

일반 공정시간을 갖는 버퍼 공유 라인 생산시스템의 스프레드시트 모형 분석

서동원[†]

Spreadsheet Model Approach for Buffer-Sharing Line Production Systems with General Processing Times

Dong-Won Seo[†]

ABSTRACT

Although line production systems with finite buffers have been studied over several decades, except for some special cases there are no explicit expressions for system performances such as waiting times(or response time) and blocking probability. Recently, a max-plus algebraic approach for buffer-sharing systems with constant processing times was introduced and it can lead to analytic expressions for (higher) moment and tail probability of stationary waiting. Theoretically this approach can be applied to general processing times, but it cannot give a proper way for computing performance measures. To this end, in this study we developed simulation models using @RISK software and the expressions derived from max-plus algebra, and computed and compared blocking probability, waiting time (or response time) with respect to two blocking policies: communication(BBS: Blocking Before Service) and production(BAS: Blocking After Service). Moreover, an optimization problem which determines the minimum shared-buffer capacity satisfying a predetermined QoS(quality of service) is also considered.

Key words : @RISK, Blocking probability, Buffer-Sharing, Blocking Policy, Max-plus algebra, Waiting time

요약

유한 버퍼를 갖는 라인 생산시스템은 오랜 기간 동안 연구되어왔지만, 몇몇 특별한 경우 외에는 대기시간(체류시간), 차단 확률과 같은 시스템 성능 값에 대한 분석 결과는 많지 않다. 최근에, max-plus 대수를 활용하여 상수 공정시간을 갖고 버퍼 완전 공유 정책을 따르는 시스템에서 대기시간의 고차평균과 꼬리확률에 대한 분석 결과가 소개되었다. 이와 같은 max-plus 대수를 활용한 분석이 이론적으로 일반 공정시간 모형에도 응용 가능하지만, 도출된 표현식에 대한 적절한 계산방법을 제공하지 못한다. 이러한 이유로, 본 연구에서는 max-plus 대수로 도출된 표현식과 @RISK 소프트웨어를 활용하여 스프레드시트 시물레이션 모형을 개발하고, 두 가지 차단정책(통신차단과 제조차단) 하에서 시스템 특성값인 대기시간(또는 체류시간)과 차단확률을 비교·분석하였다. 또한 차단확률에 대한 제약을 만족하는 공유 버퍼의 크기를 결정하는 최적화 문제도 분석하였다.

주요어 : @RISK, 차단확률, 버퍼 공유, 차단정책, max-plus 대수, 대기시간

1. 서론

라인 생산시스템에 대한 연구는 지수 공정시간과 무한 버퍼를 가정한 시스템, 공정 사이에 버퍼가 없는 시스템, 각 공정이 유한 버퍼를 갖는 노드 2~3개의 소규모 생산 시스템에 대한 분석이 대부분이다. 많은 연구에서 라인 생산시스템의 각 작업장은 독립된 버퍼(유한 또는 무한)를 갖는 것으로 가정하고 연구가 되어왔지만, 설비의 보다 효율적인 활용을 위해 작업장들이 하나의 버퍼를 공

* 이 논문은 2016년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. NRF-2016R1D1A1B03934690).

Received: 24 January 2019, Revised: 22 May 2019,
Accepted: 21 June 2019

[†] Corresponding Author: Dong-Won Seo
E-mail: dwseo@khu.ac.kr
School of Management and Management Research
Institute, Kyung Hee University

유하는 것이 더 현실적이다.

2개의 작업장으로 구성된 라인 생산시스템에 대한 분석에서, 두 작업장에서의 각 버퍼가 무한 크기이고 유사역행성(quasi reversibility)을 가지는 경우 네트워크가 곱의 형태(product form)의 다루기 쉬운 해를 갖는 것으로 알려져 있다(Chao et al., 1999). 유사역행성을 따르지 않는 경우에 대한 대부분의 연구에서는 2차원 무한 유사출생사멸(Quasi-Birth-and-Death) 프로세스를 정의하여 분석하였지만, 시스템 체류시간, 바쁜 기간과 같은 시스템 성능 값에 대한 분석은 어렵다(Neuts, 1998; Tweedie, 1982).

유한 버퍼 시스템에서는 공정시간이 지수분포라도 차단(blocking) 현상으로 인해 시스템 성능 값들이 곱의 형태로 표현되지 못하기 때문에, 많은 연구에서 마야코브 체인을 가정한 분석적 방법, 시뮬레이션 또는 분해 근사법(decomposition approximation)을 활용해 분석하고 있다. 대부분의 연구는 근사기법을 활용한 시스템 체류시간과 유한 버퍼 할당에 대해 분석하고 있다. 예를 들면, Hillier(1995)는 일렬 대기행렬 시스템을 연속시간 마야코브 체인으로 모형화하고 생산율(throughput)과 각 노드에서의 기대 서비스 시간, 대기열 용량, 서버 수에 대해 분석하였다. Narasimhamu et al.(2014)는 단일서버, 버퍼의 합이 상수인 폐쇄형 일렬 대기행렬 시스템을 분석하였다. 그들은 EMVA(Expanded Mean Value Analysis)를 활용하여 시스템의 최대 생산율을 평가하였고, 최적 버퍼 할당을 위한 최적해를 구하기 위해 PSO(Particle Swam Optimization) 기법을 이용하였다.

Zhou and Lian(2011)은 2개의 작업장으로 구성된 버퍼 공유 또는 완전 공유 라인 생산시스템을 연구하였다. 그들은 마야코브 프로세스(Markov process) 모형을 통해 시스템의 안정상태 확률분포와 체류시간 분포를 도출하였으며, 수치 예제를 통해 버퍼 공유 정책이 항상 버퍼 비공유 정책보다 우수함을 보였다.

최근에 Yang and Seo(2017)는 max-plus 대수를 활용하여 상수 공정시간을 갖는 버퍼 완전 공유 라인 생산시스템에서의 안정(stationary) 대기시간에 대한 (고차) 평균, 꼬리 확률, 차단확률에 대한 간결한 표현식을 도출하였다. Max-plus 대수는 대기행렬 시스템의 성능 특성치가 '최댓값(maximum)'과 '합(addition)', 두 개 연산자만의 선형식으로 표현 가능한 시스템인 max-plus 선형시스템을 대상으로 한다(Baccelli et al., 1992; Heidergott, 2006). 통신 또는 제조 시스템에서 흔히 볼 수 있는 유한 또는 무한 버퍼를 갖고 다양한 차단규칙(blocking policies)

을 따르는 일렬 대기행렬 시스템, fork-join형 대기행렬 시스템이 max-plus 선형시스템에 포함됨은 잘 알려져 있다.

앞서 언급한 바와 같이 라인 생산시스템에 대한 분석에 마야코브 체인, EMVA, 유사출생사멸 프로세스 등의 다양한 방법들이 활용되고 있지만, 일반 공정시간 분포와 유한 버퍼 공유 모형을 다룬 연구결과는 찾아보기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 Yang and Seo(2017)의 결과를 바탕으로 하여 일반 공정시간을 갖는 라인 생산시스템을 시뮬레이션을 통해 분석하고자 한다. 즉, max-plus 대수를 활용하여 각 공정에서의 공정 시작시간에 대한 표현식을 도출한 후, 스프레드시트 시뮬레이션 모형을 개발하고 엑셀 기반 몬테카를로 시뮬레이션 소프트웨어인 @RISK(2019)를 활용하여 시스템을 분석하고자 한다. 더 나아가, @RISK의 최적화 모듈인 RISKOptimizer를 활용하여 차단확률에 대한 제약하에서 대기시간을 최소화 하는 최적 버퍼 크기를 결정하는 최적화 문제도 고려하였다.

2장에서는 분석 대상인 버퍼 공유 라인 생산시스템에 대한 소개와 함께 각 공정에서의 공정 시작 시간에 대한 표현식을 소개한다. 3장은 표현식과 시뮬레이션을 활용한 분석 결과를 포함하고 있는데, 차단정책에 따른 각 공정에서의 공정 시작시간과 유한 버퍼의 영향, 안정대기시간, 공정순서, 차단확률, 버퍼 크기 결정에 대한 최적화 문제 등을 분석하였다. 마지막으로 결론에서 연구의 요약과 추후 연구주제에 대해 기술하였다.

2. 버퍼 공유 생산시스템과 공정 시작시간

분석 방법인 max-plus 대수와 max-plus 선형시스템에 대한 상세한 이해 없이 본 연구의 내용을 이해 하는데 어려움이 없기 때문에 상세한 설명은 생략하였다. Max-plus 대수와 max-plus 선형시스템 그리고 관련 선형연구에 관한 내용은 참고문헌을 참조하기 바란다(Ayhan and Seo, 2001, 2002; Baccelli et al., 1992; Baccelli et al., 1998; Yang and Seo, 2017).

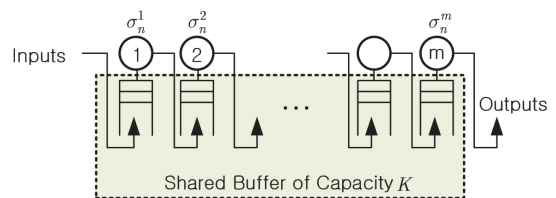


Fig. 1. m-node line production system with a finite buffer of size K shared by m nodes

Fig. 1은 분석 대상인 m 개의 노드가 하나의 유한 버퍼를 공유하는 라인 생산시스템을 나타내고 있다. Max-plus 선형시스템은 선택불가형(choice-free)이고 선입선출(FIFO) 규칙을 따르는 추월금지형(overtaking-free) 시스템으로 무한 버퍼를 갖는 라인 생산시스템 뿐만 아니라 유한 버퍼를 갖는 라인 생산시스템 역시 max-plus 선형시스템이므로 Petri net의 일종인 event-graph로 다음 Figure 2와 3과 같이 도식화 할 수 있다. Fig. 2는 2개의 공정 사이에 무한 버퍼를 갖는 2 노드 라인 생산시스템을, Fig. 3은 2개의 공정 사이에 크기 3인 유한 버퍼를 갖는 라인 생산시스템을 Petri net으로 도식화한 것이다.

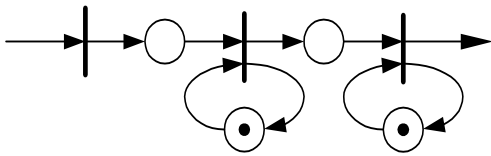


Fig. 2. 2-node tandem line production system with a infinite buffer between nodes

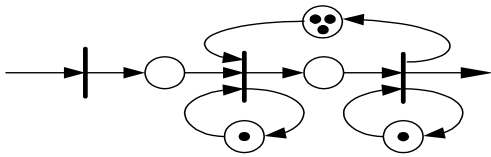


Fig. 3. 2-node tandem line production system with a finite buffer of size 3 between nodes

이와 같이 도식화된 Petri net으로부터 각 공정의 시작 시간에 대한 표현식을 도출할 수 있는데, max-plus 대수를 활용한 각 노드에서의 시작 시간에 대한 표현식을 소개하면 다음과 같다.

공정 사이에 무한 버퍼를 갖는 개방형 m -노드 라인 생산시스템의 경우에 노드 $i(i = 1, \dots, m)$ 에서의 n 번째 공정 시작 시간 X_n^i 는 다음과 같다.

$$X_{n+1}^i = \sigma_{n+1}^{i-1} \otimes X_{n+1}^{i-1} \oplus \sigma_n^i \otimes X_n^i$$

여기서 max-plus 대수 연산자인 \otimes (o-times)와 \oplus (o-plus)는 각각 합(addition)과 최대치(maximization)를 의미한다. X_n^i 는 시스템의 n 번째 도착 고객이 노드 i 에서 공정을 시작하는 시간의 절대시간을 나타낸다. 또한, σ_n^i 는 공정 i ($i \geq 1$)에서의 n 번째 공정시간이고, σ_n^0 은 시스템

외부로부터의 $n-1$ 번째 도착과 n 번째 도착 사이의 도착 간격이다. 초기 상태로 시스템이 비어있는 것으로 가정하였기 때문에 모든 $i \geq 1$ 에 대해 $X_0^i = 0$ 으로, $n < 0$ 이면 $X_n^i = -\infty$ 로 가정한다. 따라서 n 번째 도착 고객이 노드 i 에서 공정 시작 시간까지 시스템에 머문 시간인 대기시간은 X_n^i 에서 외부로부터의 도착 시간인 σ_n^0 을 뺀 값으로 정의할 수 있다.

반면에, 유한 버퍼 라인 생산시스템에 대한 분석은 조금 복잡하다. 기본적으로 max-plus 대수를 이용한 분석법은 외부로부터의 도착이 시스템에 진입하지 못하는 시스템을 떠나는 차단(blocked and leave)현상을 허용하지 않는다. 따라서 공정 사이에 버퍼가 유한인 경우에는 라인 생산시스템의 맨 앞에 무한 버퍼를 갖고 공정시간이 0인 하나의 가상(dummy) 노드를 삽입하여 확장함으로써 이 문제를 해결할 수 있다(Seo et al., 2015; Yang and Seo, 2017). 다음 Fig. 4는 Fig. 1의 모형에 하나의 가상 노드(노드 0)를 공정의 맨 앞에 추가한 모형으로, Fig. 4에서 추가된 가상노드를 노드 0으로 표현하였기 때문에 여기서는 σ_n^0 은 외부로부터의 도착이 아니고 가상노드인 노드 0에서의 공정시간을 나타낸다. 즉, 모든 $n \geq 0$ 에 대해 $\sigma_n^0 = 0$ 이다.

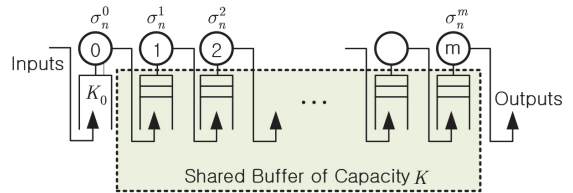


Fig. 4. m -node line production system with a dummy node and a finite buffer of size K shared by m nodes

시스템 대기시간에 대한 분석은 이 가상의 노드를 제외하고 분석하면 된다. 즉, 실제 라인 생산시스템의 첫 번째 공정에서의 공정 시작 시간까지의 대기시간은 확장 시스템에서 처음 공정의 공정시간이 0이므로 두 번째 공정에서의 공정 시작 시간에서 가상 공정인 처음 공정에서의 공정 시작 시간을 빼면 된다.

한편, 유한 버퍼로 인한 차단현상은 흔히 다음 두 가지 정책으로 정의된다. 하나는 통신차단(Communication Blocking) 또는 BBS(Blocking Before Service) 정책이다. 통신차단(또는 BBS) 정책 하에서는 공정 i 에 있는 작업(task)은 다음 공정인 공정 j 에 버퍼의 여유가 없으면

공정 i 에서 자신의 공정을 시작할 수 없다. 다른 하나는 제조차단(Production Blocking) 또는 BAS(Blocking After Service) 정책이다. 제조차단(또는 BAS) 정책 하에서는 공정 i 에서 공정을 마친 작업은 다음 공정인 공정 j 에 빈자리가 있을 경우에만 다음 공정 j 로 이동할 수 있다. 다음 공정 j 에 빈자리가 없으면 공정 i 에 머물면서 공정 i 에서의 새로운 작업의 공정 시작을 방해(차단)한다. BBS/BAS 규칙을 따르는 시스템의 예로는 규칙의 이름에서 알 수 있듯이 통신시스템과 loading/unloading 시스템, 컨베이어 시스템 등이 될 수 있다.

확장된 라인 생산시스템에서 각 공정에서의 공정 시작 시간에 대한 표현식을 나타내기 위해 각 공정을 2부터 m 으로 재배열하여 표기하고 공정 1을 추가된 가상노드로 가정하였다. 이제 m 개의 노드로 구성된 확장된 라인 생산시스템에서 처음 노드인 노드 1에서 노드 2로의 이동 시에만 유한 크기($K \geq m$)의 버퍼에 따른 차단현상이 발생하며, 일단 노드 2로 진입한 재공품은 모든 공정(노드 2부터 노드 m 까지)을 완료할 때까지 단일서버 FIFO 규칙을 갖는 무한 버퍼 시스템과 동일하게 노드 사이를 이동한다.

가상 노드인 노드 1과 실제 시스템의 처음 노드인 노드 2 사이에 발생하는 차단현상을 각각 통신차단(BBS) 정책과 제조차단(BAS)정책으로 가정하고 버퍼 공유의 크기를 K 로 두면 라인 생산시스템에서 각 노드에서의 공정 시작 시간에 대한 표현식을 아래와 같다(Seo and Lee, 2011; Yang and Seo, 2017).

■ 통신차단(BBS) 정책

$i = 1$ 인 경우

$$X_{n+1}^1 = \sigma_{n+1}^0 \otimes X_{n+1}^0 \oplus \sigma_n^1 \otimes X_n^1 \oplus \sigma_{n+1-K}^m \otimes X_{n+1-K}^m \tag{1}$$

$i \geq 2$ 인 경우

$$X_{n+1}^i = \sigma_{n+1}^{i-1} \otimes X_{n+1}^{i-1} \oplus \sigma_n^i \otimes X_n^i \tag{2}$$

■ 제조차단(BAS) 정책

$i = 1$ 인 경우

$$X_{n+1}^1 = \sigma_{n+1}^0 \otimes X_{n+1}^0 \oplus \sigma_n^1 \otimes X_n^1 \oplus \sigma_{n-K}^m \otimes X_{n-K}^m \tag{3}$$

$i \geq 2$ 인 경우

$$X_{n+1}^i = \sigma_{n+1}^{i-1} \otimes X_{n+1}^{i-1} \oplus \sigma_n^i \otimes X_n^i \tag{4}$$

최근의 Yang and Seo(2017) 연구에서는 위의 표현식

으로부터 상수 공정시간을 갖는 버퍼 공유 시스템에 대한 대기시간의 간결한 표현식을 도출하고, 이로부터 Ayhan and Seo(2001, 2002)의 연구결과를 이용하여 대기시간의 고차평균, 꼬리확률에 대한 간결한 표현식을 유도하였다.

이론적으로 $\max\text{-plus}$ 대수를 활용한 분석법이 일반 공정시간을 갖는 모형에도 응용 가능하지만, 도출된 시스템 성능 값의 표현식에 대한 적절한 계산 방법을 제공하지는 못한다. 다시 말하면, 이론적으로는 포아송 도착과정을 따르는 $\max\text{-plus}$ 선형시스템에서 대기시간에 대한 표현식을 도출하고, 이 표현식을 원소로 갖는 다항함수의 평균값과 포아송 도착과정의 모수로 표현된 테일러 전개식으로 대기시간의 다양한 성능 값을 계산해야 한다(Ayhan and Seo, 2001, 2002; Baccelli et al., 1998). 상수 공정시간의 경우에는 결과적으로 다항함수와 평균값이 제거되어 간결한 표현식의 도출이 가능하게 된다. 따라서 상수 공정시간이 아닌 일반 공정시간의 경우에는 대기시간에 대한 테일러 전개식의 계산을 위해서 수치해석적 근사해법을 이용하여야 하기 때문에 간결한 분석적 결과를 얻을 수 없다. 이러한 이유로 본 연구에서는 일반 공정시간을 갖는 버퍼 공유 라인 생산시스템의 성능치 분석을 위해 스프레드시트 시뮬레이션 프로그램인 @RISK를 활용하였다.

3. 버퍼 공유 시스템 비교·분석

@RISK 시뮬레이션 소프트웨어는 마이크로소프트 엑셀에 추가되는 부가기능으로 스프레드시트형 시뮬레이션 소프트웨어이다. 개발된 모형에서 사용된 엑셀과 @RISK의 기본 함수에 대한 설명은 생략하고 중요한 @RISK 함수에 대해서만 소개한다.

예제로 사용된 분석모형은 3-노드 라인 생산시스템으로, 각 노드(공정 2, 3, 4)의 공정시간은 평균이 1, 2, 3이며, 상수, 지수분포, 이산분포를 갖는 경우로 설정하였다. 이산분포는 각각 0.5와 1.5, 1.5와 2.5, 2.5와 3.5의 공정시간을 0.5의 확률로 갖는 것으로 가정하였다. 또한, 이 3개의 공정이 크기 K 인 하나의 버퍼를 공유하는 모형이며, 노드 1은 추가된 가상노드로 공정시간은 0이다. 외부로부터의 도착은 평균 0.3인 포아송 도착과정으로 교통 밀도가 0.9인 경우이다. 특별한 언급이 없는 대부분의 경우에는 지수분포를 가정한 모형에 대한 시뮬레이션 결과이다.

각 노드에서 시작시간에 대한 분석을 위해 엑셀에 도착간격시간(지수분포)과 주어진 공정시간분포를 따르는

각 공정시간을 생성한 후, 엑셀의 셀에 max-plus 대수를 활용하여 구한 각 공정별 시작 시간의 표현식(식 (1)-(4))을 셀 참조기능과 max 함수를 이용하여 입력함으로써 각 공정별 시작 시간을 생성하였다.

안정대기시간의 분석을 위해 스프레드시트에서 모든 i 에 대해 X_n^i 을 $n=0,1,\dots,500$ 에 대해 구하고 이로부터 대기시간과 실질 대기시간을 구하는 시뮬레이션을 5000회 반복 수행하였다. @RISK 함수인 RISKSIMTABLE() 함수는 함수 안에 정의된 값을 순차적으로 참조하면서 동일한 난수 시퀀스를 사용하면서 시뮬레이션을 실행하기 때문에 대안의 비교가 필요한 경우에 사용된다. 공정 시간 순서의 영향을 분석하기 위해 RISKSIMTABLE() 함수를 이용하여 공정순서의 모든 경우의 수인 $m!$ 번의 시뮬레이션을 수행하였다(예제에서는 총 $3!=6$ 가지의 시뮬레이션을 수행). 예를 들어, RISKSIMTABLE({1,2,3})와 같이 정의되면, 첫 번째 시뮬레이션은 1의 값을, 두 번째 시뮬레이션은 2의 값을, 마지막 세 번째 시뮬레이션은 3의 값을 가지고 실행된다. 이러한 RISKSIMTABLE()을 여러 개 중복사용하면 공정시간의 순열조합을 따르는 시뮬레이션 실험을 실행할 수 있다. 이렇게 함으로써 난수에 의한 성능치의 차이를 배제할 수 있다.

본 장에서는 우선 도출된 표현식과 시뮬레이션을 활용하여 n 번째 공정 시작 시간에 대해 비교·분석한 후 안정대기시간과 체류시간의 평균값에 대한 시뮬레이션 결과를 소개한다.

3.1 공정 시작 시간

버퍼 공유 라인 생산시스템에서 두 가지 차단정책에 따른 공정 시작 시간을 비교해 보자. 우선 차단정책 p 하에서 유한 버퍼의 크기가 K 인 경우에 노드 i 에서 n 번째 공정 시작 시간을 $X_n^i(p, K)$ 로 나타내기로 하자.

앞선 표현식 (1)과 (3)로부터 모든 $n \geq K$ 에 대해 max 함수에 의해 $X_{n+1-K}^m \geq X_{n-K}^m$ 이기 때문에 BBS 정책을 따르는 경우가 BAS 정책을 따르는 경우보다 시작 시간이 느리거나 같으므로, $X_{n+1}^i(BBS, K) \geq X_{n+1}^i(BAS, K)$ 관계를 알 수 있다. 다음 Table 1에서 지수분포인 경우의 예시로 BBS(4)와 BAS(4)의 X_n^1 열의 값을 통해 이를 확인할 수 있다.

하지만, 식 (2)과 (4)의 해석에는 주의가 필요하다. 언뜻 노드 $i(\geq 2)$ 에서는 차단규칙과 무관하게 버퍼 공유 라인 생산시스템의 대기시간이 같다고 해석할 수 있지만, 동일한 K 값에 대해 차단정책에 따라 노드 1에서의 X_n^1

값이 다르기 때문에 항상 같다고 할 수 없다. 다시 말하면, 동일한 K 값에 대해 X_{n+1-K}^m 이 X_{n-K}^m 와 같거나 크기 때문에 X_{n+1}^1 의 값은 BBS의 경우가 항상 BAS의 경우보다 크거나 같다. 따라서 최댓값 연산자에 의해 X_n^i 의 값도 BBS의 경우가 BAS의 경우보다 같거나 크다. 즉, 노드 $i(i \geq 2)$ 에 대해 $X_{n+1}^i(BBS, K) \geq X_{n+1}^i(BAS, K)$ 의 관계를 보인다. 이는 Table 1에서 BBS(4)와 BAS(4)의 $X_n^i(i=2,3,4)$ 열의 값을 통해 이를 확인할 수 있다.

또한, 식 (1)과 (3)로부터 노드 1에서는 BBS 정책과 BAS 정책이 버퍼 크기 1만큼 차이가 나기 때문에, 노드 1에서의 공정 시작 시간이 같아지면 나머지 모든 노드에서의 공정 시작 시간도 같아짐을 알 수 있다. 즉, 크기 K 인 버퍼를 갖고 BBS 정책을 따르는 버퍼 공유 라인 생산시스템의 대기시간(체류시간)과 버퍼 크기 $K-1$ 를 갖고 BAS 정책을 따르는 버퍼 공유 라인 생산시스템의 대기시간(체류시간)은 같게 된다. 따라서 모든 노드 $i(i=1,\dots,m)$ 에서 $X_{n+1}^i(BBS, K) = X_{n+1}^i(BAS, K-1)$ 가 된다. 마찬가지로 Table 1에서 BBS(4)와 BAS(3)의 X_n^i 열의 값이 모두 같음을 통해 이를 확인할 수 있다.

3.2 유한 버퍼의 영향

Table 2는 유한 버퍼 K 의 영향을 확인하기 버퍼의 크기가 무한인 경우와 유한인 경우에 각 노드에서의 공정 시작 시간의 차이를 계산한 값을 보여주고 있다. 상수 공정시간의 경우 마지막 공정인 공정 4에서는 항상 0의 값을 갖지만, 지수분포와 이산분포의 경우에는 그렇지 못하다. 또한, 세 가지 공정분포 모두에서 노드 1, 2, 3에서는 $n \geq K$ 인 경우에도 0 또는 비음의 값을 보이는데 이것은 유한 버퍼의 크기가 공정 시작 시간에 영향을 미치고 있음을 의미하는 것으로 이해할 수 있다. 즉, 알려진 바와 같이 상수 공정시간의 경우 마지막 노드에서의 공정 시작 시간은 K 와 무관함이 알려져 있지만(Lee and Seo, 2015; Yang and Seo, 2017), 일반 공정시간의 경우에는 그렇지 않다. 또한, Table 2에서는 상수, 이산분포, 지수분포의 결과만을 소개하였지만 다른 분포의 경우에도 동일한 결과를 확인할 수 있었다.

3.3 안정대기시간과 공정순서

두 개의 차단정책 BBS와 BAS에 따라 안정 대기시간을 비교해 보자. 여기에서 $W_n^i(p, K)$ 는 공유 버퍼의 크기가 K 이고 차단규칙 p 하에서 외부로부터의 도착 시간

Table 1. Starting Epoch at each node under BBS and BAS with $K=4$ and $K=3$

n	BBS(4)				BAS(4)				BAS(3)			
	X_n^1	X_n^2	X_n^3	X_n^4	X_n^1	X_n^2	X_n^3	X_n^4	X_n^1	X_n^2	X_n^3	X_n^4
0	0.0000	0.0000	1.5000	2.5000	0.0000	0.0000	1.5000	2.5000	0.0000	0.0000	1.5000	2.5000
1	5.6502	5.6502	6.1502	9.1502	5.6502	5.6502	6.1502	9.1502	5.6502	5.6502	6.1502	9.1502
2	6.6669	6.6669	9.1502	13.1502	6.6669	6.6669	9.1502	13.1502	6.6669	6.6669	9.1502	13.1502
3	7.4494	7.4494	12.1502	17.1502	7.4494	7.4494	12.1502	17.1502	7.4494	7.4494	12.1502	17.1502
4	7.9376	7.9494	15.1502	21.1502	7.9376	7.9494	15.1502	21.1502	7.9376	7.9494	15.1502	21.1502
5	13.1502	13.1502	18.1502	23.1502	10.4028	10.4028	18.1502	23.1502	13.1502	13.1502	18.1502	23.1502
6	17.1502	17.1502	19.1502	27.1502	14.8904	14.8904	19.1502	27.1502	17.1502	17.1502	19.1502	27.1502
7	21.1502	21.1502	22.1502	31.1502	17.1502	17.1502	22.1502	31.1502	21.1502	21.1502	22.1502	31.1502
8	23.1502	23.1502	23.6502	35.1502	21.1502	21.1502	23.1502	35.1502	23.1502	23.1502	23.6502	35.1502
9	27.1502	27.1502	28.6502	39.1502	23.1502	23.1502	24.6502	39.1502	27.1502	27.1502	28.6502	39.1502
10	31.1502	31.1502	32.6502	41.1502	27.1502	27.1502	28.6502	41.1502	31.1502	31.1502	32.6502	41.1502
11	35.1502	35.1502	35.6502	43.1502	31.1502	31.1502	31.6502	43.1502	35.1502	35.1502	35.6502	43.1502
12	39.1502	39.1502	39.6502	45.1502	35.1502	35.1502	35.6502	45.1502	39.1502	39.1502	39.6502	45.1502
13	41.1502	41.1502	42.6502	47.1502	39.1502	39.1502	40.6502	47.1502	41.1502	41.1502	42.6502	47.1502
14	43.1502	43.1502	45.6502	49.1502	41.1502	41.1502	43.6502	49.1502	43.1502	43.1502	45.6502	49.1502
15	45.1502	45.1502	46.6502	53.1502	43.1502	43.1502	44.6502	53.1502	45.1502	45.1502	46.6502	53.1502

Table 2. Starting Epoch difference between finite and infinite K under BBS(4)

n	Exponential distribution				Discrete Distribution				Constant Distribution			
	X_n^1	X_n^2	X_n^3	X_n^4	X_n^1	X_n^2	X_n^3	X_n^4	X_n^1	X_n^2	X_n^3	X_n^4
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	5.6096	5.4031	5.4031	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	19.0510	19.0510	12.5736	3.9579	1.5912	0.7787	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	16.0639	16.0639	12.5736	4.4151	2.6681	2.6681	0.0000	0.0000	0.7030	0.0000	0.0000	0.0000
7	7.3849	8.6620	11.9077	4.4151	5.5346	5.1681	0.7787	0.0000	3.4839	1.7998	0.0000	0.0000
8	7.2200	8.6620	11.9077	4.4151	5.6290	5.6290	0.7787	0.0000	5.8580	3.7998	0.7998	0.0000
9	10.7944	10.7944	11.9077	4.4151	7.0642	7.0642	0.7787	0.5000	5.5324	5.5324	1.7998	0.0000
10	13.5071	12.1184	11.9077	4.4151	8.4971	8.4971	0.7787	0.5000	0.7456	0.7456	0.7456	0.0000
11	19.8196	18.0810	12.0851	4.5162	0.0000	0.0000	0.7787	0.5000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	19.5679	19.5313	14.8885	6.3864	0.0000	0.0000	0.7787	0.5000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	20.4412	19.5313	14.8885	6.3864	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0541	1.7968	0.3165	0.0000
14	15.9774	19.1201	15.2274	6.3864	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.3488	2.3488	1.3165	0.0000
15	8.2112	11.0680	11.0680	6.3864	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4.2860	4.2860	2.3165	0.0000

에서부터 노드 i 에서 n 번째 공정 시작 시간까지의 시간, 즉 대기시간으로 $W_n^i(p(K)) = X_n^i(p, K) - X_n^0$ 이며, 이것의 평균을 $W_{p(K)}^i$ 로 정의하였다. 또한, 이와 유사하게 $W_{p(K)}^{i-1}$ 는 가상 노드인 처음 노드에서의 평균 대기시간을 제외한 실제 시스템(노드 2부터 m 까지)에서 노드 i 에서의 실질 대기시간의 평균으로 $W_{p(K)}^{i-1} = W_{(p, K)}^i - W_{(p, K)}^1$ 이다.

두 정책하에서 외부로부터의 도착 시간은 같고, 앞서 언급한 바와 같이 각 노드 i 에서의 공정 시작 시간이 $X_{n+1}^i(BBS, K) \geq X_{n+1}^i(BAS, K)$ 인 관계를 갖기 때문에 외부로부터의 도착 시간부터 각 노드 i 에서 공정 시작 시간까지의 대기시간의 평균은 다음의 관계를 갖는다.

$$W_{BBS(K)}^i \geq W_{BAS(K)}^i \text{ for } i = 1, \dots, m$$

이러한 관계는 유한 버퍼의 크기가 증가하면 차단현상의 감소로 공정의 시작 시간이 같거나 감소하기 때문에, 모든 n 에 대해 다음의 관계를 만족하므로 이들의 평균에 대해서도 같은 관계를 만족하는 것으로 유추할 수 있다.

$$\begin{aligned} W_n^i(BBS(K)) &= W_n^i(BAS(K-1)) \\ &\geq W_n^i(BAS(K)) \end{aligned}$$

Table 3은 6가지 공정시간의 순서에 대한 시뮬레이션

수행 결과로 각 95% 신뢰구간의 상한과 하한값을 보이고 있다. 동일한 크기의 K 를 갖는 경우 노드 i 에서는 대기시간은 BBS 정책하에서가 BAS 정책하에서보다 더 큼을 확인할 수 있다. Table 3에서 BAS(3)의 경우는 앞서 언급한 바와 같이 BBS(4)의 경우와 같기 때문에 생략하였다.

Table 3에서 R은 마지막 노드인 노드 4에서의 W^4 에 노드 4의 평균 공정시간을 합한 값으로 체류시간(Response Time)을 의미한다. 시뮬레이션 결과에 따르면 체류시간은 공정의 순서에 따라 유의한 차이를 보이지 않음을 알 수 있다. 상수 공정시간을 갖는 라인 생산시스템을 대상으로 CONWIP과 DBR 재고정책을 고려한 연구(Lee and Seo, 2012)에서도 동일한 결과를 보였다. 따라서 버퍼 공유 라인 생산시스템의 경우 공정시간의 분포와 무관하게 체류시간은 공정의 순서와 무관함을 확인할 수 있다.

다음으로, 노드 i 의 공정 시작 시간에서 노드 1의 공정 시작 시간을 뺀, 즉 가상노드에서의 대기시간을 제외한 실질 시스템 대기시간의 경우에는 직관적이지 않다. 노드 i 에서의 공정 시작 시간이 BBS 정책의 경우가 BAS 정책의 경우보다 크거나 같지만 노드 1에서의 공정 시작 시간 역시 크거나 같기 때문에 이 두 값의 차이에 대해 명확한 관계를 유추하기 어렵다.

다음 Table 4에서 W^{i-1} 는 노드 i 에서의 공정 시작 시간에서 가상노드인 처음 노드에서의 공정 시작 시간을

Table 3. 95% Confidence Interval for waiting time at each node and response time at node 4

case	BBS(4)					BAS(4)				
	W^1	W^2	W^3	W^4	R	W^1	W^2	W^3	W^4	R
1	44.7835	45.1140	47.8205	54.7334	57.7334	28.2540	28.6134	31.6413	40.2228	43.2228
	43.1782	43.5081	46.2112	53.1059	56.1059	27.0732	27.4318	30.4542	39.0035	42.0035
2	44.8530	45.1838	51.0749	55.8072	57.8072	28.3223	28.6832	36.2182	41.2968	43.2968
	43.2377	43.5681	49.4403	54.1664	56.1664	27.1432	27.5034	35.0043	40.0752	42.0752
3	44.7336	46.4336	48.7694	54.6812	57.6812	28.2542	30.2710	32.6393	40.2158	43.2158
	43.1205	44.8169	47.1516	53.0458	56.0458	27.0701	29.0813	31.4485	38.9930	41.9930
4	44.7965	46.4966	53.4072	56.7484	57.7484	28.3186	30.3362	38.9153	42.2916	43.2916
	43.1709	44.8677	51.7595	55.0966	56.0966	27.1285	29.1407	37.6868	41.0588	42.0588
5	44.5001	49.3772	52.7180	55.4479	57.4479	28.0950	34.6044	37.9801	41.0554	43.0554
	42.8934	47.7524	51.0893	53.8165	55.8165	26.9181	33.3947	36.7663	39.8375	41.8375
6	44.4397	49.3186	54.0484	56.3888	57.3888	28.0658	34.5771	39.6524	42.0275	43.0275
	42.8284	47.6894	52.4128	54.7521	55.7521	26.8861	33.3647	38.4322	40.8063	41.8063

뿐만 실질 대기시간의 평균값이다. 시뮬레이션 결과를 보면 6가지의 공정순서를 따르는 모든 경우에 다음의 관계를 보인다.

$$W_{BBS(K)}^{i-1} \leq W_{BAS(K)}^{i-1} \text{ for } i = 2, \dots, m$$

상수 공정시간의 경우 마지막 공정에서는 공정 시작 시간이 유한 버퍼의 영향을 받지 않기 때문에 처음 공정에서의 대기시간이 더 긴 BBS 정책이 마지막 공정까지의 실질 대기시간이 더 작아지지만, 공정시간이 일반분포인 경우에는 그렇지 못하다. 하지만, 시뮬레이션 결과를 통해 BAS 정책이 경우가 실질 대기시간의 관점에서 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다. 이것은 차단규칙의 정의에 따라 BBS는 시스템에 진입하기 전에 차단된 후 일단 시스템에 진입하면 더 이상의 차단현상 없이 공정이 진행되는 반면에 BAS 정책의 경우 시스템에 진입한 후 차단 여부를 판단함에 따라 시스템 내에서 머무르는 실질 시간이 더 길어지는 것으로 이해할 수 있다.

Table 4. Mean Actual Waiting Time at each node

case	BBS			BAS		
	W^{2-1}	W^{3-1}	W^{4-1}	W^{2-1}	W^{3-1}	W^{4-1}
1	0.3302	3.0350	9.9388	0.3590	3.3842	11.9496
2	0.3306	6.2123	10.9415	0.3606	7.8785	12.9533
3	1.6982	4.0335	9.9365	2.0140	4.3817	11.9422
4	1.6985	8.5996	11.9388	2.0149	10.5775	13.9517
5	4.8680	8.2069	10.9354	6.4930	9.8666	12.9399
6	4.8699	9.5965	11.9364	6.4949	11.5663	13.9409

3.4 차단확률

노드 1에서의 차단확률 P_B 는 Seo et al.(2015)에서 소개한 바와 같이, 가상노드인 노드 1의 공정시간이 0이기 때문에 노드 1에서의 대기시간이 0 이상인 경우 노드 2로 즉시 진입하지 못한 경우이므로 차단현상이 발생하는 경우를 알 수 있다. 즉, 노드 1에서의 대기시간인 W^1 이 0 이상인 경우를 엑셀 함수인 COUNTIF() 문을 이용하여 그 횟수를 구한 후 전체(현재 예제에서는 500)에 대한 비율로 다음 식에서의 $E_K(M/G/1)$ 모형에서 도착 고객이 K 명 이상을 볼 확률)를 구할 수 있다(Seo et al., 2015; Takagi, 1993). 교통밀도 ρ 는 평균도착율과 최대 평균공정시간의 곱이다.

$$P_B = \frac{(1-\rho)E_K}{1-\rho E_K}$$

Table 5는 두 가지 차단정책하에서 노드 1에서의 차단확률의 평균과 95% 신뢰구간에 대한 결과이다. 차단정책에 따라 차단확률이 큰 차이를 보이며 BBS 정책 하에서의 차단확률이 더 크음을 알 수 있다. 또한, 반복 실험결과에 따르면 동일한 정책하에서 공정순서의 변화에 따른 차단확률의 유의미한 차이를 보이지 않았다.

Table 5. Blocking Probabilities at node 1

	case	1	2	3	4	5	6
BBS	MEAN	0.4571	0.4579	0.4564	0.4564	0.4550	0.4561
	UCI	0.4628	0.4636	0.4622	0.4621	0.4608	0.4618
	LCI	0.4513	0.4521	0.4507	0.4506	0.4493	0.4503
BAS	MEAN	0.2944	0.2956	0.2928	0.2949	0.2923	0.2921
	UCI	0.2993	0.3006	0.2978	0.2999	0.2973	0.2971
	LCI	0.2894	0.2906	0.2879	0.2899	0.2873	0.2872

3.5 최적 버퍼 크기 비교

앞선 분석 결과에 따라 공유 버퍼의 크기가 커지면 시스템 내에 존재하는 재공품 재고(WIP)와 대기시간(체류시간)이 증가하는 반면, 처음 노드에서의 차단확률은 감소하게 된다. 따라서 차단확률만을 최소화하거나 실질 체류시간만을 최소화하는 최적화 문제는 의미가 없기 때문에, 차단확률과 공유 버퍼의 크기를 함께 고려하는 최적화 문제를 고려할 수 있다. 즉, 차단정책에 따라 차단확률이 허용 상한 값인 τ 보다 작으면서 실제 대기시간 또는 체류시간의 평균을 최소화하는 공유 버퍼의 크기를 결정하는 최적화 문제로 다음과 같이 모형화 할 수 있다. 각 공정에서의 공정 중인 작업을 포함시키기 위해 공유 버퍼의 크기는 공정의 수인 m 이상인 경우로 제한하였다.

<최적화 문제>

$$\begin{aligned} \min_K E[W_{BBS(K)}^{m-1}] \text{ 또는 } \min_K E[W_{BAS(K)}^{m-1}] \\ \text{s.t. } P_B(K) \leq \tau \quad \text{s.t. } P_B(K) \leq \tau \\ K \geq m \quad \quad \quad K \geq m \end{aligned}$$

@RISK의 RISKOptimizer 기능은 시뮬레이션 기반 최적화 모듈로 광범위하게 사용되고 있는 OptQuest를 적용하고 있는 것으로 소개되어 있다. 각 정책하에서의 평균 실질 대기시간 값을 목표 셀로, 버퍼 크기 값을 조정

셀로, 그리고 평균 차단확률 값에 제약조건을 설정한 후 목표 셀의 값을 최소화하는 최대화 문제에 대한 실험을 실행하였다. 최적화 문제에 대한 시뮬레이션을 수행하기 위해 공정 시작 시간의 계산 표현식에 INDEX() 함수를 포함시켜 버퍼의 크기 변화에 따른 공정 시작 시간의 변동을 반영하도록 수정하였다.

BBS 정책과 BAS 정책하에서의 최적 버퍼 크기 결정 최적화 모형에 대한 시뮬레이션 결과는 다음 Table 6과 7에 소개되어 있다. 예제에서 τ 를 0.1로 설정하였으며 K 를 3에서 20까지 총 18가지의 값에 가지도록 설정하였으며, 주어진 제약을 만족하는 K 의 값들 중에서 실질 대기 시간의 평균을 최소로 하는 K 을 찾는 시뮬레이션을 실행하였다. Table 6에서 Result 값이 N/A인 경우는 제약조건을 만족하지 못하는 경우이며, 실험결과는 예상한 바와 같이 BBS 정책의 경우 12번째 trial에서 최적 버퍼 8을, BAS 정책의 경우 14번째 trial에서 최적 버퍼 9를 구했으며, BAS 정책의 경우에 더 작음을 알 수 있다.

Table 6. RISKOptimizer Results for BAS

Trial	Result	Goal Cell Statistics				Adjustable Cells	Hard Constraints
		Mean	Std. Dev.	Min.	Max.	D10	RiskMean (X517) ≤ 0.1
1	N/A	11.9486	0.9604	8.2727	15.0116	4	0.2947
2	22.2830	22.2830	5.2084	9.7087	40.2015	12	0.0456
3	N/A	9.9380	0.5787	7.4556	11.8904	3	0.4554
4	26.3344	26.3344	9.1760	9.7087	65.8158	20	0.0140
5	N/A	16.8709	2.3808	9.5928	24.3592	7	0.1161
6	24.8089	24.8089	7.3698	9.7087	53.1550	16	0.0250
7	25.6690	25.6690	8.3221	9.7087	59.5433	18	0.0187
8	20.4780	20.4780	4.0572	9.7087	33.6890	10	0.0637
9	N/A	13.7560	1.3945	9.0166	18.1609	5	0.2031
10	23.7015	23.7015	6.3247	9.7087	46.6899	14	0.0335
11	24.2905	24.2905	6.8585	9.7087	49.9285	15	0.0289
12	18.2043	18.2043	2.9215	9.6835	27.4733	8	0.0931
13	23.0356	23.0356	5.7737	9.7087	43.4504	13	0.0390
14	19.4027	19.4027	3.4837	9.7087	30.5908	9	0.0764
15	25.2666	25.2666	7.8585	9.7087	56.3563	17	0.0216
16	N/A	15.3919	1.8708	9.4545	21.2411	6	0.1496
17	21.4337	21.4337	4.6346	9.7087	36.9504	11	0.0537
18	26.0236	26.0236	8.7622	9.7087	62.6948	19	0.0162

Table 7. RISKOptimizer Results for BBS

Trial	Result	Goal Cell Statistics				Adjustable Cells	Hard Constraints
		Mean	Std. Dev.	Min.	Max.	C10	RiskMean (M517) ≤ 0.1
1	N/A	9.9488	0.5704	7.4747	11.6503	4	0.4589
2	21.4118	21.4118	4.6774	8.8228	36.8721	12	0.0544
3	N/A	7.7006	0.2947	6.3924	8.7338	3	0.6984
4	26.0041	26.0041	8.8969	8.8228	61.8676	20	0.0165
5	N/A	15.3965	1.8686	8.7446	21.0682	7	0.1507
6	24.2673	24.2673	6.9420	8.8228	49.6325	16	0.0293
7	19.3903	19.3903	3.5115	8.8227	30.5631	10	0.0772
8	N/A	11.9617	0.9476	8.0334	14.8042	5	0.2942
9	23.0134	23.0134	5.8355	8.8228	43.2210	14	0.0396
10	25.2443	25.2443	7.9664	8.8228	55.8866	18	0.0219
11	23.6792	23.6792	6.3975	8.8228	46.4399	15	0.0340
12	24.7865	24.7865	7.4654	8.8228	52.7942	17	0.0253
13	22.2604	22.2604	5.2598	8.8228	39.9820	13	0.0463
14	18.1966	18.1966	2.9399	8.8185	27.4606	9	0.0939
15	N/A	16.8689	2.3886	8.8060	24.2410	8	0.1171
16	20.4590	20.4590	4.0934	8.8228	33.7300	11	0.0644
17	N/A	13.7670	1.3847	8.5267	17.9934	6	0.2032
18	25.6483	25.6483	8.4438	8.8228	58.9027	19	0.0190

4. 결론

일반적인 대기행렬 이론으로 분석이 제한적이었던 버퍼 공유 라인 생산시스템에서 공정 시작 시간에 대한 표현식을 max-plus 대수를 활용하여 구하고 시스템 성능치를 통신차단(BBS) 정책과 제조차단(BAS) 정책하에서 비교 분석하였다. 공정 시작 시간은 두 정책 간에 버퍼 크기 1만큼 차이가 나고, 표현식을 통한 수리적 분석이 어려운 부분에 대한 시뮬레이션 분석 결과에 따르면 상수 공정시간의 경우와는 다르게 유한 버퍼의 크기가 모든 노드에서의 공정 시작 시간에 영향을 미침을 확인하였고, 가상노드에서의 대기시간을 제외한 실질 대기시간은 BAS 정책하에서 BBS 정책 하에서보다 더 큰 값을 가짐을 보였다. 그 외 안정대기시간과 체류시간의 분석에서는 BBS 정책하에서 BAS 정책 하에서보다 더 큰 값을 보였고, 두 정책 모두에서 공정시간의 순서는 체류시간에 영향을 미치지 않음을 확인할 수 있었다. 추후 보다 세밀한 분석이 필요한 부분으로 본 논문에서 소개하지는 못하

였지만, 다양한 시뮬레이션 실험을 통해 공정시간이 겹침이 없는(nonoverlapping) 경우에 상수 공정시간과 동일한 결과를 얻을 수 있었다.

버퍼 부분 공유 시스템에 대한 분석과 max-plus 대수를 활용하여 보다 다양한 차단정책과 재공품 재고 관리(WIP-control) 정책과 같은 운영정책을 반영한 시스템에 대한 대기시간 분석과 함께 분리/결합 구조와 같은 보다 복잡하고 확장된 생산시스템에 대한 분석도 향후 연구의 흥미로운 주제가 될 것이다.

References

- @RISK (2019) <http://www.palisade.com/risk> (Accessed January 21, 2019).
- Ayhan, H. and D.-W. Seo (2001) "Laplace transform and moments of waiting times in Poisson driven (Max,+) linear systems", *Queueing Systems*, Vol. 37, No. 4, pp. 405-438.
- Ayhan, H. and D.-W. Seo (2002) "Tail probability of transient and stationary waiting times in (Max,+) linear systems", *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 47, No. 1, pp. 151-157.
- Baccelli, F., G. Cohen, G. J. Olsder and J-P. Quadrat (1992) *Synchronization and Linearity: An Algebra for Discrete Event Systems*, John Wiley and Sons.
- Baccelli, F., S. Hasenfuss and V. Schmidt (1998) "Expansions for steady state characteristics in (Max,+) linear systems", *Stochastic Models*, Vol. 14, pp. 1-24.
- Chao, X, M. Miyazawa and M. Pinedo (1999) *Queueing Networks: Customers, Signals and Product Form Solutions*, John Wiley & Sons, Inc, New York.
- Heidergott, B. (2006) *Max-plus linear stochastic systems and perturbation analysis*, Springer.
- Hillier, F. S. (1995) "On the optimal design of tandem queueing systems with finite buffers", *Queueing Systems*, Vol. 21, pp. 245-266.
- Lee, H. and D.-W. Seo (2012) "Comparison of DBR with CONWIP in a Production Line with Constant Processing Times", *Journal of the Korea Society for Simulation*, Vol. 21, No. 4, pp. 11-24.
- (이호창, 서동원 (2015) "상수 공정 시간을 갖는 라인 생산 시스템에서 DBR과 CONWIP의 성능 비교 분석", *한국시뮬레이션학회 논문지*, 제21권, 제4호, 11-24).
- Lee, H. and D.-W. Seo (2015) "Explicit expressions for moments of waiting times in Poisson driven deterministic two-node tandem queues with blocking", *Operations Research Letters*, Vol. 43, pp. 203-208.
- Narasimhamu, K. L., V. Venugopal Reddy and C. S. P. Rao (2014) "Optimal Buffer Allocation in Tandem Closed Queuing Network with Single Server using PSO", *Procedia Materials Science*, Vol. 5, pp. 2084-2089.
- Neuts, M. (1998) *Advance in Matrix Analytic Methods for Stochastic Models*, ch. Some Promising Directions in Algorithmic Probability, Notable Publications Inc.
- Seo, D.-W., and H. Lee (2011) "Stationary waiting times in m-node tandem queues with production blocking", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 56, No. 4, pp. 958-961.
- Seo, D.-W., J. Lee and B.-Y. Chang (2015) "An Approximation Method for Blocking Probabilities in M/D/1/K1 → · /D/1/K2 Queues", *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, Vol. 32, No. 3, 1550017(12 pages).
- Takagi, H. (1993) *Queueing Analysis*, in: *Finite Systems*, vol. II, North-Holland.
- Tweedie, R. (1982) "Operator-geometric stationary distributions for markov chains, with applications to queueing models", *Advanced Applied Probability*, Vol. 12, pp. 368-391.
- Yang, D. and D.-W. Seo (2017) "Closed-form formulae for moment, tail probability, and blocking probability of waiting time in a buffer-sharing deterministic system", *Operations Research Letters*, Vol. 45, pp. 403-408.
- Zhou, W. and Z. Lian Z. (2011) "A tandem network with a sharing buffer", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, pp. 4507-4515.



서 동 원 (dwseo@khu.ac.kr)

1991 성균관대학교 산업공학과 학사
1996 성균관대학교 대학원 산업공학과 석사
2002 Georgia Institute of Technology, 산업시스템공학 박사
2003~ 현재 경희대학교 경영대학 경영학과 교수

관심분야 : 확률과정론, Series Expansion, (Max,+)-algebra, 시뮬레이션 응용