Journal of The Korea Society of Computer and Information
Vol. 24 No. 9, pp. 9-20, September 2019
www.ksci.re.kr
https://doi.org/10.9708/jksci.2019.24.09.009

# The University Examination And Course Timetabling Problem With Integer Programming

Yerim Chung*, Hak-Jin Kim*

## Abstract

In this paper, we study the university timetabling problem, which consists of two subproblems, the university course timetabling problem and the examination timetabling problem. Given a set of classrooms, students, teachers, and lectures, the problem is to assign a number of courses (and examinations) to suitable timeslots and classrooms while satisfying the given set of constraints. We discuss the modeling and solution approaches to construct course and examination timetables for one of the largest Korean university. By using binary integer programming formulations, we describe these two complex real-world problems. Then, we propose a solution method, called NOGOOD, to solve the examination timetabling model. The computation results show that NOGOOD finds the optimal examination schedule for the given instance. Although we consider a specific instance of the university timetabling problem, the methods we use can be applicable to modeling and solving other timetabling problems.

▸Keyword: University Course Timetabling Problem, Examination Timetabling Problem, Integer Programming, Constraint Programming, NOGOOD Method

## I. Introduction

시간표 배정 문제(Timetabling problem)는 일련의 작업을 수행하기 위해 시공간적으로 제한된 리소스를 효율적으로 활용하는 일정 계획 문제로, 수송, 물류, 교육 등과 같은 여러 분야에서 활발히 연구되어 왔다[1-3].

특히, 대학과 같은 대형 교육기관에서의 스케줄링 문제는 OR 분야의 대표적인 문제로, 대학강의-강의실 배정문제(University course timetabling problem)와 시험시간-강의실 배정문제(examination timetabling problem)를 포함하고 있다. 대학강의-강의실 배정 문제는 대학에서 정해놓은 규칙이나 강사의 선호도, 등록 학생 수, 그리고 강의실의 수용 가능 인원 등 주어진 제약조건을 만족시키면서 특정한 수의 강의실과 강의실이 사용될 수 있는 시간 슬롯에 대학에서 개설되는 모든 강의를 배정, 할당하는 문제이다. 시험시간-강의실 배정문제는 시험 기간에 각 과목의 시험이 치러질 수 있는 강의실과 시간을 결정하는 문제로, 각각의 학생이 수강하고 있는 과목들의 시험이 같은 시간대에 동시에 계획되어서는 안된다는 제한 조건을 갖는다.

이 논문에서는 2012년부터 2016년까지 5년 동안 축적된 연세대학교의 강의 시간표 데이터와 시험 강의실 배정 데이터를 획득하여 실험 데이터로 이용하였으며, 실제 대학의 강의-강의실 배정과 시험시간-강의실 배정의 상황과 조건을 보다 정밀하게 반영하는 스케줄링 모델을 제안하고 있다. 또한, 연세대학교의 시간표 배정 문제만을 푸는 해법에 국한되지 않고 좀 더 일반적인 시간표 배정 문제에 적용될 수 있도록 제약 계획을 활용한 풀이법을 제안하고자 한다. 제약 계획은 주어진 문제에 큰 영향을 미치지 않고 제약 조건을 부분적으로 추가하고 삭제할 수 있어 문제 자체에 포함되어야 하는 조건을 유연하게 조절할 수 있다는 장점을 가진다.

• First Author: Yerim Chung, Corresponding Author: Hak-Jin Kim
*Yerim Chung (yerimchung@yonsei.ac.kr), School of Business, Yonsei University
*Hak-Jin Kim (hakjin@yonsei.ac.kr), School of Business, Yonsei University
• Received: 2019. 08. 29, Revised: 2019. 09. 17, Accepted: 2019. 09. 18.

이 논문은 다음과 같이 구성된다. 먼저 2장에서는 시간표 배정에 관련한 선행 연구들을 정리하고 선행연구들의 한계점을 확인한다. 3장에서는 본 논문에서 다루는 문제 상황을 설명하고 문제를 정의한다. 4장에서는 대학강의-강의실 배정문제와 시험시간-강의실 배정 문제에 대한 비선형 모형을 제안하고, 5장에서는 4장에서 제안한 시험시간-강의실 배정문제의 비선형 모형을 이진변수와 선형 제약식을 가진 이진정수계획으로 전환하는 방법에 대해 설명한다. 5장에서는 NOGOOD 방법을 이용한 시험시간-강의실 배정문제 풀이법을 제안한다. 6장에서는 계산을 통해 NOGOOD 방법의 유용성을 확인한다.

## II. Related Works

강의 배정문제와 시험시간 배정문제를 포함하는 시간표 배정문제(Timetabling problem)는 대학에서 매학기 발생하는 문제로, 문제 자체의 이론적 중요성뿐만 아니라 실무적 필요성에 의해 경영과학과 인공지능 분야의 많은 연구자들에 의해 활발히 연구되어 왔다[1-4]. 시간표 배정문제는 NP-complete인 것으로 알려져 있으며[5], 이는 다항시간 안에 이 문제들의 정확해를 찾는 것이 불가능함을 의미한다. 시간표 배정 문제를 효율적으로 풀기위해 여러 연구 논문에서 다양한 접근법을 제안한 바 있다. 먼저 그래프 컬러링을 이용한 접근법이 여러 연구자들에 의해 제안되었다[6-8]. 그래프 컬러링에서 그래프의 노드는 수업이나 이벤트를, 엣지는 두 이벤트가 상충 관계에 있음을 의미한다. De Werra [7][8]는 시간표 배정문제의 여러 버전에 대해 그래프 컬러링을 이용한 모형을 제안하였으며, 시간표 배정문제의 계산복잡성에 대해 논의하였다. 정수계획법은 시간표 배정문제의 대표적인 풀이법으로[4][9-13], Dimopoulou and Miliotis (2001), Daskalaki and Birbas (2005), Boland et al., (2008), Mirhassani (2006), Schimmelpfeng and Helber (2007), Al-Yakoob, and H.D. Sherali (2016) 등의 여러 연구자들에 의해 제안된 바 있다. Daskalaki and Birbas (2005)는 정수계획 모형을 2단계 이완법을 이용하여 풀었는데, 이 풀이법은 일반 정수계획법을 사용하는 것보다 풀이시간을 단축하였다[9]. Dimopoulou and Miliotis (2001)는 정수계획법을 이용하여 아테네 대학의 정경대학 강좌-강의실 배정문제를 풀은 바 있다[4]. Boland et al., (2008)는 Blocking 접근법을 사용한 혼합정수계획법을 선보인 바 있다[10]. 한편, 정수계획법은 해당 문제의 사이즈가 커질수록 계산복잡성이 증가하는 단점을 가진다. 이를 보완하고 대규모 시간표 배정문제를 효율적으로 풀기 위해 휴리스틱 알고리즘을 활용한 풀이법[14-22], 메타 휴리스틱을 사용한 풀이법[23], 제약계획법[24] 등이 여러 논문에서 제안된 바 있다. 시험-강의실 배정 문제에 대해서도 타부서치, 시뮬레이티드 어닐링, 그리고 유전 알고리즘 등 많은 풀이법들이 제안되었다[1][25][26]. Carter (1986)는 시간표 배정문제의 다양한 풀이법과 응용에 관해 면밀히 정리한 바 있다[1].

시간표 배정에 대해 많은 연구가 이루어졌지만, 인공적으로 생성한 가상 데이터를 이용하여 실험결과를 얻었거나, 실제 상황을 과도하게 단순화하여 모델링을 한 경우가 대부분으로, 대학과 같은 실제 대형 교육기관의 시간표 배정에 적용될 수 있는 연구 결과는 많지 않은 실정이다. 또한, 대학의 시간표 배정문제는 해당 대학의 고유한 조건을 고려하여 문제가 정의되고 풀이법 또한 해당 대학에 맞추어 제안되기 때문에, 한 연구의 결과를 타대학의 시간표 배정에 임의로 사용하는 것이 거의 불가능하다. 따라서 각 대학의 고유한 특성과 조건을 유연하게 반영할 수 있는 시간표 배정 모형과 효율적인 문제 풀이법 개발이 매우 필요한 상황이다.

## III. Problem Description

연세대학교 경영대학 경영학부 내에는 매년 약 120여개의 강좌가 열리고 있다. 경영대학 건물의 강의실은 현재 10개가 존재하고 이들 강의실이 수용할 수 있는 인원은 각각 다르다. 또 경영대학 내에서는 일주일 동안 강의할 수 있는 시간대를 16가지 강의 시간대로 나누어 수업을 배분하고 있다.

현재 행정실에서 강좌-강의실 배정 방식은 순수하게 수 작업에 의존하는 방식으로 이루어진다. 각 강좌의 해당 교수는 학기가 시작하기 전 16가지 강의 시간대 중 원하는 시간대를 선택하여 1안, 2안, 3안을 적어서 행정실에 제출한다. 각 강좌가 열릴 때 예상되는 학생 수는 과거의 자료에 따라 2 내지 3년치의 평균 값을 구하는 등의 방식을 이용하여 학부 행정 실에서 판단한다. 그리고 이때 배정할 수 있는 강의 시간대와 사용 가능한 강의실에 대한 정보는 아래와 같이 주어졌다.

Table 1. Available Time slots for Courses

| Available Time slots for Courses | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mon 1,2<br>Wed 2 | Mon 3,4<br>Wed 4 | Mon 5,6<br>Wed 6 | Mon 7,8<br>Wed 8 | Mon 9,10<br>Wed 10 | |
| Wednes 1<br>Fri 1,2 | Wednes 3<br>Fri 3,4 | Wednes 5<br>Fri 5,6 | Wednes 7<br>Fri 7,8 | Wednes 9<br>Fri 9,10 | |
| Tues 1<br>Thurs 2,3 | Tues 2,3<br>Thurs 1 | Tues 4<br>Thurs 5,6 | Tues 5,6<br>Thurs 4 | Tues 7<br>Thurs 8,9 | Tues 8,9<br>Thurs 7 |

Table 2. Classroom Conditions

| Classrooms | Bld. A 102 | Bld. A 112 | Bld. A 113 | Bld. A 115 | Bld. A B120 | Bld. B 103 | Bld. B B103 | Bld. B B110 | Bld. B 102 | Bld. B 109 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capacity | 54 | 54 | 75 | 112 | 140 | 78 | 78 | 78 | 40 | 60 |
| Seat Arrangement | Fix-ed | Fix-ed | Flexi-ble | Fix-ed | Flexi-ble | Fix-ed | Fix-ed | Fix-ed | Flexi-ble | Flexi-ble |

현재 배정 방식은 강좌를 맡고 계신 교수들의 연공서열에 따라 이루어진다. 먼저 가장 우선 순위를 갖고 있는 강좌에 대한 배정이 이루어지고 다음으로 다음 번 우선 순위를 갖는 강좌가 배정이 되는 식이다. 또 이때 강의실의 배정은 위의 표에 나타난 것처럼 학생들의 인원보다 크면서 가장 작은 수용인원을 갖는 강의실에 배정한다. 이와 같은 방식으로 모든 강좌가 희망강의 시간대에 희망하는 조건의 강의실에 배정이 되면 다행이나 뒤에 우선 순위에서 밀리는 강좌는 희망 강의 시간대에 배정이 어려울 경우가 발생을 한다. 이 경우 행정실은 대안이 될 수 있는 강의 시간대와 강의실의 정보를 가지고 강좌를 맡고 있는 교수와 연락 조정을 시도하여 마지막 배정의 문제를 해결한다. 이와 함께 많지는 않지만 특정 강좌의 배정에 있어서 여러 가지 조건을 요구하는 경우가 발생할 수 있다.

1. 주어진 강의실의 크기보다 더 많은 인원을 수용하여야 하는 강좌의 경우 별도로 이 문제에서 고려되지 않는 강당에 배정을 함으로써 해결한다.

2. 특정 강좌의 경우 강의 성격상 조별 토론이 필요한 경우가 있고 이를 위하여 고정된 좌석을 갖는 강의실보다 좌석의 배치를 편이에 따라 변경할 수 있는 강의실을 요구하게 된다. 이 경우 앞에서 설명한 방식으로 강좌를 배정할 때 이 요구 사항을 고려하여 배정한다.

3. 어떤 강좌의 경우 특정 강의실을 원하는 경우가 있다. 상황이 허락되는 대로 그 강의실에 배정한다. (일반적으로 특정 강의실을 원하는 경우는 매우 드물다.)

따라서 위의 조건을 만족하는 문제를 강좌-강의실 배정 문제로 정의한다.

이와 같은 수작업 배정 방식의 문제점은 우선 생각보다 배정에 너무 많은 시간이 소모된다는 것이고 둘째로 이를 책임지고 있는 행정 직원이 관련 일을 그만 두고 다른 업무에 배치를 받게 되면 지금까지 배정 작업에서 얻게 된 모든 휴리스틱의 노하우가 후임 직원에게 전달되지 못하고 사장되는 손실이 발생한다는 것이다. 물론 배정 작업의 노하우가 대단히 큰 지식이 아닐 수는 있지만 배정 작업에 필요한 지식을 전혀 갖지 않은 후임 직원에게는 필요한 노하우를 얻기까지 많은 시간과 노력을 투입하여야 하고 이 외의 다른 작업에 몰두할 수 없게 하여 근무의 효율성을 떨어뜨린다.

두 번째 문제로서 시험기간 중 강의실의 배정 문제가 있다. 일단 첫 번째 강좌-강의실 문제의 풀이 결과로 각 강의별 강의실과 강의 시간대가 결정이 되면 이를 기초자료로 이용하여 시험기간 중의 시험 시간과 강의실을 결정하는 시험시간-강의실 배정 문제이다. 기본적인 원칙은 학기 강의실 배정과 강의 시간대를 준수하는 방향으로 검토될 것이지만 이 원칙이 지켜지기 어려운 경우가 존재한다. 다음은 문제를 해결하기 위해 준수 되어야 할 사항이다.

1. 대학 전체 차원에서 시험기간은 15주 16주차 2주일로 이루어진다. 15주차 기간은 자율 학습 기간으로 16주차는 기말시험 기간으로 명시되어 있지만 두 주차에 공히 시험을 실시하는 것이 가능하다.

2. 일반적으로 모든 과목의 시험시간 결정은 수업시간과 동일하게 결정하는 것을 원칙으로 한다.

3. 각 과목의 강의 시간대는 한 주당 2시간짜리와 1시간짜리 시간대의 조합으로 되어 있고 시험시간의 배정은 과목 담당 교수님이 몇 시간의 시험을 실시하기를 희망하는지에 따라 달라질 수 있다. 즉, 1시간의 시험을 원하면 2시간짜리나 1시간짜리의 시간대에 배정이 가능하지만 2시간을 원할 경우 2시간짜리 시간대만을 사용해야 하는 제약이 있고 만약 3시간 이상을 원할 경우는 강의 시간대가 아닌 별도의 시간대를 설정해서 배정해야 한다.

4. 전공과목마다 교수의 재량에 의해 15주차 수업이 진행되는 경우가 있다. 이 경우 해당 시간대에 해당 강의실에서 시험을 실시할 수 없으므로 시험의 배정이 이루어져서는 안 된다.

5. 시험기간 중에 대상이 되는 과목들은 현재 경영대학에서 개설하고 있는 과목 외에 경영대학 외부에서 이루어지는 과목들이 있다. 특히 교양과목의 경우 캠퍼스 전체를 대상으로 하는 수업으로 수업에 참여하는 여러 학과의 학생들의 스케쥴을 맞추어 시험시간 스케쥴을 잡는 것이 어렵다. 일반적으로 교양과목의 시험은 주어진 시간에 실시함을 원칙으로 하지만 담당하는 교수의 재량에 따라 변경될 수 있다. 하지만 현재로서는 스케쥴의 대상을 교양과목에 까지 확장할 수 없는 상황이므로 여기서는 대학 본부에서 결정한 교양과목의 시험시간대를 이미 주어진 데이터로 간주하여 되도록 이의 충돌을 막는 시간 배정을 모색한다.

6. 또한 전체 학교의 입장에서 전공과목과의 충돌을 막기 위하여 16주차 월화수 3일간의 기간에 교양과목을 배정하는 것으로 되어 있다. (이와 같은 원칙이 가능한 것은 시간대의 설정이 월수, 화목, 수금의 3가지 형태로 이루어져 있어서 가능할 수 있다.) 따라서 교양과목과 충돌이 있는 전공과목의 경우 수목금에 시험시간이 배정되도록 하는 것이 중요하다.

7. 교양과목들의 시험시간은 1시간으로 전공과목의 충돌을 고려하는 경우는 전공과목의 희망 시험시간이 1시간인 경우이다. 만약 희망시간이 2시간이면 전공과목 수업시간대 중에 2시간짜리 시간대에 교양과목의 충돌과 상관없이 배정한다. 물론 이 경우 학생의 스케쥴 상에 충돌이 생기지만 그 경우의 수가

작을 것으로 간주되어 개인별로 별도의 해결방안을 모색하도록 한다. (예를 들어 교양과목 교수님과의 협의 등)

8. 강의실의 배정에 있어서 일반적인 원칙은 강의 참석 인원의 2배수 이상이 되는 강의실을 배정한다.

9. 만약 현 수업 강의실의 크기가 참석 인원의 2배수보다 크면 현 수업 강의실을 시험 강의실로 배정하면 되지만 만약 작다면 두 개의 강의실에 분산 배정할 필요가 있다.

10. 한 과목의 시험 강의실로 두 개가 배정된다면 두 강의실의 위치는 서로 인접해 있는 강의실을 배정한다.

위와 같은 조건을 만족하도록 시험시간과 강의실을 배정하는 것이 이 문제의 목표가 된다.

# IV. Model Formulations

강좌-강의실 배정문제 모형

강좌-강의실 배정 문제는 정수계획 모형을 이용하여 컴퓨터로 계산을 한다면 사람의 수작업으로 하는 것보다 훨씬 수월하고 효과적으로 해결할 수 있는 문제로 여기서는 이 문제를 어떻게 정수계획 모형으로서 설계를 할 수 있는지를 논의한다. 다음은 모형에 사용되는 패러미터와 변수들에 대한 기호이다.

| | |
|---|---|
| $N_C$ | 학기에 개설되는 분반을 포함한 강좌의 수 |
| $N_T$ | 과목에 할당할 수 있는 시간대의 슬롯 수 |
| $N_R$ | 사용 가능한 강의실의 수 |
| $N_P$ | 각 강의 교수들에게 문의한 선호 시간대의 수 |
| $X_{c,t,r}$ | 강좌 $c$를 시간대 $t$와 강의실 $r$에 할당함을 나타내는 이진변수 |
| $U_p$ | $p$번째의 선호 시간대에 대해 주어진 효용 |
| $P_{p,c,t}$ | 강좌 $c$의 $p$번째 선호 시간대가 $t$이면 1, 아니면 0을 값을 갖는 이진값 |
| $RS_r$ | 강의실 $r$의 크기 |
| $CS_c$ | 강좌 $c$를 수강하는 학생들의 수 |

이 기호를 이용해 다음과 같은 이진정수계획 모형을 설정한다.

$$\max \sum_{p=1}^{N_P}\sum_{c=1}^{N_C}\sum_{t=1}^{N_T}\sum_{r=1}^{N_R} U_p P_{p,c,t} X_{c,t,r} \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{t=1}^{N_T}\sum_{r=1}^{N_R} X_{c,t,r} = 1, \ \forall\, c \tag{2}$$

$$\sum_{c=1}^{N_C} X_{c,t,r} \le 1, \ \forall\, t, r \tag{3}$$

$$\sum_{t=1}^{N_T} (RS_r - CS_c)\, X_{c,t,r} \ge 0, \forall\, c, r \tag{4}$$

$$\sum_{r=1}^{N_R} X_{c,t,r} \le \sum_{p=1}^{N_P} P_{p,c,t}, \ \forall\, c, t \tag{5}$$

$$X_{c,t,r} \in \{0,1\}, \ \forall\, c, t, r \tag{6}$$

제약식 (2)에서는 각 강좌에 대해서 하나의 강의시간대에 하나의 강의실이 할당되어야 함을 나타내고 있다. 제약식 (3)은 각각의 강의시간대와 강의실에 할당된 강좌의 수는 최대 하나이어야 함을 나타내고 있다. 제약식 (4)는 다음의 식과 동치이다.

$$RS_r \sum_{t=1}^{N_T} X_{c,t,r} \ge CS_c \sum_{t=1}^{N_T} X_{c,t,r} \tag{7}$$

좌변의 $\sum_t X_{c,t,r}$은 강좌 $c$가 강의실 $r$에 할당된 경우 어느 강의 시간대이건 그 합이 최대 1이 됨을 전제한다. 왜냐하면 제약식 (2)에서 모든 강의실에 대해 이 값의 합을 구하면 1이라 하였으므로 그 좌변의 값은 이보다 작거나 같아야 한다. 즉 이 값은 강좌가 $r$에 할당된 경우 (값 1)와 할당되지 않은 경우(값 0)를 말한다. 만약 할당된 경우가 없으면 굳이 위 제약식을 강제할 필요가 없으므로 좌우변이 공히 0가 되어 아무런 의미도 갖지 않게 된다. 할당이 있는 경우는 좌변이 강의실 $r$의 크기 $RS_r$보다 $c$에 대한 학생 수 $CS_c$가 작아야 함을 강제하고 있다. 제약식 (5)는 각 강좌 $c$가 강의시간 $t$에 할당될 때 그 강좌와 강의시간의 할당이 선호시간 여부를 나타내는 값 미만이어야 함을 나타낸다. 우변의 $\sum_p P_{p,c,t}$는 강좌에 대한 강의시간이 강좌의 선호시간에 있는지를 나타낸다. 만약 $t$가 선호시간에 포함이 되어 있지 않으면 우변은 0이 되므로 좌변에서 $c$가 강의실에 상관없이 강의시간 $t$에는 할당될 수 없다. 하지만 선호시간에 해당하면 할당과 비할당 모두 가능하다. 이를 통해 강좌의 할당은 강좌의 선호시간대에서만 배정이 가능하다.

목적함수식 (1)에서 $\sum_r X_{c,t,r}$은 강좌 $c$가 시간 $t$에 배정 여부를 나타내므로 $P_{p,c,t}\sum_r X_{c,t,r}$는 $c$가 $p$번째 선호시간 $t$에 배정되는지 여부를 나타낸다. $P_{p,c,t}X_{c,t,r} \le X_{c,t,r}$이기 때문에 제약식 (2)에 의해 $\sum_t P_{p,c,t}\left(\sum_r X_{c,t,r}\right)$는 1 이하이다. 즉 강좌 $c$는 $p$번째 선호시간으로 최대 하나의 시간에만 배정된다. 이에 효용 $U_p$를 곱함으로써 $U_p\left(\sum_t P_{p,c,t}\left(\sum_r X_{c,t,r}\right)\right)$는 강좌 $c$가 $p$번째 선호시간에 이행된 배정의 효용을 나타낸다. 그리고 선호시간 파라미터 $P_{p,c,t}$의 값은 각 선호 $p$에 대해 하나의 시간 $t$만 할당하는 원칙으로 데이터가 설정되므로 (즉 $\sum_p P_{p,c,t} = 1$이고 $\sum_t P_{p,c,t} = 1$이다.) $\sum_p U_p\left(\sum_t P_{p,c,t}\left(\sum_r X_{c,t,r}\right)\right)$ 에서 단 하나의 선호시간 배정의 효용 값이 산출된다. 이를 모든 강좌 $c$에 대한 합을 구함으로써 총 강좌 배정의 총 효용을 계산한다.

앞에 제시된 이진 정수계획 모형은 일반적인 정수계획 문제

해결기를 이용하여 쉽게 해결 가능하다.

시험시간-강의실 배정문제 모형

두 번째로 제기된 시험시간과 강의실의 배정 문제에 대한 의사결정 모형의 설명에 필요한 기호는 다음과 같이 정의한다.

| | |
|---|---|
| $t$ | 시험을 볼 수 있는 시간대. 한 과목이 1시간과 2시간의 시간대로 구성된다. 일주일 계획에 각 과목 당 16가지 선택가능 시간대가 존재하므로 2주간 시험 시간 배정을 위해 1과 2 시간대를 분리하고 주어진 시간대 이외의 경우($t=0$)를 고려하여 전체 2*16*2+ 1=65의 시간대가 대상이 된다. |
| $h$ | 시험을 보는 시간으로 1시간 또는 2시간, 3이면 그 이상의 시간. |
| $N_C$ | 시험을 보는 과목의 수 |
| $N_R$ | 시험을 볼 수 있는 강의실의 수 |
| $N_L$ | 시험을 보는 교양과목의 수 |
| $N_T$ | 총 시험 시간대의 개수로 65개 |
| $P_{c,h}$ | 강좌 $c$의 희망 시험 시간이 $h$시간이면 1 아니면 0 |
| $L_{c,t,r}$ | 과목 $c$의 수업이 $t$시간대에 $r$ 강의실에서 진행되면 1 아니면 0 ($1 \le t \le 32$) |
| $O_{c,l,t}$ | 과목 $c$의 시간대 $t$에 교양과목 $l$의 시험시간이 배정된 경우 1 아니면 0 |
| $A_{r1,r2}$ | 강의실 $r1$과 $r2$가 서로 인접하면 1 아니면 0 $r1$과 $r2$가 동일하면 0 |
| $RS_r$ | 강의실 $r$의 크기 |
| $CS_c$ | 과목 $c$를 수강하는 학생들의 수 |
| $Y_{c,t,r}$ | 과목 $c$의 시험을 시간대 $t$에 강의실 $r$에 배정함을 나타내는 이진변수 |
| $Z_{c,h}$ | 과목 $c$의 시험을 $h$ 시간의 시간대에 배정함을 나타내는 이진변수. $h$가 3인 경우 모든 가능한 $t$ 시간대 이외의 시간대에 별도로 배정함을 나타낸다. |

이 문제에서 우리는 각 강좌의 수업시간이 이미 배정되어 있다고 가정한다. 앞의 설명에서 수업시간대는 1시간대와 2시간대로 구성된다. 이 관계를$h$ 간단히 나타내기 위하여 위에서 $t$를 각각의 시간 슬롯으로 보고 강좌 $c$에 배정된 시간대를 순서쌍 $(c,h)$라 하자. $C$를 강좌의 집합으로 $T$를 배정 가능한 시간대의 집합이라고 할 때 이 관계를 함수 $\tau: C \times \{1,2,3\} \rightarrow T$ 와 $\tau(c,h)=t$로 표현한다. 그리고 모든 강좌에 대해 $\tau(c,3)=0$로 정의한다. $(c,h)$와 $t$를 행과 열로 갖는 이진 행렬 $\tau$로 표현할 수 있다. 이 행렬은 각 행 $(c,h)$당 두개의 $t$에만 1을 갖는다. 다른 강좌가 같은 시간에 다른 강의실에 배정될 수도 있으므로 각 열은 다수의 1이 존재할 수 있다. 앞에서 설명한 조건들을 수식을 이용하여 문제의 제약식으로 표현하였을 때 다음과 같다. 이때 제약식은 일반 수리 제약식만이 아닌 일부 논리 제약식으로 표현한다. 그 이유는 논리식이 문장으로 이루어진 조건을 표현하는데 훨씬 직접적이고 혼동을 피할 수 있기 때문이다.

$$P_{c,1} \wedge (\exists l : O_{c,l,\tau(c,1)}) \wedge (\forall l : \overline{O}_{c,l,\tau(c,2)}) \rightarrow Z_{c,2}=1 \quad \forall c \tag{8}$$

$$P_{c,1} \wedge (\forall l : \overline{O}_{c,l,\tau(c,1)}) \wedge (\exists l : O_{c,l,\tau(c,2)}) \rightarrow Z_{c,1}=1 \quad \forall c \tag{9}$$

$$P_{c,1} \wedge (\exists l : O_{c,l,\tau(c,1)}) \wedge (\exists l : O_{c,l,\tau(c,2)}) \rightarrow Z_{c,3}=1 \quad \forall c \tag{10}$$

$$P_{c,2} \rightarrow Z_{c,2}=1, \ \forall c \tag{11}$$

$$Z_{c,1}+Z_{c,2}+Z_{c,3}=1, \ \forall c \tag{12}$$

$$Z_{c,h}=1 \rightarrow \sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,\tau(c,h),r} \ge 1 \wedge \sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,\tau(c,\overline{h}),r}=0, \quad \forall c,h,\overline{h} \in \{1,2,3\}-\{h\} \tag{13}$$

$$1 \le \sum_{t=1}^{N_T}\sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r} \le 2, \ \forall c \tag{14}$$

$$\sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r} \le 2, \ \forall c, t \ne 0 \tag{15}$$

$$\sum_{t=1}^{N_T} Y_{c,t,r} \le 1, \quad \forall c,r \tag{16}$$

$$\sum_{c=1}^{N_C} Y_{c,t,r} \le 1, \ \forall t \ne 0, r \tag{17}$$

$$\sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r}=1 \rightarrow \sum_{r=1}^{N_R}(RS_r-2CS_c)Y_{c,t,r} \ge 0, \quad \forall c, t \ne 0 \tag{18}$$

$$\sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r}=2 \rightarrow \sum_{r=1}^{N_R}(RS_r-CS_c)Y_{c,t,r} \ge 0, \quad \forall c, t \ne 0 \tag{19}$$

$$\sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r}=2 \rightarrow \sum_{r1=1}^{N_R}\sum_{r2=1}^{N_R} A_{r1,r2}(Y_{c,t,r1}Y_{c,t,r2}) \ge 2, \quad \forall c, t \ne 0 \tag{20}$$

$$L_{\underline{c},\underline{t},r}=1 \rightarrow \sum_{c} Y_{c,\underline{t},r}=0 \wedge \sum_{t=1}^{\underline{t}} Y_{\underline{c},t,r}=0, \ \forall r \tag{21}$$

위 모형에서는 편의를 위해서 이진 상수나 이진 변수를 논리 상수나 논리 변수와 동일시하여 취급하였다. 즉 어떤 이진 상수가 1이면 이는 '참'에 0이면 '거짓'의 논리값에 대응되는 것으로 본다. 따라서 리터럴 $V$에 대해 텀 $V$는 $V=1$의 의미로 $\overline{V}$는 $V=0$의 의미로 사용한다.

(8)식은 강좌 $c$가 1시간 시험을 선호하는데 ($P_{c,1}=1$) 어떤 교양과목 $l$의 시험이 $c$의 1시간대에 배정되어 있고

($\exists l : O_{c,l,1}$) 다른 어떤 교양과목도 2시간의 시간대에 배정되어 있지 않으면 ($\forall l : \overline{O}_{c,l,1}$) 과목 $c$의 시험을 2시간의 시간대에 배정한다 ($Z_{c,2}=1$). (9)식에서 1시간 시험을 원하지만 1시간의 시간대는 비어있고 2시간의 시간대는 어떤 교양과목의 시험과 겹치면 1시간의 시간대에 배정한다. (10)식은 1시간 시험을 원할 때 1시간과 2시간의 시간대 모두가 교양과목의 시험과 겹치게 되면 시험 시간을 시험 시간을 별도의 시간대에 배정한다 ($Z_{c,3}=1$). (11)식은 원하는 시험 시간이 2시간일 경우 교양 강좌와의 충돌에 상관없이 무조건 2시간의 시간대에 배정한다. 그리고 (12)식에서 모든 강좌 $c$는 1시간이나 2시간의 시간대 혹은 별도의 시간대에 반드시 배정해야 한다.

(13)식에서 강좌 $c$가 시간 $h$시간의 시간대에 배정이 되면 그 과목의 해당 시간대에 하나 이상의 강의실이 배정된다. 그리고 그 시간대를 제외한 다른 시간대에는 그 강좌에 대해 어떤 강의실도 배정되지 않는다. (14)식은 각 강좌는 모든 시험 시간대와 강의실을 통털어 1개나 2개의 강의실에 배정됨을 설명한다. (15)식은 각 과목과 시간대 별 배정된 강의실은 최대 2개임을 의미하고 (16)식은 각 과목과 강의실 별 배정되는 시간대는 최대 하나임을 말한다. (17)식은 각 강의실은 각 시간대에 두 개 이상의 과목이 이용할 수 없음을 나타낸다.

배정되는 강의실의 개수는 강의실의 크기와 관련을 갖는다. 다음 (18)-(19)식들은 이를 설명하고 있다. (18)식에서 과목 $c$와 시간대 $t$에 배정된 강의실의 개수($\sum_r Y_{c,t,r}$)가 하나이면 이 식의 결론부에서 다음의 식이 성립된다.

$$\sum_{r=1}^{N_R} RS_r Y_{c,t,r} \geq 2CS_c \sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r} = 2CS_c$$

이는 $(c,t)$에 대해 강의실 $r$이 배정되었을 때($Y_{c,t,r}=1$) 좌변의 식은 강의실 $r$의 크기를 나타내게 되고 이는 이 강의를 수강하는 학생 수의 두 배 이상이 되어야 한다고 말한다. 만약 배정된 강의실의 개수가 두 개이어서 (19)식인 경우는 결론부는 다음 식이 된다.

$$\sum_{r=1}^{N_R} RS_r Y_{c,t,r} \geq CS_c \sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r} = 2CS_c$$

이는 $(c,t)$에 대해 두 개의 강의실이 배정되는 상황이므로 두 개의 $r$에 대해서 $Y_{c,t,r}=1$이고 이에 좌변은 두 개의 강의실 크기의 합을 의미한다. 따라서 두 강의실의 크기는 과목 수강생의 수의 두 배 이상이 되어야 함을 말하고 있다.

강좌 $c$와 시간대 $t$에 대해 배정된 강의실의 인접성을 강제하는 제약식으로 (20)식이 제시되었다. $(c,t)$에 대해 하나나 두 개의 강의실이 배정되는데 만약 하나의 강의실이 배정되면 제약식의 조건부를 만족하지 않으므로 제약이 주어지지 않게 된다. 두 개의 강의실이 배정되는 경우 제약식의 결론부에서 $r1$와 $r2$가 다르고 서로 인접한 경우만 좌변의 $A_{r1,r2}$의 요소 값이 1이 되므로 전체 값은 2가 된다. 인접하지 않은 경우는 요소 값이 0이므로 결론부의 식을 만족할 수 없게 된다.

(21)식은 만약 15주차에 강좌 $\underline{c}$의 시간대 $\underline{t}$에 강의실 $r$에서 수업을 진행하기로 되어 있다면 $L_{\underline{c},\underline{t},r}=1$이다. 이 경우 이 시간대에 이 강의실에서는 시험을 진행할 수 없으므로 모든 강의에 대해 이 시간대 이 강의실에 시험이 배정되면 안 된다 ($\sum_c Y_{c,\underline{t},r}=0$). 또 그 과목의 시험은 그 시간대 이후에 시험이 실시되어야한다 ($\sum_{t \leq \underline{t}} Y_{\underline{c},t,r}=0$).

## V. Mixed Integer Programming Model

앞에서 설정한 모형의 제약식들은 여러 논리식을 통해 모형을 설명하고 있다. 하지만 논리식을 직접 이용해 문제를 풀 수 있는 문제해결기가 존재하지 않고 이와 같은 논리적인 구조를 갖는 문제는 정수계획법 모형으로 설정되어 MIP 문제해결기에 의존하여 해결한다. 따라서 여기서도 MIP 문제해결기를 사용하며 MIP 문제해결기가 이해하는 문법으로 모형을 설정한다. 이를 위해 다음은 선형제약식과 이진변수를 통해 위의 모형을 재설정하는 방법을 논한다.

(8)-(11) 제약식들의 경우 조건부의 기호들은 모두 데이터를 나타내기 때문에 문제해결기에 모형을 입력하는 단계에서 데이터를 확인하고 결론부에 나타나는 것처럼 변수들을 고정하는 제약식을 입력하는 것으로 해결된다. 따라서 특별한 수정이 필요 없는 부분이다. (12)와 (14)-(17)은 자체로 정수 제약식이므로 MIP 문제해결기에 아무런 문제가 없는 제약식이다. 그러므로 이 후는 나머지 제약식들에 대한 정수 제약식으로의 변경에 대해 설명한다.

(13)식의 변경을 위해서 먼저 강의 시간대와 강의 시간과의 관계를 살펴 볼 필요가 있다. 이미 각 과목들은 수업을 위하여 한 주간의 강의 시간이 한 시간과 두 시간 시간대의 조합으로 정해져 있다, 따라서 각 강의 시간대 $t$에는 수업시간 길이를 나타내는 속성 $h$와 결부되어 있다. 이는 강좌 $c$가 강의 시간대 $t$에 시험을 보면 이는 시험 시간이 $h$가 되어야 한다. 반대로 강좌 $c$의 시험 시간이 $h$로 결정되면 이는 $h$시간짜리 강의 시간대에 배정되게 된다. 이때 문제에서 간주하는 두 주간의 시험 배정 기간에 총 네 개의 강의 시간대가 있음으로 해서 $t$와 $h$의 관계는 일대일 대응이 되지 않는다. 예를 들어 한 시간의 강의 시간대는 첫 주차와 두 주차에 두 개의 시간대가 존재한다. 이 관계를 고려하여 제약식의 변경이 이루어져야 한다. 설명을 위해 술어(predicate) $H(t,h;c)$를 이용하기로 한다. 즉 강의 시간대 $t$가 $h$시간이면 참의 값을 갖고 아니면 거짓의 값을 갖는다.

식 (13)의 경우 $t$와 $h$ 각각을 첨자로 갖는 변수를 연결하는 제약식 $Z_{c,h}$와 $Y_{c,t,r}$의 관계를 표현하고 있다. 이를 다음의

정수 제약식으로 표현된다.

$$Z_{c,h} \le \sum_{r=1}^{N_R} \sum_{t:H(t,h;c)} Y_{c,t,r} \le 2Z_{c,h}$$
$$1 - Z_{c,h} \le \sum_{r=1}^{N_R} \sum_{\bar{t}:\neg H(t,h;c)} Y_{c,\bar{t},r} \le 2(1 - Z_{c,h})$$
$$\forall c,\ h \in \{1,2\} \qquad (22)$$

여기서 (13)의 식은 두 개의 선형 제약식으로 표현되었다. 강좌 $c$가 한 시간 시험으로 배정되면 $(h=1)$ $H(t,h;c)$ 값이 참인 강의 시간대가 채택되어 선택된 모든 강의실의 개수는 1과 2의 구간이 된다. 그리고 채택되지 않은 강의 시간대의 강의실 선택은 두 번째 제약식에 의해 0이 된다. 하지만 (12)의 식에서 시험시간은 배타적으로 선택되고 강의 시간대 $\bar{t}$은 다른 시험시간 $\bar{h}$에 해당하므로 이에 해당하는 첫 제약식에서 0이 되게 되어, 사실상 두 번째 제약식은 중복적인 정보의 표현으로 문제풀이에서는 제외하여도 된다. 그리고 시험시간 $h$의 선택에 대해 이에 해당하는 두 개의 강의 시간대(첫 주와 둘째 주)가 있는데 어느 시간대가 선택되는지는 배제되지 않는다. 이 둘 중의 선택은 제약식 (16)에 의해 강제된다.

(18)-(19) 식들은 다음과 같은 제약식으로 대체된다. 먼저 $\sum_r \sum_{t:H(t,h;c)} Y_{c,t,r}$은 강좌 $c$와 $h$시간 강의 시간대 $t$에 배정된 강의실의 수로 0, 1, 2의 세가지 경우가 있다. 만약 그 값이 0이면 모든 $Y_{c,t,r}$이 0이고 이는 $h$시간의 시험을 치르지 않는다는 것이므로 $Z_{c,h}$도 0이 되어 제약식이 만족된다. $Z_{c,h}$이 1인 경우 둘째 항은 $2CS_c \cdot 1$이고 첫 항은 해당하는 $t$에 대해 $Y_{c,t,r}$이 1이 되어 해당되는 강의실의 크기를 모두 더한 값이 된다. 만약 하나의 $Y_{c,t,r}$만이 1이면 한 개의 강의실만 배정된 것이고 (18)식의 결과부와 같게 된다. 두 개의 값이 1이면 (19)의 결과부와 같이 된다.

$$\sum_{r=1}^{N_R} \sum_{t:H(t,h;c)} RS_r Y_{c,t,r} - 2CS_c Z_{c,h} \ge 0,$$
$$\forall c,\ h \in \{1,2\} \qquad (23)$$

하지만 이 식은 여전히 두 개의 이진 변수의 곱이 포함되어 선형성을 위배하고 있다. 이를 위해 새로운 이진 변수 $W_{c,t,r1,r2}$를 도입하고 다음과 같이 정의한다. 이 식을 통해서 우측의 두 이진변수의 곱은 좌측의 이진변수의 값과 일치하게 된다. 우측의 이진변수 곱이 포함하는 정보는 $c$와 $t$ 그리고 다른 강의실을 표시하는 $r1$과 $r2$로 구성되어지고 이는 좌측 이진변수의 첨자로 표시되어 같은 정보를 포함함을 나타낸다.

$$W_{c,t,r1,r2} = Y_{c,t,r1}\, Y_{c,t,r2},\ \ \forall c,t,r1,r2 \qquad (24)$$

이를 이용해 (27)식과 같이 선형 제약식으로 (20)식을 변환할 수 있게 된다. 하지만 새 이진변수의 정의를 위해 (24)식의 정보를 여전히 모형에 포함시켜야 하므로 모형이 여전히 비선형성에서 해방된 것이 아니다. 이는 (24)식과 동치인 (25)-(27)식을 통해 해결될 수 있다.

$$Y_{c,t,r1} + Y_{c,t,r2} \le 1 + W_{c,t,r1,r2},\ \ \forall c,t,r1,r2 \qquad (25)$$
$$Y_{c,t,r1} + Y_{c,t,r2} \ge 2W_{c,t,r1,r2},\ \ \forall c,t,r1,r2 \qquad (26)$$
$$\sum_{r1=1}^{N_R} \sum_{r2=1}^{N_R} A_{r1,r2} W_{c,t,r1,r2} \ge 2\left(\sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r} - Z_{c,h}\right),$$
$$\forall c,t,\ h : H(t,h;c) \qquad (27)$$

마지막으로 (21)식의 경우 $L_{c,t,r}$은 주어진 데이터이므로 그 값이 1이 되는 $(c,t,r)$에 대해 다음과 같이 선형 제약식으로 변환할 수 있다.

$$\sum_{\underline{c}} Y_{\underline{c},t,r} = 0,\ \ \forall c,t,r : L_{c,t,r} = 1$$
$$\sum_{\underline{c}} Y_{\underline{c},t,r} = 0,\ \ \forall c,t,r : L_{c,t,r} = 1$$

목적함수식으로는 정책에 따라 여러 가지로 설정될 수 있지만 여기서는 가장 손쉬운 기준으로서 각 과목들의 원 수업시간에 되도록 많이 배정이 되도록 하였다. 즉 주어진 시간대 중 1과 2는 원 수업 시간에 해당하므로 이 이외의 시간대 3에 배정된 경우의 수를 줄이는 것이 목적식이 되므로 다음과 같이 설정한다.

$$\min \sum_{c=1}^{N_C} Z_{c,3} \qquad (28)$$

## VI. Relaxation with NOGOOD Constraints

다음으로 문제해결을 위한 모형설정에서 Nogood을 이용하는 방법을 모색한다. Nogood은 원 문제의 이완(relaxation) 모형에서 해를 구하여 이 해가 원 문제의 원하는 실현 가능해가 되는지를 확인해 보고 실현 가능해가 되지 못한다면 다시는 이런 해가 생성되지 않도록 실현 가능 확인 단계에서 얻게 된 정보를 활용하여 제약식을 이완 모형에 추가하는 방법을 통해 단계적으로 이완 모형을 강화시켜 최적해를 탐색한다고 할 때에 이완 모형에 정보로서 추가하는 제약식을 부르는 이름이다.

현 문제에서 모형 설정을 어렵게 하고, 앞에서 설명한 바와 같이 모형 설정을 하였을 때 실제 데이터를 적용하여 문제해결기로 문제를 풀 경우에 직면하게 되는 어려움은 모형의 크기가 될 수 있다. 즉 비선형성을 극복하기 위해 새로운 이진변수를 도입하였고 이를 통해 늘어나게 되는 이진변수의 증가가 문제해결기로 모형을 푸는데 큰 영향을 끼치게 된다. 즉 MIP 문제해결기의 경우 많은 이완 선형계획 모형을 풀도록 되어 있는데 선형계획 모형을 푸는데 사용되는 심플렉스 방법은 제약식 행

렬의 크기에 좌우된다. 그리고 변수의 개수가 이 행렬의 크기를 좌우하므로 MIP 문제해결기를 통한 문제해결에서 선형계획 모형의 크기를 되도록 작게 축소하는 것이 유리할 수 있다. 좀 더 구체적으로, 앞에서 제안한 방법에서 추가로 도입되는 이진변수 $W$의 수는 거의 $Y_{c,t,r}$변수 수의 수십 배에 이르는 것을 주목할 필요가 있다. 왜냐하면 이 변수의 첨자가 $Y$변수의 첨자에 강의실을 나타내는 추가 첨자를 사용하고 있기 때문이다. 이와 같은 다수의 이진변수를 사용하지 않고 문제를 해결하는 방법을 여기서 제안한다.

먼저 원문제의 이완 모형을 제시한다. 이는 앞에서 제시한 MIP 모형에서 비선형성을 극복하기 위해 대체적으로 추가한 제약식 (24)-(26)를 제외한 모든 제약식을 포함한다.

Nogood을 이용하는 일반적인 방식은 이완 모형을 풀어서 얻은 해를 이용해 실현 가능해가 될 수 없는 원인을 추가적인 제약식으로 표현하여 이완 모형에 추가함으로써 이완 모형을 강화하고 결국은 실현 가능 조건을 만족하는 해를 구함으로써 모형을 푸는 방식이다. 하지만 우리 문제의 경우 제외된 제약식 (24)-(26) 혹은 원 문제의 제약식인 (20)를 분석함으로써 실현 가능하지 않은 원인을 파악할 수 있다. 즉 이완 문제를 풀어 해를 얻게 되면 이는 변수 $Y_{c,t,r}$와 $Z_{c,h}$의 값으로 구성된다. 그리고 아래에서 제약식 (20)은 단지 $Y_{c,t,r}$에 대한 제약식이므로 이완 모형의 해에서 얻은 $Y_{c,t,r}$에 대한 정보를 통해서 평가가 가능하다.

$$\sum_{r=1}^{N_R} Y_{c,t,r} = 2 \rightarrow \sum_{r1=1}^{N_R}\sum_{r2=1}^{N_R} A_{r1,r2}\left(Y_{c,t,r1}Y_{c,t,r2}\right) \geq 2$$

일반적으로 위의 제약식은 수리논리에서 추론(implication)으로 볼 수 있고 이 추론식이 거짓이 되는 경우는 조건부에 해당하는 식이 참이지만 결과부에 해당하는 식이 거짓이 되는 경우이다. 즉 이완 모형의 해가 $\sum_r Y_{c,t,r} = 2$의 조건을 만족하여 어떤 강좌 $c$의 강의 시간대 $t$에서 두 개의 강의실에 배정이 되었지만 결론부의 좌변 식의 값이 2이상이 되지 못하는 경우이다. 이는 사실상 $A_{r1,r2}$가 두 개의 강의실 $r1$과 $r2$가 인접한 여부를 나타내는 값으로 결론부의 좌변이 양수의 값을 갖기 위해서는 $A_{r1,r2}$가 1로서 $r1$과 $r2$의 두 강의실이 인접해 있어야 하고 이 두 강의실에 대한 강좌 $c$의 $t$ 시간대 배정인 $Y_{c,t,r1}$과 $Y_{c,t,r2}$의 값들이 1이 되어야 한다. 위의 식에서 $r1$과 $r2$의 값이 서로 바뀔 수 있으므로 두 개의 강의실이 인접하고 두 강의실에 시험이 배정되면 제약식의 결론부가 참이 되어 전체 제약식이 만족이 됨을 알 수 있다.

만약 이완 모형의 해가 이를 만족하지 못한다면 이는 시험이 두 개의 강의실에 배정되었지만 이 두 개의 강의실이 인접해 있지 못하기 때문에 제약식이 위배된다. 이는 조건부에서 식이 $\sum_r Y_{c,t,r} = 2$라는 의미는 배정된 강의실의 개수가 두 개이고 이를 $r1$과 $r2$라 하면 이들에 대해 $Y_{c,t,r}$의 값이 1의 값을 갖게 되고 이 조건하에 결론부에서 합이 2이상이 되지 못하려면 $Y_{c,t,r} = 1$에 해당하는 $r1$과 $r2$에 대한 항이 0이 되어야 한다. 이 경우는 오직 $A_{r1,r2}$의 값이 0인 경우에 국한된다. 따라서 문제는 $A_{r1,r2} = 0$인 $r1$과 $r2$에 대해 $Y_{c,t,r1} = Y_{c,t,r2} = 1$이기 때문이다. 즉 이 두 개의 강의실 $r1$과 $r2$에 시험을 동시 배정하지 않으면 그런 문제를 회피할 수 있게 된다. 다른 말로, 두 이진변수 중 적어도 하나가 0의 값을 가지면 이 문제가 회피되고 실제 위의 제약식에서 조건부 부분이 충족되지 않게 되어 위 제약식을 위배하지 않게 된다. 이 조건을 선형 제약식으로 표현하면 다음과 같다.

$$Y_{c,t,r1} + Y_{c,t,r2} \leq 1,\ \forall c, t, (r1, r2) : A_{r1,r2} = 0$$

이와 같이 각각의 $A_{r1,r2}$ 값을 확인하여 얻어진 Nogood들은 결국 원 제약식인 (20)을 만족하지 않는 모든 해들을 제거하게 된다. 이를 원 문제의 이완 모형에 추가하여 문제해결기에 입력하여 문제를 풀면 이는 원 문제와 동일한 해를 얻게 된다.

## VII. Computation

제안된 모형을 이용하여 문제를 풀기 위해 다음과 같은 데이터 수집이 진행되었다. 문제에서 100 여개의 강좌 중 특이 사항이나 데이터 상의 문제가 있는 강좌를 제외하고 경영대학 자체 규칙에 부합하는 전체 64개 강좌를 대상으로 하여 22개의 강의실과 131개의 교양 강좌에 대한 데이터를 수집하였다. 강의 시간은 대학 전체에 16개의 수업 시간대로 이루어져 있고 각 강의 시간대는 앞에서 주어진 방식에 따라 한 시간과 두 시간짜리의 강의가 다른 날 이루어지도록 구성되어 있다. 시험시간 배정 문제에서 2주의 기간을 시험에 사용할 수 있고 이는 32개의 강의 시간대에 해당한다. 하나의 강의 시간대를 한 시간과 두 시간의 가능한 시험 시간대로 나누면 전체 64개의 시험 시간대가 존재한다. 여기에 별도의 시간대에 배정하는 것을 고려하여 전체 65개의 시간대를 간주한다. 시험에 대한 계획을 세우기 위해 행정 팀은 원하는 시험 시간에 대한 조사를 실시한다. 이에 따라 <Table 3>은 64개의 각 강좌별 아이디에 따라 선호하는 시험 시간대와 함께 강좌를 선택한 학생들의 인원을 표시하고 있다.

시험 시간을 배정하기 위해 강의실이 충분히 학생들을 수용하여야 하므로 강의실에 대한 정보가 필요하다. <Table 4>는 시험에 사용될 수 있는 강의실에 대한 정보로 첫 열은 강의실을 표시하는 아이디이고 둘째 열에 강의실이 수용할 수 있는 최대 인원을 표시하고 있고 셋째 열에서는 두 개의 강의실을 동시에 사용할 때 필요한 정보로 서로 인접하고 있는 강의실들을 보여준다. 그리고 마지막 열에서 강좌를 담당하는 강사들에게 조사를 통하여 얻은 자료를 통해 각 강의실이 15주차에 강의를 진행하는 경우 각 강의실에 사용되는 시간대를 표시함으

Table 3. Preferred Exam Hours and Number of Students for Courses

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Course** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| Preferred Exam Hours | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| Number of Students | 42 | 67 | 66 | 70 | 70 | 47 | 62 | 68 | 65 | 42 |
| **Course** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
| Preferred Exam Hours | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Number of Students | 24 | 29 | 88 | 94 | 73 | 18 | 56 | 66 | 57 | 28 |
| **Course** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
| Preferred Exam Hours | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| Number of Students | 69 | 66 | 54 | 43 | 54 | 44 | 75 | 85 | 88 | 57 |
| **Course** | **31** | **32** | **33** | **34** | **35** | **36** | **37** | **38** | **39** | **40** |
| Preferred Exam Hours | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Number of Students | 55 | 52 | 20 | 73 | 45 | 97 | 37 | 65 | 26 | 75 |
| **Course** | **41** | **42** | **43** | **44** | **45** | **46** | **47** | **48** | **49** | **50** |
| Preferred Exam Hours | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Number of Students | 50 | 54 | 40 | 59 | 67 | 92 | 30 | 28 | 79 | 27 |
| **Course** | **51** | **52** | **53** | **54** | **55** | **56** | **57** | **58** | **59** | **60** |
| Preferred Exam Hours | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| Number of Students | 54 | 57 | 78 | 57 | 69 | 23 | 29 | 59 | 57 | 58 |
| **Course** | **61** | **62** | **63** | **64** | | | | | | |
| Preferred Exam Hours | 2 | 2 | 2 | 1 | | | | | | |
| Number of Students | 44 | 73 | 46 | 56 | | | | | | |

Table 4. Classroom Capacity, Location and Course Schedule for the 15th Week

| Class-room | Capa-city | Adjacent Classrooms | Course Schedule for the 15th Week |
|---|---|---|---|
| 1 | 112 | 2 | |
| 2 | 54 | 1 | 1, 6, 7, 8, 10, 11, 13, 22, 23, 24, 26, 27 |
| 3 | 54 | 4, 6 | 4, 6, 7, 9, 22, 23, 24 |
| 4 | 77 | 3 | 1, 2, 3, 4, 8, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 24, 29, 30 |
| 5 | 70 | | 7, 23 |
| 6 | 112 | 3, 4 | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 19, 22, 23, 28, 29 |
| 7 | 54 | | 4, 5, 9, 25 |
| 8 | 70 | | |
| 9 | 90 | 12 | |
| 10 | 70 | 11, 12 | 1, 2, 3 |
| 11 | 80 | 10, 12 | 2, 10, 15, 26 |
| 12 | 126 | 9, 10, 11 | 12, 14, 8, 29 |
| 13 | 140 | 14 | 2, 8, 15, 24 |
| 14 | 106 | 13 | 3, 4, 17, 19, 26 |
| 15 | 40 | 16 | |
| 16 | 78 | 15 | 3, 8, 10, 11, 17, 18, 26, 27, 31 |
| 17 | 78 | 18 | 1, 13 |
| 18 | 60 | 17 | |
| 19 | 40 | 20, 21 | |
| 20 | 78 | 19, 21 | 1, 4, 13 |
| 21 | 40 | 19, 20 | |
| 22 | 78 | | 4, 6, 8, 9, 22, 24, 25 |

로써 강의실의 사용 여부를 표시하였다.

교양 강좌와 단과 대학의 전공 강좌의 시험시간이 겹치는 것을 방지하기 위해 대학 본부 측은 교양 강좌에 대한 시험 시간을 미리 결정하고 이를 경영대학 행정 팀에 공지를 한다. 경영대학은 미리 정해진 교양 강좌 시험의 시간대를 경영대학 내 강좌의 시험시간으로 사용할 수 없게 된다. 이를 위해 <Table 5>는 결정된 교양 강좌의 시험시간이 겹치게 되는 경영대학 강좌의 수업 시간대를 표시하고 있다. 첫 행의 “교양”의 교양 강좌의 아이디를 표시하고 있고 여러 개의 교양 강좌가 같은 시간에 시험이 실시 될 수 있으므로 이를 묶어서 표현하였다. 둘째 열은 강의 시간과 겹치는 경영대학 강좌의 아이디와 그 시간대를 묶어 쌍으로 표시하고 있다. 예를 들어 교양 강좌 1부터 18까지는 시험이 33 시간대에 정해져 경영대학 강좌 1, 3, 36, 37, 57들의 강의 시간대가 겹치고 있다. 특이한 경우로 교양 강좌 44의 경우 시험이 34 시간대와 35 시간대에 이루어지는데 보통은 교양강좌의 경우 한 시간 시험을 권장하나 교수자의 의견에 따라 두 시간의 시험이 이루어져서 이 두 시간대에 강의 시간대가 겹치는 강좌들을 표시하고 있다. 둘째 행에서 비어있는 공난은 겹치는 강좌가 없는 것을 의미한다.

문제의 풀이는 한 학기 전 강의개설 신청서를 받을 시에 각 강좌 별로 교수들의 강의 시간대별 선호도를 제출하면 행정 팀에서 과거 강좌에 대해 수강 신청한 학생들의 평균 인원을 이용해

Table 5. Business School Courses that Overlap with the Exam Hours of Liberal Arts Courses

| Liberal Arts Classes | 1~18 | 19~43 | 44 | 45~67 | 68~88 | 89~92 | 93~103 | 104~118 | 119~131 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Course – Time | 1-33<br>3-33<br>36-33<br>37-33<br>57-33 | 2-34<br>6-34<br>21-34<br>24-34<br>27-34<br>32-34<br>52-34<br>54-34<br>59-34 | 2-34<br>6-34<br>21-34<br>24-34<br>27-34<br>32-34<br>52-34<br>54-34<br>59-34<br>8-35<br>12-35<br>17-35<br>25-35<br>40-35<br>41-35<br>47-35<br>53-35 | 8-35<br>12-35<br>17-35<br>25-35<br>40-35<br>41-35<br>47-35<br>53-35 | 30-36<br>31-36<br>48-36<br>60-36<br>61-36 | | 23-38<br>38-38<br>46-38<br>63-38 | 5-39<br>18-39<br>26-39<br>28-39<br>33-39<br>50-39 | 15-40<br>19-40<br>22-40<br>29-40<br>42-40<br>62-40 |

Table 6. A Solution for Course Timetabling Problem: Lecture Time and Assigned Classroom for Each Course

| Course | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Lecture Time | 1,13 | 2,15 | 1,13 | 9,25 | 7,23 | 2,15 | 14,29 | 3,17 | 14,29 | 10,26 |
| Classroom | 22 | 22 | 4 | 6 | 16 | 13 | 8 | 16 | 11 | 2 |
| Course | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Lecture Time | 11,27 | 3,17 | 12,28 | 14,29 | 8,24 | 10,26 | 3,17 | 7,23 | 8,24 | 14,29 |
| Classroom | 2 | 4 | 6 | 6 | 4 | 11 | 22 | 14 | 22 | 13 |
| Course | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| Lecture Time | 2,15 | 8,24 | 6,22 | 2,15 | 3,17 | 7,23 | 2,15 | 7,23 | 8,24 | 4,19 |
| Classroom | 4 | 16 | 3 | 20 | 20 | 2 | 6 | 6 | 6 | 20 |
| Course | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| Lecture Time | 4,19 | 2,15 | 7,23 | 11,27 | 9,25 | 1,13 | 1,13 | 6,22 | 9,25 | 3,17 |
| Classroom | 4 | 3 | 5 | 4 | 3 | 6 | 17 | 22 | 22 | 14 |
| Course | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| Lecture Time | 3,17 | 8,24 | 11,27 | 14,29 | 16,30 | 6,22 | 3,17 | 4,19 | 10,26 | 7,23 |
| Classroom | 10 | 2 | 6 | 4 | 4 | 6 | 15 | 15 | 14 | 3 |
| Course | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| Lecture Time | 9,25 | 2,15 | 3,17 | 2,15 | 16,30 | 18,31 | 1,13 | 11,27 | 2,15 | 4,19 |
| Classroom | 7 | 12 | 13 | 16 | 6 | 16 | 2 | 20 | 2 | 6 |
| Course | 61 | 62 | 63 | 64 | | | | | | |
| Lecture Time | 4,19 | 8,24 | 6,22 | 10,26 | | | | | | |
| Classroom | 2 | 17 | 2 | 20 | | | | | | |

앞에서 말한 강좌-강의실 배정 모형을 이용하여 강의 시간과 강의실을 먼저 배정한다. 앞에서 주어진 데이터를 이용하여 얻은 강의 시간과 강의실에 대한 결과는 <Table 6>와 같다. 여기서 배정된 강의 시간대는 시험시간 배정을 위해 환산된 32개의 시간대로 나타내었다. 그리고 이를 바탕으로 시험 시간-강의실 배정 모형을 풀어 원하는 시험 시간의 배정이 이루어진다. 즉 예를 들어 강좌 1의 경우 앞에서 말한 강의 시간대 1에 배정이 되는데 이는 시험 시간 배정을 위한 시간대로는 1과 13에 해당한다. 이때 시간대 1은 두 시간의 시간대이고 13은 한 시간의 시간대이다. 이것이 두 주간의 시험 기간으로 확장이 되면 시험 배정의 후보 시간대로 1, 13, 33, 45 시간대가 가능해진다. 표에서 나타난 강좌-강의실 배정 문제의 배정된 강의실은 시험 시간-강의실 배정 문제에서는 무시된다. 왜냐하면 문제의 주어진 조건에 따라 수강생의 인원에 적어도 두 배의 크기의 강의실이 다시 배정되어야하기 때문이다.

이와 같은 배정된 강좌 시간대와 앞에 주어진 15주차 강의 그리고 교양 강좌의 시험 시간 배정 등을 고려한 시험 시간-강의실 배정 문제를 푼다. 이를 위해 IBM의 CPLEX 솔버를 이용하도록 C 언어로 구현하였다. 이를 통해 문제를 푼 해는 <Table 7>에 나타난다.

<Table 7>에서 보는 바와 같이 각 강좌별 시험 시간대가 배정되었고 시간대 옆의 괄호 안에 강좌별 시험의 진행 시간이 나타나 있다. 둘째로 강의실의 배정에 대한 정보가 표시되어 있다. 두 개의 강의실이 배정된 경우는 두 개의 강의실 아이디가 제시되어 있다. 이 두 개의 강의실은 앞에서 제시된 인접 강의실의 조건을 충족하는 배정이다.

위의 <Table 6>와 <Table 7>는 이 논문에서 제안한 방법이 시험시간 배정 문제의 해를 성공적으로 도출하였음을 보여준다.

Table 7. A Solution for Examaination Timetabling Problem: Exam Time and Assigned Classroom for Each Course

| Course | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Exam Time | 1(2) | 34(2) | 33(2) | 41(2) | 7(2) | 2(2) | 29(2) | 35(2) | 29(2) | 26(2) |
| Classroom | 6 | 17,18 | 13 | 13 | 13 | 1 | 12 | 13 | 13 | 9 |
| Course | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Exam Time | 11(2) | 3(2) | 60(2) | 29(2) | 24(2) | 58(2) | 35(2) | 39(2) | 24(2) | 29(2) |
| Classroom | 5 | 10 | 13,14 | 4,6 | 9,12 | 21 | 12 | 13 | 13 | 9 |
| Course | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| Exam Time | 2(2) | 56(2) | 22(2) | 34(2) | 3(2) | 7(2) | 2(2) | 7(2) | 56(2) | 36(2) |
| Classroom | 13 | 13 | 6 | 14 | 3,6 | 6 | 4,6 | 10,12 | 4,6 | 13 |
| Course | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| Exam Time | 4(2) | 2(2) | 23(1) | 11(2) | 9(2) | 1(2) | 33(2) | 22(2) | 9(2) | 35(2) |
| Classroom | 1 | 17,18 | 22 | 11,12 | 12 | 9,12 | 20 | 9,12 | 11 | 4,6 |
| Course | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| Exam Time | 35(2) | 24(2) | 43(2) | 61(2) | 62(2) | 54(2) | 3(2) | 4(2) | 58(2) | 7(2) |
| Classroom | 14 | 1 | 4,6 | 12 | 13 | 13,14 | 20 | 11 | 9,12 | 11 |
| Course | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| Exam Time | 41(2) | 34(2) | 35(2) | 34(2) | 30(2) | 31(2) | 45(1) | 27(1) | 15(1) | 36(2) |
| Classroom | 1 | 12 | 1 | 13 | 13 | 4 | 4 | 12 | 12 | 12 |
| Course | 61 | 62 | 63 | 64 | | | | | | |
| Exam Time | 4(2) | 56(2) | 22(2) | 10(1) | | | | | | |
| Classroom | 13 | 1,2 | 14 | 6 | | | | | | |

## VIII. Conclusion

본 논문에서는 연세대학교 경영대학의 강의시간표 배정과 시험시간표 배정에 요구되는 모든 조건들을 반영하여 대학강의-강의실 배정문제와 시험시간-강의실 배정문제를 실제 문제와 최대한 유사하게 정의하고, 해당 문제들에 대한 이진 정수계획 모형을 제시하였다. 시험시간-강의실 배정문제에 대한 풀이법으로 제약계획법에 기반한 알고리즘인 NOGOOD 방법을 제안하였고, 연세대학교의 실제 데이터를 활용해 생성된 인스턴스에 대해 NOGOOD 방법을 적용, 해당 알고리즘이 시험시간-강의실 배정문제를 성공적으로 풀 수 있음을 확인하였다. 연세대학교는 국내 대학중 규모가 큰 대학 중 하나로, 그 중 경영대학은 단과대학 중에서도 학생 수나 강좌 수, 강의실 수 등 여러 면에서 대규모 학과에 속한다. 따라서 본 논문에서 제시하는 수리모형과 알고리즘은 연세대학교의 다른 단과대학의 시간표 배정에 즉시 활용 가능하며, 또한 연세대학교와 유사한 제도를 수용하고 있는 타대학의 시간표 배정에도 활용 가능하다. 한편, 본 연구에서 대학의 강의 배정과 시험 배정에 대한 실제에 가까운 모형을 구축하려 했음에도 불구하고 강의를 듣는 학생들의 선호를 반영하지 못하였다는 한계를 갖는다. 향후 연구로는 강사와 학생의 선호를 반영한 시간표 배정 문제에 대해 살펴보고, 더 나아가 학생 수, 강좌 수, 강의실 수 등 모형 패러미터들이 바뀔 경우 어떤 시간표 배정 전략이 필요한지 민감도 분석을 이용해 살펴보고자 한다.

## REFERENCES


[1] M.W. Carter, “A Survey of Practical Applications of Examination Timetabling Algorithms,” Operations Research, Vol. 34, No. 2, pp.193-202, March-April 1986.

[2] A. Schaerf, “A Survey of Automated Timetabling,” Artificial Intelligence Review, Vol. 13, No. 2, pp. 87-127, April 1999.

[3] H. Babaei, J. Karimpour, and A. Hadidi, “A Survey of Approaches for University Course Timetabling Problem,” Computers & Industrial Engineering, Vol. 86, pp. 43-59, August 2015.

[4] M. Dimopoulou, and P. Miliotis, “Implementation of a University Course and Examination Timetabling System,” European Journal of Operational Research, Vol. 130, No. 1, pp. 202-213, April 2001.

[5] M.R. Garey, and D.S. Johnson, “Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-compleness,” Freeman, San Francisco, 1979.

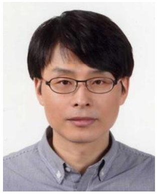
[6] M. Cangalovic, and J.A.M. Schreuder, “Exact Coloring Algorithms for Weighted Graphs Applied to Timetabling Problems with Lectures of Different Lengths,” European Journal of Operational Research, Vol. 51, No. 2, pp. 248-258, March 1991.

[7] D. De Werra, “Some Combinatorial Models for Course Scheduling,” Practice and Theory of Automated Timetabling, ser. Springer, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1153, pp. 296-308, 1996.

[8] D. De Werra, “The Combinatorics of Timetabling”, European Journal of Operational Research, Vol. 96, No. 3, pp. 504-513, February 1997.
[9] S. Daskalaki, and T. Birbas, “Efficient Solutions for University Timetabling Problem through Integer Programming,” European Journal of Operational Research, Vol. 160, No. 1, pp. 106-120, January 2005.
[10] N. Boland, B.D. Hughes, L.T.G. Merlot, and P.J. Stuckey, “New Integer Linear Programming Approaches for Course Timetabling,” Computers and Operations Research, Vol. 35, No. 7, pp. 2209-2233, July 2008.
[11] S.A. MirHassani, “A Computational Approach to Enhancing Course Timetabling with Integer Programming,” Applied Mathematics and Computation, Vol. 175, No. 1, pp. 814-822, April 2006.
[12] K. Schimmelpfeng, and S. Helber, “Application of a Real-world University Course Timetabling Model Solved by Integer Programming,” OR Spectrum, Vol. 29, No.4, pp. 783-803, October 2007.
[13] S.M. Al-Yakoob, and H.D. Sherali, “Mathematical Models and Algorithms for a High School Timetabling Problem,” Computers and Operations Research, Vol. 61, pp. 56-68, September 2015.
[14] A. Hertz, “Tabu Search for Large Scale Timetabling Problems,” European Journal of Operational Research, Vol. 54, No. 1, pp. 39-47, September 1991.
[15] J. Aubin, and J.A. Ferland, “A Large Scale Timetabling Problem,” Computers and Operations Research, Vol. 16, No. 1, pp. 67-77, 1989.
[16] A.M. Barham, and J.B. Westwood, “A Simple Heuristic to Facilitate Course Timetabling,” Journal of the Operational Research Society, Vol. 29, No. 11, pp. 1055-1060, November 1978.
[17] D. Johnson, “Timetabling University Examinations,” Journal of the Operational Research Society, Vol. 41, No. 1, pp. 39-47, January 1990.
[18] M. Wright, “School Timetabling Using Heuristic Search,” Journal of the Operational Research Society, Vol. 47, No. 3, pp. 347-357, March 1996.
[19] I.V. Katasaragkis, I.X. Tassopoulos, and G.N. Bleigiannis, "A Comparative Study of Modern Heuristics on The School Timetabling Problem," Algorithms, Vol. 8, No. 3, pp. 723-742, August 2015.
[20] A.L Bolaji, A.T. Khader, M.A. Al-Betar, and M.A. Awadallah, "University Course Timetabling Using Hybridized Artificial Bee Colony with Hill Climbing Optimizer," Journal of Computational Science, Vol. 5, No. 5, pp. 809-818, September 2014.
[21] B. Naderi, “Modeling and Scheduling University Course Timetabling Problems,” International Journal of Research in Industrial Engineering, Vol. 5, No. 1-4 pp. 1-15, Autumn 2016.
[22] E.K. Burke, B. McCollum, A. Meisels, S. Petrovic, and R. Qu, “A Graph-based Hyper-heuristic for Educational Timetabling Problems,” European Journal of Operational Research, Vol. 176, No. 1, pp. 177-192, January 2007.
[23] P. De Causmaecker, P. Demeester, and G.V. Berghe, “A Decomposed Metaheuristic Approach for a Real-world University Timetabling Problem,” European Journal of Operational Research, Vol. 195, No. 1, pp. 307-318, May 2008.
[24] L. Zhang, and S. Lau, “Constructing university timetable using constraint satisfaction programming approach,” Proceedings of the International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, Vienna, Austria, Vol. 2, pp. 55-60, November 2005.
[25] M.W. Carter, and G. Laporte, “Recent Developments in Practical Examination Timetabling,” Practice and Theory of Automated Timetabling, ser. Springer, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1153, pp. 1-21, 1996.
[26] A. Akbulut, and G. Yılmaz, “University Exam Scheduling System Using Graph Coloring Algorithm and RFID Technology”, International Journal of Innovation, Management and Technology, Vol. 4, No. 1, pp. 66-72, February 2013.

## Authors

Yerim Chung received the B.S. degree in Business Administration from Yonsei University, Korea, in 2000. She received the M.S. and Ph.D. degree in Applied Mathematics and Computer Science from Paris 1 University, France, in 2004 and 2010, respectively. Dr. Chung joined the faculty of Business School at Yonsei University, Seoul, Korea, in 2011. She is interested in inverse optimization and network optimization, and their many application problems.



Hak-Jin Kim received the M.S. degree in Mathematics from University of Illinois, Urbana-Champaign, and the Ph.D. degree in Operations Research from Tepper Business School, Carnegie-Mellon University, U.S.A. He has been a faculty member in the School of Business, Yonsei University, since 2001. He is interested in the logic-based optimization, the constraint programming, reinforcement learning, and their many application problems.