East Asian Math. J.
Vol. 35 (2019), No. 4, pp. 467-488
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2019.038

# 초등수학에서 곱셈구구 1단 및 0의 곱 문제 상황 비교[1)]

## A Comparative Study on Problem Situation of Multiplication Facts (1st and 0th multiplication) in Elementary Mathematics

김 성 준[2)]

**ABSTRACT.** The purpose of this study is to analyze multiplication facts(1st and 0th multiplication) in elementary mathematics. In the 2015 revised curriculum, students learn multiplication and multiplication facts in the 2nd grade. Many teachers experience difficulties in organizing the multiplication problem situation in multiplication facts(1st and 0th multiplication). This study aims to consider the causes of these difficulties and devise teaching methods. The method of this study is a comparative and analytic method. In order to compare textbooks, we select the Korean elementary mathematics textbooks(1st curriculum~2015 revised curriculum) and the six foreign elementary mathematics textbooks(Taiwan, Japan, Finland, Unites States, Hongkong, Singapore). As a result, the multiplication problem situation and the multiplication model assume the same bundle and bundle model. Also, we must consider the teaching timing of multiplication facts(1st and 0th multiplication) and the use of commutative law. In this study, we proposed a multiplication teaching scheme in consideration of the multiplication problem situation and teaching model, teaching period and commutative law etc.. to teach multiplication facts(1st and 0th multiplication) in elementary mathematics.

Received July 28, 2019; Accepted August 28, 2019.
1) 본 연구는 2019년도 부산교육대학교 학술연구과제로 지원을 받아 수행된 연구임
2) 부산교육대학교 수학교육과(joonysk@bnue.ac.kr)
2010 Mathematics Subject Classification: MSC 97C30, 97D50
Key words: multiplication, multiplication facts, 1st and 0th multiplication, elementary mathematics, multiplication problem situation, teaching model, teaching period, multiplication teaching scheme

# Ⅰ. 서론

2015 개정 수학과 교육과정에서 곱셈은 초등학교 2학년에서부터 시작한다. 2학년 1학기 6단원 ‘곱셈’ 단원에서 곱셈 개념의 기초를, 2학년 2학기 2단원 ‘곱셈구구’ 단원에서 자연수 곱셈 연산의 기초가 되는 곱셈구구를 학습한다.

2학년 1학기 ‘곱셈’ 단원은 몇 씩 몇 묶음의 묶어 세기에서 몇의 몇 배에 해당하는 배 개념을 제시한 다음, 몇의 몇 배를 몇 곱하기 몇과 같은 곱셈식으로 이어진다. 하지만 ‘몇 씩 몇 묶음’→‘몇의 몇 배’→‘몇 곱하기 몇’으로 이어지면서, 곱셈구구 1단 및 0의 곱을 다루지 않고 있다. 이는 ‘묶음→배→곱셈식’으로 이어지는 과정에서 ‘묶음’은 두 개 이상의 대상을 묶는 것을 전제로 하고 이때 묶어세기를 제시하는 것이 자연스럽기 때문인데, 그 결과 ‘1 씩 몇 묶음’→‘1의 몇 배’→‘1 곱하기 몇’과 같은 상황은 다루지 않고 있다(교육부, 2017a). 그리고 0의 곱 역시 동일한 이유로 다루지 않고 있다. 곧, ‘0 씩 몇 묶음’은 곱셈 개념을 처음 배우는 단계에 적합하지 않기에 2학년 1학기 ‘곱셈’ 단원에서는 다루지 않는다.

한편 2학년 2학기 ‘곱셈구구’ 단원은 앞서 학습한 곱셈 개념을 바탕으로 곱셈구구를 지도하기 위한 단원으로, 2단에서 시작하여 9단까지 곱셈구구를 순차적으로 제시한다(2단→5단→3단, 6단→4단, 8단→7단→9단). 그런 다음 1단과 0의 곱을 지도하고, 곱셈표를 만들고 곱셈표에서 곱셈의 교환법칙[3] 등을 다루고 있다(교육부, 2017b). 학교수학에서 곱셈구구의 지도 순서를 살펴보면, 우리나라 1차 교육과정부터 2009 개정 교육과정까지 3가지 유형으로 구분할 수 있고, 2015 개정 교육과정에서는 이들과 다른 순서로 곱셈구구를 제시하고 있다(김성준, 2016). 그러나 곱셈구구 지도에서 공통점은 곱셈구구가 모두 2단에서 시작한다는 점과 그리고 마지막 순서에 놓이는 곱셈구구 역시 모든 교육과정에서 1단과 0의 곱이라는 점이다. 이 부분을 외국의 교과서와 비교해보면, 싱가포르 교과서는 5단에 이어 10단을 배치하고 1단은 곱셈구구 각 단에 두고 있으며, 핀란드 교과서는 1단과 0의 곱을 곱셈구구 중간에 두고 있는데(2단→5단→3단→4단→0단, 1단→6단→7단→8단→9단), 이는 동수누가 및 곱셈의 교환법칙을 어떻게 이용하는가에 따라 차이를 보인다.

곱셈구구의 지도 순서와 함께 효과적으로 곱셈구구를 지도하기 위해서는 곱셈을 구성하는 적합한 문제 상황과 지도 모델 등을 제시하는 것은 중요하다. 우리나라 수학과 교육과정에서는 2009 개정 교육과정 이후 학생들의 곱셈 개념 발달을 위해 다양한 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략 등을 제시하고 있는데, 이는 교사들이 곱셈과

---

3) 초등수학에서는 덧셈과 곱셈에서 교환법칙이라는 표현을 사용하지는 않고 있다. 그러나 교사용 지도서 수학 2-2(p.172)에는 ‘곱셈의 교환법칙 이해하기’에서 ‘곱셈에서 곱하는 두 수의 순서를 서로 바꾸어도 곱이 같다는 것을 이해하게 한다’와 같이 설명되어 있다(교육부, 2017d).

관련하여 이러한 '곱셈 내용 지식'[4]을 이해하고 현장 수업에서 적용하는 것이 필요하기 때문이다(정영옥, 2013). 곱셈구구의 지도 역시 다양한 곱셈 상황 및 곱셈 모델이 요구되며, 곱셈구구를 효과적으로 학습하기 위한 곱셈 전략과 곱셈 성질 등을 통해 곱셈구구의 원리를 이해하는 것이 필요하다(장미라, 2006; 강흥규, 2009).

따라서 현장 수업에서 곱셈구구를 위한 문제 상황을 비롯한 곱셈 모델, 곱셈 전략 등에 대한 논의가 필요하며, 이를 위해 연구자는 초등학교 교사를 대상으로 각 단의 곱셈구구에 대해 문제 상황을 구성하는 수업을 진행한 바 있다. 그 결과 2단부터 9단까지 곱셈구구는 놀이동산, 동물원, 실생활에서 만날 수 있는 장면에서 2개부터 9개 단위의 물건 등을 이용하여 묶음, 비교, 배열, 조합과 같은 문제 상황을 자연스럽게 구성하는 반면, 1단과 0의 곱에서는 문제 상황을 제시하는데 어려움을 보였다. '1 곱하기 몇', '0 곱하기 몇'의 경우는 동수누가 개념과 연계하여 어렵게나마 문제 상황을 제시하였으나, '몇 곱하기 1', '몇 곱하기 0'과 같은 경우에는 이에 부합하는 문제 상황을 구성하고 이를 설명하는 것이 쉽지 않았다. 본 연구는 교사들이 갖는 이러한 어려움의 원인을 고민하면서 시작한 것으로, 곱셈구구 단원에서 1단과 0의 곱을 효과적으로 지도하는 방안을 찾기 위한 목적을 갖는다. 이러한 논의는 곱셈구구의 각 단을 1단과 0의 곱에 어떻게 연결하여 가르칠 것인가, 1단과 0의 곱의 지도 순서를 어떻게 놓아야 할 것인가, 곱셈의 교환법칙을 어느 시점에 지도할 것인가 등과 연결하여 생각해봐야 한다. 그리고 이러한 논의는 이후 분수 및 소수의 곱셈에서 '자연수×분수', '자연수×소수' 등을 지도하는 것과도 연결될 수 있다.

이에 본 연구는 곱셈구구에서 1단과 0의 곱과 관련된 전반적인 내용을 종적·횡적 비교를 통해 살펴보고자 한다. 먼저 종적 비교 연구는 우리나라 수학과 교육과정의 변화를 통해 곱셈구구 1단과 0의 곱을 살펴보는 것이다. 이를 위해 1차 교육과정부터 2015 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서[5]를 비교 분석한다. 그리고 횡적 비교 연구에서는 외국의 교과서에 제시된 곱셈구구 1단과 0의 곱이 어떻게 지도되고 있는지 그리고 1단과 0의 곱을 가르치기 위한 문제 상황 및 곱셈 모델 등에서 특징은 무엇인지 살펴본다. 이를 위해 일본, 대만의 동양권 교과서를 비롯하여 핀란드와 미국의 서양권 교과서, 그리고 동서양의 교과서 특징을 동시에 갖고 있는(박경미·임재훈, 2002) 홍콩과 싱가포르의 초등학교 수학 교과서를 대상으로 비교한다.

이처럼 종적, 횡적 교과서 비교를 통해 본 연구는 곱셈구구 1단과 0의 곱을 분석하기 위한 2가지 연구 문제를 설정한다. 첫째, 곱셈구구 1단과 0의 곱을 제시하는 문제

4) 본 연구에서는 곱셈 상황, 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략, 곱셈 성질 등을 곱셈 내용 지식으로 규정한다. 이는 Ball et a1.(2008)의 교과 내용 지식(subject matter knowledge)을 적용한 것이다.

5) 본 연구에서는 '1차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서'를 '1차 교과서'로 간략하게 나타내고, 이하 다른 교육과정에서도 이와 같이 기술한다.

상황을 검토하는 것으로, 이 과정에서 곱셈 상황 및 곱셈 모델이 1단과 0의 곱을 어떻게 설명하는지를 살펴본다. 둘째, 곱셈구구 1단과 0의 곱을 지도하면서 고려해야 할 요소로 교환법칙, 곱셈구구 10단, 그리고 1단과 0의 곱의 지도 순서 등을 비교하고, 이에 덧붙여서 곱셈구구 1단과 0의 곱을 효과적으로 지도하기 방안을 검토한다. 이러한 비교 및 분석 결과를 바탕으로 한 논의는 이후 초등수학 교과서 개발에서 그리고 초등수학 수업에서 곱셈구구의 지도 순서 및 1단과 0의 곱을 효과적으로 지도하는 방법 등에서 기초 자료로 활용될 수 있을 것이다.

## Ⅱ. 이론적 배경

본 연구는 초등수학 교과서에서 곱셈구구 1단과 0의 곱이 어떻게 제시되어 있는지를 살펴보기 위한 것이다. 이를 위해 곱셈에서의 문제 상황 및 곱셈 지도 모델이 어떻게 구분되는지를 살펴보는 것이 필요한데, 이는 곱셈 상황과 모델에 따라 곱셈구구를 지도하는 방식에서 차이를 보이기 때문이다. <표 1>의 곱셈 상황 및 <표 2>의 곱셈 모델에 따라 각각의 내용을 간략하게 살펴보면 다음과 같다(교육부, 2017c; 김성준, 2017).

<표 1> 곱셈 상황

| 곱셈 상황 |
|---|
| 똑같은 묶음 |
| 곱셈적 비교 |
| 직사각형의 넓이와 배열 |
| 데카르트 곱 |

<표 2> 곱셈 지도 모델

| 곱셈 지도 모델 |
|---|
| 묶음 모델 |
| 직선 모델 |
| 배열 모델 |
| 조합 모델 |

곱셈으로 표현되는 문제 상황은 다양하게 제시될 수 있다. 먼저 Greer(1992)에 따르면 똑같은 묶음, 곱셈적 비교, 직사각형 넓이와 배열, 데카르트 곱 등으로 곱셈 문제 상황을 구분할 수 있다(정영옥, 2013, 재인용). 여기서 똑같은 묶음은 각 묶음에 같은 수의 대상이 주어진 상황을 의미하고, 곱셈적 비교는 무엇의 몇 배로 표현되는 상황으로 집합에서의 반복적인 상황이 아니라 주어진 양(또는 수)의 확대(또는 축소)를 의미한다. 직사각형의 넓이는 주어진 직사각형이 한 변의 길이가 1cm인 단위 정사각형으로 분할하여 이 정사각형들의 개수를 세는 것이고, 배열은 m×n개의 대상들이 m행과 n열로 이루어진 직사각형의 배열을 의미한다. 그리고 데카르트 곱은 두 개의 집합 사이에 만들 수 있는 가능한 순서쌍의 개수를 알아보는 것을 의미한다(김성준, 2017). 한편 강홍재 외(2018)에서는 곱셈이 나타나는 문제 상황을 묶음, 배열, 비율, 비교, 조합, 넓이 등으로 구분하고 있는데, 이를 Greer(1992)와 비교하면 <표 3>과 같다.

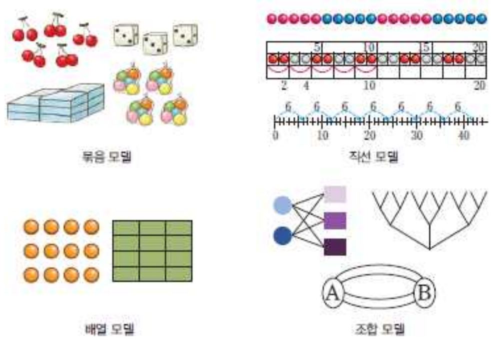
<표 3> 곱셈이 나타나는 문제 상황

| 곱셈 상황 (Greer, 1992) | 곱셈 상황 (강홍재 외, 2018) | 예 |
|---|---|---|
| 똑같은 묶음[6] | 묶음 | 5장씩 묶여 있는 색종이가 4묶음 있습니다. 색종이는 모두 몇 장입니까? |
| | 비율 | 1병에 $2L$씩 물이 들어 있는 병이 3병 있습니다. 물은 모두 몇 $L$입니까? |
| 곱셈적 비교 | 비교 | 지훈이는 연필을 5자루 가지고 있고, 윤주는 지훈이의 3배만큼 가지고 있습니다. 지훈이가 가지고 있는 연필은 몇 자루입니까? |
| 직사각형의 넓이와 배열 | 배열 | 운동장에 학생들이 3명씩 4줄로 서 있습니다. 학생들은 모두 몇 명입니까? |
| | 넓이 | 가로가 $3m$, 세로가 $2m$인 직사각형 모양의 땅이 있습니다. 이 땅의 넓이는 얼마입니까? |
| 데카르트 곱 | 조합 | 윗옷 3가지와 바지 2가지가 있습니다. 윗옷과 바지를 한 벌로 입을 수 있는 방법은 모두 몇 가지입니까? |

다음으로 초등수학 교과서에 제시된 곱셈구구 1단과 0의 곱을 분석하기 위해 곱셈 상황과 함께 곱셈 지도 모델에 대한 살펴본다. Freudenthal(1983), Greer(1992), Van de Walle(2004) 등의 연구에 따르면, 곱셈 모델은 <그림 1>과 같이 묶음 모델, 직선 모델, 배열 모델, 조합 모델 등으로 구분된다. 곱셈 지도 모델은 곱셈 개념에 따른 곱셈 문제 상황 못지않게 다양한 장면을 시각적으로 표현하는데 필요하며 특히 곱셈을 처음 학습하는 학생들에게 있어서 중요한 역할을 한다(Van de Walle, 2004). 따라서 곱셈 상황에 맞는 곱셈 모델을 제시하는 것은 곱셈구구 1단과 0의 곱을 지도하는데 필요한 기본적인 곱셈 내용 지식이다.

먼저 묶음 모델은 여러 사물을 몇 씩 몇 묶음으로 만들어서 나타내는 것이다. 이 모델은 산가지, 바둑돌, 수 모형 등으로 나타낼 수 있으며, 몇 묶음, 몇 상자, 몇 봉지 등과 같이 제시될 수 있다. 이 모델은 똑같은 양의 묶음 상황이나 곱셈적 비교 상황을 나타내는데 적절하다. 직선 모델은 반직선 형태를 일정한 간격으로 나누어서 곱셈을 나타내는 모델이다. 이 모델은 구슬 줄, 띠, 수직선 등과 같이 다양한 형태로 제시될 수 있는데, 이를테면 길이가 4인 막대 세 개의 전체 길이, 4만큼씩 뛰어세기할 때 간 거리 등에서 제시될 수 있다. 직선 모델은 이산량이나 연속량을 모두 표현할 수 있으며 똑같은 양의 묶음을 도식화하거나 비교 상황을 나타내기에 적합하다.

6) 정영옥(2013)은 똑같은 묶음의 예로 몫과 수직선, 비율을 제시한다. 몫은 ‘3명의 아이들에게 각각 4개의 과자를 주려고 한다. 과자는 모두 몇 개가 필요한가?’이고, 수직선은 ‘한 번에 4칸씩 점프한다면, 3번 점프한 후의 위치는 어디인가?’이다. 그리고 비율은 ‘1개에 4센트인 풍선껌의 3개의 가격은 얼마인가?’이다.




<그림 1> 곱셈 지도 모델(정영옥, 2013)

배열 모델은 대상을 가로 방향과 세로 방향으로 일정하게 배열하여 전체적으로 직사각형 모양으로 나타낸 것이다. 이 모델은 물건이 m×n의 형태로 배열된 상황이나 직사각형 형태의 격자 모양, 가로줄과 세로줄이 만나는 점들의 배열 등에서 이용된다. 특히 배열 모델은 곱셈의 교환법칙이나 분배법칙을 지도하는데도 효과적이다. 조합 모델은 두 개 이상의 집합에서 만들 수 있는 순서쌍을 알아보기 위한 모델이다. 이 모델은 수형도나 경로 모델과 같은 형태로 제시될 수 있고 곱셈 개념 중 데카르트 곱을 나타내는 데 활용될 수 있다.

## Ⅲ. 연구 방법

본 연구는 초등수학에서 곱셈구구를 배우는 과정에서 곱셈구구 1단과 0의 곱이 제시되는 문제 상황을 중심으로 지도 순서와 지도 방법 등을 비교 분석하기 위한 것이다. 이를 위해 먼저 교과서를 비교하고 그에 따른 분석을 실시하는데, 종적·횡적 비교 연구를 통해 우리나라와 외국의 초등수학 교과서를 함께 검토한다.

먼저 종적 비교는 우리나라 교육과정에 따른 초등수학 교과서를 중심으로 한다. 1차 교과서에서부터 2015 개정 교과서에 이르기까지 총 10종의 초등수학 교과서에서 곱셈구구 1단과 0의 곱을 제시하는 문제 상황 및 지도 내용을 각 교과서에서 살펴본다. 다음으로 횡적 비교는 외국의 교과서를 중심으로 한다. 비교 분석의 대상이 된 교과서는 일본, 대만의 동양권 2개 국가의 교과서를 비롯하여 핀란드, 미국의 서양권 교과서 및 동서양의 특징을 동시에 보여 주는 홍콩과 싱가포르의 초등수학 교과서이며, 분석 대상 교과서는 <표 2>와 같다. 이들 교과서의 비교에 있어서 참고했던 선행 연구로는 김현(2014)에서 일본과 싱가포르를, 그리고 정영옥(2013)에서 핀란드, 미국을 살펴보았으며, 이들과 함께 대만, 홍콩 교과서를 추가하여 총 6개 국가의 초등수학 교과서를 비교 대상으로 하였다.

<표 4> 외국의 초등수학 교과서

| | |
|---|---|
| 일본 | 藤井 斉亮, 飯高 茂 외 (2011). 新しい算數 2-下, 3-上. 東京書籍株式會社. |
| 대만 | 楊瑞智 (2013). 國小數學課本 2-上, 2-下. 康軒文教事業 |
| 핀란드 | WSOY(2012a). 핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 2-1, 3-1. (도영 역). 서울: 솔빛길출판사. |
| 미국 | Bell, M., Bell, J., & Hartfield, R. (1998). Everyday Mathematics Third Grade Volume A, B. Chicago: Everyday Learning Corporation. |
| 홍콩 | New Edition Effective Steps to Mathematics(2010), 2-A, 2-B, Pan Lloyds Publishers Ltd. |
| 싱가포르 | Charlotte Collars 외 (2011). Shaping Maths Coursebook 2B, 3A. Marshall Cavendish Education. |

따라서 본 연구는 총 16개의 초등수학 교과서에 제시된 곱셈구구 1단 및 0의 곱의 문제 상황 및 지도 내용에 초점을 맞춘 것이며, 이러한 분석 결과를 바탕으로 초등수학 교과서 개발 및 초등수학 수업에서 곱셈구구 1단 및 0의 곱을 지도하는 과정에서 효과적인 곱셈 상황 및 곱셈 모델 등을 살펴보고자 한다.

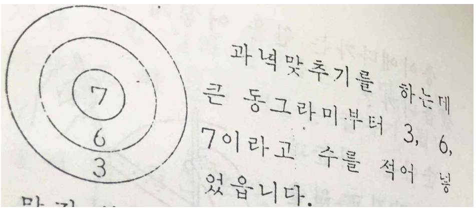
따라서 본 연구는 질적 연구 방법 가운데 문서자료 연구 방법에 따른 사례 연구에 해당한다(Bogdan, Biklen, 2007). 여기서 문서자료는 공식 문서자료에 해당하는 초등수학 교과서를 중심으로 하며, 이러한 국내외 교과서를 중심으로 질적 내용분석(qualitative content analysis)을 이끌어내기 위해 곱셈 상황 및 곱셈 모델 등을 이론적 배경에서 검토하였다. 이 과정은 강흥규(2009)의 곱셈 개념을 비롯하여 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델에 대한 논의와 정영옥(2013)의 2009 개정 교육과정을 중심으로 한 곱셈 상황, 곱셈 지도 모델, 그리고 곱셈 전략과 곱셈의 성질 등 곱셈 내용 지식 관련 연구를 토대로 한다. 이와 함께, 선행연구 검토 과정에서 김상근(2008)의 1차 교과서부터 7차 교과서까지 초등수학 교과서에 나타난 곱셈의 기초와 곱셈구구 지도 방법을 분석한 것을 참고하였으며, 김성준(2016)의 곱셈구구 지도 순서를 비교한 연구 역시 곱셈구구 1단과 0의 곱의 지도 시기와 관련하여 기초 자료로 활용하였다.

본 연구는 현장교사들이 초등수학에서 곱셈구구 1단과 0의 곱을 지도하는 과정에서 적합한 문제 상황을 구성하는 것이 쉽지 않다는 문제의식에서 출발한다. 이를 위해 곱셈 내용 지식에 해당하는 곱셈 상황 및 곱셈 모델을 중심으로 우리나라와 외국의 교과서를 종적·횡적으로 비교 분석하는 한편 이러한 분석 결과를 바탕으로 앞서 이루어진 교수학적 변환론과 교수학적 내용 지식 분석을 토대로 곱셈구구 1단과 0의 곱을 효과적으로 지도하기 위한 방안을 모색해보고자 한다.

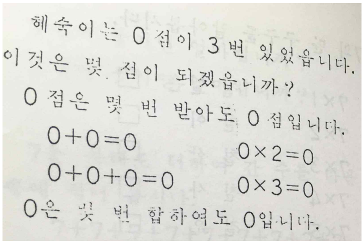
## Ⅳ. 우리나라 교육과정에 제시된 곱셈구구 1단 및 0의 곱 비교

초등수학에서 ‘곱셈’ 단원은 똑같은 묶음 상황을 먼저 제시하나 곱셈의 문제 상황으로 다양한 상황을 함께 제시해주는 것이 필요하다(강흥규, 2009). 이를테면, 초등학교 2학년 학생들에게 똑같은 묶음 상황은 동수누가 개념으로 곱셈을 받아들일 때 사용될 수 있는 반면, 곱셈적 비교 상황은 길이와 같은 연속량에서의 배 개념을 지도할 때 사용될 수 있다. 그렇다면 곱셈구구 1단과 0의 곱을 지도에는 어떤 장면에서 곱셈의 문제 상황이 제시되는지 우리나라 교육과정을 중심으로 살펴보면 다음과 같다.

먼저 1차 교과서는 3학년 1학기에 곱셈구구 1단을 제시하고 이어서 (0×어떤 수)를 제시하고 있다. 교과서에 제시된 문제 상황은 ‘과녁 맞추기’에서 3점, 6점, 7점의 점수를 각각 ‘똑같은 묶음’(비율)으로 보고 점수와 횟수를 곱하여 총점을 구하는 것으로, 이를테면 ‘6점이 셋이면 얼마입니까?’와 같은 물음에 대해 6+6+6=18과 같이 동수누가로 설명한다. 그런 다음 0점이 3번 있는 경우를 묻고, 이 경우도 동일하게 0+0+0=0이 되기 때문에, ‘0은 몇 번 합하여도 0입니다’, 즉 ‘0에는 어떤 수를 곱하여도 0입니다’와 같이 설명하고 있다. 이처럼 1차 교과서는 (0×어떤 수)만을 다루고 (어떤 수×0)에 대해서는 다루지 않고 있다.

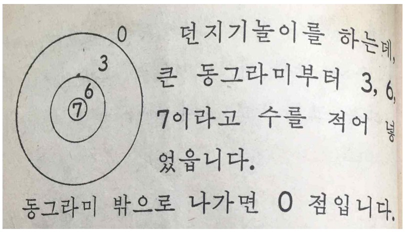


<그림 2> 1차 교과서, 3-1, p.46

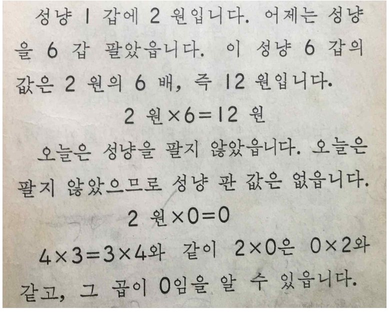


<그림 3> 1차 교과서, 3-1, p.54

2차 교과서는 2학년 2학기에 곱셈구구 2단, 4단, 5단을, 3학년 1학기에 곱셈구구 3단, 6단, 7단, 8단, 9단을 지도하고 그런 다음 1단과 0단을 제시한다. 교과서에 제시된 장면은 ‘던지기 놀이’로, (0×어떤 수)를 설명하는 과정은 1차 교과서와 동일한 방식으로 제시되어 있다. 곧, 곱셈 문제 상황은 각각의 점수를 ‘똑같은 묶음’(비율)으로 보고 점수와 횟수를 곱하여 총점을 구하는 방식으로 제시한다. 그러나 2차 교과서는 1차 교과서와 달리 (어떤 수×0)을 <그림 4>와 같이 물건을 판매한 값을 이용하여 설명하고 있다. 곧, 물건을 팔지 않은 상태를 ‘2원×0=0’으로 제시하고, 그런 다음 곱셈의 교환법칙을 이용하여 4×3=3×4와 같이 2×0=0×2와 같으며, 따라서 (어떤 수×0)이 (0×어떤 수) 두 경우 모두 곱이 0임을 설명한다.




<그림 4> 2차 교과서, 2-2, p.26



성냥 1 갑에 2 원입니다. 어제는 성냥을 6 갑 팔았읍니다. 이 성냥 6 갑의 값은 2 원의 6 배, 즉 12 원입니다.

2 원×6=12 원

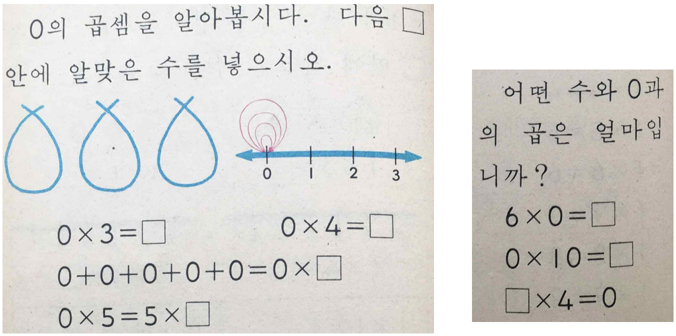
오늘은 성냥을 팔지 않았읍니다. 오늘은 팔지 않았으므로 성냥 판 값은 없읍니다.

2 원×0=0

4×3=3×4와 같이 2×0은 0×2와 같고, 그 곱이 0임을 알 수 있읍니다.

<그림 5> 2차 교과서, 2-2, p.27

3차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 곱셈구구 1단과 0의 곱은 2학년 2학기에서 다루고 있다.[7] 3차 교과서에 제시된 곱셈 문제 상황은 이전과 차이를 보이는데, '똑같은 묶음'(묶음) 상황으로 0개가 들어 있는 주머니가 3개일 때와 같은 장면으로 보여주고 있다. 또, 수직선에서 2칸씩 3번 갔을 때의 위치가 6임을 표시하고 이것을 2×3=6과 같은 곱셈식으로 표현하듯이, 0칸씩 4번 갔을 때의 위치는 0이고 따라서 0×4=0임을 확인한다. 그런 다음 0을 5번 더하는 동수누가의 과정이 0×5임을 보여주고 이를 통해 0과 어떤 수의 곱은 0임을 설명한다. 그리고 0×5=5×□와 같은 식을 통해 곱셈의 교환법칙을 제시하고, (어떤 수×0)에 대해 그 곱이 얼마인지 묻고 문제를 제시하고 있다. 그러나 2차 교과서와 같이 이에 대한 부연 설명은 생략되어 있다.

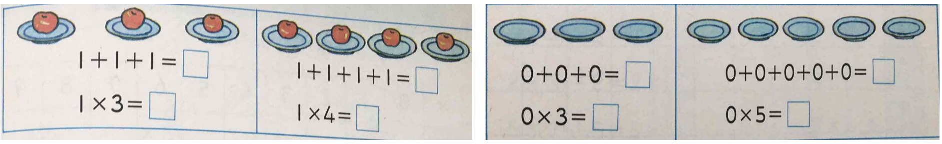



<그림 6> 3차 교과서, 2-2, p.22

4차 교과서에서는 1과 0의 단 곱셈구구라는 용어를 사용한다. 곱셈 문제 상황은 접

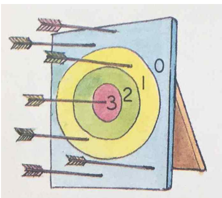
7) 2015 개정 교과서에서는 곱셈구구 1단과 0의 곱으로 표현되고 있으나, 이들 표현은 교육과정에 따라 차이를 보인다. 이를테면, 0의 곱의 경우 3차와 5차 교과서에는 '0의 곱셈'으로, 4차 교과서에는 '0의 단'으로 제시되며, 6차 이후의 교과서는 '0의 곱'으로 표현하고 있다.

시 위에 놓인 사과 1개와 사과가 놓여 있지 않은 접시를 이용하여 각각을 설명한다. 사과 1개가 놓인 접시 3개에서 1+1+1=3, 1×3=3임을 설명하고 같은 맥락에서 사과 1개가 놓인 접시 4개에서도 동일하게 설명한다. 여기서 접시는 '똑같은 묶음'(묶음)의 역할을 한다. 그런 다음 사과 0개가 놓인 접시 3개에서 0+0+0=0, 0×3=0이고, 사과가 놓여 있지 않은 접시 5개에서도 동수누가로 설명한다. (어떤 수×0)과 관련하여 이어지는 연습문제에서 2×0, 5×0 등의 문제는 나오지만 이에 대한 구체적인 설명은 다루어지지 않는다.




<그림 7> 4차 교과서, 2-2, p.13

5차 교과서는 1의 곱셈과 0의 곱셈에서, 1차 교과서의 '과녁 맞히기 놀이' 장면이 다시 등장한다. 이는 '똑같은 묶음'(비율)의 곱셈 상황으로, 과녁의 점수와 그 점수에 맞힌 화살의 개수에서, 2점을 0번 맞힌 경우, 1점을 2번 맞힌 경우, 그리고 0점을 4번 맞힌 경우 각각에 대해 2×0=0, 1×2=2, 0×4=0과 같은 곱셈식을 제시한다. 그러나 이들 각각에 대해 왜 이렇게 곱이 나오는지에 대한 설명은 제시하지 않는다. 곧, 4차 교과서까지 (0×어떤 수)에서 동수누가로 설명했던 방식도 등장하지 않으며, (어떤 수×0)에서 그 곱이 0인 것 역시 점수를 계산하는 방식으로만 제시하고 있다.

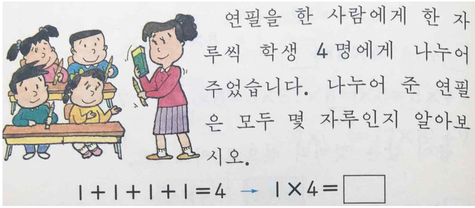



| 점수 | 화살의 개수 | 얻은 점수 | | 곱셈식 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 3 | …… | 3×1=3 |
| 2 | 0 | 0 | …… | 2×0=0 |
| 1 | 2 | 2 | …… | 1×2=2 |
| 0 | 4 | 0 | …… | 0×4=0 |

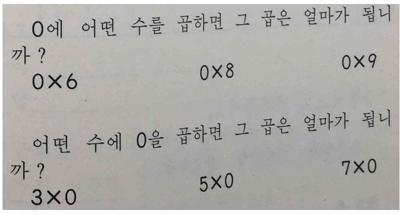
<그림 8> 5차 교과서, 2-2, p.16

6차 교과서는 1의 단 곱셈구구와 0의 곱이라는 표현이 나온다. 1의 단 곱셈구구는 연필을 한 사람에게 한 자루씩 학생 4명에게 나누어 주는 장면을 통해 1+1+1+1=4 → 1×4=4와 같이 설명한다. 그런 다음 1과 어떤 수의 곱, 어떤 수와 1의 곱을 각각 묻고 있다. 0의 곱은 2차 교과서의 '던지기 놀이' 장면을 제시하여 5차 교과서와 마찬가지로 '똑같은 묶음'(비율) 상황에서 (점수)×(횟수)로 0×3=0, 2×0=0 등을 보여 준다. 그러나 이들 각각에 대한 부연 설명은 없고, 다만 0에 어떤 수를 곱할 때의 곱과 어떤 수

에 0을 곱할 때의 곱을 구분하여 묻고 있다. 이는 교과서에서 (0×어떤 수)와 (어떤 수×0)을 명시적으로 구분하여 제시한 첫 번째 사례에 해당한다.



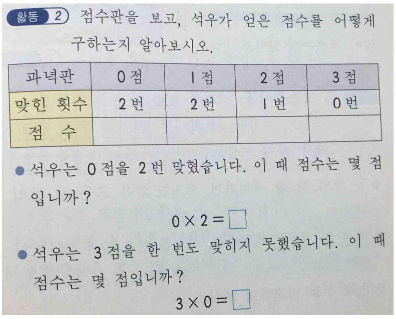

<그림 9> 6차 교과서, 2-2, p.14




<그림 10> 6차 교과서, 2-2, p.15

7차 교과서는 6차 교과서와 마찬가지로 1의 단 곱셈구구와 0의 곱으로 제시된다. 1의 단 곱셈구구는 빵을 접시에 1개씩 담는 장면에서부터 1의 단 곱셈구구표를 만드는 것으로 이어진다. 4차 교과서와 동일한 맥락에서 접시를 이용한 '똑같은 묶음'(묶음) 상황이 등장하지만 다만 동수누가 등과 같은 설명은 다루어지 않는다. 0의 곱은 '과녁 맞히기 놀이'에서 6차 교과서와 동일하게 제시한 다음, (0×어떤 수)와 (어떤 수×0)의 곱을 각각 묻고 있다. 그리고 7차 교과서는 각 활동에서 '왜 그렇게 생각했습니까?'라는 발문이 등장하는데, 이에 대해 교사용 지도서는 '총점을 구하는 과정에서 학생 스스로 점수를 계산하게 함으로써 0의 곱에 대한 답을 말할 수 있도록 한다'와 같은 설명이 덧붙여져 있다.


<그림 11> 7차 교과서, 2-2, p.14




<그림 12> 7차 교과서, 2-2, p.15

2007 개정 교과서는 1의 단 곱셈구구를 상자 한 개에 인형을 1개씩 담는 장면과 함께 설명하고(여기서 상자는 접시를 대체하는데, '똑같은 묶음'(묶음)을 의미한다), 0의 곱은 '공 꺼내기 놀이' 장면에서 (0×어떤 수)와 (어떤 수×0)를 구분하여 설명한다. 이 때 공에 적힌 점수는 '똑같은 묶음'(비율)의 곱셈 문제 상황으로 볼 수 있다. 그러나 0의 곱에 대한 두 경우 모두에서 동수누가를 비롯한 어떤 설명도 덧붙이지 않고 있다.

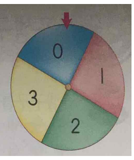
2009 개정 교과서에는 1의 단 곱셈구구와 0의 곱을 설명하는 과정 모두 2007 개정 교과서와 동일한 활동으로 다루어진다. 1의 단은 상자에 물건을 1개 담은 상황으로 (‘똑같은 묶음’(묶음)), 0의 곱은 상자에서 공을 꺼낼 때 공의 점수와 그 횟수의 곱하는 상황(‘똑같은 묶음(비율))에서 설명한다. 그런 다음 활동3에서 ‘원판 돌리기’ 장면을 통해 0×4=0, 3×0=0을 확인하고, 마무리에서 (어떤 수)×0에 대해 1부터 9까지의 수와 0의 곱이 0임을, 그리고 0×0=0과 함께 0×(어떤 수)에 대해 다시 한 번 제시하고 있다. 그러나 이들 각각에 대해 동수누가 등의 다른 설명은 찾아볼 수 없다.

친구들이 한 번도 꺼내지 못한 공입니다. 세 사람의 점수를 알아보시오.

| 꺼낸 사람 | 영진 | 민영 | 승리 |
|---|---|---|---|
| 공에 쓰인 수 | 5 | 7 | 2 |
| 꺼낸 횟수(번) | 0 | 0 | 0 |

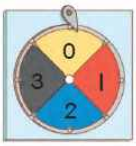
<그림 13> 07 개정 교과서, 2-2, p.17

원판을 돌렸다가 멈추게 했을 때, ↓가 가리키는 곳의 수만큼 점수를 얻는 놀이를 하였습니다. 동호가 원판을 7번 돌렸을 때 얻은 점수를 알아보시오.




<그림 14> 09 개정 교과서, 2-2, p.63

2015 개정 교과서는 2007 개정 및 2009 개정 교과서와 동일한 방식으로 1단 곱셈구구를 설명한다. 상자를 이용한 ‘똑같은 묶음’(묶음)의 곱셈 문제 상황을 제시하고 있다. 그리고 0의 곱은 2009 개정 교과서의 활동3에서 등장했던 ‘원판 돌리기’ 장면에서 ‘원판의 수’가 ‘똑같은 묶음’(비율)의 문제 상황으로 다루어지고 있다. 그런 다음 ‘과녁 맞히기’에서 다시 한 번 (0×어떤 수)와 (어떤 수×0)의 곱을 구하게 한다. 이러한 구성 방식은 2007 개정과 2009 개정 교과서의 여러 장면을 동시에 보여주고 있다. 그러나 각 활동에서 점수 계산을 통해 0의 곱을 설명할 뿐 1단 곱셈구구나 0의 곱에 대한 추가 설명은 제시하지 않는다는 것도 이와 동일하다.



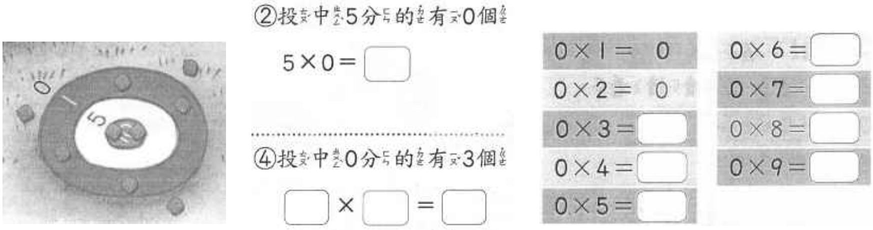

| 원판의 수 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 나온 횟수(번) | 2 | 3 | 1 | 0 |
| 점수(점) | | | 2×1=2 | |

| 점수판의 수 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 맞힌 횟수(번) | 4 | 4 | 3 | 1 | 0 |
| 점수(점) | | | | | |

<그림 15> 15 개정 교과서, 2-2, p.49

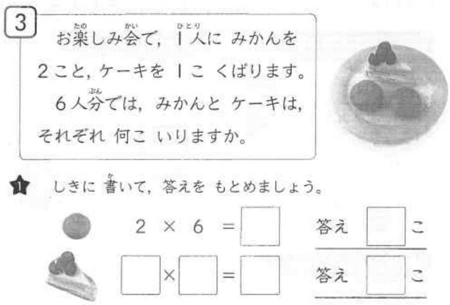
## Ⅴ. 외국 교과서에 제시된 곱셈구구 1단 및 0의 곱 비교

대만 교과서는 2-下에서 10단, 1단, 0단 곱셈구구를 동시에 제시하고 있다. 이때의 문제 상황은 우리나라의 ‘던지기 놀이’에서 점수(‘똑같은 묶음’(비율))와 횟수를 곱셈식으로 표현한 것과 동일하다. 점수를 계산하는 과정에는 동수누가 등의 설명을 보태지 않고 10점에 2개가 있으니 10×2=20, 1점에서 4개가 있으니 1×4=4와 같이 곱을 구하는 방식이다. 그리고 마찬가지로 (어떤 수)×0과 0×(어떤 수)를 제시한 다음, 0×(어떤 수)를 곱셈구구 각 단에서와 같은 형식으로 정리하고 있다. 그런 다음 연습문제에서 ‘과녁 맞히기’ 장면이 등장하고 10단, 1단 0단 곱셈구구를 연습한다.




<그림 16> 대만 교과서, 2-下, pp.80-82

일본 교과서는 2-下에서 1단을, 3-上에서 0의 곱을 제시하고 있다. 1단은 우리나라의 접시 문제 상황(‘똑같은 묶음’(묶음))과 유사하지만 <그림 16>과 같이 2단과 함께 다룸으로써 이 둘 사이의 유사점으로부터 1단 곱셈구구를 제시하는 것이 특징적이다.



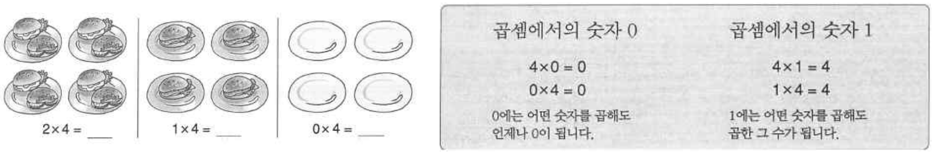

<그림 17> 일본 교과서, 2-下, p.35

0의 곱은 가위-바위-보에서 점수를 계산하는 장면에서 다루어진다. 보로 이기면 3점, 가위로 이기면 2점, 바위로 이기면 1점, 그리고 지면 0점이 되는 게임에서, 10회를 실시한 이후 각 상황을 종합하여 점수를 계산한다. 이는 ‘똑같은 묶음’(비율)의 곱셈 문제 상황으로 볼 수 있으며, 이 과정에서 (어떤 수)×0과 0×(어떤 수)가 함께 다루

고 있으며, 이들 각각에 대한 부연 설명은 제시하지 않는다. 그런 다음 (어떤 수)×0과 0×(어떤 수)의 곱이 0임을 정리하고 있다.

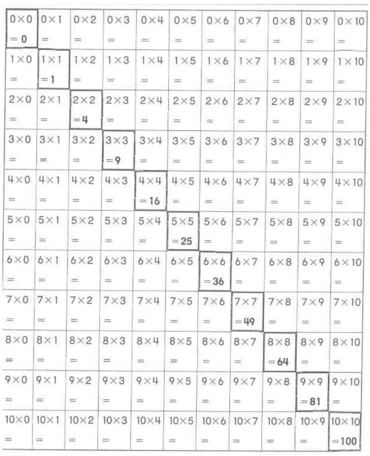

<그림 18> 일본 교과서, 3-上, pp.14-15

핀란드 교과서는 2-1에서 0의 곱과 곱셈구구 1단을 동시에 제시하고 있다. 이 과정은 접시에 물건을 담는 '똑같은 묶음'(묶음) 상황에서 다루어진다. 특징적인 대목은 2개씩 4개 접시에 담은 것을 먼저 제시하고, 그런 다음 1개씩 4개 접시, 물건이 없는 상태로 4개 접시를 순차적으로 함께 제시한다는 점이다. 이는 일본 교과서에서 곱셈구구 1단을 제시한 것과 유사한 방식이다. 그리고 0의 곱과 곱셈구구 1단을 곱셈의 교환법칙을 이용하여 4×0=0, 0×4=0, 4×1=4, 1×4=4를 제시한다. 이는 핀란드 교과서의 경우 앞서 곱셈구구 각 단에서 교환법칙을 다루었기 때문에 가능하며, 이로부터 (어떤 수)×0=0임을 0×(어떤 수)=0에서부터 이끌어낸다.



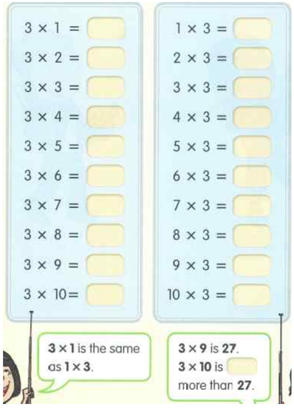

<그림 19> 핀란드 교과서, 2-1, p.98

미국 교과서는 Grade 2 Vol.2에서 곱셈표에서 0과 1의 곱을 동시에 제시한다. 이 표는 가로와 세로에 모두 0부터 10까지, 곧 0의 곱부터 시작하여 1의 곱에서부터 10의 곱까지 곱셈식 형태로 제시하는 방식이다. 0의 곱은 첫 번째 행에서 0×(어떤 수)를, 첫 번째 열에서 (어떤 수)×0의 곱셈식을 제시하고 있으며, 곱셈구구 1단의 경우 두 번째 행에서 1×(어떤 수)를, 두 번째 열에서 (어떤 수)×1의 곱셈식을 볼 수 있다. 또한 곱셈표에서 오른쪽 대각선을 기준으로 곱셈의 교환법칙에 따른 결과를 확인할 수 있는데, 따라서 이러한 곱셈표에서부터 0×(어떤 수)=(어떤 수)×0=0, 1×(어떤 수)=(어떤 수)×1=(어떤 수)임을 확인하게 한다. 그러나 이들 각각에 대한 문제 상황이나 부연 설명 등은 찾아볼 수 없다.



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0×0 =0 | 0×1 = | 0×2 = | 0×3 = | 0×4 = | 0×5 = | 0×6 = | 0×7 = | 0×8 = | 0×9 = | 0×10 = |
| 1×0 = | 1×1 =1 | 1×2 = | 1×3 = | 1×4 = | 1×5 = | 1×6 = | 1×7 = | 1×8 = | 1×9 = | 1×10 = |
| 2×0 = | 2×1 = | 2×2 =4 | 2×3 = | 2×4 = | 2×5 = | 2×6 = | 2×7 = | 2×8 = | 2×9 = | 2×10 = |
| 3×0 = | 3×1 = | 3×2 = | 3×3 =9 | 3×4 = | 3×5 = | 3×6 = | 3×7 = | 3×8 = | 3×9 = | 3×10 = |
| 4×0 = | 4×1 = | 4×2 = | 4×3 = | 4×4 =16 | 4×5 = | 4×6 = | 4×7 = | 4×8 = | 4×9 = | 4×10 = |
| 5×0 = | 5×1 = | 5×2 = | 5×3 = | 5×4 = | 5×5 =25 | 5×6 = | 5×7 = | 5×8 = | 5×9 = | 5×10 = |
| 6×0 = | 6×1 = | 6×2 = | 6×3 = | 6×4 = | 6×5 = | 6×6 =36 | 6×7 = | 6×8 = | 6×9 = | 6×10 = |
| 7×0 = | 7×1 = | 7×2 = | 7×3 = | 7×4 = | 7×5 = | 7×6 = | 7×7 =49 | 7×8 = | 7×9 = | 7×10 = |
| 8×0 = | 8×1 = | 8×2 = | 8×3 = | 8×4 = | 8×5 = | 8×6 = | 8×7 = | 8×8 =64 | 8×9 = | 8×10 = |
| 9×0 = | 9×1 = | 9×2 = | 9×3 = | 9×4 = | 9×5 = | 9×6 = | 9×7 = | 9×8 = | 9×9 =81 | 9×10 = |
| 10×0 = | 10×1 = | 10×2 = | 10×3 = | 10×4 = | 10×5 = | 10×6 = | 10×7 = | 10×8 = | 10×9 = | 10×10 =100 |

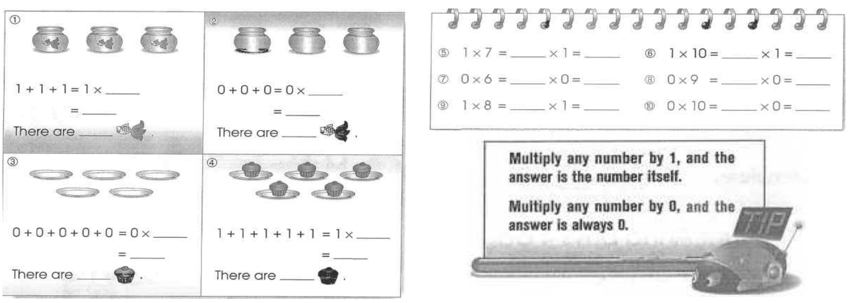
<그림 20> 미국 교과서, Grade 2 Vol.2, p.280




<그림 21> 싱가포르 교과서, 2B, p.6

싱가포르 교과서는 곱셈구구 1단과 0의 곱을 별도 차시로 구분하여 제시하지 않고, 곱셈구구 각 단에서 처음부터 교환법칙을 다루면서 3×1=1×3을 제시하고 있다. 곱셈구구는 주로 똑같은 묶음 상황에서 등장하며, 직선 모델과 배열 모델을 적극적으로 활용하고 있다. 다만 0의 곱은 3A에서 곱셈표가 등장할 때까지 제시하지 않는데, 이는 곱셈과 나눗셈을 동시에 지도하는 싱가포르 교과서의 특징으로 볼 수 있다.

홍콩 교과서는 2A에서 0과 1의 곱을 동시에 제시하고 있다. 이 과정은 어항 또는 접시에 물건을 담는 '똑같은 묶음'(묶음) 상황으로 다루어지는데, 1개씩 또는 없는 상태로 3개 어항과 5개 접시를 동시에 제시하여 이 둘을 비교하게 한다. 모든 곱셈식에서의 곱은 동수누가를 이용하여 유도하도록 하고 있으며, 그런 다음 곱셈의 교환법칙을 이용하여 0×(어떤 수)=(어떤 수)×0, 1×(어떤 수)=(어떤 수)×1임을 확인하여 0과 1의 곱에 대한 학습을 이끌고 있다.




<그림 22> 홍콩 교과서, 2A, pp.46-47

## Ⅵ. 곱셈구구 1단 및 0의 곱 지도 방안에 대한 논의

지금까지 우리나라 교육과정에 따른 초등수학 교과서와 외국의 초등수학 교과서에 제시된 곱셈구구 1단과 0의 곱 관련 지도 내용을 살펴보았다. 이 장에서는 이러한 비교 분석을 통한 곱셈 상황 및 곱셈 모델 등을 바탕으로 초등수학에서 곱셈구구 1단 및 0의 곱을 효과적으로 지도하기 위한 방안에 대해 생각해본다.

이를 위해 먼저 곱셈구구에서 1단과 0의 곱을 지도하는 시기에 대한 논의가 필요하다. 이는 1단과 0의 곱이 곱셈구구에서 어디에 놓이는가에 따라 곱셈 상황이나 곱셈 모델에 차이를 보일 수 있으며 그 지도 내용에 있어서도 이를테면 (어떤 수)×0과 같은 내용을 지도하는 과정에서 차이를 보이기 때문이다.

우리나라 교과서에 대한 종적 분석(4장)에서 보았듯이, 우리나라의 경우 곱셈구구 1단과 0의 곱은 각 단의 곱셈구구를 학습한 이후 즉, 9단 이후에 다루어져왔다. 물론 1차와 2차에서는 3학년 1학기에, 그리고 3차 이후에는 2학년 2학기에 1단과 0의 곱을 제시하고 있지만 그 순서는 언제나 곱셈구구 9단 이후였다. 현재 2015 개정 교과서의 경우 곱셈구구 지도 순서는 2단→5단→3단, 6단→4단, 8단→7단→9단→1단, 0의 곱과 같다. 이에 비해 외국의 교과서는 곱셈구구 지도 순서에서 차이를 보인다(5장). 먼저 대만과 일본 교과서는 1단과 0의 곱 순서가 우리나라와 유사하다. 대만 교과서는 2학년 1학기에 2단→5단→4단→8단을, 2학년 2학기 1단원에 3단→6단→7단→9단을 지도하고 그런 다음 7단원에서 10단, 1단, 0의 곱을 지도하고 있다. 특징적인 것은 2, 4, 8단을 연결하고, 3, 6, 9단을 연결하고 있다는 점과 단원을 달리하여 10단과 함께 1단 및 0의 곱을 지도한다는 점이다. 일본 교과서는 곱셈구구 5단에서부터 시작한다는 특징이 있으나, 1단과 0의 곱이 마지막에 위치하는 것은 우리와 동일하다. 즉, 5단→2단→3단→4단→6단→7단→8단→9단을 제시하고 그런 다음 1단과 0의 곱을 가르친다.

그러나 이러한 동양권 교과서와 달리 서양권 교과서는 차이를 보인다. 핀란드 교과서는 1단과 0의 곱을 곱셈구구 중간에 두고 있으며(2단→5단→3단→4단→0단, 1단→6단→7단→8단→9단), 미국 교과서 역시 0의 곱과 1단을 곱셈구구 중간에 제시하고 있다(2단→5단→10단→0의 곱→1단→3단→4단→6단→7단→8단→9단). 특히 미국 교과서는 2단, 5단, 10단, 1단 및 0의 곱을 기초로 하여 곱셈구구 각 단에서 다양한 곱셈 전략을 활용하여 곱셈표를 완성하고 있다. 한편 홍콩과 싱가포르 교과서는 동양권 교과서와 서양권 교과서의 2가지 모습이 혼재되어 있다. 홍콩 교과서는 2단과 5단을 제시한 다음 10단이 등장한다는 점과 1단과 0의 곱의 순서가 바뀐 것을 제외하면 우리나라와 유사한 형태를 보인다(2단→5단→10단→3단→4단→6단→7단→8단→9단→0의 곱→1단). 싱가포르 교과서의 경우 2단부터 9단까지 순서대로 제시한다는 특징과 함께 10단을 5단 이후에 다루면서 1단 및 0의 곱은 별도로 다루지 않

고 곱셈구구 각 단에 포함시켜 지도하고 있다.

다음으로 곱셈 전략과 관련하여 곱셈의 교환법칙과 관련된 차이점에 주목해야 한다. Van den Heuvel-Panhuizen(2001)에 따르면, 곱셈 전략의 단계는 직접 모델링 수준, 수 세기 수준, 구조화 수준, 형식적 수준의 4개 수준으로 구분된다(정영옥, 2013, 재인용). 여기서 수 세기 수준에서 '동수누가'를, 구조화 수준에서부터 '교환법칙'을, 그리고 형식적 수준에서는 '0, 1, 10의 곱하기 규칙'이 등장한다. 이러한 각각의 수준은 곱셈구구에서 1단 및 0의 곱을 지도하는 순서를 결정하는데 함의를 갖는다. 따라서 이러한 각각의 곱셈 전략에 따른 수준 구분이 동양권 교과서보다 서양권 교과서에 그리고 홍콩과 싱가포르 교과서에 잘 반영되어 나타나고 있다. 그 대목을 살펴보면, 우리나라와 대만, 일본의 경우 곱셈의 교환법칙은 곱셈구구 1단과 0의 곱을 지도한 이후에 등장한다. 따라서 1단과 0의 곱의 지도에서 교환법칙을 적극적으로 활용하지 못하는데, 이를테면 0×(어떤 수)를 동수누가로 설명한다고 해도 (어떤 수)×0을 지도하는데 교환법칙을 활용할 수 없다.[8] 이에 비해 핀란드와 미국 교과서는 곱셈의 교환법칙이 보다 적극적으로 활용되고 있다. 핀란드와 미국 교과서 모두 1단과 0의 곱이 곱셈구구 중간에 위치하는데, 앞서 각 단의 곱셈구구에서 교환법칙이 다루어지고 있다. 또 1단과 0의 곱을 다루면서 곱셈식 또는 곱셈표를 통해 곱셈의 교환법칙을 직접적으로 표현하고 있다. 따라서 이 경우에는 (어떤 수)×0 등을 지도하는데 교환법칙이 정당화의 근거로 역할하게 된다. 한편 홍콩과 싱가포르의 교과서는 서양권 교과서와 유사하게 교환법칙을 비교적 자유롭게 활용하면서 동수누가를 제시한다는 점에서 또 다른 특징을 보인다. 홍콩 교과서는 1×(어떤 수)와 0×(어떤 수)를 지도하기 위해 동수누가를 통해 곱셈식을 제시하고 있으며, 그런 다음 교환법칙을 통해 (어떤 수)×1과 (어떤 수)×0을 정당화한다. 싱가포르 교과서는 곱셈 전략의 사용이라는 측면에서 보다 적극적인데, 2단부터 시작하는 곱셈구구 각 단에서 교환법칙이 등장하며 아울러 한번 더 더하기 전략을 비롯하여 두 배 전략, 이등분 전략 등이 자유롭게 다루어진다. 그 결과 6단 이후의 곱셈구구에서는 <그림 23>과 같은 영역에 대해서만 곱셈구구를 다루고 있다.

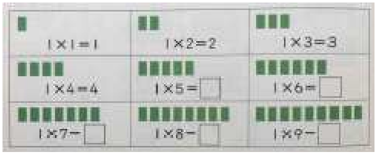
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4×6 | 4×7 | 4×8 | 4×9 | 4×10 |
| 5×6 | 5×7 | 5×8 | 5×9 | 5×10 |
| 6×6 | 6×7 | 6×8 | 6×9 | 6×10 |
| 7×6 | 7×7 | 7×8 | 7×9 | 7×10 |
| 8×6 | 8×7 | 8×8 | 8×9 | 8×10 |
| 9×6 | 9×7 | 9×8 | 9×9 | 9×10 |
| 10×6 | 10×7 | 10×8 | 10×9 | 10×10 |

<그림 23> 싱가포르 교과서, 3A, p.53

지금까지 살펴본 2가지 논의를 바탕으로 4장과 5장의 내용을 종합하면 다음과 같다. 우리나라 교과서에서 곱셈구구 1단 및 0의 곱에 제시된 곱셈 상황은 모두 '똑같은 묶음' 상황으로 제시되었다. 다만 똑같은

8) 우리나라의 경우 2차와 3차 교과서에서는 곱셈의 교환법칙을 1단과 0의 곱을 지도하면서 함께 제시하고 있다. 특히 2차 교과서는 교환법칙을 활용하여 '2×0과 0×2 같다'와 같은 표현이 등장한다.

묶음의 곱셈 상황에서 ‘묶음’과 ‘비율’이 각기 등장하고 있는데, ‘비율’ 상황은 과녁 맞추기(1차, 5차, 7차, 2015 개정 등), 던지기 놀이(2차, 6차 등), 공 꺼내기(20017 개정, 2009 개정 등), 원판 돌리기(2009 개정, 2015 개정 등)와 같은 장면에서 점수와 횟수를 곱셈식으로 표현하고 총점을 구하는 상황으로 나타난다. ‘묶음’ 상황은 3차 교과서의 비어져 있는 묶음에서, 4차 교과서 등의 접시, 2007 개정 등의 상자 등에서 묶음의 형태가 나타난다. 이러한 양상은 외국 교과서에서도 유사하게 보이는데, 대만 교과서는 던지기 놀이와 과녁 맞추기에서 ‘비율’ 상황을, 일본 교과서는 접시에서는 ‘묶음’ 상황, 가위 바위 보에서는 ‘비율’ 상황을 제시한다. 그리고 핀란드 교과서는 접시에서 ‘묶음’ 상황을 보여 주며, 홍콩 교과서는 어항과 접시를 통해 ‘묶음’ 상황을 제시하고 있다. 결국 곱셈구구 1단과 0의 곱은 똑같은 묶음의 곱셈 상황을 전제로 하고 있으며, 각 단의 곱셈구구에서와 같이 곱셈적 비교, 배열, 데카르트 곱 등의 상황을 다루기에는 1단과 0의 곱의 특성상 한계가 있다. 그러다 보니 곱셈 지도 모델 측면에서 묶음 모델이 주로 등장하는데, <그림 1>에서 보듯이 묶음 자체로 표현되거나(묶음) 또는 주사위의 눈과 같이 점수(비율)로 표현되는 2가지 경우가 그러하다. 다만 3차 교과서의 직선 모델은 특별한 경우에 해당하는데, <그림 6>과 같이 수직선 위에서 0만큼 4번 뛰는 장면을 모델로 표현한 다음 0×4=0임을 확인하도록 하고 있다. 그리고 6차 교과서의 경우 1단에서 배열 모델을 제시하고 있는데, 배열 모델의 장점은 가로와 세로로 2개 이상의 행과 열로 표현될 때 나타나는 반면, 이 경우는 1행에서 나열하는 방식으로 표현하고 있다. 이러한 곱셈 지도 모델의 역할에 대해, Reys et al.(2009) 등은 곱셈 상황을 다양한 모델로 표현하고 그 표현 사이의 관계를 설명함으로써 곱셈 개념을 이해할 수 있다고 보았다. 이는 곱셈 모델이 곱셈 상황과 함께 논의되는 이유이기도 하다.



<그림 24> 6차 교과서, 2-2, p.14

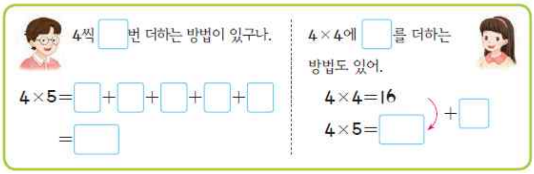
그렇다면 교과서 비교 분석 및 논의를 종합하여 곱셈구구 1단과 0의 곱을 지도하기 위한 방안을 다음 4가지 측면에서 생각해볼 수 있다.

첫째, 곱셈구구 1단과 0의 곱의 곱셈 문제 상황은 ‘똑같은 묶음’에서 ‘묶음’과 ‘비율’ 상황을 어떻게 적절하게 제시할 것인가에 대해 검토해야 한다. 2015 개정 교과서는 1단은 상자를 이용한 ‘묶음’ 상황으로, 0의 곱은 원판 등을 이용한 ‘비율’ 상황으로 제시하고 있는데 이는 이러한 점을 반영한다고 할 수 있다.

둘째, 곱셈구구 1단과 0의 곱을 다루는 문제 상황에서 2단 등과 같이 앞서 다루었던 곱셈구구를 함께 제시하는 것을 생각해볼 수 있다. 이는 일본 교과서에서 2단과 1단을 함께 제시하거나(<그림 17>), 핀란드 교과서에서 2단, 1단, 0의 곱을 순차적으로 제시하고 있는 방식(<그림 19>)과 같은데, 이는 곱셈 전략 측면에서 앞

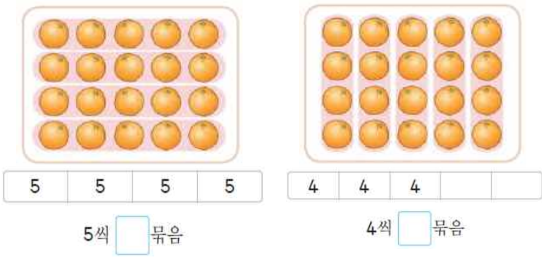
서 학습한 곱셈구구를 활용하여 제시한다는 측면에서 논의가 필요한 부분이다.

셋째, 동수누가 측면에서 1×(어떤 수)=(어떤 수), 0×(어떤 수)=0임을 정당화하는 과정을 추가하는 것을 고려해볼 필요가 있다. 2015 개정 교과서는 <그림 25>와 같이 동수누가 또는 곱셈구구의 구성 원리를 여러 차례 제시하고 있다. 그렇다면 1단 또는 0의 곱에서 이와 같이 동수누가 또는 곱셈구구의 구성 원리와 같은 방식을 다시 한 번 제시함으로써 1×(어떤 수)=(어떤 수), 0×(어떤 수)=0임을 학생들이 확인하도록 하는 방안을 생각해 볼 수 있다.



<그림 25> 2015 개정 교과서, 2-2, p.39

넷째, (어떤 수)×1=(어떤 수)가 되는 것은 2단부터 9단까지의 곱셈구구에서 확인할 수 있는 반면, (어떤 수)×0=0에 대해서는 이것을 어떻게 정당화할지 생각해보아야 한다. 물론 실생활과 관련지어 다룬다는 점에서 점수 계산을 통해 직관적이고 보편적으로 곱을 제시하고 있지만, 이와 관련해서는 곱셈의 교환법칙의 도입 시기에 대한 검토가 요구된다. 이는 곱셈전략의 각 수준에서 보듯이 구조화 수준에서 '교환법칙'을, 형식적 수준에서 '0, 1, 10의 곱하기 규칙'을 구분한 것과 관련된다. 또 우리나라 2차와 3차 교과서의 제시 방법을 비롯하여 핀란드, 미국 교과서에서 그리고 홍콩, 싱가포르 교과서에서 다양한 곱셈전략을 곱셈구구 각 단에서부터 다루면서 자연스럽게 교환법칙을 다루는 것과도 관련해서 생각해볼 수 있다. 정영옥(2013)은 2009 개정 교과서에서 2학년 곱셈 단원을 분석하여 보다 다양한 곱셈 전략이 다양한 수준에서 다루어질 필요가 있음을 언급하였으며, 김성준(2017) 역시 2015 개정 교과서 분석에서 이러한 주장을 펼친 바 있다. 따라서 지금과 같이 곱셈구구를 모두 학습한 이후에 곱셈표에서 곱셈의 교환법칙을 소개하는 방식에 대한 재검토가 요구되며, 이는 <그림 26>과 같이 2학년 1학기 '곱셈' 단원에서부터 생각해볼 수 있기에 2학년 2학기 '곱셈구구' 단원에서는 보다 적극적으로 교환법칙을 소개하고 활용할 필요가 있다. 그렇다면 이 경우 (어떤 수)×0=0의 정당화에 대한 문제도 자연스럽게 해결될 수 있으며, 곱셈구구 1단과 0의 곱과 관련한 곱셈 상황이나 곱셈 모델을 제시하는 방식에서도 다양한 논의를 포함할 수 있을 것이다.



<그림 26> 2015 개정 교과서, 2-1, p.146

## Ⅶ. 결론

본 연구는 초등수학에서 곱셈구구 1단과 0의 곱의 지도에 대한 논의에서 출발한다. 그 시작점은 현장교사를 대상으로 한 곱셈구구의 문제 상황 구성과 관련된 질문에서였으며, 교사들은 1단과 0의 곱을 제외한 각 단의 곱셈 문제 상황은 다양한 지도 모델을 통해 구성하는데 비해 1단과 0의 곱의 경우 곱셈 문제 상황을 만들어내는데 어려움을 보였다. 이에 1단과 0의 곱을 효과적으로 지도하기 위한 곱셈 상황은 어떻게 구성해야 할지 문제를 갖게 되었으며, 이 문제를 해결하기 위한 방안으로 교과서 비교 분석을 통한 문헌 연구 방법에 따른 연구를 진행하게 되었다. 이러한 분석을 통해 곱셈구구 1단과 0의 곱을 효과적으로 지도하기 위한 방안을 검토하는 것을 목적으로 하고 있다. 이를 위해 이론적 배경에서는 곱셈 문제 상황과 곱셈 지도 모델에 대해 검토하였으며, 곱셈구구를 지도하기 위해 다양한 상황과 모델이 존재하며 이것이 1단과 0의 곱을 지도하는데 어떻게 적용되는지를 살펴보고자 했다.

이를 위해 본 연구는 우리나라 교육과정에 따른 교과서를 종적으로 비교 분석하는 한편 외국의 교과서를 횡적으로 비교 분석하였다. 우리나라의 경우 1차부터 2015 개정 교과서까지 총 10종의 교과서를 살펴보았으며, 외국 교과서의 경우 동양권(대만, 일본), 서양권(핀란드, 미국), 그리고 동서양의 특징을 공유한 홍콩과 싱가포르 교과서 등 총 6종의 교과서를 분석하였다. 종적, 횡적 비교 분석 결과는 4장과 5장에서 상세하게 기술하였다. 우리나라 교과서의 경우 각 교육과정에 따른 곱셈 문제 상황과 함께 특징들을 기술하였으며, 외국 교과서는 우리나라 교과서와 비교하여 특징적인 사례들을 중심으로 설명하였다. 이러한 분석 결과를 바탕으로 곱셈구구 1단과 0의 곱을 지도하는 방식에 대한 검토를 이끌어내었는데, 이를 위해 1단과 0의 곱의 지도 순서 및 곱셈 전략 측면에서 곱셈의 교환법칙의 도입 시기에 대해 우리나라 및 외국의 교과서와 비교하여 살펴보았다.

이러한 분석과 논의를 통해 본 연구는 곱셈구구 1단과 0의 곱을 효과적으로 지도하기 위한 방안을 제시하였다. 곧, 똑같은 묶음 상황에서 ‘묶음’과 ‘비율’ 상황의 적합한 배치가 요구되며, 2단 등과 연계하여 1단과 0의 곱을 제시하는 것을 생각해볼 수 있어야 한다. 또 동수누가 또는 곱셈구구의 구성 원리를 1단과 0의 곱에 적용하여 1×(어떤 수)=(어떤 수), 0×(어떤 수)=0을 정당화하는 것을 고려해야 하며, 아울러 (어떤 수)×0=0의 경우 곱셈 전략의 활용이라는 측면에서 곱셈의 교환법칙을 지도하는 시기를 어떻게 조정해야 할지에 대해서도 논의가 필요하다.

본 연구는 현장교사의 어려움에서 시작하였으나 한편 교과서 집필 과정에서 문제 상황 구성에서의 어려움 역시 연구의 출발점에 있었다. 이는 곱셈구구 1단과 0의 곱을 학생들에게 효과적으로 지도하기 위한 고민을 포함하며, 따라서 이러한 결과를 현장에 적용하고 검증하는 과정이 후속 연구를 통해 전개될 수 있기를 기대한다.

## 참고문헌

[1] 강홍재, 권성룡, 김성준, 김수환, 신준식, 이대현, 이종영, 최창우 (2018). 2015 교육과정에 따른 초등수학 교수법. 서울: 동명사.

[2] 강흥규 (2009). 배 개념에 기초한 자연수 곱셈 개념의 지도 방안. ***학교수학***, 11(1), 17-37.

[3] 교육부 (2017a). **수학 2-1.** 서울: ㈜천재교육.

[4] 교육부 (2017b). **수학 2-2.** 서울: ㈜천재교육.

[5] 교육부 (2017c). **교사용 지도서 수학 2-1.** 서울: ㈜천재교육.

[6] 교육부 (2017d). **교사용 지도서 수학 2-2.** 서울: ㈜천재교육.

[7] 김상근 (2008). **초등학교 수학 교과서에 나타난 곱셈 지도 방법에 대한 분석 : 곱셈 기초부터 곱셈구구 지도까지**. 서울교육대학교 대학원 석사학위논문.

[8] 김성준 (2016). 초등수학에서의 곱셈구구 지도 순서에 대한 고찰. ***East Asian Mathematical Journal***, 32(1), 443-464.

[9] 김성준 (2017). 2015 개정 초등수학 교과서 2학년 곱셈 단원 분석. ***East Asian Mathematical Journal***, 33(4), 353-380.

[10] 김현 (2014). **한국·중국·일본·싱가포르 초등수학교과서의 곱셈구구 지도방법에 대한 비교 연구**. 공주교육대학교 석사학위논문.

[11] 박경미·임재훈 (2002). 한국, 일본과 미국, 영국의 수학 교과서 비교. ***학교수학***, 4(2), 317-331.

[12] 장미라 (2006). **초등학교 2학년 학생의 곱셈적 사고에 관한 연구**. 서울교육대학교 대학원 석사학위논문.

[13] 정영옥 (2013). 초등수학에서 자연수 곱셈 지도-곱셈의 도입과 곱셈 구구를 중심으로-. ***학교수학***, 15(4), 889-920.

[14] Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? ***Journal of Teacher Education***, 59(5), 389-407.

[15] Bogdan, R., Biklen, S. K. (2007). **Qualitative Research for Education**. 조정수 역(2010). **교육의 질적 연구 방법론**. 서울: 경문사.

[16] Freudenthal, H. (1983). **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

[17] Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning A Project of the National Council of Teachers of Mathematics**(pp. 276-295). New York: Macmillan Publishing Company.

[18] Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2009).

**Helping Children Learn Mathematics.** 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 역 (2012). **초등교사를 위한 수학과 교수법**. 서울: 경문사.
[19] Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.) (2001). **Children Learn Mathematics. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school.** Utrecht: Freudenthal Institute Utrecht University & National Institute for Curriculum Development.
[20] Van de Walle, J. A. (2004). **Elementary and Middle School Mathematics**. 남승인, 서찬숙, 최진화, 강영란, 홍우주, 배혜진, 김수민 역 (2008). **수학을 어떻게 가르칠 것인가**. 서울: 경문사.

**<초등학교 수학 교과서 목록>**
[1] 문교부 (1955). **산수 2-2, 3-1.** 서울: 대한문교서적주식회사.
[2] 문교부 (1966). **산수 2-2, 3-1.** 서울: 국정교과서주식회사.
[3] 문교부 (1976). **산수 2-1, 2-2.** 서울: 국정교과서주식회사.
[4] 문교부 (1982). **산수 2-1, 2-2.** 서울: 국정교과서주식회사.
[5] 문교부 (1989). **산수 2-1, 2-2.** 서울: 국정교과서주식회사.
[6] 교육부 (1995). **수학 2-1, 2-2.** 서울: 국정교과서주식회사.
[7] 교육인적자원부 (2000). **수학 2-가, 2-나.** 서울: ㈜대한교과서.
[8] 교육과학기술부 (2009). **수학 2-1, 2-2.** 서울: ㈜두산동아.
[9] 교육부 (2014). **초등학교 수학 2-1, 2-2**. 서울 : ㈜천재교육.
[10] 藤井 斉亮, 飯高 茂 외 (2011). **新しい算數 2-下, 3-上**. 東京書籍株式會社.
[11] 楊瑞智 (2013). **國小數學課本 2-上, 2-下**. 康軒文教事業.
[13] Bell, M., Bell, J., & Hartfield, R. (1998). **Everyday Mathematics Third Grade Volume A, B**. Chicago: Everyday Learning Corporation.
[14] Charlotte Collars 외 (2011). **Shaping Maths Coursebook 2B, 3A**. Marshall Cavendish Education.
[15] Pan Lloyds Publishers Ltd. (2010). **New Edition Effective Steps to Mathematics 2-A, 2-B.** Pan Lloyds Publishers Ltd.
[16] WSOY(2012a). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 2-1, 3-1**.(도영 역). 서울: 솔빛길출판사.

Kim Sung Joon
Busan National University of Education
24 Kyodae-ro Yeonje-gu Busan
E-mail: joonysk@bnue.ac.kr