로 고정된다. 유성감속기의 선기어, 아이들기어, 링기어의 비틀림 각은 동일해야 하며, 식 (8)에 의해 아이들기어와 링기어의 물림틀은 2보다 큰 값으로 나타난다.

3.4 비틀림 방향 선정

헬리컬 유성감속기로 변경하면 비틀림 각에 의해 반경방향 뿐만 아니라 축방향 하중이 발생하게 된다. 비틀림 방향을 동일하게 할 경우 축방향 하중이 증폭됨에 시계방향 및 반시계방향의 회전에 대응하여 베어링 및 축 구조가 변경되어야 하는 경우가 있다. 예를 들어 Fig. 2에서 보는 바와 같이 헬리컬 유성감속기를 장착할 경우 축방향의 하중을 견디기 위해 볼 베어링에서 테이퍼 롤러 베어링의 장착이 필요할 수도 있다. 테이퍼 롤러 베어링을 장착할 경우 테이퍼 롤러 베어링의 내경에 맞는 축 직경을 선정해야 되는데, 테이퍼 롤러 베어링을 장착하기 위한 축 직경 ②가 기존 축 직경 ①보다 클 경우 분리형으로 제작해야 되며, 스플라인 체결이 필요할 수도 있다.

본 연구에서는 Fig. 3과 같이 1, 2단 감속부의 링기어 비틀림 방향은 우측, 3단 감속부의 링기어 비틀림 방향은 좌측으로 결정함으로써 기존 베어링을 그대로 활용할 수 있는 방안을 강구하였다. 키스시스(KISSsys)를 활용하면 Fig. 3의 모델링이 가능하며, 해당 모델은 키스소프트와 연동되어 축

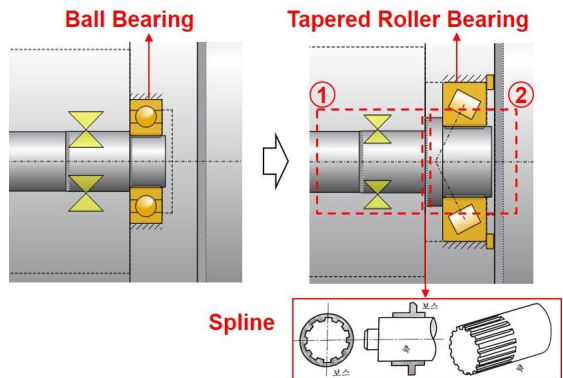


Fig. 2 Example of spline connection for two-different shafts

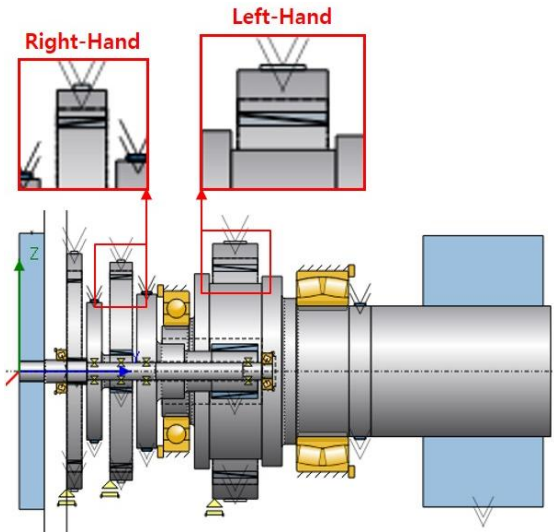


Fig. 3 Modeling of turning gear based on helical planetary reducer using KISSys

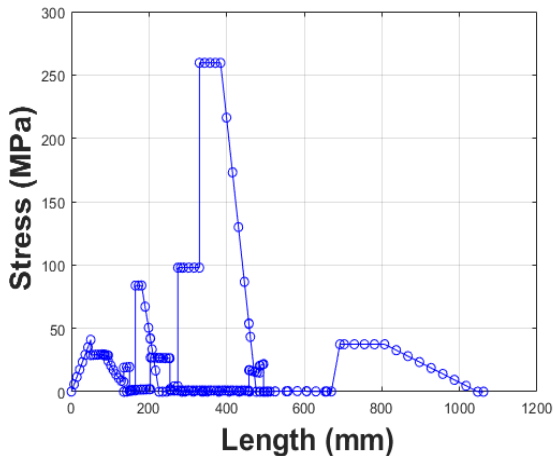


Fig. 4 Von-Mises stress for the shaft of turning gear based on helical planetary reducer

하중, 반경 하중, 모멘트, 토크, 응력분포 등의 계산이 가능하다. 또한 본 연구에서는 베어링에 관한 분석은 생략하였으나, 베어링의 정하중 및 수명등에 대한 계산 역시 가능하다. Fig. 4에는 Fig. 3에 제시된 S45C로 제작되는 축의 응력 분포가 제시되어 있으며, 최대응력이 약 259.5MPa로 재료의 항복응력을 넘지 않는 것을 확인할 수 있다.

4. 기어류 제작

Table 9 Contact ratio of turning gear based on spur planetary reducer

	Machining method		
	Sun	Idle	Ring
1 st stage	Hobbing	Hobbing	Shaping
2 nd stage	Shaping	Hobbing	Shaping
3 rd stage	Shaping	Hobbing	Shaping



(a) Helical guide

(b) Machining



(c) Sun gear

(d) Ring gear

Fig. 5 Helical guide, manufacturing, sun gear and ring gear

Table 5에 제시된 기어류들의 제작법을 Table 9에 나타내었다. 축에 치형이 창성되는 1단 감속부의 선기어 및 1, 2, 3단 감속부의 아이들 기어는 호빙(hobbing)을 통해 제작하였다. 또한 캐리어와 일체형인 2, 3단 감속부의 선기어 및 1, 2, 3단 감속부의 링기어는 셰이핑(shaping)을 통해 제작하였다. 셰이핑에는 헬리컬 가이드가 필요하며, 헬리컬 기어의 비틀림 각과 모듈, 피니언 커터의 잇수를 고려하여 헬리컬 가이드를 선정하였다. Fig. 5는 헬리컬 기어 제작에 필요한 헬리컬 가이드, 셰이핑 가공 장면, 가공 후의 선기어 및 링기어를 나타낸다.

5. 신뢰성 평가

Table 10 FTA specification of MAN Co, Ltd.

	Test	Method
1	Nominal load	1 set (2hr. / cw / ccw / 1 min.) 1 set (4hr. / cw / ccw / 1 hr.)
2	Full load	1 set (1hr. / cw / ccw / 5 min.)
3	Output shaft blocked	10 start-up
4	Maximum torque	10 times
5	Chain slack	Less than twice the starting slack
6	Engaged / Disengaged	10 times with starting air system



Fig. 6 Reliability evaluation tester of Yurim Industrial Co. Ltd.

공학적 설계를 기반으로 제작된 헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어에 대한 신뢰성 평가를 수행하였다. 신뢰성 평가 시험은 독일 MAN社 FTA 기준에 의해 실시하였으며, 그 시험방법은 Table 10에 나타내었다. Fig. 6의 신뢰성 평가 시험기는 유림공업(주)에서 보유하고 있으며, 선박용 터닝기어와 연결되는 증속기를 통해 최대토크 250kNm의 시험이 가능하다. 공압 브레이크 장치를 통하여 출력축의 토크를 생성할 수 있으며, 입력축과 출력축의 각속도와 토크를 계측하여 각각의 동력을 계산하고 효율을 계측하는 장치이다. 개발된 선박용 터닝기어는 해당 시험을 통과하였으며 3,000 ~ 5,000 시간

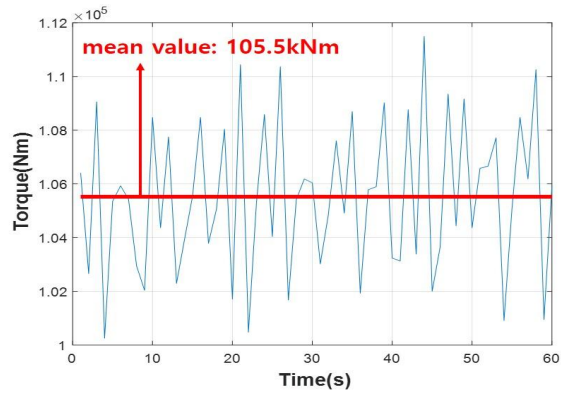


Fig. 7 Maximum torque of turning gear based on helical planetary gear

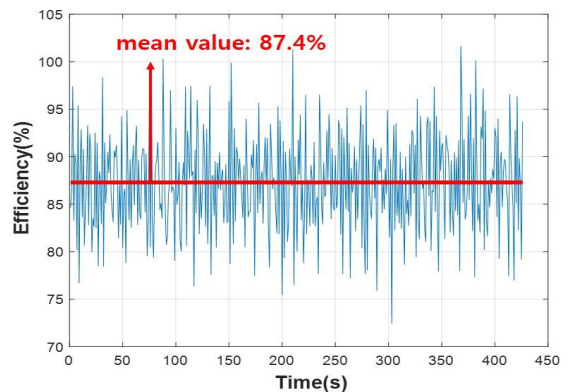


Fig. 8 Efficiency of turning gear based on helical planetary gear

의 수명을 보증할 수 있음을 검증하였다. 선박용 터닝기어에 대한 고객사의 최대토크 요구 사항은 105kNm이며, Fig. 7에서 보는 바와 같이 최대토크의 평균값은 105.5kNm로 계측되었다. 또한 개발된 선박용 터닝기어의 효율은 Fig. 8에서 보는 바와 같이 평균 87.4%로 계측되었다. 일반적으로 헬리컬 기어의 효율이 스퍼 기어에 비해 높다고 알려져 있으며, 스퍼 유성감속기 기반 터닝기어의 효율 82% 보다 향상된 것을 확인하였다²⁾.

6. 결론

선박용 터닝기어는 주 엔진의 분해 및 유지보수

가 가능하도록 하는 주요 보조기계이다. 유림공업(주)는 연구개발, 기술 체계화 및 고도화를 통해 고객사에 우수 제품을 납품하고, 터닝기어 시장을 선도하며, 국내를 넘어 해외시장에서의 점유율을 높이는 것을 목표로 한다.

스퍼 유성감속기 기반 선박용 터닝기어의 설계 분석을 통하여 헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어를 개발하였다. 이 과정에서 순차적 맞물림 조건에 위배되지 않도록 잇수를 조정하였다. 이를 통해 면압강도 및 굽힘강도 그리고 물림률이 향상된 설계치를 도출하였다. 또한 축방향 하중을 상쇄시키기 위하여 1, 2단 감속부 링기어의 비틀림 방향은 좌측으로, 3단 감속부 링기어의 비틀림 방향은 우측으로 설정함으로써 기존 베어링을 그대로 활용하는 방안을 강구하였다. 이를 토대로 응력분석을 실시하였으며, S45C로 제작되는 축의 최대응력이 약 259.5MPa로 항복응력을 넘지 않음을 확인하였다. 헬리컬 기어 설계 값을 토대로 기어류를 제작하였다. 1단 감속부의 선기어 및 1, 2, 3단 감속부의 아이들 기어는 호빙을 통해 제작하였다. 또한 캐리어와 일체형인 2, 3단 감속부의 선기어 및 1, 2, 3단 감속부의 링기어는 세이핑을 통해 제작하였다. 개발된 헬리컬 유성감속기 기반 선박용 터닝기어는 MAN社 FTA 기준으로 신뢰성 평가를 수행하였으며, 3,000~5,000 시간의 수명을 보증할 수 있음을 검증하였다. 선박용 터닝기어에 대한 고객사의 최대토크 요구 사항은 105kNm이며, 최대토크의 평균값은 105.5kNm로 예측되었다. 또한 개발된 선박용 터닝기어의 효율은 평균 87.4%로 예측되었다.

후 기

“본 연구는 한국생산기술연구원(KITECH) 기관고유 사업 및 2018년도 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No. 2018R1D1A1A09083567)임을 밝히며, 이에 감사드립니다..”

REFERENCES

1. Park, H. J., “Development of Durability Tester

for Turning Gear for Marine,” A Thesis for a Master’s Degree, Kyung-Il University, Republic of Korea, 2017.

2. Kim, K. W., Lee J. W., Jang J. S., Oh J. Y., Hong J. H., Lee K. J., “Design Modification of Marine Turning Gear Based on Spur Planetary Reducer,” Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 18, No. 12, pp. 7-14, 2019.
3. Radzevich, S. P., Dudley’s Handbook of Practical Gear Design and Manufacture, CRC Press, Boca Raton, Second edition, 2012.
4. KISSsoft, <https://www.kisssoft.ch/>.
5. KS B ISO 6336-2:2015, Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 2: Calculation of surface durability (pitting).
6. KS B ISO 6336-3:2015, Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 2: Calculation of tooth bending strength.

APPENDIX

```
function Beta_Sol = Func(Beta)
```

```
Contact_Ratio
m_n
Alpha_n
b
Z_1
Z_2
x_n1
x_n2
```

```
Alpha_t = (atan(tan(Alpha_n)/cos(Beta)));
m_t = m_n/cos(Beta);
D_1 = Z_1*m_n/cos(Beta);
D_2 = Z_2*m_n/cos(Beta);
D_a1 = D_1+2*(1+x_n1)*m_n;
D_a2 = D_2+2*(1+x_n2)*m_n;
D_b1 = D_1*cos(Alpha_t);
D_b2 = D_2*cos(Alpha_t);
```

```
Beta_Sol = + ((sqrt(D_a1^2 - D_b1^2) + sqrt(D_a2^2 - D_b2^2)) ...
- (D_1 + D_2)*sin(Alpha_t)) / (2 * pi * m_t * cos(Alpha_t)) ...
+ b * sin(Beta) / (pi * m_n) ...
- Contact_Ratio;
```

```
end
```