한국초등수학교육학회지 23(1) 93-117. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 23(1) 93-117.
2019. 2. 28 February 28. 2019.

초등학교 저학년을 위한 수학적 모델링 과제 개발 및 적용 가능성 탐색

장혜원[1] · 최혜령[2] · 강윤지[3] · 김은혜[4]

수학적 모델링은 수학과 현실의 연계성, 수학 문제 해결 등의 측면에서 중요시되면서 다수의 연구가 진행되어 왔다. 수학적 모델링 지도와 관련된 선행 연구는 중고등학생을 대상으로 한 것이 대부분이고 초등학교의 경우에는 그 대상이 고학년에 국한되어 왔다는 점에서 초등학교 저학년을 대상으로 수학적 모델링 수업을 하는 것이 사실상 어렵다는 것에 대한 암묵적인 공감이 있어왔다고 볼 수 있다. 이와 같은 경향과 달리 본 연구는 수학적 모델링 지도가 모든 학령층에 가능하다는 주장에 근거하여 초등학교 저학년을 대상으로 한 수학적 모델링의 적용 가능성을 탐색하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 모델링 지도를 위한 과제 특성 및 초등학교 저학년 학생들의 인지적 특성을 반영하여 수학적 모델링 과제를 개발하고, 이를 초등학교 2학년 한 학급을 대상으로 적용하였다. 수업 관찰 및 교사 성찰을 통해 파악한 학생 활동 특성 및 과제 적용 시 나타난 지도상의 어려움에 근거하여 초등학교 저학년 대상의 수학적 모델링 수업을 위한 교수학적 시사점을 제시하였다.

주제어: 수학적 모델링, 문제 해결, 초등학교 저학년

Ⅰ. 서 론

수학적 모델링은 지난 4, 50여 년간 수학교육 분야에서 주목받는 연구 주제였다. 특히 지난 10년간 전 세계적으로, 수학적 모델링과 관련한 실증적 연구는 질적 연구와 양적 연구의 양 측면에서 모두 그 수가 크게 증가하고 있다(Borromeo Ferri, 2018). 여러 나라에서 시도된 다양한 연구에서 수학적 모델링에 대한 다양한 개념을 제시하고 있지만(Borromeo Ferri, 2018), 수학적 모델링이 현실과 수학 세계, 양측을 전이하는 활동으로 설명될 수 있다는 점에서는 공통점을 찾을 수 있다. 즉, 수학적 모델링은 현실과의 연계를 필수로 하는 문제 해결의 한 유형이라고 할 수 있다. 이에 수학적 모델링의 교수·학습은 최근 여러 나라에서 학교 교육과정과 교육규준의 핵심 역량이 되어 왔다. 예를 들어 미국의 수학국가공통핵심규준(Common Core State Standards for Mathematics: CCSSI, 2010)에서는 ‘학생들은 일상생활, 사회, 직장에서 발생하는 문제를 해결하기 위해 알고 있는 수학을 적용할

1) [제1저자] 서울교육대학교, 교수
2) [교신저자] 서울용답초등학교, 교사
3) 서울홍연초등학교, 교사
4) 서울명원초등학교, 교사

수 있다(CCSSI, 2010, pp.6-8).’라고 언급하였는데, 이는 현재 또는 미래의 실생활 등 수학 외적 맥락에서 발생하는 문제를 해결하기 위한 수학 지식의 적용 능력에 대한 강조를 보여준다. 또한 싱가폴(Ministry of education, 2012)과 프랑스(Ministère de l’Éducation nationale, 2008)의 수학과 교육과정에서도 수학적 모델링의 중요성을 강조하고 있다.

이와 같이 학교 수학에서 수학적 모델링의 중요성에 근거하여 관련한 많은 선행 연구가 있어 왔으며, 이를 적용 대상의 관점에서 고려할 때 편중되는 경향을 읽어낼 수 있다. 수학적 모델링 연구는 중·고등학생이나 대학생을 대상으로 한 것이 대부분이고(English, 2006; 박진형, 이경화, 2014; 박진형, 2015), 초등학생을 대상으로 한 경우라도 5, 6학년인 고학년에 국한되어 있음을 확인할 수 있다(Chan, 2008; 김민경, 2010; 장혜원 외, 2018; Chamberlin & Coxbill, 2013). 실제 개발 적용된 프로그램은 고학년용에 국한되며, 저학년에 적용할 수 있는 프로그램이나 적용 사례는 찾을 수 없다. 이러한 사실은 수학적 모델링이 모든 학교급 뿐만 아니라 모든 학년급에서 적용 가능하다고 한 Borromeo Ferri(2018)나 특히 초등학교의 모든 학년에서 적용 가능하다고 언급한 English(2002), English & Watters(2005)에 상반되는 것으로 확인된다.

수학적 모델링이 수학교육에서 옹호되는 여러 가지 근거를 고려할 때 수학적 모델링의 수학교육적 장점이 초등학교 저학년이라고 해서 배제되어서는 안 될 것이며, 따라서 초등학교 저학년에서 수학적 모델링이 적용되기 어려운 이유에 대한 고민을 통해 그들에게 적절한 형태나 방식의 수학적 모델링 적용 방안을 탐색할 필요성이 대두된다.

이에 본 연구에서는 수학적 모델링 수업을 위한 과제 및 초등학교 저학년의 인지적 특성에 기초하여 초등학교 저학년에게 적합한 수학적 모델링 과제와 수업 방식을 이론적으로 탐구하고, 그에 기초한 과제를 개발 및 적용함으로써 학생 활동에 대한 분석을 통해 초등학교 저학년을 위한 수학적 모델링의 적용 가능성을 탐색하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 모델링 과제의 특성

수학적 모델링의 가장 중요한 특징은 현실 세계로부터 수학적 모델을 도출하고 그 결과를 현실 세계에 비추어서 검증하는 모델링 사이클을 거친다는 점이다. 따라서 과제는 기본적으로 모든 데이터가 주어지거나 단지 알고리즘만을 연습할 수 있는 가상의 실생활 문제가 아닌 학생들이 수학을 적용해서 해결 가능한 현실에서 비롯되는 것이어야 한다.

수학적 모델링을 가능하게 하기 위해서는 수학적 모델링에 적합한 과제의 특성이 매우 중요하다. 수학적 모델링이 유의미한 활동이 되려면 적절한 문제 상황의 개발이 중요하다고 한 오영열(2013)은 주어진 실생활 문제 상황이 학생들에게 의미 있는 내용이어야 할 뿐만 아니라 수학적으로도 적절하고 가치가 있어야 한다고 주장했다. 그러나 황혜정(2007)은 어떤 문제가 수학적 모델링을 구현하기 위한 좋은 문제인가에 대해서는 명확하지 않으며 다수의 석사 논문에서 활용한 문제들이 다루고 있는 실생활의 의미가 서로 다름을 지적한 바 있다. 따라서 수학적 모델링을 위한 과제의 특성을 명확히 할 필요가 있다.

김선희, 김기연(2004)은 실생활과 관련되며 수학적 개념이나 알고리즘 등을 활용하여 해결할 수 있고 학생이 선택한 수학적 모델로 해결할 수 있는 과제를 수학적 모델링 과제로 보았다. 김민경, 홍지원, 김혜원(2010)은 수학적 모델링 과제가 실세계 현상을 바탕으로 학

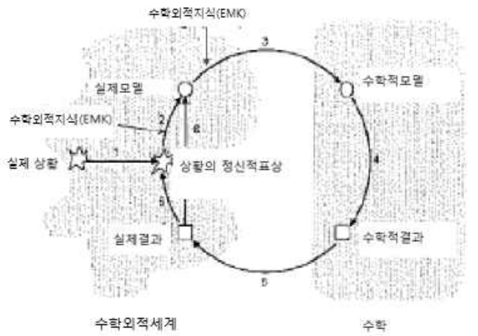
습자의 선행 지식들을 종합하여 보다 고차원적인 사고를 하도록 유도하는 특징을 가졌으며 수학적 모델을 유도할 수 있는 수학적 개념이 포함된 문제라고 정의하였다.

이상과 같이 실세계 현상을 기초로 해야 한다는 과제 특성 외에 Maaß(2007, 2010)는 모델링 문제와 교실에서 그에 상응하는 활동을 위한 분류 체계를 개발하면서, ‘열려있다(open), 복잡하다(complex), 진정성이 있다(authentic), 문제의 형태이다(problems), 모델링 과정을 통해 해결 가능하다(solvable through the modeling process)’를 덧붙였다.

이에 본 연구에서 적용할 수학적 모델링 과제의 특성으로 다음 3가지를 선정하고, 이를 반영한 과제 개발을 의도하였다.

- 실세계 현상을 바탕으로 한 문제여야 한다.
- 개방형 문제여야 한다.
- 수학적 모델링 사이클을 통해 해결할 수 있어야 한다.

Borromeo Ferri(2007)는 기존의 수학적 모델링 사이클에 대한 분석을 통해 [그림 1]과 같은 인지적 관점으로부터의 수학적 모델링 사이클을 제시하였고, 본 연구에서는 이러한 모델링 사이클의 단계를 고려하여 과제를 개발하였다.



1. 과제 이해
2. 과제 단순화 / 구조화
3. 수학화
4. 개인의 수학적 역량을 이용하여 수학적으로 활동
5. 해석
6. 검증

[그림 1] 수학적 모델링 사이클 (Borromeo Ferri, 2007)

나아가 정보의 과다와 부족에 대한 조건도 고려하였다. 전형적인 문장제에서 제시하는 데이터는 문제를 해결하기 위해서 알아야 하는, 정해진 수의 값 또는 조건만 제시하며, 문제 해결에 관련 없는 데이터는 제시되지 않는다(박선영, 2018). 그러나 실생활 문제 상황에는 불필요한 조건이 존재하기도 하며 반대로 필요한 조건이 빠져있기도 하다. 따라서 현실의 실제성을 반영한 수학적 모델링 과제는 대부분 부족한 정보와 불필요한 정보를 함축하고 있는 것이 자연스럽다(Maaß, 2010). 본 연구에서는 이를 각각 ‘정보 부족 문제’와 ‘정보 과다 문제’라 명명하고 본 차시 수업 전 사전 연구에서 적용하였다. 문제 해결에 필요한 정보를 완전하게 제시하지 않음으로써 학생들은 필요한 정보를 스스로 수집하거나 가정해야 하며, 반대로 문제 해결에 필요 없는 정보들을 함께 제시함으로써 학생들은 필요한 정보만을 구분해내야 한다. 이러한 유형의 문제를 다루는 경험이 필요한 이유는 학생들이 수학적 모델링 과제와 익숙해지기 위함이며, 학생들은 문제를 신중하게 읽으면서 문제의 맥락과 조건에 대해 비판적으로 판단하는 경험을 하게 된다. 이는 2015 개정 수학과 교육과정(교육부, 2015)에서 ‘주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기’

라는 문구로 다루어지는 문제 해결 능력 중 한 요소이기도 하다.

2. 수학적 모델링 과제 적용 시 교수 전략

Blum(2015)은 수학적 모델링 과제를 적용한 수업의 성공 여부가 교사의 역량에 달려있다고 할 만큼 교사의 역할을 중요하다고 보았다. 따라서 교사는 모델링 수업을 위한 세부적인 지침을 준비해야 한다. 학생들이 자유롭게 질문하고 자신의 아이디어를 표현할 수 있는 개방적이며 허용적인 교실 환경을 마련하되, 교사는 학생들의 사고 과정 단계를 정확히 알고 있어야 한다. 학생 개개인에게 교사의 도움이 어느 정도 필요한지 파악해야 하며, 그들이 다양한 해결 방법을 생각하도록 독려해야 한다.

한편 Borromeo Ferri & Blum(2009)은 수학적 모델링 활동 시 학생의 활동 과정에 교사가 최소한으로 개입하여 학생이 주도적인 상태를 유지함으로써, 학생의 독립성과 교사의 지도 사이에 균형을 이루어야 한다고 주장했다. 사실상 교사는 수학적 모델링 학습에서 지도의 역할보다 인지적 코치의 역할을 하게 되며, 학습자의 정신적 표상에 대해 최대한 많은 것을 알아내어 그들의 사고 과정을 도와주는 노력을 해야 한다(도은혜, 2009). 이를 위해 교사 자신이 수학적 모델링 학습을 지도하기에 앞서 모델링 문제의 해결자로서의 경험을 가지고 있어야 하며, 적절한 개입 시기를 파악하여 조언하는 역할과 학습자의 사고 과정을 촉진시키는 역할을 할 수 있어야 한다. 나아가 평가 측면에서 수학적 모델링 수업에 임하는 교사는 현실 상황을 고려하여 응용하려는 것을 보다 높이 평가한다는 태도를 지속적이며 일관성 있게 보여줄 필요가 있다(Gravemeijer, 1997). 요컨대, Blum(2015)은 여러 차례의 실증적 연구에 기초하여 수학적 모델링 수업을 위한 교수 전략을 5가지로 정리하였다.

- 효과적이고 학습자 중심의 수업 관리
- 학습자의 인지 활성화 자극
- 학습자의 메타 인지 활성화
- 다양한 해법 격려
- 수학적 모델링 교수·학습의 지속성

이와 같은 교수 전략과 더불어 수학적 모델링 지도 시 교사의 스캐폴딩은 중요한 역할을 하게 된다. 정보 수집이나 가정 설정이 요구되는 모델링 활동에서 교사는 학생의 추론을 방해하지 않는 범위에서 어느 정도의 개입을 해야 하는지, 어떤 개입 전략을 활용해야 하는지 등은 성공적인 모델링 수업의 중요한 교수학적 변인이라 할 수 있다. 교사의 개입이 그 결과의 성패 여부에 관계없이 모델링 수업에 강력한 영향을 미친다고 주장한 Borromeo Ferri(2018)는 수학적 모델링 수업에서 교사의 지원에 대한 분류 체계를 Zech(1998)의 연구를 인용하여 <표 1>과 같이 나타냈으며, 교사의 개입 유형을 Leiß & Tropper(2007)의 연구를 인용하여 개입의 목표에 따라 <표 2>와 같이 제시하였다.

<표 1> 지원 분류(Zech, 1998 ; Borromeo Ferri, 2018 재인용)

지원	개입 사례
동기	“계속해서 노력해봐. 네가 이 문제를 해결할 거라고 확신한다.”
피드백	“그래, 지금 잘 하고 있어!”
일반 전략	“그림을 그려 보렴.” , “텍스트를 다시 읽어보렴.”
내용 관련 전략	“아마 이 세 가지 규칙이 네가 해법을 찾을 수 있게 도와줄 거야.”
내용 전략	“속도의 정의는 무엇이지?”

<표 2> 개입 목표(Leiß & Tropper, 2007 ; Borromeo Ferri, 2018 재인용)

개입 목표	특성
진단	풀이 과정의 현 상태에 대해 질문한다.
평가 / 피드백	추가 정보나 교정 없이 해결 과정에 대한 피드백을 제공한다.
간접 조언	교사의 견해에 따른 최선의 해결 방법을 학생이 알아차리는 것(noticing)을 돕기 위한 미묘한 힌트를 제공한다.
직접 조언	명확한 설명과 정보를 제공한다.
의도적 비개입	학생들이 문제가 있을지라도 교사가 개입하지 않는다.

교사의 지원을 동기, 피드백, 일반전략, 내용 관련 전략, 내용 전략으로 분류했으며, 개입 목표에 따라 진단, 평가/피드백, 간접 조언, 직접 조언, 의도적 비개입으로 구별하였다. 다만 어떤 유형을 취할지라도 교사 개입은 최소한 학생 개별적으로 지원하는 것이 기본적인 제안이다. 이에 본 연구의 저학년을 위한 수학적 모델링 프로그램에서는 이러한 다양한 지원 분류와 개입 목표에 따라 수업 진행 시 교사가 어떻게 수업에 효과적으로 개입할 것인지에 대해 연구자들의 논의를 통해 미리 계획한 교사의 지원과 개입을 수업에 적용하기로 하였다. 학생들의 수학적 모델링 과정을 독려하고자 직접 조언을 가능한 배제하였고, 간접 조언을 효과적으로 실행하기 위한 전략으로 시각적 도움카드를 개발하여 활용하였다.

3. 초등학교 저학년을 위한 수학적 모델링 프로그램의 특성

오영열(2013)에 따르면, 당시 국내에서 수학적 모델링을 초등 수학 지도에 적용한 학술지 논문은 3편에 불과하며, 학위논문의 경우에는 십여 편에 해당한다고 하였다. 이와 같이 초등 수학교육에서 수학적 모델링 관련 논문 편수가 적을 뿐만 아니라 적용 대상은 모두 고학년, 영역은 측정 및 규칙성과 문제 해결에 편중되는 현상을 볼 수 있다. 이는 초등 수학교육에서 수학적 모델링을 적용한 연구가 부족하며 학년이나 영역 면에서도 매우 제한적이므로 관련 연구의 필요성을 보여준다.

앞서 1, 2절에서 고찰한 선행 연구로부터 수학적 모델링 과제 개발 및 적용상의 여러 가지 측면을 파악할 수 있었다. 이에 근거하여 본 연구의 대상인 초등학교 저학년을 위한 수학적 모델링 과제 개발 및 적용상의 함의점을 다음과 같이 도출하였다.

첫째, 저학년 학생들의 사전 지식 및 언어 능력을 고려하여 과제를 개발한다. 우선, 학생들이 지닌 배경 지식을 고려하여 일상생활에서 접하기 쉬운 소재를 선택한다. 학생들이 교과서를 통해 접해온 교과서 속 등장인물과 가족 여행 등을 통해 쉽게 접할 수 있는 소재를 활용하여 문제를 구성함으로써 학생들의 심리적 친근감을 높인다. 또한, 저학년 학생들의 언어 능력을 고려하여 쉬운 단어를 이용하며 문장의 길이를 짧게 한다. 모델링 과제

는 이제껏 학생들이 경험했던 문제와 달리 문제 상황을 설명하기 위한 긴 서술이 포함될 가능성이 높은데, 이는 학생들에게 과제에 대한 거부감을 초래하고 어려움의 요인이 될 수 있다. 특히 언어적 발달이 저조한 저학년 학생들의 경우 문제 상황에 대한 서술이 길어지면 수학적 능력과는 상관없이 문제를 포기하는 경우가 생길 수 있다. 따라서 학생들이 문제를 쉽게 이해할 수 있도록 단문 위주의 문장을 사용하고 필요에 따라 학생들의 이해를 도울 수 있는 다양한 시각적 보조 자료를 이용함으로써 저학년 학생들이 독해력의 부족으로 문제를 포기하는 상황을 최소화한다.

둘째, 교사의 간접 개입을 위해 다양한 도움카드를 준비한다. 초등학교 저학년 학생들은 아직 수학 문제 해결에 대한 경험이 부족하다. 학생들은 처음 모델링 과제를 받고 나서 주어진 데이터가 완벽하지 않기 때문에 갈등을 겪게 되고 필요한 데이터를 어떻게 얻을 수 있을지에 대해 다양한 가능성을 생각해보게 된다(박은주, 2013). 이를 위해 교사가 제공할 수 있는 적절한 개입 방법으로 도움카드를 활용할 수 있다. 도움카드를 제공하는 목적은 학생 스스로 독립적으로 활동하게끔 촉진하고 학생의 필요 단계에 따른 도움을 제공하는 것이다(Borromeo Ferri, 2018). 본 연구에서는 모델링 문제 해결 과정에서 나타날 수 있는 다양한 어려움을 예상하여, 각각에 대응하는 교사의 개입을 시각적인 도움카드 자료(<부록 2> 참조)로 개발하여 준비하였다. 언어적 설명이 아닌 시각적 형태를 제공한 것 역시 저학년 특성을 고려한 조치이다.

셋째, 학생들 간의 원활한 의사소통을 위하여 5명 이하의 소그룹 형태로 모둠을 구성한다. Borromeo Ferri(2018)는 모델링 수업을 위한 적절한 학습 형태로 5인 이내 모둠을 권장한다. 이는 학생들에 대한 교사의 지원이 더 집중적일 수 있으며, 또한 학습자가 그룹 내의 역할을 경험함으로써 일상생활 속에서 이러한 종류의 문제를 해결할 때 전문가들이 어떻게 하는가에 대해 학생들이 직접 시뮬레이션해볼 수 있다는 장점에 근거한다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 참여자

본 연구에서 개발한 수학적 모델링 프로그램은 초등학교 2학년을 대상으로 한 것이며, 적용 대상은 공동 연구자 중 1명의 교사가 담당하고 있는 서울 A초등학교 2학년 한 학급 학생 23명이다. 학생은 Sij로 나타내며, i는 모둠, j는 모둠 중 번호를 나타낸다. 서울 A초등학교는 교육복지학교로 지정되어 교육청과 복지센터로부터 다수의 교육지원을 받고 있다. 또한 해당 학급의 경우 서울시교육청 기초학력 지원 시스템(http://s-basic.sen.go.kr/)에서 초등 1~2학년용으로 제공된 1학년 교육과정 내용의 기초국어 튼튼1과 기초수학 튼튼1을 진단자료로 적용한 결과, 평균 점수인 70점에 도달하지 못하는 학생의 수가 국어와 수학 각각 9명씩이었으며, 점수의 편차가 매우 심한 양상을 보이는 등 학업성취도 면에서 열악한 상태를 보였다.

수업은 담임교사인 연구자가 직접 실시하였다. 과제 개발 및 적용에 앞서 연구자 4인이 Borromeo Ferri(2018)를 비롯한 수학적 모델링 관련 연구에 대한 고찰을 통해 수학적 모델링 지도를 위한 교사교육에 대해 충분히 이해한 상태였기 때문에 담임교사는 프로그램의 취지 및 수학적 모델링 수업의 특성에 대해 파악하여 구현할 수 있는 자질을 갖추었다고 판단되는 경력 7년차의 여교사이다.

2. 연구 방법

가. 프로그램 개발

본 연구에서 수학적 모델링 수업을 위해 개발한 과제와 사전 과제, 더불어 학생 지도를 위해 작성한 도움카드 및 수업지도안을 총칭하여 수학적 모델링 프로그램이라 명명하기로 한다.

본 프로그램의 목적은 학생들이 실생활 문제를 수학적 모델링을 통해 해결하게 하는 것이다. 학생들은 수학적 모델링을 통해 수학이 단순한 산술적 계산이 아니라 실생활에 활용 가능하다는 것을 이해할 수 있게 될 것이다. Ⅱ장에서 고찰한 초등학교 저학년을 위한 수학적 모델링 과제 특성에 근거하여 본 연구에서 개발한 프로그램명은 ‘아버지의 키’이며, <부록 1>에 제시된 바와 같이 다음 문제와 함께 아버지가 잡은 물고기를 들고 있는 모습의 사진 자료를 활동지의 형태로 제시하였다.

> 연수는 아버지와 함께 낚시를 갔습니다. 2시간 후 아버지는 큰 물고기를 낚으셨습니다. 아버지의 키는 얼마일까요?

이 모델링 과제는 앞서 언급한 수학적 모델링 과제가 갖추어야 할 과제의 특징인 실세계 현상을 바탕으로 한 개방형 문제이다. 수학적 모델링 사이클을 통해 해결할 수 있어야 함에 중점을 두어 개발하였으며, 이를 위해 과제의 목표를 저학년 학생들이 실생활에서 친숙하게 접할 수 있는 어른인 아버지의 키를 구하는 것으로 설정하였다. 1학년 교과서에서부터 익숙한 교과서 등장인물인 연수를 등장시켰으며, 연수의 아버지의 키를 구하기 위해서는 수학적 모델링을 필요로 한다. 문제를 읽은 학생들은 자신보다 크게 느껴지는 아버지의 키에 대해 생각하면서, 문제 해결에 불필요한 수치인 2시간이라는 조건이나 조건으로 주어질 것이 기대되지만 빠져있는 수치 등을 고려하면서 아버지의 키를 어떻게 구할 수 있을지 고민할 것이 기대된다.

저학년의 경우, 선수 학습요소가 제한적이기 때문에 프로그램 개발에 제약이 많았다. 예를 들어, 우리나라는 화폐 단위가 커서 학생들이 큰 수를 배우지 않았음을 고려할 때 생활 속에서 흔히 접하는 물건 구입과 관련된 문제는 제외되었으며, 과제의 적용 시점에서 2학년 학생들의 수학 교과 진도가 두 자리 수 범위에서의 덧셈과 뺄셈까지였기 때문에 이에 적합한 과제 개발은 매우 제한적이었다. 본 과제는 cm를 도입하여 길이 측정을 학습하는 4단원 길이재기의 마지막 시간에 수학적 모델링을 활용한 수업용으로 개발되었다.

본 프로그램의 적용을 위한 학급 구성은 학생들이 필요한 정보를 수집하거나 가정을 세우는 등 수학적 모델링 사이클의 단계에서 나타나는 특징을 학생들 간의 의사소통을 통해 파악하기 쉽도록 모둠 형태로 설계하였다. 학생들은 주어진 문제를 이해하고 해결하기 위해 필요한 정보를 탐색해야 한다. 학생들에게 주어진 자료는 연수의 아버지와 관련된 사진 한 장이며 학생들은 이 사진 속 정보를 탐구하고 자신이 기존에 가지고 있던 실생활 지식을 활용해야 한다. 수학과 실세계와의 연결성 측면에서, 학생들이 수학적 지식과 수학 외적 지식을 관련지어 문제를 해결할 것을 의도하였다. 요컨대, 본 과제는 답과 해법이 유일하지 않다는 점에서 개방형 과제이다. 또한, 실세계 상황과 접목된 문제 해결을 위해 수학적 모델링이 요구되며, 수학적 모델링 사이클에 따라 해결될 것이 기대된다는 점에서 Ⅱ장에서의 모델링 과제의 특성을 구현한다고 할 수 있다.

본 프로그램 개발 시 전개 형식 면에서 수학적 모델링 사이클을 강조하였다. 과제를 이해하고, 단순화 및 구조화하며, 이를 수학화하고, 개인의 수학적 역량을 이용하여 수학적인 활동을 한 후, 해석과 검증을 하는 단계가 나타날 수 있도록 수업의 단계를 구성하였다. 따라서 프로그램 적용을 위한 수업지도안(<부록 3>)에 이를 반영하여 과제 이해→단순화→수학화→수학적 활동→해석 및 반성의 5단계로, 수학적 모델링 사이클을 순차적으로 경험하도록 활동을 구성하였다.

과제 적용 시 모둠별 성취수준과 필요한 도움 상황에 따른 교사의 적절한 개입을 위해 <표 3>과 같은 도움카드를 그림 형태로 개발하였다(<부록 2> 참조). 개입이 필요할 때 언어적 설명 없이 도움카드를 제공하되, 힌트 파악이 불가능한 경우에만 교사의 조언 멘트를 덧붙임으로써 학생들의 사고 과정에 교사의 개입을 최소한으로 제한하고자 하였다. 카드 번호는 심화 정도가 아닌 구분상 편의를 위한 것이며, 4장의 카드는 상호 독립적이기 때문에 필요한 상황에 따라 순서에 관계없이 제공될 수 있다.

<표 3> 도움 카드의 사용 시기 및 내용

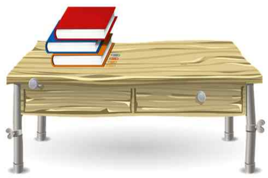
카드번호	사용 시기	함축 내용
1	문제 해결 과정을 계획하지 못하는 경우	아버지가 들고 계신 물고기의 크기를 먼저 생각해본 후 아버지의 키를 생각해봅시다.
2	사진 속 아버지의 모습이 상반신인 것을 인지하지 못하는 경우	사진에서 보이는 아버지의 모습과 아버지의 전체 키를 생각해 봅시다.
3	학생들이 본인의 아버지 키와 동일하게 생각하는 경우	여러분의 키가 모두 다르듯이 여러분 아버지의 키도 다를 수 있습니다.
4	익숙한 물고기의 길이를 사진 속 물고기의 길이로 생각하는 경우	아버지가 들고 계신 물고기의 크기를 생각해 봅시다.

나. 프로그램의 적용

1) 사전 과제의 적용

본 연구에서 개발한 ‘아버지의 키’ 프로그램을 적용하기에 앞서 <표 4>와 같은 2개의 사전 과제를 제시하였다. 사전 과제는 모델링 수업 전에 학생들에게 실생활과 관련된 문제, 특히 수학적 모델링을 위한 실세계의 문제가 지닌 특성인 필요하지 않은 정보가 포함된 정보 과다의 문제 또는 필요한 정보가 생략된 정보 부족의 문제를 경험하게 함으로써 본 수업의 과제에 보다 친숙하게 하려는 목적을 지닌다. 본 차시 학습 주제와 동일하게 길이재기 관련 내용을 이용한 정보 과다 및 정보 부족의 각각 1문제로, 본 수업이 계획된 2018년 6월 4일 전주에 2일에 걸쳐 각 차시 수업의 후반 10분씩을 할애하여 적용하였다. 사전 과제는 정답을 구하는 것이 목적이 아니므로 학생들이 허용적인 분위기에서 서로의 의견을 나눌 수 있도록 지도하였으며, 수학 문제가 실생활과 관련되어 있으며 복잡하고 개방적일 수 있다는 것을 경험할 것을 의도하였다. 문제 해결에 필요한 정보를 탐색하는 과정에서 불필요한 조건이 포함되어 있어 복잡한 실세계 문제 또는 조건이 부족하여 가정 수립이 필요하여 그에 따라 다수의 풀이가 가능한 개방형 문제의 경험을 제공하고자 한 것이다.

<표 4> 사전 과제

과제 유형	정보 과다	정보 부족
과제 내용	연수가 집에서 5년간 사용하던 책상이 낡아서 바꾸려고 합니다. 엄마는 더 큰 책상으로 바꾸자고 하셨지만, 연수는 원래 크기의 책상으로 바꾸고 싶어합니다. 사진 속 책상의 가로길이는 얼마 정도이며 그렇게 생각한 이유는 무엇입니까? 	준기는 스쿨버스가 올 때까지 친구들과 운동장에서 놀기 위해 책가방을 나무 옆에 내려놓았습니다. 준기가 가방을 내려놓은 나무의 키는 얼마입니까? 

2) 수업의 실제

본 차시 수업은 2018년 6월 4일 5교시에 수학적 모델링 단계를 반영하여 구성한 지도안대로 진행되었다. 학급 구성은 4~5명씩 5개 모둠으로 배치되었다.

저학년 학생은 길이 및 수 개념에 숙달되지 않은 경우가 많아 눈금 있는 자 등 학생들이 구체적인 단위 및 길이를 생각하고 어림할 수 있는 도구의 사용을 허용하였다. 학생들이 스스로 추론의 근거를 생각하여 구체적인 수치를 도출하게끔 지도하는 데 주안점을 두었다. 교사는 학생들의 가정에 대해 '틀렸다', '옳지 않다' 등의 부정적인 단어 사용 및 판단을 삼가며 학생들이 스스로 가정에 대한 이유를 자신들의 언어로 설명하도록 유도하였다. 또한 학생들이 아버지의 키를 추론하기 위해 세우는 다양한 가정을 수용하되 합리적으로 생각하도록 지도하는 데 유의하였다.

학생들이 문제를 너무 어렵게 생각하여 포기하거나 곤란함을 겪고 있을 경우 교사가 도움카드와 발문 및 권고 등 상황에 적절한 도움을 제시하여 연속적으로 추론을 이어가게끔 간접적인 교사의 개입을 계획하였다. 프로그램의 일부로 개발한 도움카드를 이용하여 학생들의 추론을 돕되 지나친 직접 개입을 피하도록 주의하였고, 학생 각각이 경험하고 있는 어려움 상황에 따라 하나 이상의 도움카드를 적절하게 제시하였다.

학생들은 모둠으로 또는 개별적으로 문제 해결 과정과 결과에 대해 발표할 수 있도록 하였다. 발표 시 다른 모둠의 발표를 경청하고 자신의 추론 과정과 비교해보며 이 과정에서 스스로 추론 결과의 타당성을 검증하도록 안내하였다. 이때 학생들의 추론 결과에 영향을 미칠 수 있는 교사의 과도한 개입을 지양하며 피드백은 모든 모둠의 발표가 끝난 뒤 제공하였다.

3. 자료 수집 및 분석

본 수업에 앞서 실시된 2회에 걸친 사전 과제 적용은 연구자인 수업 교사에 의해 관찰이 이루어졌으며, 수학적 모델링 과제를 적용한 본 수업의 모든 과정은 공동 연구자 3인이 참여하여 전체 학급에 대해서는 물론 각 연구자가 담당한 모둠별로 학생 활동을 관찰 기록하였다. 관찰 시 학생 활동을 놓치지 않기 위하여 모둠별로 녹음한 후 전사하여 프로토콜 분석 역시 함께 이루어졌다. 문제 해결 과정에서 특이한 부분이 관찰되거나 수합한 활동지 내용 중 의미 있는 부분이 발견된 학생들에 대해서는 수업 교사가 사후 개별 인터뷰를 진행하였다.

본 연구에서는 수업 관찰 기록 및 녹음 전사본에 기초하여 적용 결과를 학생 측면과 교

사 측면에서 분석하였다. 학생 측면의 분석을 위해 Borromeo Ferri(2007)의 수학적 모델링 사이클의 여섯 단계를 적용하여 과제 이해 단계, 단순화 단계, 수학화 단계, 수학적 활동 단계, 해석 및 검증 단계의 다섯 단계로 나누어 각 단계에서 학생들의 수학적 모델링 활동이 나타나는지 여부를 〈표 5〉와 같이 나타냈다. 본 연구의 관찰 결과, 저학년 학생들의 인지적 발달 수준에서는 해석 단계와 검증 단계가 명확히 구분되어 나타나지 않았다. 따라서 본 연구에서는 Borromeo Ferri의 마지막 두 단계를 하나의 단계로 합쳐서 총 다섯 개의 모델링 사이클 단계로 관찰 내용을 분석하였다. 관찰 대상 모둠 학생의 과반수 이상에서 수학적 모델링 사이클의 단계가 나타나는 경우 모델링 사이클의 단계가 나타난 것으로 보고 '유' 의 코드로 나타냈으며, 그렇지 않은 경우 '무' 의 코드로 나타냈다.

<표 5> 수학적 모델링 사이클의 단계에 따른 코드화

수학적 모델링 사이클의 단계	유	무
과제 이해(U)	U1	U2
단순화(S)	S1	S2
수학화(M)	M1	M2
수학적 활동(A)	A1	A2
해석 / 검증(V)	V1	V2

교사 측면에서는 수학적 모델링 수업에서 발생한 교사의 발문과 권고를 분석하였다. 본 연구의 의도와 수학적 모델링 수업에 대한 이해를 바탕으로 참여 교사는 수업시 개입을 최소화하였음에도 불구하고 필요시 발생한 발문과 권고를 〈표 6〉과 같이 코드화하여 분석하였다. 또한 사후 인터뷰를 통해 교사의 교수학적 성찰을 통한 시사점을 얻고자 하였다.

<표 6> 교사의 지원과 개입의 코드화

지원 분류(A)		개입 목표(O)	
동기	AM	진단	OD
피드백	AF	평가 / 피드백	OE
일반전략	AG	간접조언	OI
내용관련 전략	AS	직접조언	OA
내용관련	AC	의도적 비개입	OC

〈표 5〉와 〈표 6〉의 코드를 이용하여 수학교육 전문가 4인이 수업을 녹음한 자료, 동영상 촬영한 자료를 확인하며 프로토콜을 분석하였으며, 서로 다른 코드로 분류한 것에 대해서는 별도의 논의를 거쳐 재코드화하는 과정을 거쳤다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 사전 과제 활동 분석

학생들은 사전 과제 1로 수학적 모델링 유형의 과제를 처음 접하게 되었다. 따라서 대부분 학생들은 처음에 다소 생소하다는 반응을 보였고 구체적으로 생각하지 않고 대강 답

하려는 경향을 나타냈다. 길이 어림이 필요한 문제라기보다 단순한 수수께끼나 퀴즈라고 생각하여 생각 없이 아무 숫자를 말하는 학생도 있었다. 학생들은 텔레비전 화면으로 보이는 책상을 실제 책상으로 생각하기보다 그림 속 책상의 길이에 집중하는 것으로 나타났다. 전 시간에 길이재기 활동의 일환으로 클립을 단위로 재어보거나 클립의 길이를 재어보는 수업을 진행했기 때문에 교사가 개입하여 그림 속에 책과 클립이 있다는 정보를 안내하였으나 대부분 학생은 이를 문제 해결에 활용하지 못하는 것으로 나타났다.

사전 과제 2는 길이재기 단원의 마지막 차시를 학습한 후 진행하였다. 학생들은 사전 과제 1을 통해서 비슷한 유형의 문제를 접해보았기 때문에 자신의 생각을 발표할 기회가 주어지자 보다 적극적으로 참여하였다. 사전 과제 1에서 학생들의 사고 과정이 원활하지 않아 교사의 발문에 의해 문제 해결이 진행되었던 것과 달리, 사전 과제 2에서는 먼저 발표한 친구의 이야기를 듣고 나서 친구의 발표 내용에 자신의 생각을 이어가는 방식으로 스스로 과제를 해결해내는 경우가 발견되었다. 또한 막연한 수를 말하기보다 “나무의 길이를 재려면 책가방의 길이를 알아야 해요.” 등 연구자의 의도에 부합하는 반응도 있었다. 사전 과제를 여러 번 읽고 필요한 정보를 찾아내려고 노력하는 학생들이 많이 관찰되었으며, “이것만으로는 부족해요.”, “문제가 이상해요.” 등 비판적으로 문제를 이해하려는 학생들의 노력도 보였다. 1회의 경험이었음에도 불구하고 다음 과제 해결에 긍정적인 영향을 미친 것을 볼 때, 수학적 모델링 유형의 과제 및 그에 대한 경험 축적의 중요성을 보여준다.

2. 수학적 모델링 활동 분석

가. 모둠별 수업 관찰 결과

수업 관찰 결과, 대부분의 학생들이 일상적인 수학 수업시간과는 다른 새로운 형태의 수학적 모델링 과제에 큰 관심과 흥미를 갖고 문제를 해결하는 모습을 보였다. 다만 학생 간 의사소통을 통해 수학적 모델링 사이클의 각 단계에서 나타나는 특징을 파악하기 쉽도록 모둠 형태로 수업을 진행하였으나, 학생들은 모둠 내 의사소통 면에서 소극적인 모습이 관찰되었다. 대부분 혼잣말을 하거나, 모둠 내에서 발언권이 강한 아이들의 이야기만을 듣고 문제를 해결하는 모습을 보였다. 학생들의 토론이 평등하게 이루어지는 대신 평소 교실 내 상호관계에 따라 발언권의 비중이 달라지는 특성이 여러 모둠에서 관찰되었다. 이는 모둠 구성의 변화가 필요함을 시사한다. 또한 대부분의 모둠에서 학생간 의사소통이 짝 또는 친한 친구와의 대화가 주를 이루어 다면적 활성화가 미흡했던 것에 비해, 발표 시간이 되니 오히려 누가 나가서 발표할 것인지에 대한 의견 교환이 활발하게 이루어지는 모습을 보였다. 이는 저학년 학생들이 본성적으로 의사소통에 미흡한 것은 아님을 보여주어, 저학년에서 성공적인 수학적 모델링 수업이 이루어지기 위해서는 수학적 모델링 과정에 대한 경험과 연습이 전제됨을 확인할 수 있었다.

모둠별 학생들의 관찰 결과를 <표 5>에 따라 분석함으로써 수학적 모델링 사이클의 단계가 드러나는지 살펴볼 것이다.

1모둠의 모델링 사이클의 단계는 U1 - S1 - M2 - A2 - V2로 관찰되었다. 1모둠은 의사소통 및 발표가 두드러지게 부족한 모둠으로, 모둠원 대부분이 평소 수학에 대한 자신감이 부족하여 본 수업에서도 자기의 의견을 자신 있게 말하기 어려워하였다. 이로 인해 과제 이해(U)와 단순화 단계(S)를 관찰을 통해서는 확인하기 어려웠고, 사후 활동지 분석을

통해 과제를 어느 정도 이해하고 단순화하는 단계를 따라왔음을 확인할 수 있었다. 이어 사후 인터뷰를 통해 4명 중 3명은 과제 해결 전략을 찾기 위한 수학화 단계(M)를 거치지 못했음을 알 수 있었다. 이들은 S11이 수학적 활동 단계(A)에서 자신의 의견을 큰 소리로 이야기하자 자신의 생각이 아닌 S11의 생각을 활동지에 옮겨 적는 모습을 보였으며, 해석과 검증 단계(V)로도 이어지지 못했다.

2모둠의 모델링 사이클의 단계는 U1 - S1 - M1 - A1 - V1으로 관찰되었다. 2모둠은 과제의 이해 단계(U)부터 프로그램의 의도와 과제의 맥락을 정확히 이해하였고 모둠원들이 함께 활동지와 의사소통의 과정을 활발하게 이어가며 단순화 과정(S)을 포함한 수학적 모델링 사이클의 모든 단계를 순차적으로 거치며 문제를 해결한 모둠이었다. 비록 그들이 처음 산출한 답 132㎝가 현실세계 속 아버지의 키와 다소 거리가 멀긴 하였지만, 수학화 단계(M)에서 도움카드를 보고 연구자들이 의도한 힌트를 얻어 문제를 해결하고자 전략을 찾는 모습이 관찰되었다. S24에게 도움카드가 주어졌으나 그림을 보고도 S24가 해결 방법을 찾지 못하자, 모둠 내에서 문제 해결을 주도해오던 S21과 S23이 카드를 보고 바로 힌트를 알아채고 수학적 활동 단계(A)에서 활용하였다. S24와 같은 학생에게는 교사가 도움을 제공할 때 학생의 개별적인 수준을 고려하여 간단한 설명을 부가하는 직접 개입을 할 필요성이 있음을 다음 프로토콜에서 확인할 수 있다.

S21: (책상의 가로 길이를 손으로 가리키며) 물고기의 길이가 한 이 정도 되지 않을까?
S22: 그림이니까 이만하지.
S23: 자로 재면 돼.
S22: 그림이니까 작게 그려야지.
S23: (아버지의 다리까지 나오는 전신 그림을 뒷면에 다시 그리기 시작함)
S21: 아버지가 다리가 끝까지 나오지 않았잖아. 그러니까 (우리의 그림을 모둠원들이 함께 보면서) 아버지 다리가 이렇게 보이게 하면 돼. 아버지 다리가 이렇게 길 거 아니야.
S24: 어른이니까 2ｍ는 되는 거 아냐? (책상을 가리키며) 이게 몇 ㎝인데?
S21: 이게 60㎝인데, 내가 재어봤는데.
(이때 교사가 S24에게 도움카드2를 줌. S24가 카드 내용을 이해하지 못하자, 모둠원 모두가 카드를 돌려봄)
S21: 봐봐 이거의 두 배야. 이것의 두 배. 이게 60이니까 120㎝네. 60, 60이면 120이잖아.
S23: 그럼 아버지의 키는 120. 60이 두 개 있는 거지?
S21: (발표를 하러 나가기 전 책상의 가로 길이를 다시 재더니) 66㎝네. 그럼 132㎝. (132㎝라고 고쳐 적음)

검증 단계(V)에서 교사는 학생들에게 다른 모둠의 발표를 보고 들으면서 자기 모둠의 결과를 바꾸기를 원하는 사람은 수정해도 된다고 하였다. 대부분은 그대로 답을 두기를 원했으나 2모둠의 경우, 자기 조의 답이 다른 조와 확연히 다르다는 것을 알아채고 학급 내에서 유일하게 결과를 바꾸기를 원하였다. 이와 같은 초등 저학년의 검증 실행 가능성을 구체적으로 보여주는 프로토콜은 다음과 같다.

S21: 우리가 잘못한 것 같지 않아? (184cm라고 적음)

S23: 근데 (책상의 가로 길이가) 이게 66cm였잖아.

S21: 184cm 정도쯤 아닐까. (아버지의 키가) 이 정도 되지 않을까? 잘못한 것 같아. (모둠 친구들이 모두 결과를 184cm로 바꿔서 적음.)

T: 생각을 바꾸고 싶은 모둠이나 친구가 있나요?

S21: 저희조요. 184cm로 바꿀래요. 뭔가 찝찝해요.

T: 결과를 모둠원들이 같이 정한 건가요?

S23: 네. 같이 고민해서 정한 거라, S21이 나가기만 하면 되요.

3모둠의 모델링 사이클 단계는 U1 - S1 - M2 - A2 - V2로 관찰되었다. 3모둠 역시 모둠원 간의 의견 교환이 거의 없이 개별적으로 과제 이해(U) 및 단순화 단계(S)를 거쳤다. S31은 그림 속 아버지의 키를 구하기 위해 활동지에 아버지 그림을 그린 후 자로 재기 시작했다. 처음에 물고기의 길이를 3cm로 정하고 사람을 그려서 비례적으로 추론하는 듯 보였으나, 이내 물고기를 지우고 사람을 다시 그린 후 그 그림에서 자로 키를 쟀다. 수학화(M)와 수학적 활동 단계(A)에서 3모둠 학생들은 교사에게 도움을 요청하지 않았다. S32와 S33은 과제 이해 단계에서부터 문제 해결에 필요하지 않은 정보에 집중하게 되면서, 결국 수학적 활동(A)과 해석 단계(V)에서조차 불필요한 정보에서 쉽게 벗어나지 못하는 오류를 보였다. S31이 해석 단계에서 제안한 의견에 다른 모둠원들이 동의하는 것으로 수학적 모델링 활동을 마쳤다.

4모둠의 모델링 사이클 단계는 U1 - S1 - M1 - A1 - V1로 관찰되었다. 4모둠 학생들도 과제 이해(U)와 단순화 단계(S)에서 모둠 활동이 아닌 개인 활동의 모습을 보였으며 대부분 조용히 혼자 비언어적인 활동으로 과제 이해와 단순화 단계를 거쳤다. 수학적 모델링 활동 동안 관찰된 의사소통은 같은 성별끼리만 이루어지는 특성을 보였다. 남학생 S41은 수학화 단계(M)에서 100cm의 길이가 어느 정도인가를 고민하다가 남학생 S42에게 400cm와 500cm가 어느 정도 길이인지를 물어보았다. 또한 수학적 활동 단계(A)에서 여학생 S44는 자기가 그린 그림에서 자를 이용하여 아버지의 키를 구하려고 하였고, 다른 여학생 S45는 수학적 활동 단계에서 S44에게 물고기의 길이를 자로 잰 후, 8cm이므로 8을 계속 더하면 구할 수 있을 거라는 의견을 말하였다. 그러나 몇 번을 더해야 할지에 대한 합의점을 찾지 못해 계속 고민하는 모습을 보였다. 해석 단계(V)에서는 남학생 S41이 다른 남학생인 S43과 아버지와 형의 키가 얼마인지 의견을 교환함으로써 자신들이 구한 답을 실세계 맥락으로 가져와 해석을 시도하는 것으로 나타났다.

5모둠의 모델링 사이클 단계는 U1 - S1 - M1 - A1 - V2로 관찰되었다. 5모둠은 전반적으로 4모둠과 비슷한 수준의 수학적 모델링 과정을 보였다. 과제 이해(U)와 단순화 단계(S)에서 개인적 차원에서 접근하고, 수학화 단계(M)에서 자신의 경험적인 수학 외적 지식에 근거하여 아버지의 키를 임의로 설정하는 것이 관찰되었다. 도움카드4를 받은 4모둠과 5모둠의 경우, 대부분의 학생들은 물고기들의 화살표 길이를 재는 수학적 활동 단계(A)를 거쳤는데, 여러 마리의 물고기 중 문제와 같은 종류의 물고기를 찾아서 문제와 카드 속 물고기의 길이를 비교하기도 하였다. 해석 단계(V)에서는 모둠원과의 협의를 통해 현실 속 아빠의 키와 친구들의 키에 집중하여 결과를 도출하는 오류를 범하기도 하였는데, 이는 수학적 모델링 사이클에서 수학으로부터 현실로 전이가 제대로 이루어지지 못한 경우이다.

이와 같이 저학년을 위한 수학적 모델링 프로그램을 적용한 수업 결과로부터, 반 이상

의 모둠에서 학생들이 수학적 모델링의 단계를 순차적으로 경험하는 것으로 나타났다. 2개 모둠과 같이 단계의 순차적 특성상 수학화 단계(M)를 제대로 거치지 못한 경우에는 후속 단계인 수학적 활동 단계(A)와 해석과 검증의 단계(V)로도 이어지지 못함을 알 수 있었다. 이는 수학화 단계에서 교사의 적절한 지원과 개입이 필요함을 시사한다. 또한 저학년의 인지적 수준의 한계 때문에 수학적 모델링 사이클에서 수학과 현실간의 전이가 원활히 진행되지 못하고, 순방향으로만 생각한 후 역방향으로 되돌아오지 못하는 경우 또한 발견할 수 있었다. Borromeo Ferri(2018)는 수학적 모델링 사이클이 학생에게는 문제 해결 과정에 유용한 작동 도구(working instrument)의 역할을 한다고 보았다. 그러나 인지적 수준을 고려할 때 저학년 학생들에게 모델링 사이클이 유용한 작동 도구로 역할하기란 쉽지 않으므로 수학적 모델링에 대한 다수의 경험을 통해 숙달이 이루어져야 할 것으로 보인다.

나. 교사 측면의 지원과 개입 관찰

본 연구에서 교사의 의도적인 비개입을 기본 전제로 한 수업에서도 연구자 중 한 명이었던 수업 교사의 정제된 발문과 권고가 있었다. 이는 수업 교사의 의도가 담긴 것이므로 저학년을 위한 모델링 수업을 구현하기 위해 매우 의미 있는 함의를 제공한다고 볼 수 있다. 이를 교사 측면에서 모델링 단계에 따라 지원 분류와 개입 목표에 따른 코드(<표6>)로 정리하여 살펴보았다.

수업의 도입 부분인 문제의 이해(U) 단계에서는 다음과 같은 교사의 지원과 개입이 관찰되었다.

- 사진에서 보이는 것은 무엇인가요? [AG-OD]
- 사진 속에 있는 것들 중에서 아버지를 키를 알아내기 위해서 필요한 것은 무엇일까요? [AS-OI]
- 내가 생각하는 (문제해결을 위해) 필요한 게 있는지 적어봅시다. [AG-OA]
- 아버지의 키를 알아내기 위해서 필요한 것이 모두 사진 속에 있었나요? [AS-OI]

문제 이해 단계이므로 교사는 학생들에게 문제로부터 정보를 적절하게 파악하는지 확인하면서 부족한 정보에 대한 안내를 하는 것으로 나타났다. 지원 분류로는 내용관련 전략(AS)와 일반 전략(AG)이 관찰되었으며, 개입 목표는 진단(OD), 간접조언(OI), 직접조언(OA)이 고르게 나타났다. 이는 수업 중 사용한 프리젠테이션의 안내 화면과 자세한 설명이 담긴 학생 활동지가 있었음에도 불구하고 저학년 학생들의 인지 수준에 맞춘 교사의 안내가 필요함을 시사하는 교사의 개입이었다.

문제 해결을 주요활동으로 하는 수업의 중반부에 해당하는 단순화(S), 수학화(M), 수학적 활동(A)의 단계에서는 다음과 같은 교사의 지원과 개입을 관찰할 수 있었다.

- 어떻게 우리가 아버지의 키를 알아낼 수 있을 것 같아요? [AS-OI]
- 친구들과 지혜를 모아서 아버지의 키를 알아봅시다. 어떻게 이 문제를 해결할 수 있을지 계획을 세우고 모둠별로 함께 의견을 모아서 친구들과 이야기해보도록 하겠습니다. [AG-OE]
- 선생님이 도움카드를 준비했어요.(각 모둠에서 도움이 필요한 학생에게 도움카드를 나

누어준다.) [AS-OI]
- (학생들의 수학적 활동 단계가 마무리 지어질 때쯤) 자, '우리 모둠은 한가지로 의견이 정해졌어요.' 가 된 조 있나요? [AG-OD]

수업의 중반부에서 문제 해결을 돕기 위한 교사의 개입과 지원은 학생들이 수학적 모델링 프로그램을 처음 해결하는 과정 중 수학적 모델링의 단계를 안내하는 모습으로 관찰되었다. 지원 분류는 내용관련 전략(AS)과 일반 전략(AC)이 관찰되었으며, 개입 목표는 진단(OD), 평가/피드백(OE), 간접조언(OI)이 나타났다. 문제의 이해 단계에서와 유사한 지원 분류와 개입 목표의 유형이 나타났다. 다만 개입 목표와 관련하여 직접조언이 나타나지 않는다는 특징이 있다. 이는 문제 해결 과정에서 학생 스스로의 활동을 의도하기 때문에 가능한 개입, 특히 직접적인 개입을 삼가려는 교사의 의도를 보여준다. 결국 저학년 학생들이 단순화 단계와 수학화 단계를 거쳐 수학적 활동 단계로 갈 수 있도록 유도하기 위해서는 상황에 따라 적절한 교사 개입이 필요하며, 관찰된 교사의 개입 목표 유형과 같은 안내를 통해 최소한으로 개입하며 이를 통해 학생 스스로 문제를 해결하도록 이끌고자 하는 교사의 노력을 함의한다.

본 수업의 정리 부분인 해석과 검증(V) 단계에서는 다음과 같은 교사의 지원과 개입이 나타났다.

- 생각을 바꾸고 싶은 모둠이나 친구가 있나요? [AF-OD]
- 결과를 모둠원들이 같이 정한 건가요? [AF-OD]
- 이 활동을 통해 새롭게 알게 된 것이 있나요? [AF-OD]

이 단계에서는 특히 교사의 지원과 개입이 중요함을 관찰할 수 있었는데, 주로 교사의 피드백(AF)과 진단(OD) 멘트를 통해 학생들은 자신의 문제 해결 과정을 반성해보며 해석과 검증의 과정을 거침을 확인할 수 있었다. 만약 이러한 교사의 개입이 없다면 저학년의 대부분 학생들은 수학적 모델링 과정에서 매우 중요한 해석과 검증 단계를 거치지 않은 채로 문제 해결을 마칠 것임을 시사한다.

수학적 모델링 수업을 위한 의도적인 비개입 상황에서도 교사는 지원과 개입을 하게 되며, 이 때 주로 사용되는 지원의 종류는 일반전략(AG), 내용관련 전략(AS), 피드백(AF)이며 이 세 종류가 고르게 사용됨을 확인하였다. 또한 연구자이며 수업자인 교사가 스스로 교사의 개입을 최소화하고자 개입의 목표로는 진단(OD)과 간접 조언(OI)을 주로 사용함을 알 수 있었다.

3. 사후 분석

가. 개별 활동지 및 사후인터뷰 분석

수학적 모델링 과제의 특성인 개방성에 맞게 본 프로그램의 진행 중에도 창의적인 아이디어와 해결 방법을 제시하는 학생들이 관찰되었다. S51의 경우, 물고기의 길이를 자신의 손 한 뼘이라 생각하며 몸을 손으로 재어보는 시범을 짝에게 보이는 수학적 활동 단계를 거쳤고, 한 뼘의 길이를 30㎝라 가정하여 이의 6배가 아버지의 키라는 결과를 냈다[그림 2]. 매우 흥미로운 과정을 보였기에 사후 인터뷰를 실시하였다.

T: 답을 어떻게 구한 거예요?

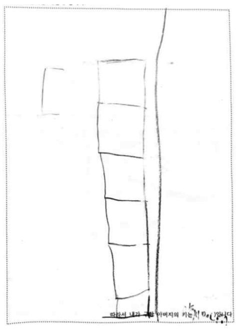
S51: 물고기의 길이가 30cm여서 여섯 번 더하니까 180cm가 나왔어요.

T: 그렇구나. 물고기의 길이가 30cm인건 어떻게 알았어요?

S51: (손으로 한 뼘을 가리키며) 이 정도 될 거 같은데 그러면 30cm정도 일거 같아서요. 30cm자가 이 정도였던 거 같아요.

T: 수업시간에 이렇게 손 뼘으로 S51이 몸을 재는 걸 봤는데 그건 왜 그런 거예요?

S51: (손으로 한 뼘을 가리키며) 이렇게 해서 재면 키를 잴 수 있을 것 같았어요. (잠시 머뭇거리더니) 그런데 물고기의 길이로 재는 게 더 맞는 것 같았어요.



[그림 2] S51의 활동지

S51이 수학적 활동 단계에서 아버지의 키를 물고기의 길이의 6배라고 말한 정확한 이유는 없었다. 다만 연구자의 관찰 결과, 실세계에서 접한 어른의 키를 가정하고 수행한 것이라는 추측이 가능했다. S51은 수학 성취도가 우수한 편이나 평소 수학 수업에 집중하지 않고, 구체적 조작물을 이용한 활동만을 선호하는 학생인데, 본 수업에서는 평소와 다르게 40분간 매우 집중하며 능동적으로 문제 해결에 참여하는 것을 관찰할 수 있었다.

S21은 해석 및 검증 단계에서 자신의 결과를 184㎝로 바꾸기 원한 유일한 사례였기 때문에 사후 인터뷰를 진행하였다.

T: 왜 아버지의 키를 바꾸고 싶다고 생각했어요?

S21: 132cm는 작게 느껴졌어요.

T: 그렇구나. 언제 그렇게 생각했어요?

S21: 친구들 발표를 듣다보니까요.

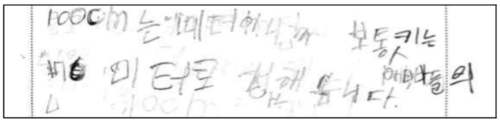
T: 혹시 누구 발표 듣고 그렇게 마음을 바꾸게 되었는지 기억나요?

S21: (즉각적으로) S41이요.

S21은 자신의 활동에 대한 반성을 통해 오류 수정이 가능했으나 그 이유를 정확히 설명하는 것은 어려워하였다. 이 학생이 평소 수학 학업성취도가 높으며, 어려운 수학 문제에도 도전하려는 의지를 가졌음에도 불구하고, 이러한 관찰 결과는 저학년을 위한 모델링 수업에서의 대두되는 필연적인 어려움으로 보인다.

많은 학생들은 사진 속 아버지의 키를 170㎝에서 185㎝사이의 수로 나타내었다. S41의 활동지[그림 3]를 보면, 학생들이 내린 결론의 근거를 파악할 수 있다. 대부분의 학생이 과제 이해 단계를 잘 수행한 것으로 보였으나 맥락 이해를 완전하게 하지 못하였기 때문에 수학적 모델링 사이클의 단순화와 수학화 단계를 원활하게 거치지 못하였고, 이는 결국 수학적 활동 단계에서 문제 해결을 위해 주어진 사진 자료에서 벗어나 현실에서 실제 아버지의 키라는 경험적인 수학 외적 지식을 결과로 결정하기에 이른 것이다. 이는 저학년에게 수학적 모델링의 핵심 단계인 단순화와 수학화의 어려움을 보여주며 이를 극복하기 위해 교사의 개입이 필수임을 알 수 있다. 결국 저학년 학생의 수학적 모델링 경험을 통한

수학적 사고와 역량의 신장을 위해 어떠한 방법으로 교사의 개입이 이루어져야 하는지가 관건이라 할 수 있다.



[그림 3] S41의 활동지

[그림 4] S31의 활동지

3모둠은 다른 모둠과 다르게 결과를 $13cm$라고 발표했는데, S31의 활동지 [그림 4]를 보면 이유를 알 수 있다. S31은 과제 이해 단계에서 과제의 맥락을 바르게 이해하지 못하고 이어진 단순화와 수학화 단계도 잘 이루어지지 못한 채, 주어진 그림을 그대로 자로 재기 시작했다. S31은 아버지의 상반신 그림을 자로 잰 후, 전신의 키는 $13cm$라 어림하여 결론을 도출하였다. 3모둠은 도움카드를 활용하지 않은 유일한 모둠인데, 3모둠의 결과는 도움카드 또는 교사의 직접 조언을 통한 개입의 필요성을 시사한다.

사후 인터뷰를 통해 S31이 얼마나 현실감이 부족한가와 더불어, 수학과 현실 세계의 전이를 요구하는 수학적 모델링 활동이 결코 쉽지 않은 활동이라는 것을 관찰할 수 있다.

T: S31이가 13cm로 발표했었는데 이건 어떻게 구한 거예요?
S31: (활동지 속 자신의 그림을 가리키며) 이걸 자로 재어보니까 13cm가 나왔어요.
T: 그래서 아버지의 키가 13cm라고 생각한 거예요? (자를 보여주며) 그런데 13cm면 이 정도인데 사람의 키가 이렇게 작을 수 있을까요?
S31: 네. 사람의 키는 다 다르니까 키가 아주 작은 사람도 있을 수 있어요.

나. 수업 교사의 교수학적 성찰

수업 교사는 평상시 수업과 비교하여 이 수업의 특성에 대해, 학생들에게 조건이 완비된 문제가 주어지는 것이 아니라 학생 스스로 문제의 조건을 분석해서 해석하고 가정하고 계획을 세울 것을 요구한다는 점에 주목하였다. 수업 중 가장 어려웠던 점 역시 수업의 특성과 관련되는데, 문제에 필요한 정보를 잘 찾지 못하고 문제에 필요하지 않은 다른 부가적인 정보에 집착하는 학생들이 많았다는 점을 언급하였다. 특히 모둠 활동 시, 학생들이 활발하게 논의하는 과정을 거치지 못하고 학급 내 발언권이 있거나 수학을 잘하는 친구들의 의견에만 집중되어 문제 해결을 해나가는 모습이 매우 아쉬웠다고 하였다.

한편 수업을 준비하거나 적용하면서 어려웠던 점으로, 2학년 아이들이 모델링 문제를 해결해 본 경험이 부족하고 학급 특성상 아직 한글 해독 능력이 미흡한 아이들도 있어서 문제를 어떻게 이해시킬 수 있을까, 이 학생들에게 어떤 발문을 해야 할 것인가를 꼽았다.

또한 도움카드를 이용해서 적절히 교사가 활동 중에 개입해야 하는데 학생들이 어떤 부분을 어려워할지, 그리고 어떤 부분에 집중할지 예측만 한 상태에서 준비하는 것이 힘들었다고 하였다.

수업 교사는 이와 같은 수학적 모델링 수업을 또 해볼 의향이 있는가에 대해 다시 해보고 싶다는 긍정적인 견해를 피력하였다. 수업 교사 자평 중 이번 수업이 모든 학생의 학습목표 도달까지는 성공적이지 않았으나 평소 수학 수업에 소극적인 아이들이 오히려 적극적으로 의견을 표현하였으며, 학생들이 수학적 모델링 과정을 경험해 봄으로써 수학이 실생활에 사용된다는 것을 느낄 수 있는 기회를 제공했다는 점에서 긍정적으로 평가하였다.

Ⅴ. 결 론

본 연구에서는 초등학교 2학년 수학 교육과정 성취기준과 진도를 고려하여 초등학교 저학년 학생들에게 적용 가능한 수학적 모델링 프로그램을 개발하였다. 이를 2학년 한 학급 학생들에게 실제로 적용해봄으로써 저학년 학생들의 수학적 모델링 학습 과정에서 나타나는 특징을 분석하고 그 결과를 통해 저학년을 대상으로 한 수학적 모델링 프로그램의 적용 가능성을 탐색하였다.

수업 관찰 결과, 모둠원 간 의사소통이 미흡했다거나 현실과 수학 세계의 전이가 원활하게 이루어지지 않은 것, 모델링 사이클의 마지막 단계인 해석 및 검증을 어려워한다는 것 등 부정적 측면에서의 특징이 발견되었다. 반면 과반수 이상의 학생에게서 수학적 모델링 사이클의 단계가 나타났으며, 수학적 모델링 활동에 적절한 교사의 개입 형태를 확인할 수 있었다. 또한 수학적 모델링 과정 중에 학생 간 협력을 독려하고, 실세계 문제 상황에서 수학을 경험하게 함으로써 수학 수업에의 흥미와 관심을 제고시킬 수 있다는 긍정적 측면에서의 특징을 찾을 수 있었다. 이에 초등학교 저학년 학생들을 대상으로 한 수학적 모델링 수업은 가능하며, 다만 앞서 언급한 어려움을 극복하기 위해 주의 깊은 교수학적 전략이 요구되는 것은 사실이다.

이를 위해 본 연구 결과로부터 도출한 초등학교 저학년의 수학적 모델링 수업을 위한 과제 개발 및 적용 측면에서의 교수학적 시사점은 다음과 같다. 앞의 세 가지는 프로그램 개발을 위한 시사점이고 나머지는 프로그램 적용을 위한 것이다.

첫째, 저학년 학생들을 위한 수학적 모델링 프로그램의 개발 시 특히 수학적 지식의 제약을 고려할 필요가 있다. 수학적 모델링 연구가 중등 또는 초등의 고학년에 국한되어 온 이유 중 하나가 실세계와 관련된 문제 상황을 해결하기 위해 적용해야할 수학적 지식의 범위와 관련된다고 볼 수 있다. 문제해결자의 수학적 지식의 범위가 넓을수록 그것을 적용하여 해결 가능한 실세계의 비정형적 문제 상황은 더 다양하고 실제적일 것으로 기대된다. 그러나 초등학교 저학년 학생이 다루는 수학적 지식의 범위가 상위 학년에 비해 제한적이기 때문에 그만큼 다룰 수 있는 상황의 실제성이나 다양성이 국한될 수밖에 없다. 예컨대 본 연구에서 아버지의 키를 다루기 전에 학생들이 현장 학습에서 자주 접한 건축물의 높이를 고려했었지만, 그 경우 길이 단위 m를 안 배웠고, 한편 cm로 나타낼 경우 세 자리 수의 덧셈 역시 배우지 않은 2학년 1학기의 연구대상을 고려하여 문제 상황을 변경해야만 했다.

둘째, 저학년 학생들의 한글 독해 및 문장 이해 수준을 고려해야 한다. 수학적 모델링

과제는 보통 문제 상황 설명을 위해 장문을 포함할 때가 다수 있는데, 저학년은 아직 어휘나 용어에 대한 이해 및 활용이 미흡하여 이를 읽고 이해하는 것을 어려워한다. 따라서 상황을 명료하게 전달할 수 있는 그림 상황이나 그림 도움카드를 이용하거나 설명식 문장을 이용할 때 단문 위주의 표현으로 제시하는 것은 저학년 학생들의 문제 이해 및 상황 결정에 대한 어려움을 경감시킬 것으로 기대된다.

셋째, 프로그램 개발 시 어려움에 당면한 학생들을 위한 교사 개입을 면밀하게 계획할 필요가 있다. 이때 수학적 모델링 사이클의 각 단계를 고려하는 것은 도움이 된다. 개발한 과제에 대해 수학적 모델링 사이클의 각 단계를 순차대로 경험하는 저학년 학생에 대한 사고실험을 통해 다음 단계로의 전이가 어려운 학생들에게 어떠한 개입을 제공할 수 있는지를 결정하는 것은 교사가 수학적 모델링을 의도한 수업에서 학생이 얼마나 유의미한 수학적 모델링 활동을 경험하였는지를 결정하는 중요한 요인이 되기 때문이다. 수학적 모델링 활동에서는 대체적으로 교사의 의도적 비개입을 선호하지만, 본 연구의 초등학교 저학년 학생들의 실제 수업에서는 지원 유형 중 피드백, 일반 전략, 내용관련 전략과 개입 유형 중 진단과 간접조언이 다수 관찰되었음을 주목할 필요가 있다. 학생이 어려움에 직면했을 때 교사가 즉흥적으로 직접적인 개입을 하게 되면 다음 단계로의 전이는 쉽게 이루어질지라도 유의미한 수학적 모델링 단계의 전이가 있었는지에 대해서는 재고의 여지가 있다. 따라서 프로그램의 개발부터 교사의 지원과 개입을 체계적으로 준비하면 저학년 학생들에게 좀더 효과적인 수학적 모델링의 경험을 제공할 수 있을 것으로 예상된다.

넷째, 수학적 모델링 수업 시 저학년 학생들의 연령을 고려한 교수 전략이 마련되어야 한다. Yoon & Thompson(2007)이 지적했듯이, 수학적 모델링 역량을 강화하는 유일한 방법은 직접 해보는 것이지만 교사의 적절한 안내가 없는 반복 연습은 부적절한 습관을 형성할 수 있다. 이는 수학적 모델링을 학습하고자 하는 모든 연령층에 관련된 사실이지만 특히 본 연구에서의 관심 대상인 초등 저학년의 경우에는 더욱 그러하다. 그동안 초등학생들을 대상으로 한 수학적 모델링 연구가 여러 차례 있었으나 고학년을 대상으로 한 연구만이 주를 이루었던 이유는 저학년용 수학적 모델링을 위한 교수 전략이 없었기 때문이다. 예를 들어, 본 연구에서 교사의 개입을 위해 그림 형태의 도움카드를 적용한 것은 저학년의 인지 특성을 고려한 전략이었다.

다섯째, 저학년 학생들을 대상으로 한 성공적인 수학적 모델링 수업을 위해서는 여유있는 활동 시간을 제공해야 한다. 수업 관찰 결과, 저학년 학생들은 나이가 어리다보니 자신이 생각한 바를 글이나 그림으로 기록하는 것 자체를 어려워하는 특징을 발견할 수 있었다. 본 연구에서는 저학년 아이들의 집중력을 고려해서 40분간 프로그램을 진행하였으나, 한 차시 분량의 40분이라는 시간은 완성도 있는 결과를 도출하기에 부족하다고 판단되었다. 따라서 학생들이 해법을 찾은 후, 자신의 생각을 정리하고 발표하고 반성하는 시간 등 모든 절차상 시간을 충분히 주는 것이 효과적일 것이다.

여섯째, 저학년 학생 간의 원활한 의사소통을 위하여 모둠의 크기를 축소할 필요가 있다. 본 연구에서는 Borromeo Ferri(2018)에 따라 4~5인 모둠 구성을 하였으나 의미 있는 의사소통에 어려움이 있었고, 오히려 개별 활동이나 짝활동을 선호하는 것으로 나타났다. 수업교사의 성찰에서도 제언되었던 사항이다. 따라서 저학년에게는 같은 수학적 수준을 갖고 있거나 비슷한 성격이나 성향을 가진 학생들을 2~3명 모둠으로 구성하거나, 개별 활동의 시간을 충분히 준 후 학급 전체의 활동으로 적용하여 의견을 교환하도록 하는 등의 작은 규모이면서 탄력적으로 변화 가능한 형태의 모둠 구성 전략이 필요하다.

일곱째, 수학적 모델링이 갖는 긍정적인 교육적 효과를 얻기 위해서는 일회성이 아닌

지속적인 수업을 실시할 필요가 있다. 비록 본 연구에서는 수업이 한 차시에 국한되었다는 한계가 있다 하더라도, 학생들의 긍정적이며 적극적인 수업 참여 태도와 학생 스스로 반성을 활성화할 수 있다는 가능성, 그리고 수업을 진행한 교사의 후속 수업에 대한 갈망 등을 고려할 때, 지금까지 모든 수학적 모델링 연구에서 주장되었듯이 수학적 모델링을 위한 지속적인 수업이 필요하다. 예를 들어 본 수업 이전에 수학적 모델링 과제 유형을 경험하도록 의도한 정보 과다 및 정보 부족의 두 차례 문제 해결 시, 학생들은 1회차의 단 한 번의 경험만으로도 2회차 때 훨씬 자연스럽고 유의미하게 활동을 전개한 것을 확인했었다.

덧붙여, 수학적 모델링 프로그램의 성공적인 적용을 위한 필수 조건으로 교사 연수가 있다. 본 연구에서는 수업 교사가 연구자 중 한 명이었고 한 학기 동안의 대학원 수업을 통해 수학적 모델링에 대한 학습이 이루어졌기에 충분히 원활한 수학적 모델링 수업이 이루어질 수 있었다. 교사 연수를 통해 교사가 수업에 앞서 수학적 모델링에 대해 깊이 이해한 후, 수학적 모델링을 위한 학년 특성에 맞는 프로그램과 교수 전략의 개발 과정에 함께 한다면 수학적 모델링 수업의 효과는 더욱 강력해질 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (2015). **수학과 교육과정.** 교육부고시 제2015-74호 [별책 8].

김민경 (2010). **수학적 모델링-초등수학 중심으로.** 서울: 교우사.

김민경, 홍지연, 김혜원 (2010). 수학적 모델링 적용을 위한 문제 상황 개발 및 적용. **한국수학교육학회지: 시리즈 A, 49**(13), 313-328.

김선희, 김기연 (2004). 수학적 모델링 과정에 포함된 추론의 유형 및 역할 분석. **학교수학, 6**(3), 283-299.

도은혜 (2009). **수학적 모델링 활동 수업을 통한 문항 개발 및 적용.** 경남대학교 교육대학원 석사학위논문.

박선영 (2018). **수학적 모델링 과정을 실현하기 위한 교과서 문제 재구성 방안 연구.** 성균관대학교 대학원 석사학위논문.

박은주 (2013). **초등수학에서 실생활 문제해결을 위한 모델링 과정 분석.** 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

박진형 (2015). **다면적 모델링에 기반한 수학 교수 학습 연구.** 서울대학교 대학원 박사학위논문.

박진형, 이경화 (2014). 모델링 활동을 통한 메타수준 학습에 대한 연구. **학교수학, 16**(3), 409-444.

오영열 (2013). 초등수학에서 수학적 모델링 적용 필요성에 대한 연구. **한국초등수학교육학회지, 17**(3), 483-501.

장혜원, 김은혜, 강윤지, 최혜령 (2018). '우유의 양' 과제를 이용한 초등학교 6학년 수업에서 수학적 모델링 교수·학습 분석. **학교수학, 20**(4), 547-572.

황혜정 (2007). 수학적 모델링의 이해: 국내 연구결과 분석을 중심으로. **학교수학, 9**(1), 65-97.

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?. *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73-96). Cham: Springer.

Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling from a cognitive perspective: Individual modelling routes of pupils. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling, Education, Engineering and Economics* (pp. 260–270). Chichester: Horwood Publishing.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education.* Cham: Springer.

Borromeo Ferri, R. & Blum, W. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1). 45-58.

Chamberlin, S. & Coxbill, E. (2013). Using model-eliciting activities to introduce upper elementary students to statistical reasoning and mathematical modeling. http://www.uwyo.edu/wisdome/_files/documents/chamberlin_coxbill.pdf

Chan, C. M. (2008). Using model-eliciting activities for primary mathematics classrooms. *The Mathematics Educator, 11*(1/2), 47-66.

Common Core State Standards Initiative(CCSSI: 2010). *Common Core State Standards for Mathematics.* http://www.corestandards.org/assert/CCSSI_Math%20standards.pdf

English, L. D. (2002). Development of 10-years-olds' mathematical modeling. In A, Cockburn & E. Nardi(Eds.), *Proceedings of the 26th International PME Conference,* University of East. Anglia, Norwich. 329-336.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school : Children's construction of a consumer guide, *Educational Studies in Mathematics. 63*, 303-323.

English, L. D. & Watters, J. J. (2005). Mathematical modeling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal. 16*(3). 58-79.

Gravemeijer, K. (1997). Solving word problems: A case of modelling?. *Learning and Instruction. 7*(4), 389-397.

Maaß, K. (2007). Modelling in class: what do we want the students to learn? In C. Haines, P. Galbraith,, & W. Blum, S. Khan(Eds.), *Mathematical Modelling, Education, Engineering and Economics* (pp. 65–78). Chichester: Horwood Publishing.

Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. J*ournal für Mathematik-Didaktik, 31,* 285–311.

Ministère de l' Éducation nationale (2008). *Mathématique.* France: Centre national de documentation pédagogique.

Ministry of education (2012). *Primary mathematics teaching and learning syllabus.* Singapore: Curriculum Planning and Development Division.

Yoon, C. & Thompson, M. (2007). Cultivating modeling abilities. In R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput(Eds.), *Foundations for the Future in Mathematics Education.* London: LEA. 201-209.

<Abstract>

Development and Application of Mathematical Modeling Task for the Lower Grade Elementary School Students

Chang, Hyewon[5]; & Choi, Hye Ryung[6]; & Kang, Yun Ji[7]; & Kim, Eun Hye[8]

Considering precedent studies in which research subjects are mainly confined to secondary school students or higher grade students of elementary schools, we can notice that there has been implicit agreement that instruction of mathematical modeling is quite difficult to lower grade students of elementary schools. Compared to this tendency, this study aims to examine the possibility of instruction of mathematical modeling for all of school ages, and more specifically, the applicability of mathematical modeling tasks to lower graders. To do this, we developed a mathematical modeling task proper to cognitive characteristics of lower graders and applied this task to the second graders. Based on the research results by lesson observation and the teacher's reflection, some didactical suggestions were induced for teaching the lower grade elementary school students mathematical modeling.

Key words: mathematical modeling, problem solving, the lower grade elementary school students

논문접수: 2019. 01. 15
논문심사: 2019. 01. 30
게재확정: 2019. 02. 14

5) hwchang@snue.ac.kr
6) seadrag@hanmail.net
7) angie0718@sen.go.kr
8) comet150@naver.com

〈부록 1〉 학생 활동지

실생활 문제와 함께 하는

흥미진진 수학시간

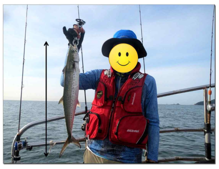
학교	초등학교
학년–반	2학년 반
이름	

■ 연수는 아버지와 함께 낚시를 갔습니다. 2시간 후 아버지는 큰 물고기를 낚았습니다. 아버지의 키는 얼마일까요?

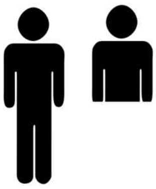
구해야 할 것	
문제를 통해 알 수 있는 것	
우리에게 필요한 정보	

〈부록 2〉 도움카드

1.

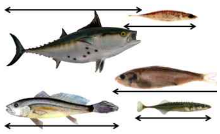


2.



3.

4.



<부록 3> 수업지도안

프로그램 제목	아버지의 키	학년/학기	2학년 1학기
프로그램 내용	물고기를 잡은 아버지의 키를 구하기 위한 문제 해결		
단원 및 영역	4. 길이재기(측정)	핵심수학원리	길이재기, 어림하기
학습목표	길이재기, 어림하기와 관련된 실생활 문제를 해결할 수 있다.	학습자료	활동지, 자, 필기도구

수학적 모델링 단계	교수 학습 과정	시간	준비물(★) 및 주의사항(※)
과제 이해	◎ **아버지의 사진 살펴보기** ○ 문제 제시하기 연수는 아버지와 함께 낚시를 갔습니다. 2시간 후 아버지는 큰 물고기를 낚으셨습니다. 아버지의 키는 얼마일까요? ◎ **학습문제 확인하기** ○ 공부할 내용 확인하기 **아버지의 키를 알아보자.** ○ 문제 상황의 관찰, 이해 및 단순화 • 문제 해결을 위해 활용해야 할 정보를 확인하고 필요한 정보를 선택한다. -아버지의 사진에서 무엇이 보입니까? -우리가 아버지의 사진을 통해 알 수 있는 것은 무엇인가요?	5'	★ 활동지1, PPT ※ 학생들이 사진에 흥미를 갖고 주목할 수 있는 분위기를 조성한다. 문제를 함께 읽고 그 내용을 생각하되 초등학교 2학년 학생들의 눈높이에서 풀어 설명한다.
단순화	◎ **아버지의 키 알아보기** ○ 모델 형성 •문제 상황을 단순화하여 문제 해결을 위해 필요한 정보를 탐색한다. -사진을 살펴보고 아버지의 키를 알아내기 위해 필요한 것들을 찾아봅시다. -사진을 살펴보고 모둠원들과 의논하여 사진에 나타나지 않은 것을 정해봅시다.	7'	★자, 활동지1 ※학생들에게 문제이해, 가정하기 등의 교수학적 용어를 사용하는 것이 아니라 발문을 통해 자연스럽게 결과를 추론할 수 있도록 유도한다.
수학화	• 문제를 어떤 방법으로 해결해야 할지 계획하고 기록한다. -공부한 내용 중 아버지의 키를 구하기 위해 필요한 내용을 생각해 봅시다. -어떤 순서로 구해야 할지 생각해 봅시다.	5'	★자, 활동지1 ※도움카드의 존재와 사용방법에 대해 미리 안내한다.
수학적 활동	• 조사 수집한 정보를 바탕으로 아버지의 키를 구해본다. -모둠별로 연수 아버지의 키를 알아봅시다. -모둠별로 의논한 것을 바탕으로 아버지의 키를 구해보고 왜 그렇게 생각했는지 이유를 적어봅시다. **<교사의 개입>** -아버지가 들고 계신 물고기의 크기를 먼저 생각해보고 아버지의 키를 생각해봅시다.**[문제 해결 과정을 계획하지 못하는 경우]** -사진에서 보이는 아버지의 모습과 아버지의 전체 키를 생각해 봅시다.**[사진 속 아버지의 모습이 상반신인 것을 인지하지 못하는 경우]** -여러분의 키가 모두 다르듯이 여러분 아버지의 키도 다를 수 있습니다.**[학생들이 본인의 아버지 키와 동일하게 생각하는 경우]** -아버지가 들고 계신 물고기의 크기를 생각해 봅시다.**[익숙한 물고기의 길이를 사진 속 물고기의 길이로 생각하는 경우]** -우리가 공부한 단위를 생각해보고 내 키를 생각해 봅시다.**[단위의 사용에 곤란함을 겪는 경우]** -내가 알고 있는 나의 키와 우리 아버지의 키를 생각해 봅시다.**[아버지의 키를 어림하는 것에 어려움을 겪는 경우]** -나와 내 친구의 키를 생각해보고 아버지의 키를 생각해봅시다.**[아버지의 키를 어림하는 것에 어려움을 겪는 경우]**	8'	★도움카드 ※교사는 학생들이 스스로 활동할 수 있도록 전략적으로 개입하여, 학생들이 겪는 어려움에 따라 각각 다른 도움을 제공한다. ※교사의 개입 시 정의적 측면의 개입을 통해 학생들을 독려하여 끝까지 문제를 해결하게끔 이끈다.
해석 및 검증	◎ **내가 생각한 아버지의 키와 이유 발표하기** • 모둠별로 정리한 자료를 바탕으로 문제를 해결한 과정과 결과를 발표한다. -왜 그렇게 생각했나요? -모둠원 모두가 같은 생각인가요? 모둠원 모두가 동의한 결과인가요? -모둠 내 다른 의견이 있었나요? 있었다면 왜 그 부분이 빠진 것인지 이야기해 봅시다. • 모둠별 발표를 듣고 다른 모둠의 결과에 대해 생각하고 평가한다. -학습지에 다른 모둠이 알아낸 키가 정확하다고 생각한 만큼 색칠하고 그 이유를 적어 봅시다. ◎ **정리하기** • 결과에 대한 의견 공유하기 -친구들이 발표한 아버지의 키를 생각해봅시다. -우리 모둠이 생각한 아버지의 키와 다른 모둠이 생각한 아버지의 키를 비교하여 생각해 봅시다. -다른 모둠의 발표를 들은 뒤, 우리 모둠이 정한 키를 바꾸고 싶은 모둠이 있나요? 있다면 어떻게 바꾸고 싶고 그 이유는 무엇인가요? • 수업에 대한 의견 공유하기 -수업을 통해 새롭게 알게 된 점을 이야기해 봅시다.	10' 5'	★활동지2 ※발표가 이루어지는 동안 집중해서 듣고 들은 내용을 기록할 수 있게끔 지도한다. ※다른 모둠에 대해 평가할 때, 다른 요소의 개입 없이 문제 해결 과정과 결과에 집중하여 평가하게끔 지도한다.