

반사타겟 좌표 및 오차정보를 이용한 세종 VLBI IVP 위치계산 Estimation of Sejong VLBI IVP Point Using Coordinates of Reflective Targets with Their Measurement Errors

홍창기¹⁾ · 배태석²⁾ · 이상오³⁾

Hong, Chang-Ki · Bae, Tae-Suk · Yi, Sangoh

Abstract

Determination of local tie vectors between the space geodetic techniques such as VLBI (Very Long Baseline Interferometer), SLR (Satellite Laser Ranging), DORIS (Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite), GNSS (Global Navigation Satellite System) is essential for combination of ITRF (International Terrestrial Reference Frame). Therefore, it is required to compute IVP (Invariant Point) position of each space geodetic technique with high accuracy. In this study, we have computed Sejong VLBI IVP position by using updated mathematical model for adjustment computation so that the improvement on efficiency and reliability in computation are obtained. The measurements used for this study are the coordinates of reflective targets on the VLBI antenna and their accuracies are set to 1.5 mm for each component. The results show that the position of VLBI IVP together with its standard deviation is successfully estimated when they are compared with those of the results from previous study. However, it is notable that additional terrestrial surveying should be performed so that realistic measurement errors are incorporated in the adjustment computation process.

Keywords : Space Geodetic Technique, VLBI, IVP, Adjustment Computation

초 록

VLBI, SLR, DORIS, GNSS와 같은 우주측지기술 사이의 3차원 벡터를 결정하는 작업은 ITRF에 중요한 요소이다. 따라서 각각의 우주측지기술에 해당되는 IVP를 정확하게 계산할 필요가 있다. 본 연구에서는 기존 모델에 비해 업데이트된 수확모델을 사용하여 세종시에 위치한 VLBI의 IVP 위치를 계산함으로써 계산의 효율과 신뢰성을 높였다. 관측값으로는 안테나에 부착된 반사타겟의 좌표가 사용되었으며 이때 관측오차크기는 1.5 mm로 설정하였다. 조정계산을 통해 VLBI IVP 좌표와 정확도를 계산했으며 기존 연구에서 제시한 값과 비교했을 때 성공적으로 계산이 된 것으로 판단된다. 하지만 실제 관측오차가 고려된 VLBI IVP를 계산하기 위해서는 향후 VLBI IVP 계산을 위한 추가적인 지상측량이 필요하다.

핵심어 : 우주측지기술, VLBI, IVP, 조정계산

Received 2020. 12. 04, Revised 2020. 12. 17, Accepted 2020. 12. 21

1) Corresponding Author, Member, Dept. of Geoinformatics Engineering, Kyungil University (E-mail: ckhong@kiu.kr)

2) Member, Dept. of Geoinformatics Engineering, Sejong University (E-mail: baezae@sejong.ac.kr)

3) Member, Space Geodetic Observation Center, NGII (E-mail: sangoh.yi@korea.kr)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서론

대표적인 우주측지기술은 VLBI, SLR, DORIS, GNSS이며 이러한 기술은 세계측지계인 ITRF를 구축하는 데 중요한 역할을 한다(Abbondanza *et al.*, 2009; Altamimi *et al.*, 2011). ITRF는 지속적인 갱신을 통해 최신의 상태를 유지하고 있으며 2021년 새로운 ITRF인 ITRF2020을 공개할 예정이다. 우리나라의 경우 측지목적의 VLBI와 SLR을 설치·운영 중에 있으며 국토지리정보원 주도로 ITRF2020 참여를 계획 중에 있다. ITRF2020에 참여하기 위해서는 VLBI 혹은 SLR 안테나의 기준점에 해당하는 IVP 위치정보와 오차정보를 제출하여야 한다. 이러한 정보들은 결합측량을 통해 획득 가능하며 국내 상시관측소 좌표를 ITRF2020에 편입시키는 역할을 하게 된다.

일반적으로 IVP는 물리적으로 접근할 수 곳에 위치하고 있기 때문에 직접관측보다는 간접관측을 통해 정확한 위치를 결정하게 되며, 안테나의 외부 표면에 반사타겟을 부착한 후 토달 스테이션 등을 이용하여 타겟까지의 거리 및 각을 관측하게 된다. 관측결과를 이용하여 타겟의 좌표를 결정할 수 있으며 이 타겟의 좌표값이 IVP 계산에 다시 사용된다. 타겟좌표로부터 IVP를 계산하는 방법은 여러가지가 있을 수 있으나 3D circle fitting이 대표적인 방법이라 할 수 있다(Dawson *et al.*, 2007; Johnston *et al.*, 2004; Sarti *et al.*, 2004; Shen *et al.*, 2015). 3D circle fitting 방법에서는 반사타겟을 안테나에 부착한 후 방위 각축(azimuth-axis) 및 양각축(elevation-axis)에 대해 회전시키며 타겟의 궤적을 분석함으로써 IVP의 위치를 결정하게 된다.

우리나라의 경우 2019년 국토지리정보원 주도로 세종 우주측지관측센터 내에 위치한 VLBI의 IVP를 계산하였다(NGII, 2019a). 이때 관측값으로 변위측량을 시 획득한 타겟에 대한 좌표값을 사용하였으며 수학모델은 Sarti *et al.* (2004)를 기반으로 하였다. 본 연구에서는 모델에 대한 일부 수정을 통해 계산상의 효율과 신뢰성을 높였다. 본 논문에서는 NGII (2019a)에서 사용한 수학모델을 수정·보완하여 조정계산에 필요한 파라미터의 개수를 줄였으며 일부 파라미터의 조정을 통해 계산의 안정성 및 효율을 높였다.

2. 연구방법

VLBI IVP의 3차원 위치 (α, β, γ) 는 VLBI안테나의 수평 회전축의 수평위치 (α, β) 와 수직회전축의 높이 (λ) 로 이원화되어 있으며 따라서 일반적으로 IVP 결정을 위한 모델도 수평위치와 높이에 대해 각각 다른 모델을 사용한다. IVP의 위치 결정을 위해 먼저 안테나 외부에 반사타겟을 부착한 후 수평

및 수직방향으로 안테나를 회전시키며 반사타겟의 좌표값을 계산한다. 타겟의 좌표는 거리 및 각측량이 가능한 토달스테이션을 이용할 수 있으며 이때 관측값(거리 및 각)에 포함된 관측오차로 인해 계산된 좌표값에도 오차가 전파된다. 이들 좌표값들과 미지수에 해당되는 VLBI IVP위치를 수학모델을 통해 연결한 후 조정계산을 수행하게 되면 최종 IVP의 좌표값을 계산할 수 있다. IVP 위치계산에 필요한 절차 및 기본수식은 NGII (2019a)를 참조하였으며 부분 수정을 하였다.

2.1 수평위치 (α, β) 결정을 위한 수학모델

안테나의 방향을 연직방향으로 고정된 후 Z축을 중심으로 일정간격으로 회전을 시키면 타겟이 궤적을 그리게 되는데 이때 궤적은 Fig. 1과 같이 공간상에서 원형(circle)으로 나타난다.

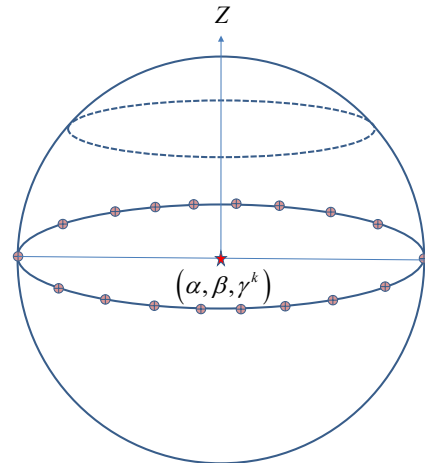


Fig. 1. Trace of target due to rotation of VLBI antenna with respect to Z axis for the determination of α and β

이때 이 타겟들의 궤적을 포함하는 구(sphere), S^k 를 수학적으로 표현하면 Eq. (1)과 같다.

$$S^k(\alpha, \beta, \gamma^k, R^k, x_i, y_i, z_i) = (x_i - \alpha)^2 + (y_i - \beta)^2 + (z_i - \gamma^k)^2 - R^k = 0 \quad (1)$$

where subscript i : index of target, superscript k : index of sphere, α and β : horizontal coordinates and of center of sphere, respectively, γ : vertical coordinates of center of sphere, R : squared radius of sphere, (x, y, z) : coordinates of target.

타겟들은 안테나의 서로 다른 위치에 부착되었기 때문에 각 타겟의 궤적은 반지름의 크기 (R^k) 와 중심점의 높이 (γ^k) 가

다른 궤적을 만들게 된다. 반면 중심점의 수평위치 (α, β) 는 모든 타겟의 궤적에 대해 동일한 값을 가지게 된다.

또한 타겟들이 만드는 궤적은 공간상에서 동일한 평면상에 존재하기 때문에 궤적을 포함하는 평면의 방정식, P^h 를 정의할 수 있으며 Eq. (2)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P^h(a^k, b^k, c^k, x_i, y_i, z_i) = a^k x_i + b^k y_i + c^k z_i + 1 = 0 \quad (2)$$

where a, b, c : parameters required for representing k th plane.

Eqs. (1)과 (2)는 타겟의 궤적을 공간상에서 구와 평면의 방정식으로 나타낸 것이긴 하나 두 수식을 동시에 만족하는 경우의 수는 무수히 많기 때문에 고유해(unique solution)의 결정을 위해서는 추가적인 제약조건이 필요하다. Eq. (3)은 구의 중심점 좌표 또한 평면상에 있다는 제약조건을 나타낸 것으로 이 제약조건식을 추가함으로써 고유해의 결정이 가능하다.

$$C^h(a^k, b^k, c^k, \alpha, \beta, \gamma^k) = a^k \alpha + b^k \beta + c^k \gamma^k + 1 = 0 \quad (3)$$

기존 연구(NGII, 2019)에서는 Eqs. (2), (3) 대신 일반적인 평면의 방정식($ax+by+cz+d=0$)을 사용하였으나 양변을 d 로 나눈 형태의 수식을 사용함으로써 파라미터의 개수를 줄일 수 있었다.

2.2 높이(γ) 결정을 위한 수학적 모델

Fig. 2와 같이 안테나 방향을 수평으로 고정한 후 Z 축에 대해 회전을 시키면 타겟의 위치가 회전각에 따라 변하게 되면서 궤적을 만들게 되는 데 이 궤적 또한 Fig. 1과 유사한 형태로 나타난다.

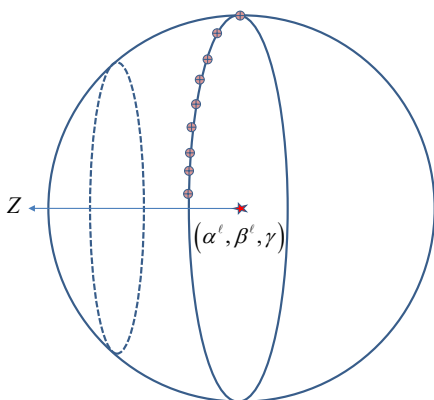


Fig. 2. Trace of one target due to rotation of VLBI antenna with respect to Z axis for the determination of γ

따라서 수평위치 결정을 위한 수식과 유사한 형태로 수학적 모델을 만들 수 있으며 구(S^v), 평면(P^v), 그리고 제약조건(C^v)에 해당되는 식은 Eqs. (4), (5), (6)과 같다.

$$S^v(a^l, \beta^l, \gamma, R^l, x_j, y_j, z_j) = (x_j - \alpha^l)^2 + (y_j - \beta^l)^2 + (z_j - \gamma)^2 - R^l = 0 \quad (4)$$

where subscript j : index of target, superscript l : index of sphere.

$$P^v(a^l, b^l, c^l, x_j, y_j, z_j) = a^l x_j + b^l y_j + c^l z_j + 1 = 0 \quad (5)$$

where superscript l : index of plane.

$$C^v(a^l, b^l, c^l, \alpha^l, \beta^l, \gamma) = a^l \alpha^l + b^l \beta^l + c^l \gamma + 1 = 0 \quad (6)$$

기존 연구(NGII, 2019)에서는 방위각 하나에 대해 타겟이 만드는 궤적의 반지름을 파라미터로 계산하였으나 타겟이 만드는 궤적은 방위각과 무관하므로 각 타겟 별 반지름을 파라미터로 설정함으로써 개수를 줄일 수 있었다.

2.3 조정계산

Eqs. (1)-(6)은 관측값인 타겟의 좌표값과 IVP 위치관계를 수학적으로 나타낸 것으로 Eqs. (1), (2)와 Eqs. (3), (4)에 해당되는 관측방정식 부분과 Eqs. (3), (6)에 해당되는 제약조건식 부분으로 나눌 수 있다. 관측방정식 및 제약조건식은 비선형식이므로 Gauss-Markov 조정계산 모델에 적용하기 위해서는 선형화 과정이 필요하며 선형화 후 관측방정식과 제약조건식을 행렬로 나타내면 Eq. (7)과 같다(Snow, 2002; Schaffrin, 2003).

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{A} \boldsymbol{\xi} + \mathbf{e}, \quad \mathbf{e} \sim (0, \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}), \quad rk(\mathbf{A}) =: q \leq \{m, n\} \\ \mathbf{\kappa}_0 &= \mathbf{K} \boldsymbol{\xi}, \quad rk(\mathbf{K}) =: l \geq m - q \end{aligned} \quad (7)$$

where \mathbf{y} : $n \times 1$ vector of observations, \mathbf{A} : $n \times m$ design matrix, $\boldsymbol{\xi}$: $m \times 1$ vector of unknowns (parameters), \mathbf{e} : $n \times 1$ vector of measurement errors, σ_0^2 : variance component, \mathbf{P} : $n \times n$ weight matrix, $rk\{\cdot\}$: rank of matrix.

Eq. (7)에 최소제곱법을 적용하여 미지수와 미지수에 대한 분산을 각각 계산하면 다음 Eqs. (8), (9)와 같다.

$$\hat{\boldsymbol{\xi}} = (\mathbf{N} + \mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{c} + (\mathbf{N} + \mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T [\mathbf{K}(\mathbf{N} + \mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T]^{-1} [\mathbf{k}_0 - \mathbf{K}(\mathbf{N} + \mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{c}] \quad (8)$$

$$D(\hat{\xi}) = \sigma_0^2 (N + K^T K)^{-1} - \sigma_0^2 (N + K^T K)^{-1} K^T [K(N + K^T K)^{-1} K^T]^{-1} K(N + K^T K)^{-1} \quad (9)$$

with $[N, c] := A^T P [A, y]$.

이때 타겟의 좌표값은 Eq. (10)과 같이 참값과 관측오차의 합으로 표현함으로써 관측값의 오차를 고려할 수 있으며 조정계산에 필요한 자세한 수식은 Appendix에 수록하였다.

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{x_i} \\ \mu_{y_i} \\ \mu_{z_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{e}_{x_i} \\ \bar{e}_{y_i} \\ \bar{e}_{z_i} \end{bmatrix}, \quad \bar{e} := \begin{bmatrix} \bar{e}_{x_i} \\ \bar{e}_{y_i} \\ \bar{e}_{z_i} \end{bmatrix} \sim (\mathbf{0}, \sigma_0^2 P_0^{-1}) \quad (10)$$

where μ is true value, \bar{e} is measurement error, σ_0^2 is variance component, P_0 is weight matrix.

3. 결과

3.1 관측데이터

측지용 VLBI 안테나는 세종시에 위치한 우주측지관측센터 내에 설치되어 있으며 국토지리정보원에서는 안테나의 변위분석을 위해 정기적(1년 동안 5회)으로 결합측량을 수행하고 있다. 결합측량(Co-location survey)은 거리 및 각 관측을 기반으로 한 지상측량을 통하여 우주측지기술 사이의 상대적인 위치 관계를 결정하는 것을 의미한다. Fig. 3은 세종 우주측지관측센터 내 VLBI 안테나 위치와 결합측량 시 사용된 필라 및 보조점의 위치를 나타내고 있다.



Fig. 3. Location map of Sejong VLBI station and pillars used for co-location survey (NGII,2019a)

결합측량을 위해 먼저 필라1과 필라2를 연결하는 직선의 방향을 Y축으로, Y축방향과 수직인 방향을 X축을 정의한다. 각 필라들은 지역좌표계에서 기준점 역할을 하게 되며 필라에서 안테나에 부착된 타겟까지의 거리 및 각측량을 통해 타겟의 최종 좌표를 결정하게 된다. 결합측량을 위한 반사타겟(1번~11번)은 안테나의 본체 및 외부표면에 부착되었으며 위치는 Fig. 4와 같다.



Fig. 4. Location of reflective targets for co-location survey (NGII, 2019a)

구체적인 결합측량 방법 및 결과 데이터는 NGII (2019a)에

서 확인할 수 있으며 본 연구에서는 2019년 2차 측량을 통해 획득한 데이터를 사용하였다. 2차 측량은 2019년 5월 20일부터 5월 24일까지 수행되었으며 각 및 거리측량에 이용된 토털 스테이션의 사양은 Table 1과 같다.

Table 1. Specification of surveying instrument

Manufacturer	Trimble
Model	Trimble S8
Accuracy	Distance: $\pm (1 + 2\text{ppm} \times D)$ mm Angle: $\pm 1''$

VLBI IVP의 수평위치를 결정하기 위해서 안테나의 양각은 90°로 고정된 후 방위각을 15° 간격으로 회전시키면서 타겟의 좌표값을 결정하였다. 수직위치의 결정을 위해 방위각은 0°, 30°, 60°, 90°, 120°, 150°, 180°, 210°, 240°, 270°, 300°, 330°에 대해, 각 방위각에 대한 양각은 5°, 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90° 간격으로 관측을 수행하였다. 모든 타겟의 관측데이터를 사용하여 IVP의 수평위치를 결정하였으며 수직위치는 6번과 7번 타겟 관측데이터를 사용하였다.

3.2 조정계산결과

토털스테이션은 거리와 각을 재는 측량기기로 제조업체에서는 Table 1과 같이 관측오차에 대한 정보를 제공해 주고 있다. 따라서 거리 및 각을 관측하여 특정한 점의 좌표값을 결정하는 경우 좌표뿐만 아니라 계산된 좌표값의 정확도도 계산할 수 있다. 하지만 본 연구에서 사용된 관측데이터는 국토지리정보원에서 정기적으로 수행하고 있는 VLBI 안테나 변위모니터링 사업을 통해 획득한 것으로 타겟에 대한 좌표값에 해당된다. 따라서 조정계산에 필요한 타겟좌표의 정확도를 나타내는 값으로 거리 및 각측량으로부터 유도된 값을 사용하는 데에는 한계가 있었다. 이러한 한계로 인해 타겟좌표의 정확도는 임의로 설정하되 Table 1을 참조하여 x, y, z좌표 각각에 대해 관측오차의 크기를 1.5mm로 정하였다. 이 부분은 향후 거리 및 각 관측데이터 확보를 통해 보완할 수 있을 것으로 기대된다.

Eq. (7)에서의 파라미터 벡터 ξ 는 IVP의 수평성분 (α, β), 그리고 수직성분 γ 와 관련된 파라미터로 구분할 수 있으며 계산된 결과는 Tables 2-4와 같다.

Table 2. Estimated parameters relevant to horizontal components of VLBI IVP position

Target ID	Parameters				
	a^k	b^k	c^k	γ^k [m]	R^k [m ²]
1	-0.0000	0.0000	-0.0051	196.4259	25.1354
2	-0.0000	0.0000	-0.0051	196.4239	25.1703
3	-0.0000	0.0000	-0.0051	196.4166	25.1179
4	-0.0000	0.0000	-0.0051	196.4148	25.1157
5	-0.0000	0.0000	-0.0051	196.4278	15.0504
6	-0.0000	0.0000	-0.0051	196.4300	15.0571
7	-0.0000	0.0000	-0.0051	196.4281	15.0970
8	-0.0000	-0.0000	-0.0051	194.5916	22.5570
9	-0.0000	-0.0000	-0.0051	194.5911	22.5844
10	-0.0000	-0.0000	-0.0052	191.4662	26.2924
11	-0.0000	-0.0000	-0.0052	191.4586	26.3432

Table 3. Estimated parameters relevant to vertical component of VLBI IVP position

Target ID	Index	Parameters				
		a^ℓ	b^ℓ	c^ℓ	α^ℓ [m]	β^ℓ [m]
6	1	0.0085	-0.0287	-0.0000	22.3940	41.3521
6	2	0.0564	-0.0536	-0.0000	20.6835	40.3119
6	3	-0.0973	0.0235	0.0001	19.7158	38.5380
6	4	-0.0330	-0.0097	0.0000	19.7566	36.5434
6	5	-0.0175	-0.0184	0.0000	20.8115	34.8213
6	6	-0.0062	-0.0257	0.0000	22.5857	33.8531
6	7	0.0111	-0.0378	0.0000	24.5785	33.9059
6	8	0.1444	-0.1371	-0.0000	26.3004	34.9608
6	9	-0.0542	0.0130	-0.0000	27.2569	36.7165
6	10	-0.0258	-0.0076	-0.0000	27.2064	38.7348
6	11	-0.0145	-0.0153	-0.0000	26.1636	40.4412
6	12	-0.0051	-0.0212	0.0000	24.4121	41.3999
7	1	0.0108	-0.0367	-0.0001	24.5794	33.9086
7	2	0.1474	-0.1400	0.0001	26.3068	34.9600
7	3	-0.0540	0.0130	-0.0000	27.2618	36.7153
7	4	-0.0258	-0.0076	-0.0000	27.2095	38.7379
7	5	-0.0145	-0.0153	-0.0000	26.1545	40.4627
7	6	-0.0051	-0.0212	0.0000	24.3810	41.4114
7	7	0.0085	-0.0286	-0.0000	22.3817	41.3546
7	8	0.0563	-0.0535	-0.0000	20.6586	40.2954
7	9	-0.0966	0.0233	0.0000	19.7092	38.5277
7	10	-0.0326	-0.0096	-0.0000	19.7680	36.5267
7	11	-0.0174	-0.0183	0.0000	20.8132	34.8146
7	12	-0.0062	-0.0256	0.0000	22.5902	33.8488
Target ID	Parameters [m ²]					
	R^ℓ					
6	3.3599					
7	3.3499					

Table 4. Estimated VLBI IVP position

Parameters [m]		
α	β	γ
23.4874 ± 0.0001	37.6302 ± 0.0001	194.5992 ± 0.0008

Tables 2, 3에서 평면에 수직인 벡터를 의미하는 a, b, c 의 값은 상대적으로 작은 값으로 계산되는 경우가 있었으며 소수점 4째자리 이하의 값으로 계산된 경우 부호만 반영하되 숫자는 0으로 표기하였다. 최종 IVP의 좌표값인 α, β, γ 는 지역좌표계 기준으로 23.4874m (X), 37.6302m (Y), 194.5992m (Z)로 계산되었으며 기존 결과(NGII, 2019b)와 비교했을 때 모든 성분의 차이는 1cm 이내인 것으로 나타났다(기존 결과: 23.4880m, 37.6282m, 194.5900m).

조정계산을 통해 계산된 파라미터에 대한 표준편차는 Fig 6와 같으며 일부 파라미터를 제외하고 대부분의 경우 0.01보다 작은 것으로 나타났다. 파라미터 인덱스 178, 179, 180에 해당되는 파라미터는 α, β, γ 이며 이들에 대한 표준편차는 각각 0.1mm, 0.1mm, 0.8mm로 나타났다.

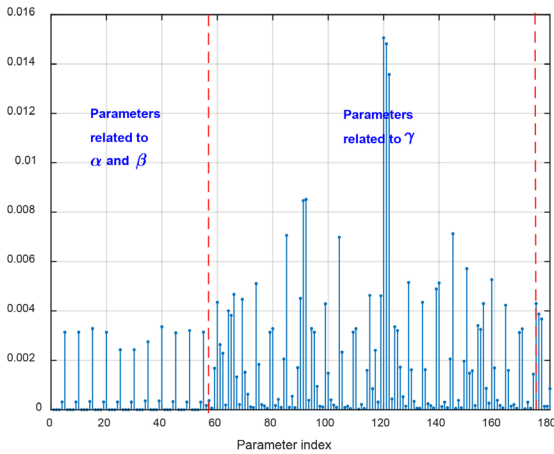


Fig. 6. Standard deviations of estimated parameters

본 연구를 통해 계산된 VLBI IVP 좌표값은 기존 NGII (2019b)에서 제시한 결과와 유사한 수준인 것으로 나타났으며 따라서 조정계산을 통해 계산된 좌표 그리고 표준편차 또한 신뢰할 수 있는 것으로 판단된다.

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 기존 연구에서 제안된 IVP추정모델을 수정·보완하여 세종 우주측지관측센터에 위치한 VLBI 안테나 IVP의 좌표값 및 좌표값에 대한 오차정보를 계산하였다. 수정된 수학모델을 통해 파라미터의 개수를 줄일 수 있었으며 그 결과 계산상의 효율과 신뢰성을 높일 수 있었다. 관측값으로는 변위측량 시 획득한 반사타겟에 대한 좌표값 정보를 사용하였으며 조정계산에 필요한 관측값에 대한 정확도는 측량기기의 정확도를 고려하여 1.5mm로 설정하였다. 조정계산을 통해 추정된 VLBI IVP좌표는 X: 23.4874m ± 0.1mm, Y: 37.6302m ± 0.1mm, Z: 194.5992m ± 0.8mm 로 기존 변위측량 시 계산된 좌표와 각각의 좌표성분에 대해 1cm 이내의 차이를 보이는 것으로 나타났다. 따라서 본 연구를 통해 제시된 VLBI IVP추정 모델은 좌표값뿐만 아니라 오차정보의 계산이 필요한 경우 유용하게 활용될 수 있을 것으로 판단된다. 또한 향후 VLBI IVP 결정을 위한 측량을 통해 획득한 관측값을 사용할 수 있다면 관측값에 대한 통계특성이 충분히 고려된 결과를 얻을 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구에 사용된 데이터는 국토지리정보원(NGII)에서 제공하였으며 이에 감사합니다.

References

Abbondanza, C., Altamimi, Z., Sarti, P., Negusini, M., and Vittuari, L. (2009), Local effects of redundant terrestrial and GPS-based tie vectors in ITRF-like combinations, *Journal of Geodesy*, Vol. 83, pp. 1031–1040.

Altamimi, Z., Collilieux, X., and Metivier L. (2011), ITRF2008: an improved solution of the 306 international terrestrial reference frame, *Journal of Geodesy*, Vol. 85, pp. 457-463.

Dawson, J., Sarti, P., Johnston, G.M., and Vittuari, L. (2007), Indirect approach to invariant point determination for SLR and VLBI systems: an assessment, *Journal of Geodesy*, Vol. 81, Issue. 6-8, pp. 433-441.

Johnston, G., Dawson, J., and Naebkhil, S. (2004), *The 2003 Mount Stromlo Local Tie Survey*, Record 2004/20, Geoscience Australia, Canberra, Australia, pp. 8-10.

NGII (2019a), Enhancement of National Geodetic Network,

- National Geographic Information Institute, Suwon, Korea.
229p. (in Korean)
- NGII (2019b), Survey 2nd Report for Maintenance of Sejong VLBI Station, National Geographic Information Institute, Suwon, Korea. 71p. (in Korean)
- Sarti, P., Sillard, P., and Vittuari, L. (2004), Surveying co-located space-geodetic instruments for ITRF computation, *Journal of Geodesy*, Vol. 78, pp. 210-222.
- Schaffrin, B. (2003), *Advanced Adjustment Computations, Lecture Notes (GS762)*, Dept. of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.
- Shen, Y., Xinzhaoh, Y., Jiexian, W., Bin, W., Junping, C., Xiaping, M., and Xiuqiang, G. (2015), Mathematical model for computing precise local tie vectors for CMONOC co-located GNSS/VLBI/SLR stations, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 6, No. 1. pp. 1-6.
- Snow, K.B. (2002), *Applications of Parameter Estimation and Hypothesis Testing to GPS Network Adjustments*, Report No. 465, Dept. of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.

Appendix

$$\xi := [\delta a^k \quad \delta b^k \quad \delta c^k \quad \delta \gamma^k \quad \delta R^k \quad \delta a^\ell \quad \delta b^\ell \quad \delta c^\ell \quad \delta \alpha^\ell \quad \delta \beta^\ell \quad \delta R^\ell \quad \delta \alpha \quad \delta \beta \quad \delta \gamma]^T$$

$$y = \begin{bmatrix} y_{x^k} \\ y_{y^k} \\ y_{z^k} \\ y_{x^\ell} \\ y_{y^\ell} \\ y_{z^\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_0^k - 2(\mu_{x,0} - \alpha_0)(x_i - \mu_{x,0}) - 2(\mu_{y,0} - \beta_0)(y_i - \mu_{y,0}) - 2(\mu_{z,0} - \gamma_0^k)(z_i - \mu_{z,0}) \\ -P_0^k - a_0^k(x_i - \mu_{x,0}) - b_0^k(y_i - \mu_{y,0}) - c_0^k(z_i - \mu_{z,0}) \\ -S_0^\ell - 2(\mu_{x,0} - \alpha_0^\ell)(x_i - \mu_{x,0}) - 2(\mu_{y,0} - \beta_0^\ell)(y_i - \mu_{y,0}) - 2(\mu_{z,0} - \gamma_0^\ell)(z_i - \mu_{z,0}) \\ -P_0^\ell - a_0^\ell(x_i - \mu_{x,0}) - b_0^\ell(y_i - \mu_{y,0}) - c_0^\ell(z_i - \mu_{z,0}) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2(\mu_{x,0} - \alpha_0) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{x,0} & \mu_{x,0} & \mu_{x,0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2(\mu_{x,0} - \alpha_0) & -2(\mu_{y,0} - \beta_0) & -1 & 0 & 0 & 0 & -2(\mu_{z,0} - \gamma_0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{x,0} & \mu_{y,0} & \mu_{z,0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B\bar{e} = \begin{bmatrix} -2(\mu_{x,0} - \alpha_0) & -2(\mu_{y,0} - \beta_0) & -2(\mu_{z,0} - \gamma_0^k) & 0 & 0 & 0 \\ -a_0^k & -b_0^k & -c_0^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2(\mu_{x,0} - \alpha_0^\ell) & -2(\mu_{y,0} - \beta_0^\ell) & -2(\mu_{z,0} - \gamma_0^\ell) \\ 0 & 0 & 0 & -a_0^\ell & -b_0^\ell & -c_0^\ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{x^k} \\ e_{y^k} \\ e_{z^k} \\ e_{x^\ell} \\ e_{y^\ell} \\ e_{z^\ell} \end{bmatrix}$$

$$K_0 := \begin{bmatrix} -C_0^k \\ -C_0^\ell \end{bmatrix}$$

$$K := \begin{bmatrix} \alpha_0 & \beta_0 & \gamma_0^k & c_0^k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_0^k & b_0^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_0^\ell & \beta_0^\ell & \gamma_0 & a_0^\ell & b_0^\ell & 0 & 0 & 0 & c_0^\ell \end{bmatrix}$$

$$D\{e\} = \sigma_0^2 P^{-1} = BD\{\bar{e}\}B^T = \sigma_0^2 BP^{-1}B^T$$