

냉간 압연에서 압하력 분포 예측 - Part I : 수식 모델 개발

남승연¹ · 황상무[#]

Prediction of Roll Force Profile in Cold Rolling - Part I : Development of a Mathematical Model

S. Y. Nam, S. M. Hwang

(Received March 4, 2019 / Revised May 24, 2019 / Accepted May 30, 2019)

Abstract

The capability of accurately predicting the roll force profile across a strip in the bite zone in cold rolling process is vital for the calculation of strip profile. This paper presents a derivation of a precision mathematical model for predicting variations in the roll force across a strip in cold rolling. While the derivation is based on an approximate 3-D theory of rolling, this mathematical model also considers plastic deformation in the pre-deformation region which is located close to the roll entrance before the strip enters the bite zone. Finally, the mathematical model is expressed as a boundary value problem, and it predicts the roll force profile and tension profile in addition to lateral plastic strain profile.

Key Words : Finite Element Method, 3-D Theory of Rolling, Cold Rolling, Roll Force Profile, Tension Profile

1. 서론

냉간압연에서 바이트존(bite zone)에서의 압하력 분포를 예측하는 것은 정밀한 관 프로파일을 예측과 압연 후 발생하는 잔류응력을 예측하는데 중요한 요소이다. 그러나 관 프로파일과 잔류응력 분포를 예측하는 것은 유한요소해석과 같은 복잡한 분석이 필요하다. [1,2] 압하력 분포를 예측하기 위한 방법으로 형상 섭동 계수(shape disturbing coefficient)를 이용한 접근법 [3], 유전 계수(heredity coefficient)를 이용한 접근법 [4], 근사 모델 접근법 [5~8] 등이 있다. 특히 마지막 접근법은 3차원 소성학이론과 힘의 평형 조건을 이용해 압하력과 응력 분포를 예측하는 방법이다. 이 방법의 장점은 수학적 표현을 통해 압연의 3차원적인 특징을 이해하기 쉽도록 도와준다. 본 논문은 3차원 소성학이론과 소성변형전 영역(pre-deformation zone)을 고려하여 정밀한 압하력 분

포를 예측할 수 있는 새로운 수식 모델을 제시하였다.

2. 소성변형전 영역(pre-deformation zone)에서의 폭방향 소성변형률

소성변형전 영역(pre-deformation zone)의 길이를 l_{pre} 입구 측 속도를 V 라 하였다. Fig. 1에서 알 수 있듯이 소성변형은 바이트존(bite zone)뿐만 아니라 소성변형전, 후 영역(pre, post-deformation zone)에서 일어나는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 Fig. 2에서 보여주듯이 l_0 를 소성변형 전 영역(pre-deformation zone)에서 실제로 아주 작은 소성변형이 일어나는 구간의 길이라고 하고 바이트존(bite zone)의 길이는 l 라 하였다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 $\dot{\epsilon}_{xz}$ 가 l_0 에서 압연방향으로 선형이라고 가정하여 다음과 같은 식으로 표현되었다.

$$\dot{\epsilon}_{xz}(x, z') = \frac{\dot{\epsilon}_{xz}^0(x)}{l_0} \cdot z' \text{ for } 0 < z' < l_0 \quad (1)$$

1. 포항공과대학교 기계공학과

Corresponding Author: Department of Mechanical Engineering, POSTECH, E-mail: smhwang@postech.ac.kr, ORCID ID: 0000-0001-9347-4472

$\dot{\epsilon}_{xz}^0(x)$ 는 $\dot{\epsilon}_{xz}$ 의 롤 입구 측에서 분포를 의미한다. $\partial V_z/\partial x$ 를 무시함으로써 식 (1)은 다음과 같이 표현되었다.

$$\omega_0(x) = \frac{l_0^2}{3V} \frac{\partial \dot{\epsilon}_{xz}^0}{\partial x} \quad (2)$$

$\omega_0(x)$ 는 롤 입구 측에서의 폭방향 변형률을 의미한다.

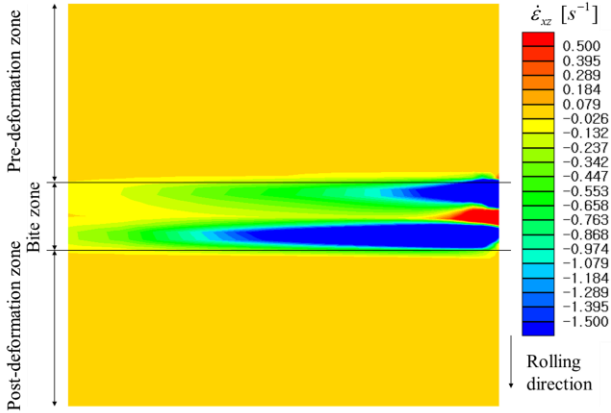


Fig. 1 Distribution of $\dot{\epsilon}_{xz}$ component of the plastic strain rate tensor, predicted from FE simulation of cold rolling. Note that plastic deformation occurs not only in the bite zone but also in the pre and post deformation zones.

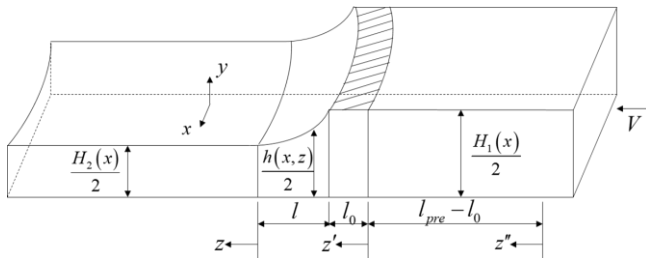


Fig. 2 A definition sketch of the bite zone of length l , the pre deformation zone of length l_{pre} , and the plastic deformation zone of length l_0 residing within the pre deformation zone.

한편, Fig. 4에서 보여주듯이 소성변형전 영역(pre-deformation zone)에서 힘의 평형을 통해 다음과 같은 식을 얻을 수 있었다.

$$\frac{\partial f_z}{\partial x} dx + (\sigma_b(x) - \bar{\sigma}_b(x)) dx \cdot H_1 = 0 \quad \text{for } 0 < z'' < l_{pre} \quad (3)$$

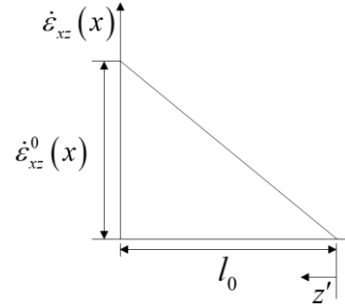


Fig. 3 Assumption of linear variation of the plastic strain rate in the pre deformation zone.

$\bar{\sigma}_b(x)$ 는 외부에서 가해지는 잔류응력 때문에 발생하는 롤 입구 측 쪽 정상상태 영역에서의 압연방향 응력 분포를 의미하며, $\sigma_b(x)$ 는 롤 입구 측에서의 후방장력을 의미한다. 유한요소해석을 통해 $\sigma_b(x)$ 은 잔류응력에 영향을 받지 않기 때문에 $\bar{\sigma}_b(x)$ 대신 평균 후방장력을 의미하는 $\bar{\sigma}_b$ 로 대체될 수 있다. [2]

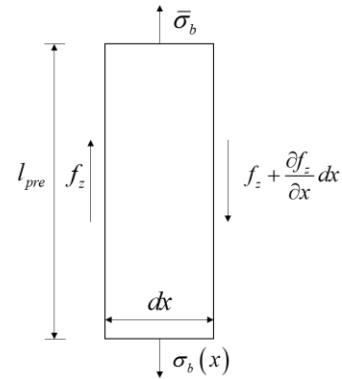


Fig. 4 A free body diagram of a narrow piece of the strip in the pre-deformation zone. The diagram shows only the longitudinal components of the force vectors.

τ_{xz} 가 압연방향으로 선형이라고 가정했을 때, 다음과 같은 식을 얻었다.

$$\tau_{xz}(x, z'') = \frac{z''}{l_{pre}} \tau_{xz}^0(x) \quad \text{for } 0 < z'' < l_{pre} \quad (4)$$

$\tau_{xz}^0(x)$ 는 입구 측에서의 $\tau_{xz}(x)$ 를 의미한다.

$\partial H_1/\partial x$ 이 $\partial \tau_{xz}^0/\partial x$ 에 비해 작다고 생각하고, 식 (3), 식 (4), 레비-미체스 식(Levy-Mises equation)을 통해 다음을 얻을 수 있었다.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{l_{pre}}{l_0^2} \frac{V}{\dot{\epsilon}_0(x)} \omega_0(x) = -\sigma'_b(x) + \bar{\sigma}'_b \quad (5)$$

$\dot{\epsilon}_0$ 는 롤 입구 측에서의 유효변형률속도를 의미하며, (·)은 무차원 표현으로써 각 변수를 $k(=2\bar{\sigma}/\sqrt{3})$ 로 나눈 것과 같다. $\bar{\sigma}$ 는 재료의 항복강도를 의미한다.

바이트존(bite zone)에서의 두께의 분포가 다음과 같다고 가정하였다.

$$h(x, z) = H_1(x)(1-r(x)) + H_1(x)r(x)\left(\frac{z}{l}\right)^2 \quad (6)$$

$r(x)$ 은 압하율을 의미한다.

$$\dot{\epsilon}_y(x, z) = \frac{dh}{dz} \frac{V_z(x, z)}{h(x, z)} \approx \frac{2r(x)H_1^2(x)Vz}{h^2(x, z) \cdot l^2} \quad (7)$$

$V_z(x, z)$ 가 압연방향 속도벡터라고 했을 때 바이트존(bite zone) 안에서 위와 같은 식이 유도되고, 롤 입구 측에서의 값과 식 (5)를 통해 다음을 얻었다.

$$\omega_0(x) = \frac{8}{3} \frac{l_0^2}{l_{pre}l} r(x)(-\sigma'_b(x) + \bar{\sigma}'_b) \quad (8)$$

3. 바이트존(bite zone)에서의 폭방향 소성 변형률

바이트존(bite zone)에서 전단응력이 수직응력에 비해 작아 무시가능하고 평면 변형 조건에 의해 다음과 같이 가정할 수 있었다.

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{1}{2}k, \quad \sigma_z - \sigma_y = k \quad (9)$$

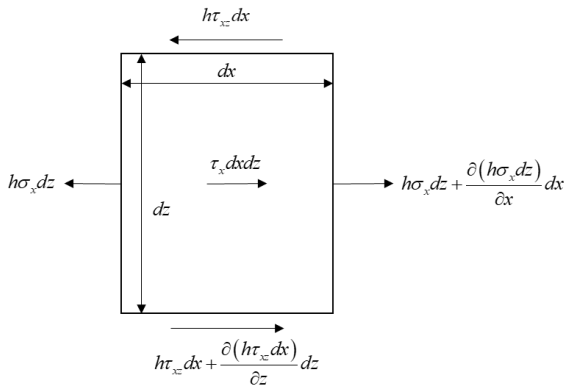


Fig. 5 A free body diagram of a small element of the strip in the bite zone. The diagram shows only the lateral components of the force vectors.

Fig. 5에서 알 수 있듯이 폭방향 힘의 평형 조건을 통해 다음과 같은 식을 얻을 수 있었다.

$$\int_{-l}^0 \frac{\partial}{\partial x} (h\sigma_x) dz + [h\tau_{xz}]_{-l}^0 + 2 \int_{-l}^0 \tau_x dz - \int_{-l}^0 \sigma_y \frac{\partial h}{\partial x} dz = 0 \quad (10)$$

τ_x 는 폭방향 마찰 응력 벡터를 의미한다.

식 (9)을 식 (10)에 넣어 정리하여 다음과 같은 식을 얻었다.

$$\bar{h}(x) \frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + [h\tau_{xz}]_{-l}^0 + 2 \int_{-l}^0 \tau_x dz + \frac{1}{2}kl \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$\bar{h}(x)$ 와 $\bar{\sigma}_x(x)$ 는 각각 바이트존(bite zone)안에서 $h(x, z)$ 와 $\sigma_x(x, z)$ 의 평균값을 의미한다.

$\tau_{xz}(x, z)$ 를 바이트존(bite zone)에서 압연방향으로 선형이라고 가정하였다.

$$\tau_{xz}(x, z) = a(x)z + a(x)G_1l \quad \text{for } -l \leq z \leq 0 \quad (12)$$

$G_1 = 0.66$ 이라 가정하고, 식 (12)와 레비-미세스 식(Levy-Mises equation)을 통해 다음을 얻을 수 있었다.

$$\dot{\epsilon}_{xz} = \frac{\dot{\epsilon}_y}{\sigma_y - \sigma} (a(x)z + a(x)G_1l) \quad (13)$$

σ 는 등방 응력을 의미하며, $\dot{\epsilon}_y$ 은 식 (7)로 알 수 있었다.

$V_x(x, z)$ 가 폭방향 속도벡터라고 했을 때 $\dot{\epsilon}_{xz} \approx 0.5 \cdot \partial V_x / \partial x$ 로 근사 시키고, 식 (7), 식 (9), 식 (13)을 통해 다음을 얻었다.

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = - \frac{8r(x)H_1^2(x)V}{l^2k} \cdot \frac{a(x)z^2 + a(x)G_1lz}{h^2(x, z)} \quad (14)$$

롤 입구 측($z = -l$)에서 $V_x = 0$ 이라는 경계조건으로 식 (14)는 다음과 같이 표현되었다.

$$V_x(x, z) = - \frac{4Vl^2}{kr(x)} \cdot a(x) \cdot (A - G_1lB) \quad (15)$$

그리고,

$$A = \frac{1}{\sqrt{C}} \tan^{-1} \left(\frac{z}{\sqrt{C}} \right) - \frac{z}{z^2 + C} + \frac{1}{\sqrt{C}} \tan^{-1} \left(\frac{l}{\sqrt{C}} \right) - \frac{l}{l^2 + C} \quad (16)$$

$$B = \frac{1}{z^2 + C} - \frac{1}{l^2 + C} \quad (17)$$

$$C = \frac{1-r(x)}{r(x)} l^2 \quad (18)$$

따라서, 롤 출구 측에서 폭방향 변위는 식 (15)와 함께 대략적으로 다음과 같이 계산되었다.

$$u(x) \approx \int_{-l}^0 V_x(x, z) \frac{h(x, z)}{VH_1(x)} dz = \frac{4l^2}{3k} a(x)G_2(r(x)) \quad (19)$$

그리고,

$$G_2(r(x)) = 2\sqrt{\frac{1-r(x)}{r(x)}} \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{r(x)}{1-r(x)}}\right) - \frac{1-r(x)}{r(x)} \ln\left(\frac{1}{1-r(x)}\right) - 1 \quad (20)$$

μ 와 V_R 을 각각 마찰계수와 롤 속도라 했을 때, 식 (11)에서 3번째 항은 다음과 같이 정리할 수 있었다.

$$\int_{-l}^0 \tau_x dz = \int_{-l}^0 \frac{-V_x(x, z)}{\sqrt{(V_z(z) - V_R)^2 + V_x^2(x, z)}} \mu p(x, z) dz \approx \mu q(x) l \bar{\sigma}_y(x) \quad (21)$$

그리고,

$$q(x) = \frac{1}{l} \int_{-l}^0 \frac{V_x(x, z)}{\sqrt{(V_z(z) - V_R)^2 + V_x^2(x, z)}} dz \quad (22)$$

b 를 판 폭이라 할 때, 다양한 공정 조건에서 $q(x)$ 는 다음과 같이 근사될 수 있었다.

$$q(x) = n \frac{\tan^{-1}\left(\frac{\frac{x}{b/2} - 1}{m}\right) - \tan^{-1}\left(-\frac{1}{m}\right)}{\tan^{-1}\left(\frac{1}{m}\right)} \quad (23)$$

다양한 공정조건에서의 유한요소해석을 통해 $n=0.1, m=0.4$ 을 얻을 수 있었고, 식 (9), 식 (11), 식 (12), 식 (19), 식 (21)을 통해 다음 식을 얻을 수 있었다.

$$\bar{h}(x) \frac{\partial \bar{\sigma}'_z}{\partial x} + H_1(x)(1-G_1r(x)) \frac{3}{4l^2 G_2(r(x))} u(x) + 2\mu q(x)(\bar{\sigma}'_z(x)-1) + \frac{1}{2} kl \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = 0 \quad (24)$$

최종적으로 폭방향 변형률은 다음과 같이 계산할 수 있었다.

$$\omega(x) = -\frac{1}{f(x)} \times \left\{ \bar{h}(x) \frac{\partial^2 \bar{\sigma}'_z}{\partial x^2} + 2\mu q(x) \frac{\partial \bar{\sigma}'_z}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial q(x)}{\partial x} (\bar{\sigma}'_z(x)-1) \right\} \quad (25)$$

그리고,

$$f(x) = H_1(x)(1-G_1r(x)) \frac{3}{4l^2 G_2(r(x))} \quad (26)$$

4. 롤 출구 측에서의 폭방향 소성변형률

Fig. 6에서 알 수 있듯이 탄성 변형을 무시했을 때, 두 인접한 유선과 연관된 체적 유량은 다음과 같이 계산할 수 있었다.

$$dQ = VH_1(x)dX = V_2H_2(x)dx \quad (27)$$

V_2 은 롤 출구 측에서의 판 속도를 의미한다.

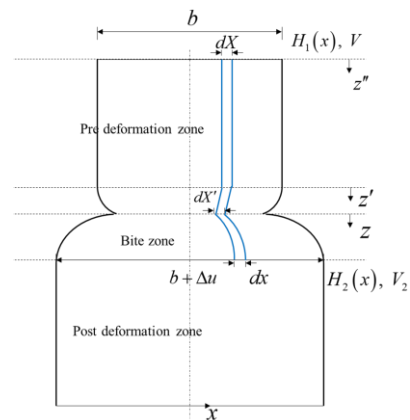


Fig. 6 A diagram showing the width spread occurring in the pre-deformation zone and in the bite zone.

따라서 롤 출구 측에서 폭방향 변형률은 다음과 같다.

$$W(x) = \ln \frac{dx}{dX} \approx \frac{V_1 H_1(x)}{V_2 H_2(x)} - 1 \quad (28)$$

판의 반쪽에서 총 체적 유량은 다음과 같이 계산할 수 있었다.

$$Q = V\bar{H}_1 \cdot \frac{b}{2} = V_2 \bar{H}_2 \left(\frac{b}{2} + \frac{\Delta u}{2} \right) \quad (29)$$

\bar{H}_1 , \bar{H}_2 , Δu 은 각각 롤 입구 측 쪽 정상상태와 롤 출구 측에서의 판의 평균 두께, 폭퍼짐량을 의미하며, 식 (28)과 식 (29)를 이용하면 다음 식을 구할 수 있었다.

$$W(x) = \frac{H_1(x)}{H_2(x)} (1 - \bar{r}) \left(1 + \frac{\Delta u}{b} \right) - 1 \quad (30)$$

\bar{r} 은 평균 압하율을 의미한다.

이렇게 구해진 폭방향 소성변형률은 소성변형전 영역(pre-deformation zone)에서 구해진 변형률과 바이트존(bite zone)에서 구해진 변형률의 합으로 표현될 수 있다. 근사적으로 폭방향 소성변형률이 전변형률과 같다고 가정하면 다음 식이 성립한다.

$$W(x) = \omega_0(x) + \omega(x) \quad (31)$$

5. 압연방향 평균 응력과 후방장력의 관계

Bland and Ford에 의하면 압하력은 다음과 같이 얻어진다. [9]

$$F(x) = l(x)kQ_p(x) - R(x) \{ \sigma_f(x)\phi_n(x) + \sigma_b(x)(\phi_1(x) - \phi_n(x)) \} \quad (32)$$

그리고,

$$Q_p(x) = 1.08 + 1.79r(x) \frac{\mu}{\phi_1(x)} \sqrt{r(x)} - 0.85r(x) \quad (33)$$

$\sigma_f(x)$ 와 $\sigma_b(x)$ 은 전방장력과 후방장력을 의미하고, $\phi_1(x)$ 와 $\phi_n(x)$ 은 바이트 각도(bite angle)와 중립점 각도(neutral angle)을 의미하며, $R(x)$ 은 롤의 반경을 의미한다.

Bland and Ford에 따라 중립점 각도(neutral angle)을 다음을 통해 계산할 수 있었다.

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{H_2(x)}{R(x)}} \tan \left(\frac{\sqrt{H_2(x)/R(x)}}{2} \theta_n(x) \right) \quad (34)$$

그리고,

$$\theta_n(x) = \frac{1}{\sqrt{H_2(x)/R(x)}} \tan^{-1} \left(\frac{\phi_1(x)}{\sqrt{H_2(x)/R(x)}} \right) - \frac{1}{2\mu} \ln \left\{ \frac{H_1(x)}{H_2(x)} \left(\frac{k - \sigma_f(x)}{k - \sigma_b(x)} \right) \right\} \quad (35)$$

선진율은 다음의 식을 통해 계산할 수 있었다.

$$f_s = \frac{R(x)}{H_2(x)} \phi_n^2(x) \quad (36)$$

선진율이 폭방향에 따라 일정하고, 모든 변수들을 폭방향의 평균값으로 계산했을 때, 식 (32)로부터 다음 식과 같이 k 를 구할 수 있었다.

$$k = \frac{F_{total}/b + \bar{R} \{ \bar{\sigma}_f \bar{\phi}_n + \bar{\sigma}_b (\bar{\phi}_1 - \bar{\phi}_n) \}}{\bar{l} \bar{Q}_p} \quad (37)$$

또한, 식 (35)와 식 (37)을 통해 전방장력과 후방장력의 관계식을 구할 수 있었다.

$$\sigma'_f(x) = (1 - A_n) + A_n \sigma'_b(x) \quad (38)$$

그리고,

$$A_n = \frac{k - \bar{\sigma}_f}{k - \bar{\sigma}_b} \quad (39)$$

식 (9)를 통해 압하력 분포는 다음과 같이 계산할 수 있었다.

$$F(x) = -\bar{\sigma}_y(x)l(x) = (k - \bar{\sigma}_z(x))l(x) \quad (40)$$

식 (32), 식 (38), 식 (40)을 통해 다음 식을 계산할 수 있었다.

$$\sigma'_b(x) \approx -D_1^* \bar{\sigma}'_z(x) + D_2^* \quad (41)$$

그리고,

$$D_1^* = -\frac{\bar{l}}{R \{ \bar{\phi}_1 + (A_n - 1)\bar{\phi}_n \}} \quad (42)$$

$$D_2^* = \frac{\bar{l}(\bar{Q}_p - 1) - (1 - A_n)\bar{\phi}_n \bar{R}}{\bar{R}\{\bar{\phi}_1 + (A_n - 1)\bar{\phi}_n\}} \quad (43)$$

6. 수식 모델

판의 압하력 분포와 장력 분포를 예측하는 최종적인 수식 모델은 다음과 같이 이차 편미분방정식 형태로 표현되었다.

지배 방정식:

식 (8), 식 (25), 식 (30), 식 (41)을 식 (31)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 편미분방정식을 얻었다.

$$\frac{\partial^2 \bar{\sigma}'_z}{\partial x^2} + g_1(x) \frac{\partial \bar{\sigma}'_z}{\partial x} + g_2(x) \bar{\sigma}'_z = g_3(x) \quad (44)$$

그리고,

$$g_1(x) = \frac{2\mu q(x)}{\bar{h}(x)} \quad (45)$$

$$g_2(x) = \frac{2\mu}{\bar{h}(x)} \frac{\partial q(x)}{\partial x} - \frac{f(x)}{\bar{h}(x)} \frac{8}{3} \frac{l_0^2}{l_{pre} l} r(x) D_1^* \quad (46)$$

$$g_3(x) = \frac{2\mu}{\bar{h}(x)} \frac{\partial q(x)}{\partial x} + \frac{f(x)}{\bar{h}(x)} \frac{8}{3} \frac{l_0^2}{l_{pre} l} r(x) \{-D_2^* + \bar{\sigma}'_b\} - \frac{f(x)}{\bar{h}(x)} \left\{ \frac{H_1(x)}{H_2(x)} (1 - \bar{r}) \left(1 + \frac{\Delta u}{b} \right) - 1 \right\} \quad (47)$$

경계 조건:

기하학적인 대칭성과 식 (9)로부터 판의 가장자리에서 $\sigma_x = 0$ 인 것을 이용하여 다음과 같은 경계조건을 얻었다.

$$\frac{d\bar{\sigma}'_z}{dx} = 0 \text{ at } x=0, \quad \bar{\sigma}'_z = \frac{1}{2} \text{ at } x = \frac{b}{2} \quad (48)$$

구속 조건:

식 (41)로부터 다음의 식이 만족되어야 한다.

$$\frac{b}{2} \cdot \bar{\sigma}'_b \approx -D_1^* \int_0^{b/2} \bar{\sigma}'_z dx + D_2^* \cdot \frac{b}{2} \quad (49)$$

$l_0^2 / (l_{pre} l)$ 와 l_{pre} 를 알고 있다고 가정하여 다음의 과정을 통해 해를 구할 수 있었다.

- 1) k 의 값을 식 (37), 혹은 유동응력 모델로 계산
- 2) $\Delta u/b = 0.0$ 이라 가정
- 3) 수치해석과 같은 방법으로 식 (44) 부터 식 (48)으로 정의된 편미분방정식의 해를 계산
- 4) 식 (49)가 만족하는지 확인한다. 만족하지 않는다면 3) 단계로 돌아가 만족하는 $\Delta u/b$ 을 찾고, 만족한다면 다음단계로 진행
- 5) 식 (40)을 통해 압하력 분포를 계산
- 6) 식 (41)과 식 (38)을 통해 후방장력과 전방장력을 계산

7. 결론

본 논문에서는 냉간 압연에서의 판의 폭방향 압하력 분포 및 전, 후방장력 분포를 예측하는 수식 모델에 대한 유도과정을 3차원 소성학이론을 바탕으로 제시하였다. 특히, 더 정밀한 예측 모델을 개발하기 위하여 유한요소해석을 통해 관찰된 결과를 반영하여 소성변형전 영역(pre-deformation zone)을 고려한 수식모델을 제시하였다. 롤 출구 측에서의 폭방향 소성변형률이 소성변형전 영역(pre-deformation zone)에서의 폭방향 소성변형률과 바이트존(Bite zone)에서의 폭방향 소성변형률의 합으로 표현된다는 식을 통해 모델이 유도되었다. 최종적으로 제안된 수식모델은 이차 편미분방정식 형태로 표현되었으며, 해를 계산하여 압하력 및 전, 후방장력을 예측할 수 있도록 개발되었다. 현재 수식모델은 압하력과 전, 후방장력을 예측하는데 초점이 맞춰져 있지만, 편미분방정식의 해를 통해 바이트존(Bite zone) 및 롤 출구 쪽에서의 폭방향 소성변형률 또한 예측해 볼 수 있다. 마지막으로, 현재모델이 가지는 예측한계를 극복하기 위해서 소성변형후 영역(Post-deformation zone)의 특성을 고려한다면, 압하력 및 전, 후방장력의 예측 정확도가 더 높은 수식모델을 개발할 수 있을 것이다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2012R1A5A1048294)

REFERENCES

- [1] J. S. Lee, T. J. Shin, S. J. Yoon, S. M. Hwang, 2016, Prediction of Steady-State Strip Profile in Flat Rolling, *Steel Research Int.*, Vol. 87, No. 7, pp. 930~940.
- [2] H. J. Park, S. M. Hwang, 2017, 3-D Coupled Analysis of Deformation of the Strip and Rolls in Flat Rolling by FEM, *Steel Research Int.*, Vol. 88, No. 12, 1700277.
- [3] K. Ohe, Y. Morimoto, S. Kajiura, T. Ujino, S. Simada, K. Anraku, A. Mizuta, N. Kim, 1994, Development of Shape Control in Plate Rolling, 6th Int. Rolling Conf., Dusseldorf, pp. 78~85.
- [4] Y. Hori, Y. Mizutani, T. Ogawa, K. Nishioka, 1994, Plate Shape and Crown Control Technology on Pair Cross Mill, 6th Int. Rolling Conf., Dusseldorf, pp. 93~100.
- [5] Y. Tozawa, T. Ishikawa, N. Iwata, 1982, NUMIFORM 82: Predicting the Profile of Rolled Strip, pp.787-796.
- [6] T. Ishiwaka, N. Yukawa, Y. Tozawa, 1987, Proc.4th Inter. Steel Rolling Conf. Vol. 2: Analytical Approach to Occurrence and Suppression of Flatness Defect in Strip Rolling, pp. E7-1-E7-10.
- [7] H. Matsumoto, 1991, 2-Dimensional Lateral-Material-Flow Model Reduced from 3-Dimensional Theory for Flat Rolling, *ISIJ Int.*, Vol. 31, No. 6, pp. 550~558.
- [8] Y. K. Kim, W. J. Kwak, T. J. Shin, S. M. Hwang, 2010, A New Model for the Prediction of Roll Force and Tension Profiles in Flat Rolling. *ISIJ Int.*, Vol. 50, No. 11, pp. 1644~1652.
- [9] D. A. Bland, H. Ford, 1948, The Calculation of Roll Force and Torque in Cold Strip Rolling with Tensions. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, Vol. 159, No. 1, pp. 144~163.