

전륜구동 차량용 자동변속기의 기구학적 구성에 대한 조립 가능성 분석에 관한 연구

권현식*[#]

*동의대학교 자동차공학과

Assemblability Analysis of Kinematic Configurations of Front-Wheel Drive Automatic Transmissions

Hyun Sik Kwon*[#]

*Automotive Engineering, Dong-eui University

(Received 11 September 2019; received in revised form 28 September 2019; accepted 30 September 2019)

ABSTRACT

An automotive automatic transmission is a popular power-transmitting device in passenger vehicles, as it provides various speed ratios for diverse driving conditions with easy manipulation and smooth gear shifting. The transmission is mainly composed of input and output shafts, planetary gear sets, brakes/clutches, and housing, and it yields multiple forward gears and one reverse gear by actuating the shifting devices of the brakes and clutches. In developing a new transmission, kinematic configurations of a transmission, which presents a brief structure and actuation schemes for speed ratios, need to be checked to determine if the structure can be assembled in a layout. It is impossible for a transmission concept having any interference in connecting main components to be developed further in the design process, since connection interference leads to failure of a layout design in the 2-D plane. In this research, an analysis of the assemblability of a front-wheel drive automatic transmission is carried out on an example concept design by applying the vertex addition algorithm based on graph theory.

Key Words : Automatic Transmission(자동변속기), Assembly Check(조립성 검사), Planarity Test(평면성 검사), Kinematic Configuration(기구학적 구성), Transmission Design(변속기 설계)

1. 서 론

자동차의 변속기는 엔진과 차량 사이 위치하여 엔진에서 발생하는 동력을 다양한 운전상황에 대응할 수 있는 속도와 토크로 변환시키는 역할을 하는 자동차의 동력성능을 결정짓는 매우 중요한 장치이며 특히 자동변속기는 부드러운 변속감과 편리한

조작성으로 승용차에서 대형운송 차량과 화물차량으로 적용 범위가 확대되고 있다. 자동변속기의 기본 구조는 입력축, 출력축, 유성기어 세트의 동력전달기구, 브레이크와 클러치의 변속기구, 변속기 하우징으로 구성되어 있으며 이러한 기본 구조는 개략도로서 Fig. 1과 같이 표현한다.

자동변속기에 적용되는 유성기어 세트는 다양한 기어비 제공, 부피 대비 높은 동력전달 밀도, 동축 회전의 컴팩트한 구조 등 평행축 구조의 기어 대비 많은 장점이 있는 기계요소이다. 유성기어 세트는

Corresponding Author : hskwon@deu.ac.kr

Tel: +82-51-890-2303, Fax: +82-505-182-6978

Copyright © The Korean Society of Manufacturing Process Engineers. This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 3.0 License (CC BY-NC 3.0 <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

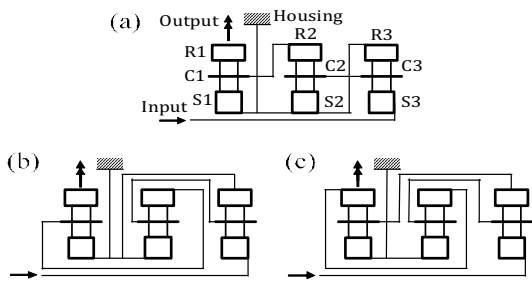


Fig. 1 (a) An unarranged presentation of a kinematic configuration example, (b) assemblable presentation of (a), and (c) Un-assemblable kinematic configuration example

선기어, 링기어, 회전축을 중심으로 배치되어 선기어와 링기어를 연결하는 idling 역할의 유성기어, 유성기어를 편사프트로 지지하는 캐리어로 구성되어 있으며 유성기어가 한 개 적용된 단순(싱글) 유성기어 세트(Fig. 2(a)), 두 개의 유성기어가 적용된 더블 유성기어 세트(Fig. 2(b)), 두 유성기어 세트가 복잡적으로 연결된 라비노 유성기어 세트(Fig. 2(c))의 세 가지로 분류된다. 유성기어 세트의 회전요소는 유성기어를 제외한 동축 회전의 선기어 S, 링기어 R, 캐리어 C로 구성되며 각 유성기어 세트에 대한 회전요소 구성은 Fig. 2에서 확인할 수 있다.

자동변속기에서 발휘되는 복수의 전진 단과 하나의 후진 단은 브레이크와 클러치 작동에 의한 유성기어 세트의 회전요소, 입력축, 출력축, 변속기 하우징의 선택적 연결로 구현된다. 여러 속도 단을 제공하는 자동변속기의 기구학적 구성에 관한 연구는 레버를 이용한 그래픽 분석법, 기구학적 구조에 대한 행렬 구성을 통한 분석법 등 구조개발에 관한 많은 연구가 수행됐다¹⁻⁴⁾. 그러나 속도 단의 개수와 단별 기어비로 결정되는 자동차의 동력요구사항을 만족하는 우수한 성능의 구조를 개발해도 축을 중심으로 회전하는 회전체로서 평면의 레이아웃 상 연결 불가능한 구조는 실제 설계 적용이 불가능하므로 우수한 구조로 볼 수 없다. Fig. 1의 예제 구조를 통하여 레이아웃 연결과 간섭에 대하여 알아보자. Fig. 1(a) 구조는 구조개발의 결과물로 자동변속기의 기구학적 구성을 나타내나 레이아웃 상 연

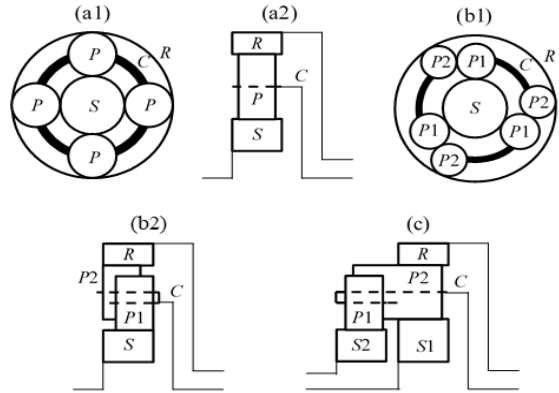


Fig. 2 (a) A single-planet planetary gear set, (b) a double-planet planetary gear set and (c) a Ravigneaux planetary gear set

결은 고려하지 않은 상태이다. 기본 구성에 대한 연결 간 상호 간섭을 회피하여 배치하면 Fig. 1(b)와 같이 모든 연결에 대하여 상호 간섭 없는 배치를 할 수 있다. 그러나, Fig. 1(c) 구조 배치에서 S1 (혹은 S2)과 하우징 연결은 C1-R3 연결 때문에 불가능하다. 이처럼 연결에 대하여 간섭이 발생하는 구조는 설계로 실현할 수 없다.

구조개발로 한정되었던 자동변속기 관련 연구는 최근 기본 구조의 연결 및 조립성 검사에 관한 연구로 발전하였다. 후륜구동 자동변속기와 라비노 타입 유성기어가 포함된 자동변속기의 기본 구조를 그래프로 변환하고 그래프 기반의 Vertex Addition Algorithm(VAA)⁵⁾을 적용하여 조립 가능성을 판단한 연구가 수행되었다⁶⁾. 기존 연구는 입/출력축이 변속기 전/후방에 위치하고 브레이크 연결의 하우징만 경방향에 위치하는 후륜구동 변속기 구조를 반영하는 그래프 구성과 배치를 통하여 조립 가능성을 분석하였다. 그러나, 후륜구동 변속기는 출력축이 변속기 후방에 위치하여 동력이 흘러나가는 구조지만, 전륜구동 변속기는 동력이 변속기 경방향으로 출력되는 구조로서 출력축이 하우징과 연결되는 복수의 브레이크 연결 사이에 위치한다. 따라서 전륜구동 자동변속기 구조에 대한 조립 가능성 분석은 후륜 구조의 조립 가능성 분석에 적용한 그래프 구성과 배치를 동일하게 적용하여 수행할 수 없다.

본 연구는 전륜구동 자동변속기의 기구학적 구성에 관한 조립 가능성 분석의 공백을 보완하기 위하여 전륜구동 변속기의 구조를 반영하는 그래프 구성과 배치를 통한 조립 가능성 분석을 수행하였다.

2. 그래프 이론 소개

조립 가능성 분석에 적용되는 VAA는 그래프 기반의 정보를 처리하여 가능성의 유무를 판단하므로 이후 설명하게 될 조립 가능성 분석에 대한 전체 프로세스를 이해하기 위해서 그래프 이론에 대한 기초적인 내용을 이해할 필요가 있다. 본 연구의 이해를 위하여 그래프에 대한 기초적인 정의와 구성을 소개할 것이며 심도 있는 내용은 연구문헌^{5, 8)}을 참고하기 바란다.

그래프 G 는 n 개 점 v 의 점 집합 V 와 m 개 선 e 의 선 집합 E 로 구성되는 구조체이다. 두 개의 점 v_i 와 v_j 는 상호 인접 관계에 있으며 선 e_k 에 부속된다. e_k 가 방향이 없는 경우 undirected-선(무향선)이라고 정의하고 (v_i, v_j) 로 표현하며 $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$ 의 관계를 갖는다. 반면에 방향이 있는 e_k 는 directed-선(유향선)이라고 정의하고 $\langle v_i, v_j \rangle$ 로 표현한다. 이는 v_i 에서 v_j 로 향함을 의미하며 선의 방향 정의로 인하여 $\langle v_i, v_j \rangle \neq \langle v_j, v_i \rangle$ 의 관계를 형성한다. directed-선으로 구성되는 그래프는 directed-graph(혹은 digraph)로 정의한다.

G 에서 연속적으로 선이 부속된 점들을 공유하며 연결되는 체인을 walk라고 정의하고 $e_1 e_2 e_3 \dots e_{k-1}$ 로 표현한다. 여기서 각 선은 $e_1 = (v_1, v_2)$, $e_2 = (v_2, v_3)$, ..., $e_{k-1} = (v_{k-1}, v_k)$ 이며 e_1 과 e_2 는 v_2 를 공유하듯이 연결된 선은 한 점을 공유하며 연결되어 있다. $v_1 = v_k$ 인 경우 walk는 closed-path로 부르고, $v_1 \neq v_k$ 의 경우 open-path로 부른다.

$G = (V, E)$ 에서 임의의 한 쌍의 점 v_i 와 v_j 를 한 개 혹은 연속적으로 연결된 복수의 선으로 연결되는 경로가 존재할 때 G 는 connected 상태로 간주한다. Fig. 3(a, c)의 G 는 임의의 두 점 사이 경로가 존재하므로 connected 상태이다. 그러나, Fig. 3(b)의 점 1과 5는 다른 점들과 연결되는 경로가 존재하지 않는데 이런 경우 G 는 dis-connected 상태로 고려한다. Fig. 3(b)에서 3을 삭제하면 그래프의 구성요소

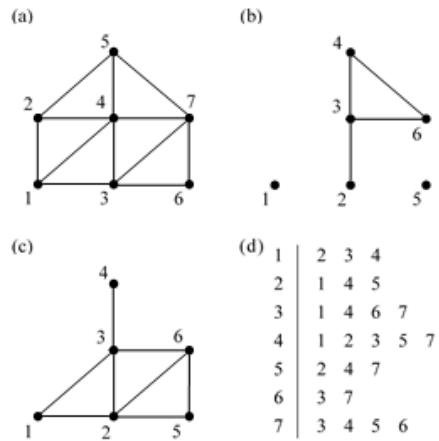


Fig. 3 (a) An example graph G , (b) a dis-connected graph, (c) an example graph having a cut-vertex and adjacency list of (a)

는 3개($\{1\}$, $\{2, 3, 4, 6\}$, $\{5\}$)에서 4개($\{1\}$, $\{2\}$, $\{4, 6\}$, $\{5\}$)로 증가하며 Fig. 3(c)의 경우는 3을 삭제하면 1개($\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$)에서 2개($\{1, 2, 5, 6\}$, $\{4\}$)로 증가한다. 이처럼 G 에서 점을 삭제하여 그래프의 구성요소가 증가한다면 그 점은 cut-vertex(절단점)로 간주하며 Fig. 3(b, c)의 경우 cut-vertex는 모두 3이다. Fig. 3(a)의 G 경우는 어떤 점을 삭제하여도 그래프의 구성요소는 증가하지 않는다. 즉, 이러한 그래프는 cut-vertex가 존재하지 않으며 2-connected 상태로 정의한다.

임의의 G 에 대하여 G 가 어느 한 공간에서 간섭 없이 구성할 수 있다면 그 그래프는 그 공간에서 embedding을 가지며 만약 그 embedding이 평면상에 가능하다면 그 그래프 G 는 평면 그래프(planar graph)라고 정의한다.

$V (v_i \in V, i \in [1, n], n = |V|)$ 와 $E (e_j \in E, j \in [1, m], m = |E|)$ 로 구성되는 G 는 v_i 가 e_j 에 의해 다른 점 v_k 와 연결되는 정보를 데이터화한 연결리스트 Adj (Adjacency list)의 형태로 표현할 수 있다. $Adj(v_i)$ 는 v_i 와 인접한 v_k 로 구성되는 집합이다. $D(v_i)$ 는 v_i 와 인접관계에 있는 점의 개수를 말하며 $Adj(v_i)$ 의 크기와 같다. Fig. 3(a)에 대한 Adj는 Fig. 3(d)와 같고 $Adj(v_2)$ 는 $\{1, 4, 5\}$ 이고 그 크기는 $D(v_2)=3$ 이다.

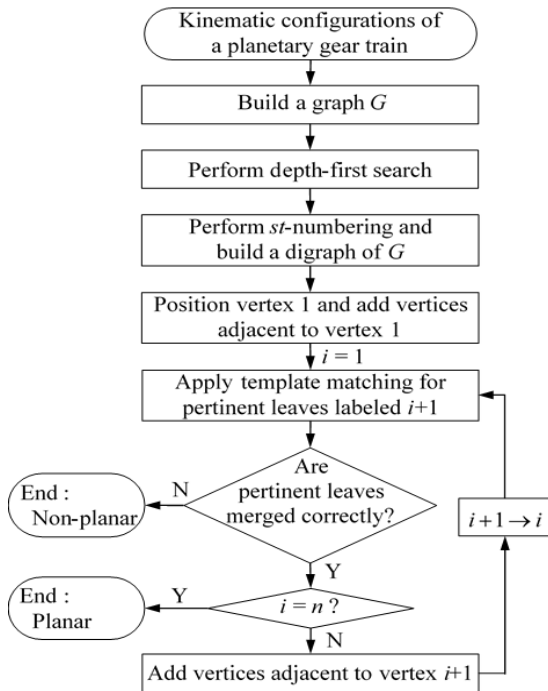


Fig. 4 A flowchart of the algorithm of assemblability analysis^[6]

3. 조립 가능성 분석 프로세스

본 연구인 전륜구동 자동변속기의 기구학적 구성에 대한 조립 가능성을 판단하기 위한 프로세스는 Fig. 4의 순서도에서 확인할 수 있으며 전체 분석 프로세스는 (i) 대상 기구학적 구성을 반영하는 그래프 G 정의, (ii) G에 대한 depth-first search 적용, (iii) st-numbering을 통한 G 재정의(digraph 구성), (iv) template matching을 이용한 VAA의 4단계로 구성되어 있다. 단계별 목적과 결과는 전륜구동 자동변속기 구조를 이용하여 설명할 것이며 단계별 상세한 알고리즘은 연구문헌^[5, 6]을 참고하기 바란다.

본 연구에서 분석 프로세스를 설명하기 위해 이용될 예제 구조는 전진 8단 후진 1단의 전륜구동 자동변속기 기구학적 구성^[9]이며 유성기어, 브레이크, 클러치 등의 구성은 Fig. 5에서 확인할 수 있다. Table 1은 브레이크 및 클러치 작동표이며 각 속도단은 작동표에 따른 브레이크와 클러치의 선택적

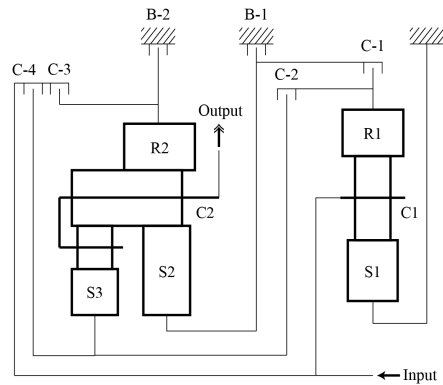


Fig. 5 An example of a front wheel drive automatic transmission concept design^[9]

Table 1 An actuation table of brakes and clutches for the 8-speed front wheel drive automatic transmission concept design of Fig. 5

	C-1	C-2	C-3	C-4	B-1	B-2	Gear ratio
1st				O	O		3.31
2nd		O			O		2.13
3rd			O		O		1.59
4th		O	O				1.24
5th			O	O			1.00
6th	O		O				0.83
7th	O			O			0.72
8th	O	O					0.64
REV				O		O	2.90

작동에 따른 회전요소의 연결로 속도비를 구현한다.

3.1 전륜구동 방식 자동변속기 구조에 대한 그래프 정의

본 연구에서 적용하는 분석 프로세스는 점과 선으로 연결되어 구성된 그래프의 정보를 입력 데이터로 이용하므로 변속기의 기본 구조를 반영하는 그래프를 구성하여야 한다.

변속기 하드웨어의 기본 구성은 그래프 이론에서 설명한 그래프의 두 기본 요소인 점과 선으로 전체 구성을 반영해야 한다. 점은 기본 구조의 회전요소를 의미하며 (i) 입력축(Input), (ii) 출력축(Output),

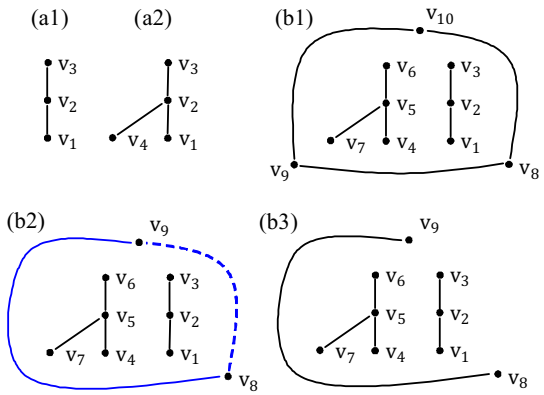


Fig. 6 (a) vertex arrangements of planetary gear sets and (b) entire arrangements of planetary gear trains

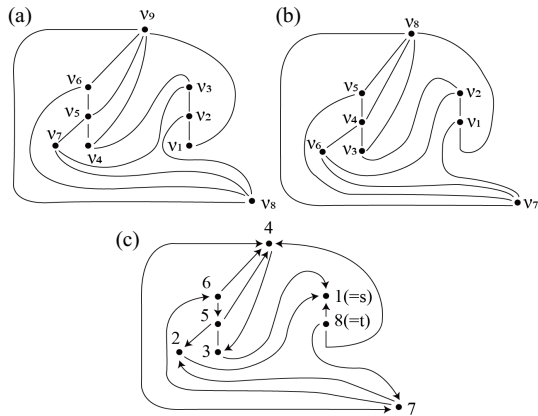


Fig. 7 (a) A graph representation of Fig. 5, (b) the modified graph of (a) and (c) a digraph of (b)

(iii) 유성기어 세트의 회전요소와 (iv) 변속기 하우징(Housing)을 의미한다. 특히 변속기 하우징은 고정하고자 하는 회전요소를 브레이크를 이용하여 하우징에 연결하므로 고정된 회전요소로 고려한다.

유성기어 세트의 각 회전요소에 대한 배치는 Fig. 6(a)에서 나타난 바와 같이 단순 및 더블 유성기어 세트의 S, C, R은 점 v_1, v_2, v_3 로 변환하고(Fig. 6(a1)) 라비노 유성기어 세트의 S1, C, R, S2는 점 v_1, v_2, v_3, v_4 로 변환한다(Fig. 6(a2)).

Table 2 Adjacency lists of (a) a graph of Fig. 7(a), (b) the modified graph of Fig. 7(b)

(a)	
Vertex	Adjacent vertices
V1	V1 V9
V2	V1 V3 V8
V3	V2 V4 V7
V4	V3 V5 V9
V5	V4 V6 V7 V9
V6	V5 V8 V9
V7	V3 V5 V8
V8	V2 V6 V7 V9
V9	V1 V4 V5 V6 V8

(b)	
Vertex	Adjacent vertices
V1	V2 V7 V8
V2	V1 V3 V6
V3	V2 V4 V8
V4	V3 V5 V6 V8
V5	V4 V7 V8
V6	V2 V4 V7
V7	V1 V5 V6 V8
V8	V1 V3 V4 V5 V7

선은 (i) 회전요소 간 영구 고정 샤프트, (ii) 브레이크와 클러치로 연결되는 가변 샤프트, (iii) 선기어-유성기어와 링기어-유성기어의 기어 물림에 의한 유성기어 세트의 회전요소(S, R, C)간 연결, (iv) 모든 회전요소를 포함하는 변속기 하우징을 나타낸다. 고정 및 가변 샤프트 연결을 제외한 유성기어의 기어 물림 연결과 하우징의 기본 구성요소는 Fig. 6(b)의 그래프와 같이 배치한다.

후륜구동 자동변속기 구조의 조립 가능성 분석에 관한 기존 연구^{6, 7} 대비 본 연구에서 주목해야 할 점은 전·후륜 구동 방식 차이에 대한 그래프 구성의 변화이다. 후륜구동 구조(Fig. 6(b1))는 변속기 전방과 후방에 입력축(v_8)과 출력축(v_9)이 축방향 배치되어 동력이 전달되나 전륜구동 방식의 구조(Fig. 6(b2))는 변속기 전방 입력축(v_8)으로 동력이 입력되어 변속기 중간부 위치한 출력축(v_9)을 통하여 경방향으로 동력을 출력시킨다. 이러한 구조적 차이로 인하여 출력축은 브레이크로 하우징에 연결되는 축

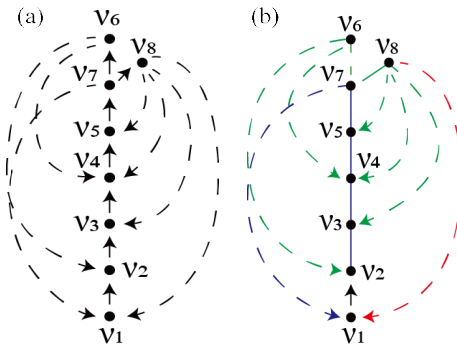


Fig. 8 (a) A depth-first tree of Fig. 7(b) and Tab. 2(b) and (b) classified paths of (a)

사이에 위치하게 되므로 하우징과 출력축에 대한 점은 공유로 사용해야 한다(Fig. 6(b2)의 \$v_9\$). 그리고, 후륜구동 방식의 경우 포함되는 출력축에 대한 점은 역할이 없으므로 그래프의 크기를 축소하고자 삭제해야 한다. 출력축에 대한 점 삭제로 입력축 점 \$v_8\$과 하우징 점 \$v_9\$을 있는 하우징을 의미하는 선 (\$v_8, v_9\$)이 중복된다(Fig. 6(b2)의 청색 실선과 점선). 본 연구에서는 중복되는 선에 대하여 weighting을 부과하여 선을 구별하는 방식을 적용하지 않으므로 중복되는 하우징 선의 한 부분을 삭제하여 그래프를 구성한다(Fig. 6(b3)).

Fig. 5의 전륜구동 자동변속기 구조의 샤프트 연결을 포함한 전체 기본 구조를 반영하는 그래프 구성은 Fig. 7(a)와 같이 표현할 수 있으며 각 점의 주변 점과의 연결리스트 Adj는 Table. 2(a)처럼 데이터화하여 나타낼 수 있다. 예를 들어 Adj(\$v_5\$)는 \$v_5\$와 인접한 점들의 집합 \$\{v_4, v_6, v_7, v_9\}\$으로 구성된다. Fig. 7(a)의 \$v_1\$은 \$D(v_1) = 2\$로서 \$v_2\$와 \$v_9\$를 직접 연결하고 삭제하여 전체 그래프의 크기(\$|V|\$)를 9에서 8로 축소할 수 있으며 결과 그래프와 연결리스트는 Fig. 7(b)와 Table 2(b)와 같다.

3.2 Depth-First Search

Depth-first search (DFS) 알고리즘은 그래프 \$G\$의 임의의 점 \$v_i\$에서 시작하여 연결리스트 Adj(\$v_i\$)를 바탕으로 인접한 점을 연속적으로 검토하여 검토 순서에 따른 점 사이의 관계를 형성하고 선을 분류한다. \$G\$에 DFS를 적용하면 점에 대한 검토 순서에

Table 3 Depth-first numbers, fathers, lowest points of vertices of \$G\$ of Fig. 8(a)

Vertex	DFN	FATH	LOW
\$v_1\$	1	-	1
\$v_2\$	2	\$v_1\$	1
\$v_3\$	3	\$v_2\$	1
\$v_4\$	4	\$v_3\$	1
\$v_5\$	5	\$v_4\$	1
\$v_6\$	7	\$v_7\$	2
\$v_7\$	6	\$v_5\$	1
\$v_8\$	8	\$v_7\$	1

의한 점의 재배열을 통하여 depth-first tree 형태의 데이터를 형성하고 점 간 관계를 정의한다. Depth-first tree는 점 검토과정 중 연속적으로 연결되는 선들의 집합 tree-edge \$T\$ (실선)와 점에 대한 검토는 되었으나 연속적인 선의 검토과정에서 검토되지 못한 선들의 집합 back-edge \$B\$ (점선)로 구성된다. 예제 구조에 대한 연결리스트를 바탕으로 임의의 점 \$v_1\$를 시작으로 DFS를 적용한 tree-edge는 Fig. 8(a)과 같다.

DFS는 depth-first tree를 형성하는 과정에서 \$v_i\$의 인접 점과의 관계를 정의하고 관계값 depth-first number DFN(\$v_i\$), father FATH(\$v_i\$), lowest point LOW(\$v_i\$)을 결정한다. 만약 DFS 과정에서 \$v_i, v_j, v_k, v_l, v_m, v_n\$의 순서로 점을 검토하였다면, DFN(\$v_i\$)는 점 \$v_i\$의 검토 순서를 의미한다. Fig. 8(a)의 경우 DFN(\$v_1\$) = 1이며 DFN(\$v_6\$) = 7이다. FATH(\$v_j\$)는 \$v_j\$에 대한 검토 전에 검토한 점 \$v_i\$를 나타내며 \$v_j\$ (혹은 \$v_k\$)의 father는 \$v_i\$ (혹은 \$v_j\$)인 관계를 의미한다. Fig. 8(a)에서 \$v_3\$의 father는 FATH(\$v_3\$) = \$v_2\$이다. 이와 더불어 \$v_i\$ (혹은 \$v_j\$)의 son는 \$v_j\$ (혹은 \$v_k\$)의 관계도 정의된다. LOW(\$v_i\$)는 \$v_i\$의 DFN, \$v_i\$의 son에 대한 LOW, \$B(v_i, v_j)\$의 \$v_j\$에 대한 LOW 중 최소 숫자로 정의된다. Table 2(b)에 대한 DFS 적용 결과인 DFN, FATH, LOW는 Table 3과 같다.

3.3 st-Numbering과 Digraph 구성

본 단계는 \$G\$를 구성하는 \$e\$의 방향 정의를 위하여 \$v\$에 번호를 할당하는 st-numbering 과정과 주어진 \$v\$의 번호를 기준으로 \$e\$에 방향을 정의하여 digraph (혹은 directed graph)로 변환하는 과정으로 구성되

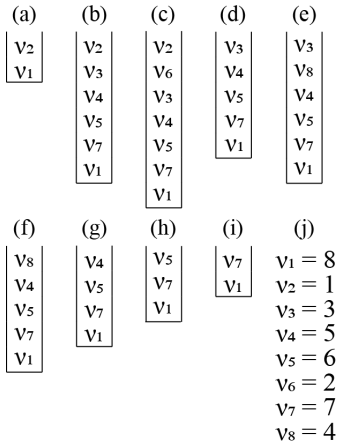


Fig. 9 (a-i) st-numbering process of Eq.(1) and (j) assigned st-numbers of vertices

어 있다.

st-numbering은 G를 구성하는 v_i ($i \in [1, n]$)에 다음 2개의 규칙을 만족하는 j ($j \in [1, n]$)의 새로운 번호를 할당한다.

- i) 첫번째 점 1과 마지막 점 n 은 e 에 의해 인접하다.
- ii) 첫번째 점 1과 마지막 점 n 을 제외한 점 j ($j \in [2, n-1]$)는 $i < j < k$ 의 번호 관계를 갖는 점 i 와 k 와 인접하다.

두 규칙을 만족하는 점에 대한 번호 정의를 위하여 depth-first tree를 구성하는 선을 다음의 3가지 형태의 Path로 분류한다.

- Case 1: Path가 v_i-v_j 로 구성되며 back-edge인 경우
- Case 2: $v_j-v_k \dots -v_q-v_r$ 의 연속된 선으로 구성된 Path에서 마지막 $e(=(v_q, v_r))$ 는 back-edge이고 나머지는 tree-edge로 구성되며 $DFN(v_r)$ 와 $LOW(v_j)$ 의 값이 같은 경우
- Case 3: 오직 tree-edge로 구성된 연속된 Path $v_j-v_k \dots -v_q-v_r$ 에서 v_r 만 미리 검토된 상태이고 인접하는 점의 관계가 $v_k = FATH(v_j)$, $v_i = FATH(v_k)$, ..., $v_r = FATH(v_q)$ 이며 $DFN(v_j) > DFN(v_i)$ 를 만족하는 경우

Path 분류 기준에 따라 Fig. 8(a)의 depth-first tree

는 Case 1(적색)의 Eq(1g), Case 2(청색)의 Eq(1a), Case 3(녹색)의 Eq(1b-f)로 분류된다(Fig. 8(b)).

$$PATH(v_2) = v_2v_3v_4v_5v_7v_1 \quad (1a)$$

$$PATH(v_2) = v_2v_6v_7 \quad (1b)$$

$$PATH(v_3) = v_3v_8v_7 \quad (1c)$$

$$PATH(v_4) = v_6v_4 \quad (1d)$$

$$PATH(v_4) = v_8v_4 \quad (1e)$$

$$PATH(v_5) = v_8v_5 \quad (1f)$$

$$PATH(v_8) = v_8v_1 \quad (1g)$$

st-numbering은 Eq(1)과 같이 분류된 여러 Path와 top-stack 방식의 저장 공간(array)을 사용하여 Path를 저장하고 삭제하며 각 점에 번호를 할당한다. Top-stack은 1차원의 데이터 형식으로 한쪽의 출입구만 갖는 구조이다. 저장은 데이터가 출입구로 들어가는 순서대로 저장되고 삭제는 저장된 순서의 역순으로 출입구와 가까운(가장 마지막에 저장된) 데이터부터 제거된다.

DFS 단계에서 임의로 선택한 v_1 과 첫 번째 인접한 v_2 로 구성된 시작 $PATH(v_2) = v_2v_1$ 을 v_1 부터 stack에 저장하며 번호할당 과정을 시작한다(Fig. 9(a)). Stack에서 v_2 를 삭제하여 $PATH(v_2)$ 에 대한 nullity를 확인한다. v_2 에 대한 PATH는 Eq(1a-b)가 존재하므로 Eq(1a)의 v_1 부터 stack에 저장하나 이미 stack에 존재하는 v_1 를 제외한 v_7 부터 v_2 까지 순서대로 저장한다(Fig. 9(b)). 다시 v_2 를 삭제하고 Eq(1b)의 점을 순서대로 저장하나 v_7 은 이미 stack에 존재

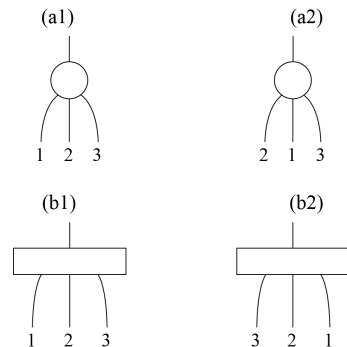


Fig. 10 (a) A permutation of a P-node and (b) a reversion of Q-node^[5]

하므로 v_6 와 v_2 만 저장한다(Fig. 9(c)). Fig. 9(c)의 stack에서 v_2 를 꺼내었을 때 $PATH(v_2)$ 은 null이므로 v_2 에 번호 1을 할당한다. Stack에서 v_6 를 삭제하고 $PATH(v_6)$ 는 null이므로 v_6 에 번호 2를 할당하면 stack의 저장 상태는 Fig. 9(d)와 같다. v_3 을 삭제하고 Eq(1c)를 저장하면 Fig. 9(e)의 상태가 되고 다시 v_3 을 삭제하여 번호 3을 부여하면 stack의 상태는 Fig. 9(f)가 된다. Fig. 9(f)의 v_8 을 꺼내어 Eq(1g)를 다시 저장하나 v_1 은 이미 stack안에 존재하므로 v_8 만 저장한다. v_8 을 삭제하며 번호 4를 할당하고(Fig. 9(g)), v_4 와 v_5 는 v_8 과 같은 절차에 의하여 Eq(1d-f)를 stack에 저장과 삭제를 반복하며 각각 5와 6을 할당한다(Fig. 9(h, i)). Fig. 9(i)의 stack에 남아있는 v_7 과 v_1 에 대한 $PATH$ 는 null이므로 순서대로 stack에서 삭제하며 번호 7과 8을 할당한다. 모든 점에 대한 번호는 Fig. 9(j)와 같이 할당되었고, 점 1번과 n번은 s (source)와 t (sink)로 정의되며 점 1과 점 n에 대한 DFN은 각 2과 1의 값을 갖는다.

G를 구성하는 점 집합 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 의 각 점은 st-numbering 과정을 거치며 일대일 대응의 새로운 번호로 구성되는 점 집합 $V^*=\{1, 2, \dots, n\}$ 으로 변환되었다. 점 집합 V^* 의 각 점의 번호를 기준으로 선에 인접한 두 점 중 큰 번호의 점에서 작은 번호의 점으로 방향을 정의하면 G는 digraph(혹은 directed G)로 재정의된다. Fig. 9(j)의 번호를 기준으로 Fig. 7(b)의 그래프는 Fig. 7(c)의 digraph로 변환하며 이 그래프에 대한 연결리스트도 선의 방향을 고려하여 Table 4처럼 재구성한다.

Table 4 Adjacency lists modified by st-numbering process

Vertex	Adjacent vertices
1	-
2	1
3	1
4	3
5	2 3 4
6	4 5
7	2 4 6
8	1 4 7

3.4 그래프의 PQ-tree 형태

PQ-tree는 VAA를 위한 수학적 연산이 가능한 그래프 구조로서 P-node, Q-node, leave의 세 가지의 구성요소로 구조화되어 있다. Leave는 점 집합 V^* 의 각 점을 의미하며 VAA에서 점을 추가할 때 P-node 혹은 Q-node의 아래에 실선의 형태 연결하여 PQ-tree에 추가된다. Fig. 10에서 원형의 P-node와 사각형의 Q-node 하위에 실선으로 연결됨을 확인할 수 있다. 원형 형태의 그래프인 P-node는 cut-vertex의 역할을 하며 연결된 복수의 leaves는 상호 위치 변경이 가능하다(Fig. 10(a)). 사각형 형태의 그래프 Q-node는 2-connected 상태의 sub-그래프이다. 회전에 의한 leaves의 좌우 위치 변경이 가능하며 회전 후 leaves간 상호 위치는 변하지 않는다(Fig. 10(b)).

3.5 Template matching과 vertex addition algorithm

이전까지 하드웨어를 반영하는 그래프 정의, DFS와 st-numbering을 이용한 그래프 검토와 재구성, 그리고 연결리스트 생성에 관하여 설명하였다. 앞으로 본 연구의 남은 내용인 사전 준비된 그래프의 연결정보를 바탕으로 VAA를 통한 조립 가능성 분석에 관하여 설명한다.

본 연구에서 적용하는 VAA는 PQ-tree의 기본 요소로 구성되는 sub-그래프 PQT_j ($j \in [1, n]$)에 점을 의미하는 leave를 추가 연결하여 조립 가능성을 판단한다. PQT_j 에서 $j+1$ 번호를 갖는 leaves는 pertinent 상태로 정의하고 이 pertinent leaves를 template matching이라는 PQ-tree에 대한 9가지 수학적 연산 로직(Fig. 11)과 P/Q-node의 leave에 대한 위치 변경 특성(Fig. 10)을 복합적으로 적용하여 나란히 위치시킨다(Fig. 12(a1)). 그리고, 연속적으로 놓인 leaves는 하나의 leave로 병합 후 P-node로 변환(Fig. 12(a2))하고 점 $j+1$ 에 인접한 점에 대한 leave를 추가(Fig. 12(a3))하면 PQT_{j+1} 로 변형된다. 이러한 방식으로 G에 대하여 VAA가 진행되는 동안 PQT_1 에서 시작하여 PQT_n 까지 순차적으로 변형을 완성하면 그 그래프는 평면 그래프(planar graph)로 판명된다. 즉, 그래프의 자동변속기 기구학적 구조

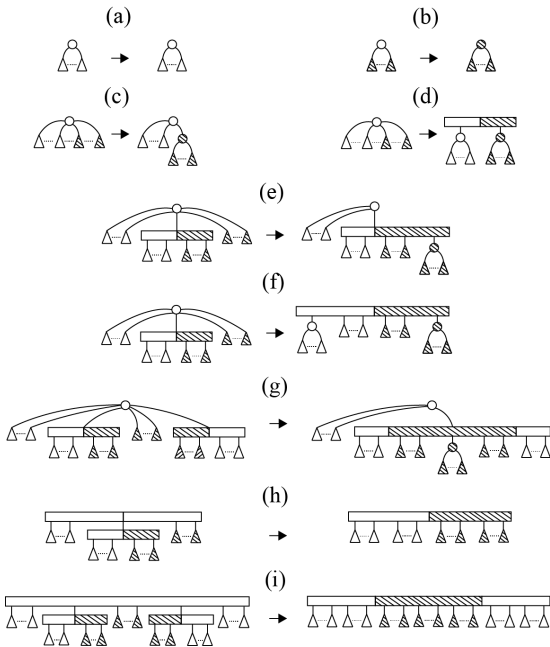


Fig. 11 (a-i) 9 operations of template matching^[5]

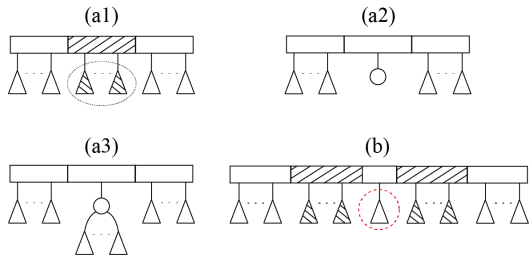


Fig. 12 (a) Reduction process of pertinent leaves and vertex addition process and (b) a failure of reduction process

는 조립 가능한 구조로 고려한다. 그러나, VAA 과정 중 Fig. 12(b)와 같이 pertinent leaves가 불연속적으로 위치하게 되면 그 그래프는 평면 그래프로 볼 수 없으며(non-planar graph) 자동변속기 구조는 연결 불가능한 구조로 본다.

전륜구동 자동변속기 구조에 대한 조립 가능성 분석을 위하여 예제 구조의 연결리스트(Tab. 4)에 template matching과 VAA를 적용한 PQ-tree의 단계별 변형은 Fig. 13에서 확인할 수 있으며 단계별 변

형에 대한 연산 과정은 다음과 같다.

- (a) PQT_1 : 1번 점을 시작으로 1번과 연결되는 점을 leaves로 연결하기 위하여 P-node로 변환한다. 연결리스트로부터 1번과 인접한 점 {2, 3, 8}을 P-node 아래에 leaves로 추가한다. 여기서 pertinent 상태로 고려되는 leave는 2이다. 2번 leave를 P-node로 변환하고 인접하는 점 {5, 7}을 P-node 아래에 leaves로 추가하여 PQT_2 로 변환한다.
- (b) PQT_2 : 3번 leave가 pertinent leave이며 leaves 추가를 위하여 P-node로 변환한다. PQT_2 에 3번 점과 인접한 점 {4, 5}에 대한 leaves를 추가하면 PQT_3 로 변환된다.
- (c) PQT_3 : 4번 pertinent leave를 P-node로 변환하고 인접한 점 {5, 6, 7, 8}에 대하여 leaves 추가하면 PQT_4 가 된다.
- (d) PQT_4 : 세 개의 5번 pertinent leaves를 나란히 위치시키기 위하여 2번 P-node에 연결된 5번과 7번 leaves를 Fig. 11(d)를 적용하여 분리 변환한다. 같은 방법으로 4번 P-node를 변환한다. Fig. 11(f)를 적용하여 3번 P-node에 연결된 5번 leave와 Q-node를 병합하고 Fig. 11(g)를 적용하여 pertinent leaves를 나란히 위치시킨다. 5번과 인접한 6번을 leave로 추가하면 PQT_5 로 변환된다.
- (e) PQT_5 : 두 개의 6번 pertinent leaves를 나란히 위치시키기 위하여 Fig. 11(d)와 (h)를 적용하여 P-node를 Q-node로 바꾸고 수직 관계의 두 Q-node를 하나로 병합한다. 6번 leaves를 병합하고 6번에 인접한 leave 7을 추가하면 PQT_6 가 된다.
- (f) PQT_6 : 세 개의 7번 pertinent leaves를 PQT_5 의 변환 과정과 같이 Fig. 11(d)와 (h)를 적용하여 나란히 위치시키고 병합한다. PQT_6 의 7번 leave에 인접한 8번 leave를 추가하여 PQT_7 로 변환한다.
- (g) PQT_7 : pertinent 상태의 8번 leaves 세 개를 나란히 위치시키기 위하여 Fig. 11(g)를 적용한다. 연결리스트로부터 추가할 leave가 없으므로 pertinent leaves는 연결된 Q-node에 흡수되고 Q-node와 연결된 P-node에 흡수된다.
- (h) PQT_8 : 1번의 P-node만 남은 상태로 이 그래프는 2차원 평면상 연결되는 그래프로 판단하며 평면 그래프(planar graph)로 고려한다.

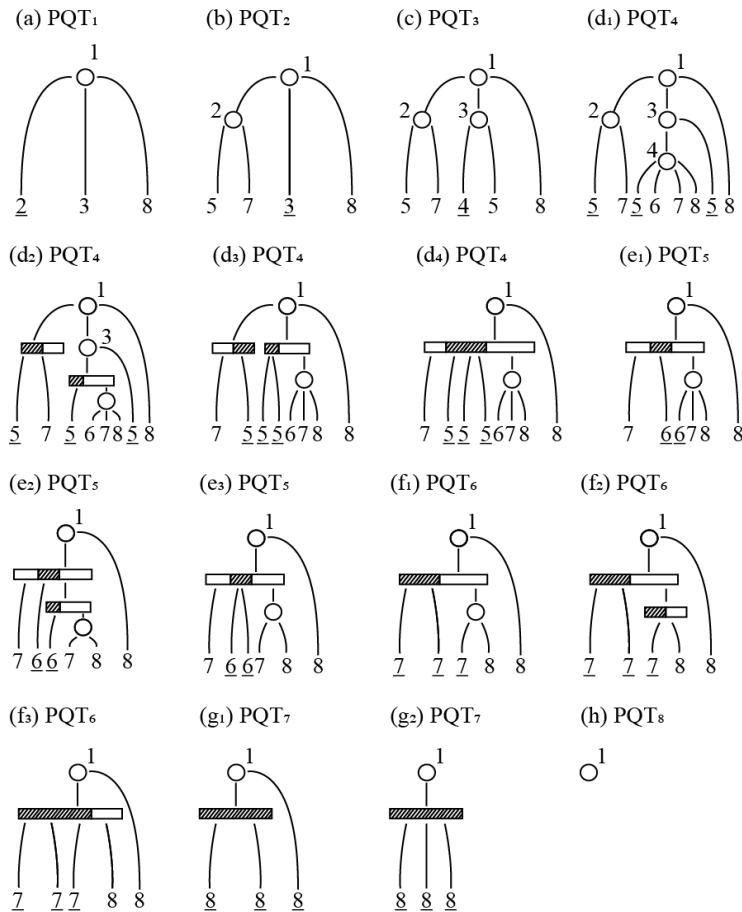


Fig. 13 (a-h) entire process of template matching and vertex addition algorithm of the example G

예제를 통한 G의 평면에 대한 연결 가능성 판정 과정은 (a-h)의 설명 과정과 같이 1번 점 혹은 P-node 부터 진행되며 연결리스트에서 추가할 점 혹은 leave를 모두 소진하게 되면 판정 과정은 마무리되며 그래프는 평면 그래프로 판정된다. 즉, 예제의 전륜구동 자동변속기는 회전체 구조의 단면을 레이아웃 평면상 설계할 때 회전요소 간 연결부의 간섭없이 설계가 가능한 구조임을 확인하였다.

전륜구동 차량용 자동변속기 기구학적 구조에 대한 기계적 조립 가능성 판단을 위한 전체 프로세스는 Matlab 코드로 구현되고 수행되었으며 3.7GHz의 프로세서의 PC로 0.013초의 연산시간이 소요되었다.

4. 결론

본 연구논문은 전륜구동 자동차의 자동변속기 설계를 위한 기구학적 구성요소의 평면상 물리적 조립 가능성 분석을 위한 연구를 수행하였다. 후륜구동 자동변속기에 대한 기구학적 구성요소 배치의 그래프 변환에 관한 기존 연구는 브레이크와 아웃풋에 대한 그래프 구성이 전륜구동 방식에 맞지 않음을 확인하였다. 전륜구동에 적합한 브레이크 및 아웃풋의 위치와 하우징에 대한 구성을 반영하는 그래프를 형성하여 전륜구동용 자동변속기 기구학적 구성의 조립 가능성을 분석하였다. 분석은 평면

연결 가능한 전륜구동 유성기어 자동변속기 구조 예제를 들어 각 분석 단계별 목표와 알고리즘을 설명하였으며 본 연구논문은 전륜구동 변속기 구조의 조립 가능성 분석의 내용으로 구성되어 조립 불가능한 구조 예제는 생략하였다.

후 기

이 논문은 2019학년도 동의대학교 교내연구비 (과제번호: 201902190001)와 한국연구재단 (과제번호: NRF-2018R1C1B5085509)의 지원으로 연구되었음.

REFERENCES

1. Benford, H., Leising, M., "The Lever Analogy: A New Tool in Transmission Analysis," SAE Technical Paper, 810102, 1981.
2. Kahraman, A., Ligata, H., Kienzle, K., Zini, D. M., "A Kinematics and Power Flow Analysis Methodology for Automatic Transmission Planetary Gear Trains," Journal of Mechanical Design, Vol. 126, Issue. 6, 1071-1081, 2005.
3. Raghavan, M., "The Analysis of Planetary Gear Trains," Journal of Mechanisms and Robotics, Vol. 2, Issue. 2, 021005, 2010.
4. Hsu, C. H., Lam, K. T., "Automatic Analysis of Kinematic Structure of Planetary Gear Trains," Journal of Mechanical Design, Vol. 115, Issue. 3, 631-638, 1993.
5. Nishizeki, T., Chiba, N., Planar Graphs: Theory and Algorithms, North-Holland Mathematics Studies, 140 Annals of Discrete Mathematics 32, 1988.
6. Kwon, H. S., Kahraman, A., "An Assemblability Check Methodology for the Kinematic Configurations of Automatic Transmission Planetary Gear Trains," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 30, Issue. 12, 5605-5616, 2016.
7. Kwon, H. S., "Assemblability Analysis of the Kinematic Configurations of Ravigneaux-Type Automatic Transmissions," Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 18, No. 3, 49-58, 2019.
8. Diestel, R., Graph Theory, Springer-Verlag, 2000.
9. Hayabuchi, M., Nishida, M., Kasuya, S., Gotou, K., Aoki, T., "Automotive Transmission for a Vehicle," United States Patent, US6558287B2, 2003.