

이중 보간 기법을 이용한 MLFMA 가속기법

윤달재^{*,1)} · 김형주²⁾ · 이재인³⁾ · 양성준³⁾ · 양우용⁴⁾ · 배준우⁴⁾ · 명로훈³⁾

¹⁾ 한국표준과학연구원 첨단측정장비연구소

²⁾ 한국전자통신연구원 전파자원연구그룹

³⁾ 한국과학기술원 전기 및 전자공학부

⁴⁾ 한화시스템(주) 해상MFR팀

Acceleration of the Multi-Level Fast Multipole Algorithm using Double Interpolation Technique

Dal-Jae Yun^{*,1)} · Hyung-Ju Kim²⁾ · Jae-In Lee³⁾ · Seong-Jun Yang³⁾ · Woo-Yong Yang⁴⁾ ·
Jun-Woo Bae⁴⁾ · Noh-Hoon Myung³⁾

¹⁾ *Advanced Instrumentation Institute, Korea Research Institute of Standards and Science, Korea*

²⁾ *Radio Resource Research Group, Electronics and Telecommunications Research Institute, Korea*

³⁾ *School of Electrical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea*

⁴⁾ *Naval MFR Team, Hanwha Systems, Korea*

(Received 29 November 2018 / Revised 13 February 2019 / Accepted 26 April 2019)

ABSTRACT

This paper proposes an acceleration of the multi-level fast multipole algorithm(MLFMA) by using a double interpolation method. The MLFMA has been primarily used to conduct scattering analysis of electrically large targets, e.g. stealth aircraft. In the MLFMA, radiation functions of each basis functions are first precomputed, and then aggregated. After transfer calculations for the aggregations, each interaction is disaggregated, and then received in the testing function. The key idea of the proposed method is to decrease the sampling rates of the radiation and receiving functions. The computational complexity of the unit sphere integration in terms of the testing functions is thus highly alleviated. The remaining insufficient sampling rate is then complemented by using additional interpolation. We demonstrate the performance of the proposed method through radar cross-section(RCS) calculations for realistic aircraft.

Key Words : RCS Analysis(RCS 분석), MLFMA Method(MLFMA 기법), Electromagnetic Scattering(전자파 산란)

1. 서론

레이더 반사 면적은 표적의 전자기 산란 현상을 현

* Corresponding author, E-mail: daljae.yun@kriss.re.kr
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

상을 나타내는 주요 레이더 특성이다^[1]. 레이더 시스템은 미확인 표적을 레이더 반사 면적과 이를 정제하여 얻은 데이터를 토대로 인식할 수 있다^[2,3]. 수치 전자기학 기술의 급속한 발전에 힘입어, 해석적으로 계산할 수 없는 다양한 전자파 산란 문제들이 수치적으로 계산되었다^[4]. 하지만, 미확인 물체가 전기적으로 큰 크기를 가질 때, 전자파 수치 해석 기법의 계산량이 기하급수적으로 증가하게 되어, 계산 속도가 급격히 증가하는 문제가 발생하였다. 따라서, 수치전자기학 알고리즘의 가속화 연구는 스텔스 표적과 같이 전기적으로 큰 표적의 전자파 산란 해석 임무에 필수 불가결한 연구가 되었다.

MoM(Method of Moment) 기법은 일반적인 전자파 산란 해석 기법으로써 널리 이용되고 있다^[5,7]. 위 기법은 우선, 연속적인 표면 적분 방정식을 이산화하여 선형 문제로 변환한다. 이후, 선형 방정식은 경사 하강법, 켈레 기울기법 등 반복적인 연산 솔버를 이용하여 주로 계산된다. 하지만, 반복 솔버 계산 과정 중 행렬-벡터-곱 연산량이 극히 크기 때문에, 이를 경감시키기 위한 다양한 방법이 제안되었다. FMM(Fast Multipole Method) 기법은 계겐바위의 덧셈 정리를 이용하여, 행렬-벡터-곱의 계산 복잡도를 $O(N^2)$ 에서 $O(N^{1.5})$ 로 감소시켰다. 여기서 N 은 기저 함수의 수를 뜻한다. MLFMA(Multi Level Fast Multipole Algorithm) 기법은 FMM 기법에 반복적인 큐브 구조 기반 클러스터링을 적용하여 계산 복잡도를 $O(\log N)$ 까지 감소시켰다^[8].

MLFMA 기법은 효율적인 계산 복잡도를 가지기 때문에, 전기적으로 큰 물체의 전자파 산란 해석 문제에 주로 적용되며, MLFMA 기법의 가속화에 관한 다양한 연구가 진행되었다. 전제조건 행렬은 MLFMA 기법의 임피던스 행렬의 조건수를 감소시켜, 반복 솔버의 수렴도를 개선하고 계산 시간을 줄일 수 있다^[8-10]. 대각 전제조건 행렬과 MN 전제조건 행렬은 일반적으로 전계 적분 방정식의 수렴도를 향상시킨다^[9]. 또한, 관측각이 소폭 변할 때 일부 기저 함수가 유지되는 경향을 보이므로, 반복 솔버의 초기값을 이전 관측각의 결과를 이용하여 솔버의 반복 횟수를 크게 줄일 수 있다. 하지만 위 기법들은 MLFMA 기법 자체의 가속화를 얻을 수 없다.

본 논문에서는 MLFMA 기법에 이중 보간 방법을 적용하여 계산 복잡도를 개선하고, 계산 시간을 경감시키고자 한다. 또한, 계산 복잡도를 정량적으로 분석

하고자 한다. 기존의 MLFMA 기법에서는 각 기저 함수에 연관된 방사 및 수신 함수를 다중 극의 수에 비례하는 규정 샘플 방향만큼 계산해야만 한다. 이후, 집합과정에서 방사 함수의 샘플 수에 비례하여 커플링 계산과, 분리과정에서 수신 함수의 샘플 수에 비례하여 단위 구에 대한 이산 면적 적분 계산을 수행한다. 하지만, 제안하는 방법을 이용하면, 방사 및 수신 함수를 더 적은 샘플 방향만큼 계산할 수 있다. 따라서, 집합 및 분리과정에서의 커플링 계산 및 단위 구의 이산 면적 적분의 연산량이 감소하게 된다. 이후, 각 방사 및 수신 함수는 다중 극의 수에 비례하는 규정 샘플로 이중 보간법을 이용하여 업샘플된다. 비록, 이중 보간법을 이용하여 발생하는 오차가 MLFMA 기법의 정확도를 감소시키지만, 방사 함수의 커플링 계산 및 수신 함수의 이산 면적 적분 계산량을 줄이므로, 계산 시간을 감소시킬 수 있다. 이어지는 2절에서는 기존 MLFMA 기법을 자세히 설명하며, 3절에서는 제안하는 가속화 방법과 정량적인 계산량 개선을 분석하였다. 4절에서는 캐드에 대한 시뮬레이션을 통해 가속화 방법의 성능을 검증하였다. 5절에서는 본 논문의 결론을 맺는다.

2. MLFMA기법

전자파 산란 문제를 풀기 위해, MoM 기법을 이용하게 되면, 연속적인 전계 적분 방정식이 이산화된다. RWG(Rao, Wilton, and Glisson) 기저 함수와 갈러킨방법을 이용할 때, 전계 적분 방정식은 아래의 잘 알려진 선형 방정식으로 정리된다.

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_M & \cdots & z_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (1)$$

위 식에서, a 요소는 기저 함수의 계수를 뜻하며, v 와 z 요소는 아래와 같이 정의된다.

$$v_m = -\frac{j}{\omega\mu} \iint_{f_m} \vec{f}_m(\vec{r}) \cdot \vec{E}^i d\vec{r} \quad (2)$$

$$z_{mn} = \iint_{f_m} \iint_{f_n} \left(1 + \frac{1}{k^2} \nabla \cdot \nabla \cdot \right) \vec{f}_m(\vec{r}) \vec{f}_n(\vec{r}') \cdot \vec{G} d\vec{r}' d\vec{r} \quad (3)$$

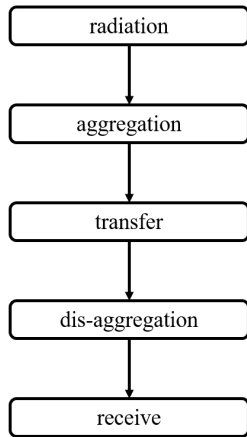


Fig. 1. Flow chart of the matrix vector product calculations in MLFMA

여기서 r' 벡터와 n 벡터는 소스 포인트와 완전 도체 표면의 법선 벡터를 의미한다. E^i 벡터는 입사 전계 벡터이며, G 벡터는 그린 함수, k 는 파수이다. r 벡터는 관측 포인트를, f 벡터는 RWG 기저 함수를 의미한다. 또한, 유도 표면 전류 J 벡터는 벡터 a 가 표현하는 계수와 기저 함수의 선형 조합으로 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$\vec{J}(r') = \sum_{n=1}^N a_n f_n(r') \quad (4)$$

스텔스 비행체와 같은 전기적으로 큰 표적에 관한 선형 방정식 (1)은 일반적으로 반복적인 연산 솔루션을 이용하여 계산된다. 반복 솔루션의 연산 중, 행렬-벡터 곱 연산이 매 반복 횟수마다 수행되기 때문에, 위 연산이 전체 계산량의 지배적인 요인을 차지한다. MoM 기법은 MVP 연산을 단순히 행렬 곱으로 수행하기 때문에, 이를 효율적으로 계산하는 MLFMA 기법이 제안되었다^[8]. MLFMA에서는 임피던스 행렬을 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$z_{mn} \simeq \sum_{s=1}^S \overrightarrow{R_{ra}}(k_s) \cdot T_L(k, k_s, r_{ab}) \overrightarrow{T_{br}}(k_s) \quad (5)$$

위 식에서, k_s 벡터는 샘플 방향을 나타내며 총 S 개가 필요하다. r 벡터와 r' 벡터가 속한 그룹의 중심 위치는 a 와 b 로 정의된다. T_L 은 전달함수이다. L 은 다중

극수를 나타내며, L 값에 비례하여 샘플 방향의 개수 S 가 결정된다. T_{br} 벡터와 R_{ra} 벡터는 각각 b 에서 r' 벡터로 향하는 방사함수와 r 벡터에서 a 로 향하는 수신 함수로 정의된다.

MLFMA 기법의 행렬-벡터 곱 연산은 구체적으로 아래의 다섯 단계를 따라 수행된다.

1. 테스트 함수와 멀리 떨어진 그룹에 속한 모든 기저 함수의 방사함수가 계산되고, 각 그룹의 중심으로 향하는 지역 필드로 합산
2. 하위 레벨에서 계산된 지역 필드는 상위 레벨에서 정의된, 큰 크기를 가지는 그룹의 중심으로 향하는 상위 지역 필드로 집합
3. 테스트 함수가 속한 그룹에 대해 멀리 떨어진 모든 레벨의 그룹에 속한 지역 필드가 테스트 그룹으로 영향을 주는 필드를 전달함수 이용하여 계산
4. 테스트 함수가 속한 모든 레벨의 그룹에서, 최하위 레벨의 그룹으로 수신 필드를 분리
5. 최하위 레벨의 그룹에서 테스트 함수로 향하는 수신 필드를 수신 함수를 이용하여 계산

MLFMA 기법에서 다중 극의 개수 L 은 전기적으로 큰 물체를 구분하는 규칙적인 큐브의 크기에 비례한다. 따라서, 레벨에 따라 큐브의 크기가 변하고, 샘플 방향의 개수 S 또한 변하게 된다. 그러므로, 기존 MLFMA 절차에서는 집합단계와 분리단계마다 보간 연산이 수행된다. MLFMA 기법에서는 일반적으로 라그랑주 보간 방법이 이용된다^[4,11].

3. 제안하는 가속화 기법 및 계산 복잡도 분석

본 논문에서 이중 보간 방법을 이용하여 MLFMA 기법을 가속화하고자 한다. 제안하는 방법의 핵심은 집합 및 분리 단계에서 이용한 라그랑주 보간 방법을 다시 이용하여 방사함수와 수신함수와 관련된 계산 복잡도를 개선하는 것이다. 기존 MLFMA 기법의 계산 복잡도는 식 (5)와 같이, 샘플 방향의 개수 S 에 비례하므로, S 값을 감소시키면 가속화를 기대할 수 있다. 하지만, 다중 극의 개수 L 은 아래 식과 같이 규칙적인 큐브의 크기에 비례한다^[4].

$$L = kd + \ln(\pi + kd) \quad (6)$$

위 식에서 d 는 규칙적인 큐브 내 대각선의 길이를 뜻한다. 또한, 고각 방향으로 L 개의 샘플을 이용하는 가우스-르장드르 규칙과, 방위각 방향으로 $2L + 1$ 개의 샘플을 이용하는 균일 규칙을 적용하여 규정 샘플 방향을 계산하기 때문에, S 의 수는 아래 식과 같다.

$$S = L(2L + 1) \tag{7}$$

따라서, 제안하는 방법에서는 Fig. 2와 같이 방사 및 수신 함수를 더 낮은 샘플 방향 S' 에 대해서 계산한 뒤, 기존 MLFMA 기법의 최하위 레벨의 샘플 방향 S_1 로 라그랑주 보간 기법을 이용하여 오버샘플링한다.

제안하는 이중 보간 기법을 이용하면 크게 두 가지 계산 복잡도 개선을 행렬-벡터-곱 연산에서 얻을 수 있다. 이를 정량적으로 분석하면, 첫 번째로, 모든 기저 함수에 대한 방사 함수의 계산량을 경감시킬 수 있다. 이 방법은 Fig. 2 흐름도의 윗부분에서 확인할 수 있다. 기존 방사 단계에서는 N 개의 기저함수 (T_{br})를 S_1 개의 샘플에 대해 계산했지만, 제안 방법을 이용하면, 계산량을 $N \cdot S'$ 으로 감소시킬 수 있다.

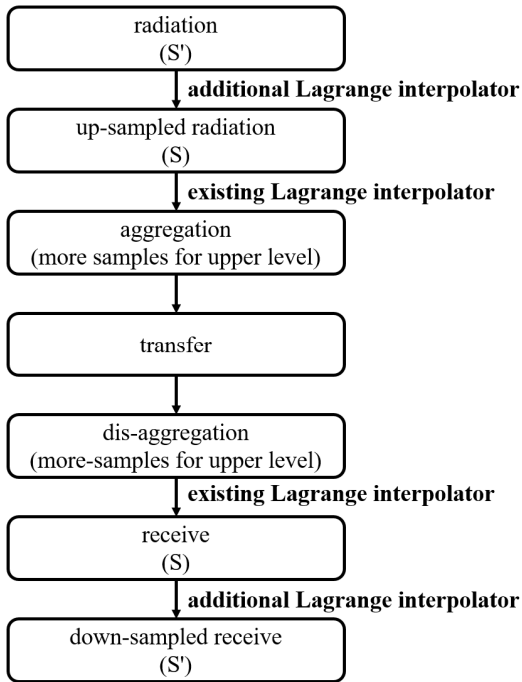


Fig. 2. Flow chart of the MVP calculations in the proposed MLFMA

Table 1. The computational complexity improvements of the reference and proposed MLFMA

operation	reference MLFMA	proposed MLFMA
radiation	$N \cdot S_1$	$N \cdot S'$
receive	$N \cdot S_1$	$N \cdot S'$
unit sphere integration	$N_1 \cdot N \cdot S_1$	$N_1 \cdot N \cdot S'$

두 번째로, 단위 구에 대한 면적분을 근사하는 식 (5)의 연산량을 경감시킨다. 이 방법은 Fig. 2 흐름도의 아랫부분에서 확인할 수 있다. 특히, 식 (5)는 모든 테스트 함수(N 개)에 대해 계산되어야 하므로, 첫 번째 개선 대비 큰 가속화를 기대할 수 있다. 기존 MLFMA 기법과 같이 제안 방법에서도 각 레벨에서 합산된 지역 필드는 상위 레벨로 집합되고, 전달함수를 이용하여 테스트 함수가 속한 그룹으로의 커플링을 계산하며, 다시 하위 레벨로 분리된다. 하지만, 최하위 레벨에 속한 그룹 N_1 개에서 모인 필드가 테스트 함수에서 식 (5)를 계산할 때의 연산량은 $N_1 \cdot N \cdot S_1$ 에서 $N_1 \cdot N \cdot S'$ 으로 감소시킬 수 있다. 전기적으로 큰 물체의 경우, 기저 함수의 수 N 뿐만 아니라, 최하위 레벨의 그룹의 수 N_1 또한 급격히 증가한다. 따라서, 이중 보간 방법을 적용한 샘플 방향의 감소는 전기적으로 큰 물체에 대한 MLFMA 기법을 효율적으로 가속화할 수 있다. 제안 방법의 계산 복잡도 개선량을 정량적으로 분석하여 정리하면 Table 1과 같다.

제안하는 방법에서는 일반적으로 S' 의 값을 S 대비 약 4분의 1에서 2분의 1 사이의 수준으로 설정한다. 따라서, 방사함수와 수신함수의 계산 복잡도가 비슷한 수준으로 감소하게 된다. 비록, 기존 MLFMA 기법의 규정 샘플 방향보다 적은 샘플을 이용하여 예측한 값을 이용하므로, 계산 정확도의 감소는 피할 수 없다. 하지만, 제안하는 방법을 적용하면 전기적으로 큰 스텔스 표적과 같은 표적의 산란 해석 시간을 수 시간 경감시킬 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과

본 절에서는 제안하는 가속화 기법을 적용한 MLFMA 기법의 성능을 검증하기 위해, 기본적인 나팔모양 구

조와 실제에 가까운 스텔스 표적 캐드 모델을 이용한다. 첫 번째로, 도체 나팔모양 캐드 모델은 Fig. 3과 같이 3,164개의 삼각 패치와 4,746개의 공유 모서리(N)로 구성된다. 나팔모양 캐드 모델의 크기는 $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 2\text{ m}$ 이며, 방위각 방향으로 40° , 고각 방향으로 30° 만큼 기울어진 형태이다. 위 캐드 모델에 대한 전자과산란 해석은 중심 주파수 300 MHz에서 수행된다. MLFMA 기법의 반복적인 솔버는 이중 컬레 경사법을 이용하며, 0.01의 잔류 오차를 가진다. 또한, 대각 전제조건 행렬을 이용하여 효율적으로 행렬-벡터-곱 연산을 수행하였다.

산란 해석의 결과로, 360개의 샘플 입사 방향에 대한 모노스태틱 레이더 반사 면적을 상용 소프트웨어 FEKO의 MoM 기법, 기존 MLFMA 기법, 그리고 제안하는 MLFMA 기법을 이용하여 Fig. 4와 같이 산출하였다. 기존 MLFMA 기법에서는 최하위 레벨에서의 다중 극의 수(L_1)를 8로 설정하였으며, 따라서, 샘플 방향의 수(S_1)는 136이 된다. 반면에, 제안 MLFMA 기법에서는 방사 함수와 수신 함수 및 관련 연산이 훨씬 적은 샘플 방향에서 계산된다. 이때, $L_1 = 4$ 이고 $S_1' = 36$ 이다. 이후, 방사 함수는 보간 기법을 이용하여 S_1 샘플로 업샘플되며, 분리단계가 끝나면 다시 S_1' 샘플로 다운 샘플되어 식 (5)가 계산된다. 제안하는

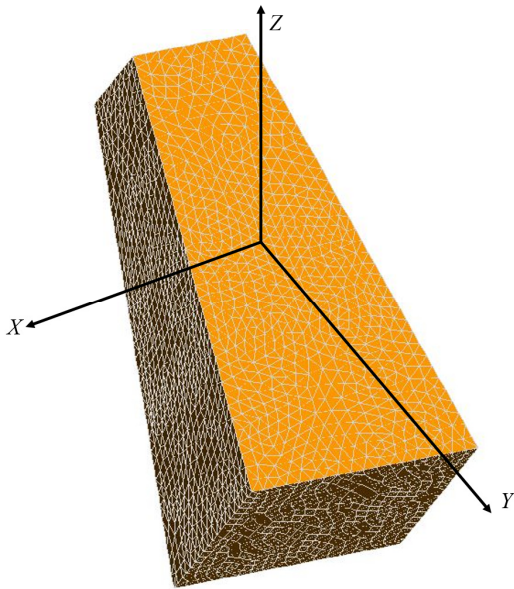


Fig. 3. Target geometry of the canonical flare CAD model

기법을 이용하면 방사 및 수신함수와 관련된 계산 복잡도가 크게 줄어들게 된다. Fig. 5에서는 기법에 따른 행렬-벡터-곱 연산의 반복 횟수를 나타내었는데, 제안 기법과 기존 기법이 비슷한 결과를 보이나, 제안 기법의 계산 시간이 감소하게 된다. 이는 반복 횟수당 계산 복잡도가 Table 1과 같이 감소하였기 때문이다. 하지만, 보간 기법을 이용하여 기존 함수를 예측하여 발생하는 오차 때문에, 제안 기법의 정확도는 다소 감소함을 Table 2에서 확인할 수 있다. 정확도를 정량화하기 위해 아래의 정규 제곱 평균 제곱근 식을 이용하였다.

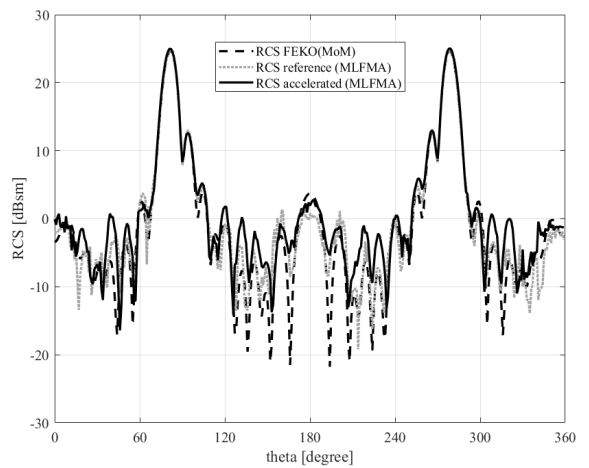


Fig. 4. The monostatic RCS of the flare CAD model

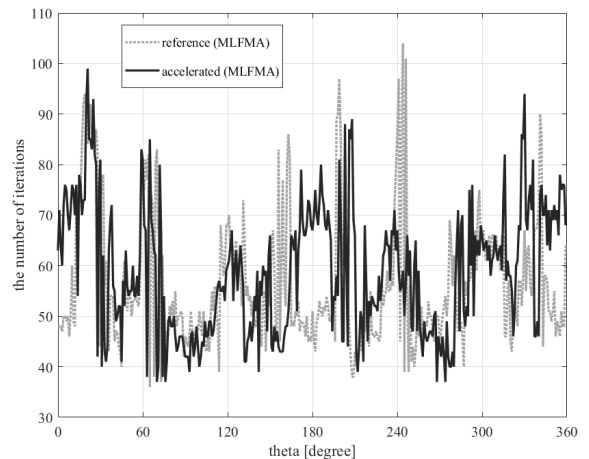


Fig. 5. The number of iterations for the flare CAD model

Table 2. The average number of iterations and total computation time of the reference and proposed MLFMA in the flare simulation

	reference MLFMA	proposed MLFMA
average number of iterations	56.4	58.9
total computation time	5121.7 s	3969.0 s
NRMSD	6.96 %	9.02 %

$$NRMSD = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M (RCS_{1,m} - RCS_{2,m})^2}{M}}}{RCS_{1,max} - RCS_{1,min}} \quad (9)$$

여기서, $RCS_{1,m}$ 과 $RCS_{2,m}$ 은 각각 m 번째 입사각에서 기준 레이더 반사 면적 값과 예측한 레이더 반사 면적 값을 뜻한다. 기준 레이더 반사 면적 값은 FEKO MoM을 이용하여 계산한 레이더 반사 면적 값이다. M 은 입사각 샘플의 수를 뜻하며, 본 시뮬레이션에서는 360이다. 시뮬레이션은 개인용 컴퓨터(Intel Core i5-4460 CPU at 3.20 GHz, 16-GB RAM)를 이용하여 수행되었다. 컴퓨터 연산시 CPU는 단일 코어를 이용하였다. 기존 MLFMA 기법의 정규 제공 평균 제공근 값은 6.96 %이며, 제안 기법의 정규 제공 평균 제공근 값은 9.02 %이다. 또한, 기존 MLFMA 기법은 5121.7 초가 걸렸고, 제안하는 기법은 3969.0 초가 걸렸다. 따라서, 제안 기법은 정확도가 다소 감소하지만, 계산 시간을 80 %로 개선할 수 있다.

두 번째로, B-2 스텔스 캐드 모델에 대한 시뮬레이션을 수행한다. Fig. 6과 같이, 스텔스 캐드 모델은 9,340개의 삼각 패치와 14,040개의 공유 모서리로 구성된다. 캐드 모델의 크기는 8 m × 4 m × 1 m이며, 방위각 방향으로 20°, 고각 방향으로 30°만큼 기울어진 형태이다. 중심 주파수 300 MHz에서 전자파 산란 해석을 수행하였으며, 반복적인 솔버의 조건은 상기 시뮬레이션과 동일하다.

Fig. 7과 같이, 기존 MLFMA 기법과 제안 기법의 모노스테틱 레이더 반사 면적 값을 산출하고, 상용 소프트웨어의 레이더 반사 면적 값과 비교하여 그 성능을 검증하였다. Fig. 8에서는 기법에 따른 행렬-벡터-

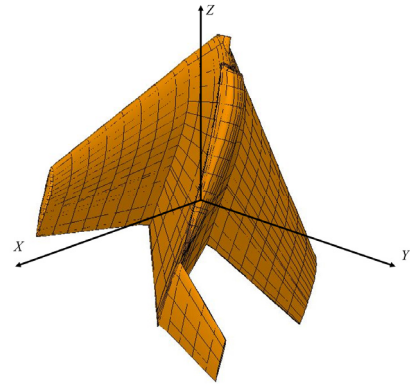


Fig. 6. Target geometry of the B-2 stealth CAD model

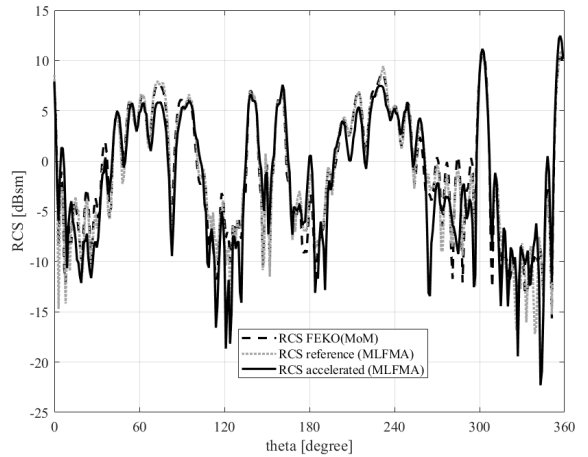


Fig. 7. The monostatic RCS of the B-2 stealth CAD model

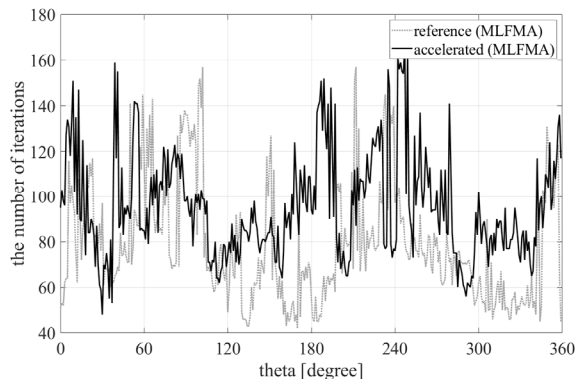


Fig. 8. The number of iterations for the B-2 stealth CAD model

곱 연산의 반복 횟수를 나타내었다. 비록 제안 기법의 반복 횟수가 기존 기법 대비 다소 증가하였지만, 계산 시간은 오히려 제안 기법이 감소하는 결과를 보인다. 이런 현상의 핵심적인 이유는 방사 및 수신함수의 오차에 의해 반복적인 솔버의 수렴도가 줄어들지만, 행렬-벡터-곱 연산 자체의 계산 복잡도가 Table 1과 같이 감소하기 때문에, 통합 계산 시간은 오히려 제안 기법이 감소하게 되는 것이다. 하지만, 이중 보간 방법에 따른 오차에 의해, 제안 기법의 정확도가 다소 감소하는 단점을 가지며, 이는 Table 3에 정량적으로 계산되었다. 기존 기법은 11315.5 초가 걸리며 정규 제공 평균 제공근 값은 5.68 %인데 반해, 제안 기법은 7626.8 초가 걸리며 정규 제공 평균 제공근 값은 10.19 %가 된다.

추가로, 실제적인 스틸스 카드 모델에 대해 S' 의 값에 따라 제안하는 가속화 기법의 정확도(정규 제공

Table 3. The average number of iterations and total computation time of the reference and proposed MLFMA in the B-2 stealth simulation

	reference MLFMA	proposed MLFMA
average number of iterations	79.0	95.6
total computation time	11315.5 s	7626.8 s
NRMSD	5.68 %	10.19 %

Table 4. The NRMSD value, average number of iterations, and total computation time of the proposed MLFMA in terms of S' value

	NRMSD value	average number of iterations	total computation time
$S' = 3$	13.69 %	174.0	8984.3 s
$S' = 4$	12.41 %	160.6	9829.3 s
$S' = 5$	11.85 %	145.6	9892.8 s
$S' = 6$ (used)	10.19 %	95.6	7626.8 s
$S' = 7$	8.87 %	89.4	9134.1 s

평균 제공근, 평균 반복수, 그리고 계산 시간 변이를 Table 4와 같이 분석하였다. 위 실험 결과와 마찬가지로 S' 가 낮은 값을 가질 때는 방사 및 수신 함수의 오차에 의해 솔버의 수렴도가 줄어들어, 반복 횟수가 증가하며, 이에 따라 높은 계산 시간이 필요하다. 반면에, S' 가 높은 값을 가질 때는, 수렴도가 개선되어, 반복 횟수가 감소하지만, 벡터-행렬-곱 연산의 계산 복잡도가 증가하므로, 여전히 높은 계산 시간이 필요하다. 하지만, 제안하는 가속 기법에서 이용하는 최적 S' 값을 이용할 때는, 비록 정확도가 다소 감소하지만, 적정 수준의 수렴도와 낮은 벡터-행렬-곱 계산 복잡도를 이용하여 계산 시간을 크게 개선할 수 있다.

또한, 제안하는 MLFMA 기법은 기존 MLFMA 계산 복잡도 $C \cdot \text{Mlog}N$ 에서 상수 C 를 개선하므로, 이를 정량적으로 분석하기 위해, 기저 함수의 수 N 에 따른 반복 횟수당 계산 시간을 시뮬레이션하고자 한다. 이를 위해, 반지름이 고정된 단위 구 카드 모델에 대해 임의로 분포된 기저 함수의 수를 3,000개부터 27,000개까지 점점 증가시키며 이에 대한 계산 시간을 분석한다. S' 의 값은 S 값의 4분의 1이 되도록 설정했다. 카드 모델의 형태는 Fig. 9의 우상단의 보조 그림으로 설명된다. Fig. 9는 기저 함수의 수에 따른 반복적인 솔버의 반복 횟수를 나타내며, Fig. 10은 기저 함수의 수에 따른 반복 횟수당 계산 시간을 나타낸다.

이에 대한 수치 해석적 분석을 수행하면, Table 1을 참조할 때, 제안하는 가속화 기법은 방사 및 수신함수의 계산량과 메모리 소요량이 모두 4분의 1로 줄어들게 된다. 또한, 수신함수를 이용한 단위 구에 대한 이산 면적 적분의 계산량과 메모리 소요량 또한 모두 4

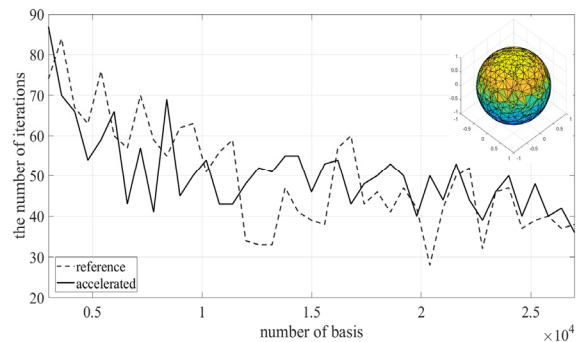


Fig. 9. The number of iterations as a function of the number of basis in the unit sphere CAD model

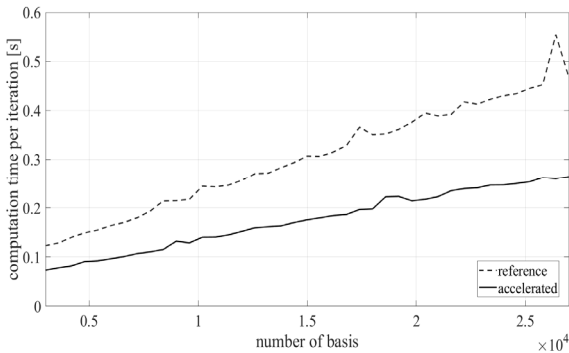


Fig. 10. The computation time per iteration as a function of the number of basis in the unit sphere CAD model

Table 5. The computation time per iteration of the reference and proposed MLFMA

CAD modell	reference MLFMA	proposed MLFMA
100,000 basis (radius 3 m sphere)	29.86 s	27.18 s
300,000 basis (radius 4 m sphere)	63.66 s	61.42 s
500,000 basis (radius 4.5 m sphere)	100.32 s	98.22 s

분의 1로 줄어들게 된다. 하지만, MLFMA 모든 레벨에서의 전달함수 연산량과 메모리 소요량은 기존 기법과 제안 기법이 동일하므로, 종합적인 시간 가속화 개선 값 C는 2분의 1 수준으로 Fig. 10을 통해 실험적으로 추론할 수 있다. 메모리 소요량 또한, 계산 복잡도와 비례하여, 2분의 1 수준으로 개선됨을 알 수 있다.

추가로, 제안하는 기법을 기저 함수의 수 100,000개, 300,000개, 500,000개를 가지는 구 형태의 표적에 대해 시뮬레이션하였다. 구 표적의 반지름은 기저 함수의 수에 비례하여 Table 5와 같이 증가하며, 최하위 레벨의 큐브 수 또한 비례하여 증가하게 된다. 위의 경우, 전달 함수의 연산량이 방사 및 수신 함수의 연산량에 비해 급격하게 증가하기 때문에, 제안하는 이중 보간 기법의 시간 개선 비율이 줄어들게 됨을 표 5를 통해 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 이중 보간 기법을 MLFMA 기법에 적용하여 계산 복잡도를 줄이고, 계산 속도를 개선하였다. 또한, MLFMA 기법의 계산 복잡도를 정량적으로 분석하고, 기본적인 구조와 복잡한 구조의 캐드 모델에 대해 시뮬레이션을 수행하여 제안 기법의 성능을 검증하였다. 제안 기법은 구체적으로 규정 샘플 방향의 수에 비례하는 방사 함수와 수신 함수 관련 연산을 더 적은 수의 샘플 방향에 대해 계산하여 MLFMA 기법을 가속화하였다. 이후, 라그랑주 보간 기법을 추가하여, 샘플 방향의 수가 계겐바워 덧셈 정리를 만족하도록 구성하였다. 비록 제안 기법에서는 보간 오차에 의해 정확도가 감소하지만, 방사 및 수신 함수의 계산량과 수신 함수와 연관된 단위 구에 대한 이산 면적 적분의 계산 복잡도가 감소하였다. 따라서, 제안 기법을 이용할 때, 행렬-벡터-곱 연산의 반복 횟수가 기존 기법 대비 증가하여도, 전체 계산 시간은 오히려 제안 기법이 감소하게 된다. 스틸스 표적의 경우, 제안 기법을 이용할 때 기존 기법 대비 계산 시간이 80 %로 줄었다.

제안하는 기법에 관해서는 아래의 추가 연구가 필수적이다. 우선, OpenMP 등을 이용하여 수치 해석 연산의 병렬 가속화를 구현할 수 있다. 또한, 기저 함수의 수가 수백만개로 늘어나고, 표적의 크기가 이에 비례하여 증가할 때, 방사 함수와 수신 함수의 연산량 대비, 전달함수의 연산량이 기하급수적으로 증가하여 제안하는 기법의 시간 개선 비율이 감소하게 된다. 따라서, 전달 함수의 연산량을 줄일 수 있는 방법의 연구가 필요하다.

후 기

이 연구는 한화시스템의 “저주파 대역용 전자파 산란해석 기법 개발” 과제 및 BK21+의 연구비 지원으로 연구되었으며, 도움에 감사드립니다.

References

[1] J. Ha, W. Shin, J. H. Lee, Y. Kim, D. Kim, Y. Lee, and J. G. Yook, “Effect of Plasma Area on

- Frequency of Monostatic Radar Cross Section Reduction,” *Journal of Electromagnetic Engineering and Science*, Vol. 17, No. 3, pp. 153-158, Jul. 2017.
- [2] D. J. Yun, J. I. Lee, K. U. Bae, J. H. Yoo, K. I. Kwon, and N. H. Myung, “Improvement in Computation Time of 3-D Scattering Center Extraction using the Shooting and Bouncing Ray Technique,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 65, No. 8, pp. 4191-4199, Aug. 2017.
- [3] X. Wu and Y. Jin, “Scattering Model for Electrical-Large Target Employing MLFMA and Radar Imaging Formation,” *Journal of the Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, Vol. 10, No. 3, pp. 166-170, Sep. 2010.
- [4] W. C. Gibson, *The Method of Moments in Electromagnetics*. Boca Raton, FL; Chapman and Hall/CRC, 2007.
- [5] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, “Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 30, No. 3, pp. 409-418, May 1982.
- [6] T. F. Eibert and V. Hansen, “On the Calculation of Potential Integrals for Linear Source Distributions on Triangular Domains,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 43, No. 12, pp. 1499-1502, Dec. 1995.
- [7] R. Coifman, V. Rokhlin, and S. Wandzura, “The Fast Multipole Method for the Wave Equation: A Pedestrian Prescription,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 35, No. 3, pp. 7-12, Jun. 1993.
- [8] J. M. Song, C. C. Lu, and W. C. Chew, “Multilevel Fast Multipole Algorithm for Electromagnetic Scattering by Large Complex Objects,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 10, pp. 1488-1493, Oct. 1997.
- [9] Y. Xie, J. He, A. Sullivan, and L. Carin, “A Simple Preconditioner for Electric-Field Integral Equations,” *Microwave Optical Technology Letters*, Vol. 30, No. 1, pp. 51-54, Jul. 2001.
- [10] D. J. Yun, H. J. Kim, S. J. Yang, J. I. Lee, W. Y. Yang, and N. H. Myung, “Method of Moment using Matrix Equilibration for Stealth Aircraft Scattering Analysis in VHF Band,” Presented at the 2017 Asia Pacific Microwave Conference, Kuala Lumpur, Malaysia, Nov. 2017.
- [11] S. C. Chapra, *Applied Numerical Methods With MATLAB for Engineers and Scientists*. New York, NY, USA:McGraw-Hill, 2005.