JKIICE Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering

한국정보통신학회논문지 Vol. 24, No. 8: 1095~1101, Aug. 2020

3D 메쉬 구조에서 무게 균형을 위한 최적 알고리즘

소선섭[1] · 손경아[2] · 은성배[3*]

An Optimal Algorithm for Weight Balancing in a 3D Mesh Architecture

Sun Sup So[1] · Kyung A Son[2] · Seongbae Eun[3*]

[1]Professor, School of Computer Eng., Kongju National University, Chonan, 31080 Korea
[2]Research professor, UNIST Innovative Education Center, Ulsan National Institute of Science and Technology (UNIST), Ulsan, 44919 Korea
[3*]Professor, Dept. of Information and Communication Eng., Hannam University, Daejon, 34430 Korea

요 약

선박이나 항공기의 안정성 유지를 위하여 컨테이너나 화물의 무게 균형을 유지하도록 적재해야 한다. 컨테이너의 적재 알고리즘은 NP 문제로 알려져 있으며 몇 가지 휴리스틱 방법이 연구되었다. 선박이나 비행기에 보관할 컨테이너는 부피와 무게가 균일하다는 특징이 있는데 이를 이용하면 좀 더 쉬운 적재 방법을 찾을 수 있다. 본 논문에서는 물체의 부피와 무게가 균일할 때 무게 균형을 위한 알고리즘을 제안한다. 적재 공간은 m * n 메쉬의 특수한 구조라고 가정한다 (이때, m과 n은 모두 홀수이다). 이 경우, 본 논문에서는 Greedy 알고리즘을 제안하였고 물체의 개수가 몇 개이든 언제나 무게 균형을 유지하는 적재 장소를 찾을 수 있다는 점에서 그 알고리즘이 최적임을 증명하였다. 제안된 알고리즘은 적재 알고리즘 및 부하 균형 문제와 같은 여러 공학 문제에서 활용될 수 있다.

ABSTRACT

Vessels or aircraft should be loaded with containers or cargo to maintain weight balance in order to be stable when navigating the route. The container loading algorithm is known as the NP problem and several heuristic methods have been studied. Containers can be characterized by the uniform volume and weight, which makes it easier to find an optimal loading method. In this paper, we propose an algorithm for weight balance when the volume and weight of an object are uniform. It is assumed that the loading space has a special structure of m * n mesh (where m and n are both odd). In this case, we designed a greedy algorithm and proved that the algorithm is optimal in that it can always find a loading position that maintains a weight balance regardless of the number of objects. Our algorithm can be used in many engineering problems, such as loading algorithms and load balancing problems.

키워드 : 3D 메쉬 구조, 무게 균형, 최적 알고리즘, 정리, 공학 문제

Keywords : 3Mesh Architecture, Weight Balancing, Optimal Algorithm, Theorem, Engineering Problems

Received 12 June 2020, **Revised** 26 June 2020, **Accepted** 3 July 2020

*** Corresponding Author** Seongbae Eun (E-mail:sbeun@hnu.kr Tel:+82-42-629-7926)
Professor, Dept. of Information and Communication Eng., Hannam University, Daejon, 34430 Korea

Open Access **http://doi.org/10.6109/jkiice.2020.24.8.1095** print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

Ⅰ. 서 론

무게 균형은 다양한 공학적 문제를 야기한다. 예를 들어, 계란 포장 용기에 계란을 넣는 것, 상자를 컨테이너에 넣는 문제, 그 컨테이너를 배에 싣는 문제 등이다.

이 연구는 냉장고의 계란 포장재에서 계란을 꺼낼 때의 관찰로 시작되었다[1]. 계란 포장재가 균형을 이루지 않으면 부주의로 계란이 떨어지고 깨지는 경우가 종종 있다. 우리는 계란 포장재가 홀수 * 홀수일 때 계란의 수가 몇 개이든 무게 균형을 찾을 수 있는 배치가 항상 존재함을 발견하였고 이를 수학적 귀납법으로 증명하였다[1].

계란 무게 균형 문제와 유사한 연구에는 2D/3D 무게 중심[2,3] 및 상자 적재 문제(Bin Packing Problem)[4]가 포함된다. 무게 중심 문제는 무게로 인한 제로 토크를 찾는 것이다. 상자 적재 문제는 상자에 다양한 크기의 물체를 적재할 때 물건의 수를 최대화하는 것이며 다양한 알고리즘이 존재한다. 상자 적재 문제는 NP (Non-Polynomial) 문제에 속한다[4].

본 논문은 계란 포장재 문제를 확장한 것이다. 3D 메쉬 구조에서 모양과 크기가 균일한 물체를 배치할 때 무게 균형 문제를 정의한다. 메쉬 구조는 m×n 메쉬 구성의 특수한 구조를 갖는다고 가정한다(이때, m과 n은 모두 홀수이다). 이 경우, Greedy 알고리즘을 제안하고 그 알고리즘이 물체가 몇 개이든 3D 구조의 무게 균형을 유지하는 배치를 발견할 수 있다는 것을 수학적으로 증명한다.

제안된 알고리즘은 컨테이너 내에 화물을 적재하는 문제[5], 컨테이너 화물선에서 컨테이너를 적재할 때 무게 균형을 찾는 문제[6-10]에 적용할 수 있다. 또한, 항공기에 화물을 적재할 때 무게 균형을 유지하도록 적재하는 문제[11,12]에도 적용할 수 있으며 드론의 화물 적재[13]에도 적용될 수 있다. 제안된 알고리즘은 선박이나 항공기에서 발생하는 물리적 무게 균형 문제뿐만 아니라 이동 통신 트래픽의 논리적 부하 분산에도 적용될 수 있다[14].

Ⅱ. 배 경

2.1. 2D, 3D 무게 중심 문제

계란 포장재의 무게균형 문제와 유사한 기존의 연구로 무게 중심 찾기 문제를 들 수 있다. 무게중심이란 중력에 의한 알짜 토크가 0인 점이다. 이 중 2D에서 무게중심을 구하는 가장 간단한 방법으로 물체를 실에 매달아 중심을 구하는 방식이 그 예이다.

3D에서 무게중심을 구하는 방법은 서로 다른 점에 실을 연결하여 들었을 때 실의 방향을 연장한 연장선이 만나는 점이 그 물체의 무게중심이다[2].

계란 포장재 문제와 2D, 3D 무게중심 찾기 문제는 2가지 면에서 차이점이 있다. 첫째, 무게 중심 찾기 문제는 불규칙한 물체를 대상으로 하는 데 반하여 이 문제는 동일한 모양과 무게를 갖는 계란을 대상으로 하는 것이다. 둘째는 기존 문제가 하나의 물체내부의 무게중심을 찾는데 반하여 본 논문의 문제는 무게 균형이 맞도록 계란을 포장재에 배치하는 것이다.

2.2. 상자 채우기 문제(Bin Packing Problem)

상자 채우기 문제란 서로 다른 크기를 갖는 유한개의 물체들을 같은 용량을 갖는 상자(bin)들에 채울 때 소요되는 상자의 최소수를 결정하는 것이다. 예를 들어 그림 1은 2개의 상자에 물체들이 채워진 상태에서 5라는 크기의 물체를 어디에 채우느냐를 보여준다. 왼쪽에서는 두 상자 중 물체의 크기에 관계없이 첫 번째 상자에 채우는 것을 보여주며 이를 First Fit이라고 한다. 오른쪽은 남은 용량이 가장 적은 상자를 선택할 수 있어 낭비 공간을 최소화하지만 상대적으로 시간이 많이 소요되는 Best Fit이다.

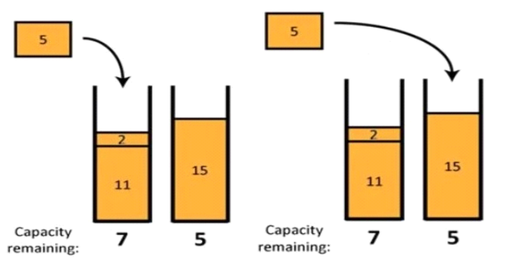


Fig. 1 Bin Packing Algorithm

계란 포장재 문제와 상자 채우기 문제를 비교하면, 계란의 경우는 계란이라는 객체가 크기와 모양이 동일한

반면, 상자 채우기 문제에서는 객체들이 서로 다른 크기와 모양을 갖는다는 점에서 다르다. 또한, 상자 채우기 문제는 상자에 최대로 많이 넣으려는 반면 계란 포장재 문제는 무게 균형을 찾으려는 점에서 서로 다르다.

Ⅲ. 제안된 알고리즘

3.1. 기본 가정

제안된 알고리즘은 다음과 같은 가정하에서 동작한다.

1. 적재 된 물체는 모양과 크기가 동일하다.
2. 3D 메쉬 구조는 바닥은 J×K의 구조이고 L은 높이이다. 이때, J와 K는 모두 홀수이다.
3. 알고리즘의 입력은 객체의 개수 N이며, 출력은 각 객체의 3D 좌표 (j, k, l)이다.
4. N은 J × K × L 이하이다.
5. 알고리즘을 단순하게 하기 위하여 3D 메시의 좌표는 그림 2와 같이 할당한다. 예를 들어 파란색 점의 좌표는 (1,2,2) 이다.

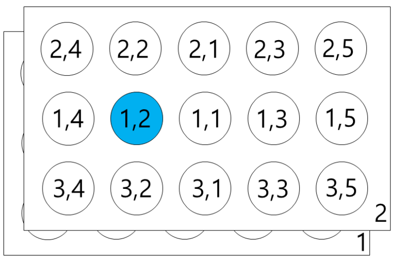


Fig. 2 Coordinates of 3D Mesh

3.2. 3D 메쉬 무게 균형 알고리즘

다음은 알고리즘 3D-무게균형을 표시한다. 알고리즘은 C언어와 유사한 코드로 표시하였다. 알고리즘은 3개의 함수로 구성된다. 입력은 N 개의 객체이며 출력은 3차원 배열인 3D[I][J][K] 이다. 객체가 배치되면 3D 배열의 각 원소가 1로 표시된다.

알고리즘 : 3D-무게 균형

```
int 3D[I][J][K]
무게균형-3차원(int N) // N 개의 균일한 객체 입력
{
  k = N / (I * J);   // I * J 평면의 가능한 수
  n = N mod (I * J);       // k+1 평면에 남은 객체 수
  1부터 k 까지 모든 평면을 개체로 채움; --- (1)
  call 무게균형-2차원(n, k+1);
          // 나머지를 k+1 평면에 균형있게 채움

}

무게균형-2차원(int n, k)
{
  i = n / I;  // 전체 길이의 행이 몇 개 가능한지 확인
  j = n mod I; // 나머지 객체의 수를 확인
  if(i == 짝수) {
    1번 행을 비우고 나머지 행을 채움
    call 무게균형-1차원(j,1);
            // 1번 행에 j 개의 나머지 객체를 채움 --- (2)
  }
  else {
    1번행부터 행을 채움
    if(j == 홀수) {
      정중앙 객체를 비움;
    else
      call 무게균형-1차원(2/j,k+1);
      call 무게균형-1차원(2/j,k+2);  --- (3)
    }
  }
}

무게균형-1차원(int n, int k)
{
  if(n==짝수)
    k번 행의 중앙을 빼고 좌우로 나누어 채움;
  else
    k번 행의 중앙을 포함하여 좌우로 나누어 채움;
}
```

3.3. 알고리즘 동작 사례

알고리즘의 동작을 예시하는 경우의 수로서 차원은 3D[3][5][2]를 선정하고 N은 22와 26을 선정하였다.

1. 무게균형-3차원 함수의 입력이 26일 때, 함수 내의 k는 1이고 n은 11이다. 이때 객체 할당은 평면 1에 객체가 모두 배정되며 그림 3과 같다.

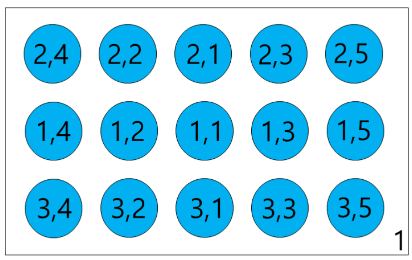


Fig. 3 Configuration of Plane 1

그후 무게균형-2D(11, 2)가 호출된다.

2. 무게균형-2D(11,2) 내부에서 i = 2, j = 1이다. i가 짝수이므로 1번 행을 비우고 나머지 행부터 채우며 나머지는 무게균형-1차원(1,1)을 호출하여 처리한다. 그 결과는 알고리즘의 (2)부분에서 결정되며 그림 4와 같다.

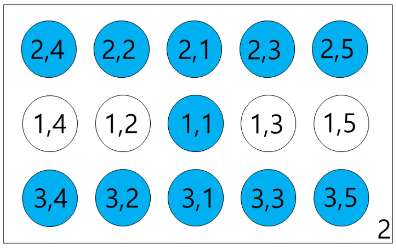


Fig. 4 Result of (2) State in Algorithm

3. N이 22일 때, 알고리즘의 (1) 단계는 그림 3과 같고 무게균형-2D(7,2)가 호출된다. 함수 내부에서 i = 1, j = 2이다. i가 홀수이므로 1번행부터 채우고 j는 짝수이므로 둘로 나누어서 처리한 결과 (3) 단계에서 그림 5의 결과를 얻는다.

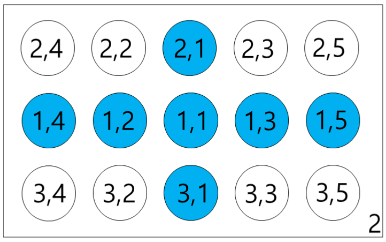


Fig. 5 Result of (3) State in Algorithm

Ⅳ. 수학적 분석

우리는 이 알고리즘이 객체의 수가 몇 개이든 언제나 무게균형을 유지하는 적재 방법을 찾을 수 있는 최적의 알고리즘이라는 것을 증명할 것이다. 증명은 1차원 배치 문제인 [정리 1]을 증명하고 2차원 배치 [정리 2], 3차원 배치 [정리 3]의 순으로 증명한다.

[정의 1] '균형'은 2D 메쉬에 배치 된 하중의 무게 중심이 그 중심에 있음을 의미한다. '불균형'은 그렇지 않다는 것을 의미한다.

그림 6은 2D 메쉬에서 균형 및 불균형 할당 유형의 예를 보여줍니다. 위의 2가지 경우는 ‘균형’ 의 사례이고 아래 2 경우는 ‘불균형’ 의 사례이다. 균형의 경우 전체 무게중심이 정중앙에 위치한 것을 볼 수 있고 불균형의 경우에는 정중앙에 위치하지 않는다.

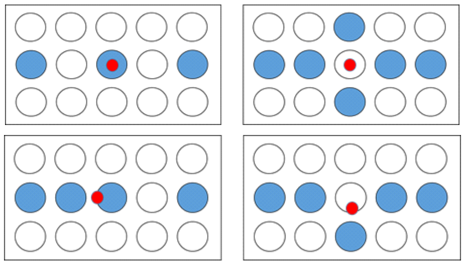


Fig. 6 Balanced vs. unbalanced allocation

[정리 1] 1차원 구메쉬조가 1×n(n=홀수)이고 객체의 수가 1≤i≤n 일 때 언제나 정균형을 찾을 수 있다.

[증명] 수학적 귀납법에 의하여 증명함.

1. n = 1 일 때, 객체의 수는 0 또는 1이며 정중앙에 배치하면 무게균형이 유지된다.
2. n=k(k는 홀수)일 때, 성립을 가정하면 1≤i≤k까지 언제나 정균형을 찾을 수 있다.
3. i=k+2(홀수) 일 때,
   a) 1≤i≤k 까지는 2에서 성립을 가정하였으므로 정균형을 찾을 수 있다.
   b) i = k+1 일 때, 그림 7의 위에서 보듯이 k+1개의 객체는 왼쪽 끝에 배치하고 k개의 균형계에서 임의의 객체(정중앙)를 하나 꺼내어 오른쪽 끝으로 보내면 정균형을 찾을 수 있다. 이 때 k개의 균형계에서 1개를 빼더라도 2의 가정에서 정균형을 찾을 수 있으므로 전체의 균형은 유지된다.
   c) i = k+2일 때, 그림 7의 아래에서처럼 k+1 번째 객체는 왼쪽에 k+2 번째 객체는 오른쪽에 배치하면 정균형을 찾을 수 있다.

그 결과 수학적 귀납법에 의해 n 이 임의의 홀수일 때, 모든 경우에 정균형을 찾을 수 있다. Q.E.D.

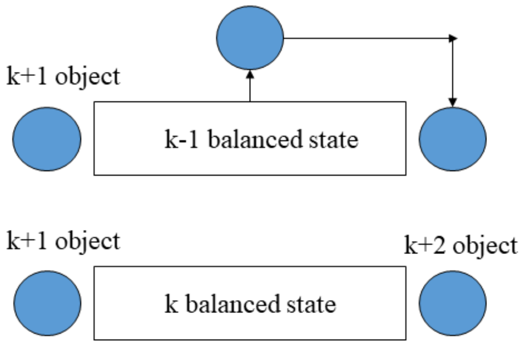


Fig. 7 Weight Balancing in 1D

[정리 2] 2차원 메쉬구조가 $m \times n$ 이고 객체의 수가 $1 \leq i \leq (m \times n)$으로 변할 때 언제나 정균형을 찾을 수 있다.

[증명] $L = m \times n$ 이라고 하자.

1. $L = 1 \times 1$일 때, 단순하다.
2. $L = j \times k$ 일 때, 성립함을 가정하면 $1 \leq i \leq L$까지 언제나 정균형을 찾을 수 있다.
3. $L = j \times (k+2)$ 일 때, 객체의 수는 그림 8에서 볼 수 있는 것처럼 $1 \leq i \leq (2 \times j)$ 까지 증가한다. 이 때 i가 짝수이면 객체를 두 뭉치로 나눠서 왼쪽의 객체군과 오른쪽의 객체 군에 정균형 위치에 배치하면 된다([정리 1]에서 $1 \times n$ 개의 정균형을 언제나 찾을 수 있음을 증명함). i가 홀수일 때는 $j \times k$ 정균형 객체 군에서 임의의 객체를 1 개 빼서(2에서 성립을 가정함) 짝수로 만들고 정균형을 찾는다.

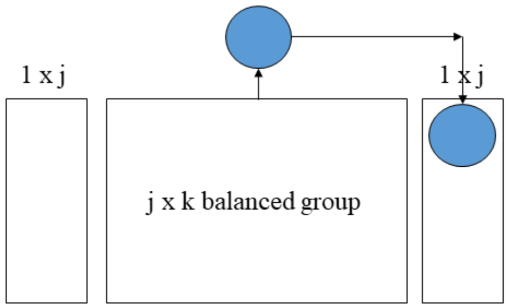


Fig. 8 Weight Balancing in 2D

4. $L = (j+2) \times (k+2)$ 일 때는 3과 마찬가지 방법으로 정균형을 찾을 수 있다.

따라서 수학적귀납법에 의하여 증명함. Q.E.D.

[정리 3] 3차원 메쉬 구조가 $m \times n \times l$ 이고 객체의 수가 $1 \leq i \leq (m \times n \times l)$ 로 변할 때 언제나 정균형을 찾을 수 있다.

[증명] 객체의 수가 K 일 때, $j = K / (m \times n)$이고 $k = K \bmod (m \times n)$ 이다. 3차원 메쉬 구조의 제일 밑에서 j 개의 평면을 채우고 나머지 k 개의 객체를 2차원 구조에서 무게균형을 맞추는 문제로 나눌 수 있다. [정리 2]에서 k개의 객체를 2차원 메쉬 구조에 무게 균형을 유지하면서 배치할 수 있으므로 증명함. Q.E.D.

Ⅴ. 공학문제에의 적용

제안된 알고리즘은 컨테이너내에 화물을 적재하는 문제[5], 컨테이너 화물선에서 컨테이너를 적재할 때 무게 균형을 찾는 문제[6-10]에 적용할 수 있다. 또한, 항공기에 화물을 적재할 때 무게 균형을 유지하도록 적재하는 문제[11,12]에도 적용할 수 있으며 드론의 화물 적재[13]에도 적용될 수 있다. 제안된 알고리즘은 선박이나 항공기에서 발생하는 물리적 무게 균형 문제뿐만 아니라 이동 통신 트래픽의 논리적 부하 분산에도 적용될 수 있다[14].

컨테이너는 다양한 종류의 화물을 적재하는 공간으로서 무게균형을 고려하지 않고 최대로 적재하는 빈패킹 방식도 가능하지만 컨테이너 전체가 무게 균형을 유지하도록 적재하려는 연구[5]가 진행되었다.

Sciomachen은 Master Bay Plan Problem (MBPP)[6]이라는 이름으로 무게 균형을 유지하면서 컨테이너의 재선적을 최소화와는 계획을 세우는 문제를 제시하였다. 이 문제는 꾸준히 연구[7-10]되었는데 그 중에서 2018년, 2020년에 내륙에서 서박으로 화물을 수송할 때 적재하는 문제등으로 발전하였다. 또한, Liu Fan[7]은 대형 컨테이너 선의 기본 적재 계획을 생성하는 알고리즘을 제안하였는데 대형 컨테이너 선의 화물 공간을 블록으로 나누고 일련의 휴리스틱 규칙에 따라 컨테이너 그룹을 선박의 다른 파티션에 할당한다.

항공기에서도 승객, 화물 들이 적재될 때 항공기의 무게균형을 유지하도록 규정하는 핸드북이 미국 항공국에서 출간[11]되었다. 이때 화물을 적재하는 알고리즘[12]도 개발되었다.

드론에서 화물을 적재할 때 무게균형을 유지하도록 적재하고 제어하는 국내 특허도 2015년에 공개되었다. 제안된 알고리즘은 선박이나 항공기에서 발생하는 물리적 무게 균형 문제뿐만 아니라 이동 통신 트래픽의 논리적 부하 분산에도 적용될 수 있다[14].

제안된 알고리즘은 상기한 다양한 무게 균형 문제를 해결하는데 도움이 된다. 컨테이너 선박에 화물을 적재하는 경우를 예로 들면 먼저, 화물 공간을 m × n × h 구성 (m 및 n은 모두 홀수) 인 3D 메쉬 블록으로 나눈다. 이 알고리즘은 Greedy한 방법으로 언제나 무게균형을 찾을 수 있으므로 쉽게 문제를 해결할 수 있다.

Ⅵ. 결론 및 제언

본 논문에서는 물체의 모양과 크기가 균일할 때 무게 균형을 위한 알고리즘을 제안하였다. 적재 공간은 m×n 메쉬 구성의 특수한 구조라고 가정한다(이때, m과 n은 모두 홀수이다). 이 경우, Greedy한 방식으로 동작하는 말고리즘을 제시하였고 동작 사례를 통하여 알고리즘의 동작을 설명하였다.

또한, 수학적 귀납법을 이용하여 제안된 알고리즘이 3D 메쉬 구조에서 객체의 수가 몇 개이든 언제나 무게 균형을 찾을 수 있음을 증명하였다.

제안된 알고리즘은 MBPP 및 컨테이너에 화물을 적재하는 것과 같은 다양한 엔지니어링 문제에 적용 할 수 있다. 향후 연구 과제로는 이 알고리즘을 셀룰러 네트워크의 부하 균형[8]과 같은 논리적 균형 문제에도 적용하는 것이다.

REFERENCES

[1] S. Eun, J. Jung, Y-S Yun, S. Cha, and S-S So, "A mathematical Study on Weight Balancing in 2D Meshed and It's Application to Engineering Problems," *Proc. of 2019 International Conference on Green and Human Information Technology*, Jan. 2019.

[2] K. Kwon, "Development of speeding up 2D digital image correlation measurement system by using center of gravity algorithm and the measurement of strain nano fiber mat," Master Dissertation, Chonbuk National University, Feb. 2018.

[3] J. Cho, "Study of center of gravity on the 3D character animation: Focus on humanoid character," Master Dissertation, Kookmin University, Feb. 2006.

[4] B. Korte, and J. Vygen, "Bin-Packing Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms," *Algorithms and Combinatorics* 21. Springer. doi:10.1007/3-540-29297-7_ 18. ISBN 978-3-540-25684-7, pp. 426-441.

[5] M. Costa, and M. Captivo, "Weight distribution in container loading: a case study," *International Transactions in Operational Research*, 23, pp.239-263, 2016.

[6] A. Sciomachen, and E. Tanfani, "The master bay plan problem: a solution method based on its connection to the three dimensional bin packing problem," *IMA Journal of Management Mathematics*, vol. 14, no. 3, Jul. 2003.

[7] F. Liu, M. Low, S. Huang, and W. Hsu, "Stowage Planning of Large Containership with Tradeoff between Crane Workload Balance and Ship Stability," *Proc. of International Multi-Conference of Engineers and Computer Scientists* 2010, vol. III, Mar. 2010.

[8] M. P. Seixas, A. Mendes, M. Barretto, C. Cunha, M. A. Brinati, R. Cruz, Y. Wu, and P. A. Wilson, "A heuristic approach to stowing general cargo into platform supply vessels," *The Journal of the Operational Research Society*, vol. 67, no. 1, pp. 148-158, Jan. 2016.

[9] J. Li, Y. Zhang, J. Ma, and S. Ji, "Multi-Port Stowage Planning for Inland Container Liner Shipping Considering Weight Uncertainties," *IEEE Access*, Digital Object Identifier 10.1109/ACCESS.2018.2878308, Oct. 2018.

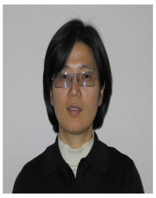
[10] L. Zheng, S. Ji, J. Li, and Y. Zhang, "Solving inland container ship stowage planning problem on full route through a two-phase approach," *International Journal of Shipping and Transport Logistics* 12(1/2):65 · Jan. 2020.

[11] Airplane Flying Handbook, U.S. Department of Transportation FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION Flight Standards Service, 2016.

[12] V. Lurkin, and M. Schyns, "The Airline Container Loading Problem with Pickup and Delivery," *26th European Conference on Operational Research*, Rome, pp. 1-4, Jul. 2013.

[13] Application Korea Patent, KR1020150168071A events, unmanned aerial vehicle with object loading function, 2015.

[14] A. Sharma, A. Roy, S. Ghosi, R. Chaki, and U. Bhattacharya, "Load Balancing in Cellular Network: A Review," *Proc. of 2012 Third International Conference on Computing, Communicaiton and Networking Technologies*, pp.1-5, 2012.



소선섭(Sun Sup So)

1986 이화여자대학교 전산학과 졸업(학사)
1988 한국과학기술원 전산학과 졸업(석사)
2001 한국과학기술원 전산학과 졸업(박사)
1988 – 1995 국방과학연구소 연구원
1995 – 현재 공주대학교 컴퓨터공학부 교수
2002. 3 – 2003. 8메릴랜드대학교 초빙교수
※ 관심분야: 소프트웨어 테스팅, 임베디드 소프트웨어, 센서네트워크

손경아(Kyung A Son)

2003년 한양대학교 교육공학과 박사
2003년~2014년 한국방송통신대학교 책임연구원
2005년~2008년 한양대학교 컴퓨터교육과 겸임교수
2014년 국가평생교육진흥원 국정과제추진단 부단장
2015년~현재 UNIST U교육혁신센터 연구교수
※ 관심분야: 에듀테크, 멀티미디어, 교육혁신정책 등

은성배(Seongbae Eun)

1985년 서울대학교 컴퓨터공학과 학사
1987년 KAIST 전산학전공(석사)
1987년~1990년 한국전자통신연구원 TDX개발단 연구원
1995년 KAIST 전산학전공 (박사)
1995년~현재 한남대학교 정보통신공학과 교수
※ 관심분야 : 실시간 시스템, 임베디드 시스템 등