한국초등수학교육학회지 23(1) 1-17.
2019. 2. 28
Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 23(1) 1-17.
February 28. 2019.

분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 관한 예비교사의 인식과 개선[1]

조진석[2] · 김성준[3] · 이동환[4]

본 연구에서 예비교사들은 자신들의 학교수학에 대한 경험과 지식을 토대로 분수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 배치하는 활동을 하였다. 그 결과 교육과정의 제시된 순서와 일치한 경우는 없었지만 이러한 활동은 예비교사의 인식을 드러낼 수 있는 기회가 되었고 예비교사들은 자신의 인식과 교육과정의 차이 그리고 서로 간의 인식이 다름을 확인하면서 교사에게 필요한 지식을 배울 수 있었다. 즉, 예비교사들은 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 내재된 수학적 관계를 알 수 있었고, 연산 지도에서 학생들의 사전 지식과 생각을 파악하는 것의 중요성과 어려움을 알 수 있었으며, 교수학습 방법으로서 생산적 실패의 효과를 체감할 수 있었다.

주제어: 예비교사교육, 분수와 소수, 곱셈과 나눗셈 지도 순서

Ⅰ. 서 론

초등교사는 수학과 교육과정의 내용을 이해할 필요가 있다. 교사가 현재 가르치고 있는 내용의 전 단계와 다음 단계 그리고 이를 둘러싼 여러 가지 내용을 이해하고 있을 때, 효과적인 수업이 가능하다는 점에서, 교육과정 관련 지식은 교사에게 필요한 대표적인 지식이라고 볼 수 있다(Ball, Thames, & Phelps, 2008; Remillard & Kim, 2017). 수학교사에게 필요한 지식의 유형을 분석하고 분류하는 연구는 활발하게 진행되고 있으나, 수학교사에게 이러한 지식을 가르치는 방법에 대한 연구는 부족하다(Steele & Hillen, 2012).

이러한 상황에서 본 연구는 초등예비교사에게 수와 연산 영역의 교육과정 지식, 특히, 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 가르치는 효과적인 방법을 모색하고자 한다. 그러나 교사교육을 통한 교사의 변화는 쉽지 않다. Ball(1988)은 그 원인이 예비교사가 가지고 있는 수학 및 수학교육에 대한 신념과 지식을 고려하지 않고 설계된 교사교육 프로그램에 있다고 지적하였다. 예비교사는 학창시절의 수학교육 경험을 통해 형성된 수학 및 수학교육에 대한 독자적인 관념을 가지고 있으므로, 일방적인 수학 교수학습 방법을 전달하는 것으로는 이러한 예비교사의 생각을 바꾸는 데 한계가 있다는 것이다. 따라서 교사교육 프로그램은 예비교사가 가지고 있는 수학 및 수학교육에 대한 신념과 지식을 드러낼

1) 이 논문은 2018년도 부산교육대학교 교내 연구과제로 지원을 받아 수행된 연구임.
2) 부산교육대학교, 조교수
3) 부산교육대학교, 교수
4) [교신저자] 부산교육대학교, 부교수

수 있는 기회를 제공하고, 그러한 인식에 의문을 제기하여 새로운 인식으로 변화시키거나 확장시키는 기회를 제공할 필요가 있다(Ball, 1988). 특히, 초등 예비교사들은 초등학교 수와 연산 영역을 완벽하게 이해하고 있다고 생각하는 경향이 있으므로 이들의 인식을 변화시키는 것이 더 어려울 수 있다(Rowland, 2009).

본 연구는 초등 예비교사를 대상으로 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 가르치는 방법을 설계하고 실행하여 이러한 방법의 효과를 분석하고자 한다. 이를 위해 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 대해 초등 예비교사가 가지고 있는 지식과 신념을 드러낼 수 있는 기회를 제공하려고 한다. 이러한 과정에서 예비교사들이 자신의 인식에 의문을 제기하고, 변화를 경험하기를 기대하였다. 이를 연구문제로 구체화하면 다음과 같다. 첫째, 초등예비교사는 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 어떻게 인식하고 있는가? 둘째, 이러한 인식이 드러나는 과정에서 예비교사는 어떠한 갈등을 경험하고 무엇을 배우는가?

Ⅱ. 이론적 배경

1. 교육과정에 관한 교사 지식

수학교사는 수학교육과정에 대해 무엇을 알아야 하는가? Shulman(1986)은 교사에게 필요한 지식으로서 교과내용지식, 교수학적 내용지식과 함께 교육과정지식(Curriculum Knowledge, 이하 CK)을 언급하였다. CK는 가르치는 내용이 교육과정에 어떠한 순서로 배치되어 있는지에 대한 지식으로서 교사는 각 내용들이 학년 내에서 또는 학년 간에 어떻게 연결되어 있는지를 알아야 한다(Shulman, 1986).

Ball, Thames, & Phelps (2008)는 수학교사에게 필요한 지식을 MKT(Mathematical Knowledge for Teaching)로 개념화하고, 교육과정 내용지식(Knowledge of Content and Curriculum, 이하 KCC)과 지평 내용지식(Horizon Content Knowledge, 이하 HCK)을 MKT의 하위 범주 중 하나로 규정하였다. KCC는 교육과정의 내용 체계를 횡적, 종적으로 이해하고 있는 정도를 뜻하며, Shulman(1986)의 CK와 유사하다. HCK는 현재 가르치고 있는 내용과 관계된 여러 가지 수학적 내용에 대한 지식을 뜻하며, 수학 교과의 특성을 반영한 것으로서 수학적 연결성을 강조하는 것으로 볼 수 있다. 교사가 현재 가르치고 있는 수학적 개념의 전 단계와 다음 단계 그리고 이를 둘러싼 여러 가지 개념들 사이의 연결성을 이해하고 있을 때 효과적인 수업이 가능하다는 점에서, KCC와 HCK의 중요성을 이해할 수 있다.

수학교사는 수학수업을 설계하기 위해 교육과정 문서, 지도서와 같은 교육과정 자료를 읽고 해석하는 일을 하고, 이러한 일을 수행하는 데 수학 지식이 필요하다. Remillard & Kim (2017)는 교육과정 자료를 읽고 해석할 때 교사에게 필요한 수학 지식을 교육과정에 내재된 수학지식(Knowledge of Curriculum Embedded Mathematics, 이하 KCEM)이라고 정의했다. KCEM의 구체적인 요소로서 교사는 수학적 아이디어 간의 관계를 이해하고, 학습자의 관점에서 문항의 상대적 난이도를 파악할 수 있어야 하며, 수학 개념이 어떻게 도입되어 어떠한 과정으로 심화되어 가는지를 토대로 수학학습 경로를 이해해야 한다 (Remillard & Kim, 2017).

Rowland(2013)는 수학교사의 수학지식이 발휘되는 수업 상황을 토대로 지식 쿼터(Knowledge Quarter) 4가지 즉, 기초지식, 변환, 연결, 준비를 정의하였다. 이 중에서 교육

과정과 관련된 지식이 발휘되는 상황은 ‘연결’이다. 즉, 수학적 개념 사이의 관계를 설명하거나 각 개념의 가르치는 순서를 결정하거나 가르칠 내용의 난이도를 파악하는 상황에서 교사의 수학지식이 발휘된다는 것이다.

이처럼 수학교사는 수학 교육과정과 관련하여, 수학적 개념 사이의 관계와 연결성을 파악하여 설명할 수 있어야 하고, 각 개념들의 복잡도와 난이도를 이해하여 학생 수준에 맞게 지도 순서를 결정할 수 있어야 한다. 따라서 본 연구에서는 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도에 관한 교육과정 관련 지식의 요소로서 각 연산 간의 수학적 관계와 난이도에 따른 지도 순서를 이해하는 것이 중요하다고 판단하였다.

2. 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서

본 연구는 예비교사들의 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 대한 인식을 알아보기 위해, 예비교사들에게 [그림 1]과 같은 계산식을 제시하고, 이 식을 지도 순서대로 나열하도록 하였다. [그림 1]에 제시된 식은 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에서 도입 문제로 사용된 것이다. 2009 개정 교육과정 이전 수학교과서의 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 분석한 선행연구를 보면, [그림 1]의 순서는 그대로 유지되고 있음을 확인할 수 있다(방정숙, 이지영, 2009; 최근배, 2015). 또한 2015 개정 교육과정에서 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 관련 성취기준의 변화가 없었고, 실험본 교과서의 내용을 검토한 결과 [그림 1]의 지도 순서는 그대로 유지됨을 확인할 수 있었다.

$\frac{1}{2}\times 6$	$6\times\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$	0.2×6	2×0.7	0.6×0.4	$1\div 4$	$\frac{1}{4}\div 2$
$1\frac{1}{2}\div 4$	$2.6\div 2$	$8.2\div 4$	$1\div\frac{1}{4}$	$\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$	$\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$	$2.4\div 0.4$	$6.67\div 2.3$

[그림 1] 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 식 카드

[그림 1]은 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈에 관한 교과서의 모든 지도 순서를 나열한 것은 아니고, 교수학적으로 의미 있는 구분이 필요한 내용을 중심으로 선별한 것이다. 예를 들어, 분수의 곱셈 단원은 (진분수)×(자연수), (대분수)×(자연수), (자연수)×(진분수), (자연수)×(대분수), (단위분수)×(단위분수), (진분수)×(진분수)의 순서로 구성되어 있으나, 본 논문에서는 (진분수)×(자연수), (자연수)×(진분수), (진분수)×(진분수) 에 해당하는 식만 사용하였다.

분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서 관련 선행연구에서 주로 확인할 수 있는 논점은 3가지이다. 첫째, 학생들은 (진분수)×(자연수), (자연수)×(진분수)를 다르게 해석한다. 분수의 곱셈은 교환법칙이 성립하므로 두 식의 계산 절차상의 차이는 없다. 그러나 분수 곱셈을 처음 배우는 학생들에게 $6\times\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{3}\times 6$의 의미는 서로 다르게 인식된다. 오영열(2004)은 초등 예비교사를 대상으로 $\frac{2}{5}\times 3$과 $3\times\frac{3}{4}$에 대한 계산 능력과 의미 이해를 조사했다. 그 결과 계산 능력에서는 차이가 없었는데, $\frac{2}{5}\times 3$을 바르게 해석한 예비교사는 81.7%인 반면에 $3\times\frac{3}{4}$을 바르게 해석한 예비교사는 51.3%였다. $\frac{2}{5}\times 3$은 보편적인 곱셈의

개념인 ‘동수누가’의 의미로 해석될 수 있지만, $3\times\frac{3}{4}$에는 동수누가의 개념으로 해석하기가 어렵기 때문일 것이다. 이처럼 자연수의 곱셈 개념을 그대로 확장하여 적용하기에 자연스럽기 때문에, 분수 곱셈에서 $\frac{1}{2}\times 6$을 $6\times\frac{1}{3}$보다 먼저 지도한다고 볼 수 있다.

둘째, 분수의 연산을 소수의 연산보다 먼저 지도한다. 우리나라 교육과정은 분수를 먼저 정의하고, 소수를 분수의 다른 이름으로 도입하여 분수와의 관련성을 강조한다. 그 결과 소수의 곱셈과 나눗셈 역시 소수를 분수로 바꾸어 계산하는 방법으로 도입한다. 김정원, 권성룡(2017)은 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 교과서에서 소수를 지도하는 방식을 분석하였는데, 소수 개념 도입 시기와 방법에는 차이가 있었으나 전반적인 연산 지도 순서에는 큰 차이가 없었다. 특히, 한국, 싱가포르와 달리 일본은 소수의 곱셈을 분수의 곱셈보다 먼저 지도하는데, 일본은 분수와 독립적으로 소수를 도입하기 때문이다. 한국, 싱가포르, 미국의 경우 소수를 분모가 10의 거듭제곱인 분수의 다른 이름으로서 도입하고, 소수의 곱셈과 나눗셈은 분수의 곱셈과 나눗셈과 관련하여 지도한다. 반면에, 일본은 분수와 관련하지 않고 자연수 체계의 확장으로서 30의 $\frac{1}{10}$배가 3이 듯이, 3의 $\frac{1}{10}$배를 0.3으로 표현하면서 소수를 도입하고, 분수의 곱셈과 관련 없이 소수의 곱셈을 먼저 지도한다. 분수의 연산을 소수의 연산보다 먼저 지도하는 것이 일반적이나 이러한 순서가 절대적인 것은 아님을 알 수 있다.

셋째, 분수와 소수의 나눗셈은 나누는 수가 자연수인 경우를 먼저 지도한다. 나눗셈의 의미는 분할 나눗셈과 측정 나눗셈으로 구분되는데, 전자는 전체를 몇 묶음으로 똑같이 나누었을 때 한 묶음의 크기가 얼마인지에 관한 것이고 후자는 전체를 일정한 단위로 묶었을 때 몇 묶음이 되는지에 관한 것이다(강흥규, 2014). 이와 같은 나눗셈의 의미는 자연수 범위뿐만 아니라 분수 및 소수의 나눗셈에도 적용될 수 있지만, 나누는 수가 분수 또는 소수인 나눗셈에는 이러한 의미를 적용하기에 적절하지 않으므로 나눗셈의 의미가 조정될 필요가 있다. 그러나 나눗셈 의미의 조정은 쉽지 않은 일이다. 초등 예비교사들 역시 나누는 수가 분수인 나눗셈의 의미를 이해하는 데 어려움을 겪고 있다. 실제로 박교식, 송상헌, 임재훈(2004)은 예비교사들이 $1\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}$에 적합한 문장제를 만들면서, 여러 가지 오류를 범하고 있음을 관찰하였다. 이처럼 분수와 소수의 나눗셈은 나누는 수의 특징에 따라 그 의미와 수준이 구분될 수 있다.

3. 생산적 실패

Kapur(2014)는 수학 학습에서 생산적인 실패(productive failure)의 역할을 주장하였다. 목표 개념을 가르친 이후 해당 개념을 활용하여 문제를 해결하는 방식의 수업 순서를 바꾸어 목표 개념을 가르치기 전에 문제를 해결하고, 그 뒤에 개념을 설명하는 수업 방식이 효과적임을 실험으로 보여주었다. 학생들이 문제를 해결하는 데 필요한 개념을 알지 못하므로 문제 해결에 실패할 가능성이 매우 높은데, 이러한 실패가 후속 학습에 큰 도움이 된다는 것이다. Kapur(2014)에 따르면, 생산적인 실패를 통해 학생들은 사전 지식을 활성화하고 기존 지식과의 다른 점을 자각할 수 있는데, 이러한 사전 지식의 활성화와 차별화가 일어나야 효과적인 학습이 일어난다는 것이다. 따라서 본 연구에서 연구자는 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 예비교사에게 지도하기 전에, [그림 1]의 지도 순서를 배치하

도록 과제를 설계하였다. 이는 예비교사들의 사전 지식을 활성화하고 그에 따라 자신의 지식을 성찰할 수 있는 기회가 될 수 있을 것이다. 즉, 생산적 실패는 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 관한 예비교사의 인식을 드러내고 개선하는 데 효과적인 방식이 될 수 있다.

Ⅲ. 연구방법

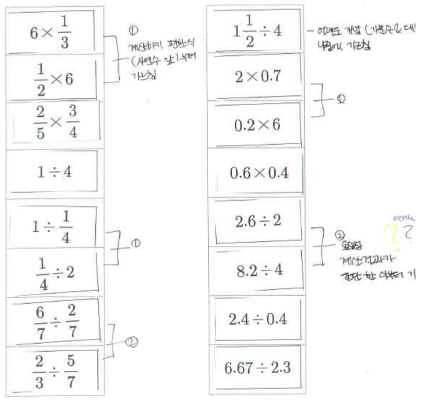
1. 연구 대상

본 연구는 광역시의 교육대학교에서 2학년에 재학 중인 예비교사 85명을 대상으로 하였다. 이들은 연구자가 3개 분반으로 개설한 초등수학교재연구의 수강생이다. 초등수학교재연구는 초등학교 수학교육과정과 수학교과서를 비판적으로 분석하고 이해하는 것을 목적으로 개설된 필수 과목이며, 연구 대상은 이전에 초등수학교육이론에 관한 강좌를 수강하였다. 연구 대상은 초등학교 수학교육과정과 교과서를 분석한 경험이 없었다. 15주의 초등수학교재연구 수업 중, 5주차 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈의 지도 순서에 관한 2시간 수업이 본 연구의 분석 대상이다. 이 수업 이전에 연구자는 자연수 및 자연수의 연산에 관한 수업을 진행했고, 분수와 소수에 관한 수업은 5주차부터 시작되었다. 즉, 수강생들은 분수와 소수에 관한 강의를 듣기 전에, 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈의 지도 순서를 배치하는 과제에 참여하였다.

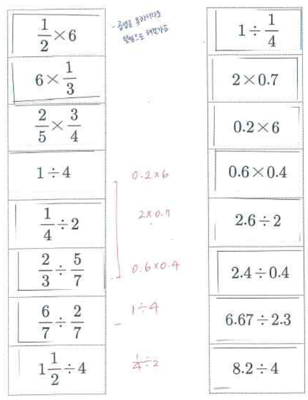
2. 과제 개발

본 연구의 목적은 예비교사들에게 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 가르치는 데 있다. 예비교사들은 이미 학교수학을 배운 상태에서 교사교육과정에 참여하므로, 교사교육과정에서는 이러한 예비교사의 지식을 인정하고 적극 활용하는 것이 효과적이다. 이러한 관점에서 Ball(1988)은 예비교사들에게 새로운 사실을 가르치기 보다는 그들에게 자신이 기존에 가지고 있던 수학 및 수학교육에 관한 지식을 드러낼 수 있는 기회를 주고 반성하게 하는 것이 효과적이라고 주장하였다. 이러한 맥락에서 Gadanidis & Namukasa(2009)은 예비교사에게 수학 치료(math therapy)가 필요함을 주장하였다. 예비교사들이 학교 교육을 통해 형성한 수학 및 수학교육에 관한 고정 관념을 치료할 수 있는 경험을 교사교육과정에서 제공해야 한다는 것이다. 이를 위해, 예비교사들에게 그들의 고정관념을 깰 수 있는 충격을 줄 수 있는 과제가 필요하다는 것이다.

분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서 관련하여 앞에서 살펴본 3가지 논점 즉, $\frac{1}{2}\times 6$과 $6\times\frac{1}{3}$의 지도 순서, 분수 연산과 소수 연산의 지도 순서, 분수와 소수 나눗셈에서 나누는 수에 따른 지도 순서를 고려하여 16개의 식을 [그림 1]과 같이 선정하였다. 예비교사들은 [그림 1]의 각각의 식이 적힌 카드를 받은 후, 자신이 생각하는 지도 순서대로 카드를 배치하는 활동을 수행한다([그림 2], [그림 3] 참고). 지도 순서 결정 활동의 목적은 예비교사들이 분수와 소수에 관해 가지고 있는 지식을 드러내고, 이 과정에서 자신의 생각을 반성하고 생각의 변화를 자극하는 데 있다.



[그림 2] A모둠의 결과



[그림 3] B모둠의 결과

3. 과제 실행

수업은 4인 1조의 모둠 활동으로 진행되었다. 각 모둠은 16개의 계산식 카드를 지도 순서대로 활동지에 붙이는 활동을 25분간 수행하였다. 모둠 내에서 논의를 통해 지도 순서를 결정하도록 하였고, 이 과정에서 논란이 되는 부분을 별도로 기록하도록 안내하였다. 개별 활동이 아닌 모둠 활동으로 설계한 이유는 각자의 생각이 충돌하면서 분수와 소수 곱셈과 나눗셈에 관한 다양한 의견과 논점이 드러날 수 있기 때문이다. 연구자는 교과서에 제시된 지도 순서를 정확하게 찾아내는 것이 목적이 아니라 지도 순서를 결정하는 논의 과정과 그렇게 결정한 이유를 논의하는 것이 중요함을 지속적으로 강조하였다. 연구자는 모둠 활동을 관찰하면서 모둠에서 논란이 되는 부분이 어느 지점인지 확인하거나 논란이 되는 이유를 물어보는 역할만 하였다.

모둠 활동이 완료된 이후, 각 모둠 별 결과를 칠판에 게시하고 다른 모둠의 결과를 서로 확인하는 기회를 제공하였다. 이 때 다른 모둠의 결과를 보면서 이해하기 어렵거나 동의하기 어려운 부분을 표시하도록 하였다. 이 과정에서 학생들은 자연스럽게 다른 모둠 학생들과 즉석에서 토론이 이루어졌고, 연구자는 이 과정에 개입하지 않고 관찰만 하였다. 다른 모둠에게서 지적을 받은 모둠은 그렇게 순서를 배치한 이유를 좀 더 자세하게 서술하도록 하였다.

모둠별 피드백이 완료된 이후, 연구자는 활동 과정에서 도출된 쟁점을 소개하고 각 모둠별 쟁점에 대한 의견을 공유하는 전체 토론을 진행하였다. 이는 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 관한 쟁점을 구체화하는 데 목적이 있었다. 쟁점별 구체화가 완료된 이후, 교과서의 지도 순서를 공개하고 쟁점을 중심으로 교과서의 지도 순서를 설명하는 것으로 수업을 마무리하였다.

4. 자료 수집

연구자는 3개 분반의 수업을 진행하면서 각 모둠을 관찰하고 기록하였다. 각 모둠의 논의 과정은 녹음기로 녹음하였다. 각 모둠은 활동지에 논란이 되는 부분과 그 이유를 기록하도록 하였다. 수업 종료 후 제출된 활동지는 21개였다. 칠판에 게시하여 모둠별로 논의하는 과정과 전체토론 과정은 캠코더로 촬영하였다. 예비교사들은 수업 종료 후 수업비평문을 작성하였다. 수업비평문은 수업에서 배운 것, 수업 내용 중 이해하기 어렵거나 동의

하기 어려운 점, 수업에 대한 자신의 생각 등을 쓰는 것으로 안내되었다. 수업비평문은 1학기 동안 3회 이상 작성하도록 하였고, 본 연구에서 분석하는 수업에 대한 수업비평문은 38건이었다.

5. 자료 분석

분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 관한 초등예비교사의 인식을 파악하기 위해, 먼저 각 모둠 별 활동지에 나타난 지도 순서 21개를 비교하였다. 지도 순서의 차이가 명확하게 드러나는 부분을 찾고, 쟁점이 되는 식을 중심으로 모둠 별 결과를 비교하였다. 예를 들어, [그림 2] 처럼 $6\times\frac{1}{3}$을 먼저 배치한 모둠이 13개, [그림 3] 처럼 $\frac{1}{2}\times6$을 먼저 배치한 모둠이 8개였다. 이러한 경우 $\frac{1}{2}\times6$과 $6\times\frac{1}{3}$의 지도 순서가 쟁점으로 선정되고, 이러한 쟁점을 중심으로 결과를 분석하였다.

교사교육 프로그램은 예비교사가 가지고 있는 수학 및 수학교육에 대한 신념과 지식을 드러낼 수 있는 기회를 제공하고, 그러한 인식에 의문을 제기하여 새로운 인식으로 변화시키거나 확장시키는 기회를 제공할 필요가 있으므로(Ball, 1988), 본 연구에서는 분석 관점을 3가지로 구분하였다. 첫째, 초등 예비교사가 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈에 대해 가지고 있는 암묵적인 지식이나 신념이 명시적으로 드러나는 부분에 주목하였다. 이는 주로 현장노트와 모둠 별 녹음기록으로 확인할 수 있었다. 둘째, 서로의 인식을 공유하는 과정에서 이들의 인식이 충돌하고 갈등하면서 변화하는 과정에 주목하였다. 이는 주로 전체토론 과정에서 확인할 수 있었다. 셋째, 이러한 변화가 수학교육에 대한 인식의 변화로 확장하는 과정을 분석하였다. 이는 주로 수업 비평문으로 확인할 수 있었다.

Ⅳ. 연구 결과

초등 예비교사들이 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 배치할 때, 쟁점으로 드러난 부분은 크게 3가지로 구분할 수 있었다. 각 쟁점 별 예비교사들의 인식의 차이와 그 원인을 분석하고 인식의 변화 과정을 기술하였다.

1. $\frac{1}{2}\times6$과 $6\times\frac{1}{3}$의 지도 순서

모둠 대부분이 $\frac{1}{2}\times6$ 또는 $6\times\frac{1}{3}$을 제일 먼저 배우는 것으로 배치하였으나 4개 모둠은 $1\div4$ 를 제일 앞으로 배치하였다. $1\div4$를 앞으로 배치한 모둠들은 그 다음 순서로 $\frac{1}{2}\times6$ 또는 $6\times\frac{1}{3}$을 선택하였다. $6\times\frac{1}{3}$을 먼저 배치한 모둠이 13개, $\frac{1}{2}\times6$을 먼저 배치한 모둠이 8개였다. 모둠 별 관찰과정에서도 이 식에 대한 논의가 가장 많이 이루어졌고, 전체 토론에서도 가장 이목이 집중되는 쟁점이었다.

모둠 내의 논의를 살펴보면, 초반에는 $\frac{1}{2}\times6$ 과 $6\times\frac{1}{3}$를 서로 구분하는 것이 의미가 있

는가에 대해 의문이 제기되는 경우가 많았다. 예비교사들은 두 식의 차이가 없다는 생각이 대부분이었다. 두 식은 교환법칙의 의하면 계산 과정의 차이도 없고, 난이도에서도 차이가 없다는 것이다. 그러나 지도 순서를 결정하는 과제이기 때문에, 두 식의 순서가 있다고 받아들이고 각각의 차이에 대해 생각하기 시작하였다. 다음은 $6\times\frac{1}{3}$을 먼저 지도한다고 판단한 모둠의 대화의 일부이다.

PT1: 초등학생들한텐 $6\times\frac{1}{3}$이 더 친숙할걸. 자연수가 앞에 오는 게 쉽지, 분수가 앞에 오면 어려워할 걸.

PT2: $6\times\frac{1}{3}$ 이 약분하기도 더 쉬운 것 같아.

PT3: 응? 어떻게?

PT2: 약분되면 숫자를 지우잖아, 그 때 뒤에 분수가 있어야 분모를 지우기 좋지 않아?

PT3: 그런 것 같기도 하지만, 그건 좀 억지 같은데. 하지만 나도 $6\times\frac{1}{3}$이 더 자연스러운 느낌이야. 교육실습 때 들었는데, 324×25 와 25×324가 같은 식인데도 애들이 25×324를 더 어려워한데. 세로셈으로 나타낼 때 25×324이 애들한테 어색해서 그렇데.

PT4: 그렇겠네. 나 같아도 25×324 보다는 324×25로 바꿔 풀 거 같다. 그렇게 보면, $6\times\frac{1}{3}$이 아이들한테 더 익숙할 거 같네. 자연수가 먼저 나오는 게 편하잖아.

$6\times\frac{1}{3}$을 먼저 배치한 모둠은 대부분 식의 친숙함을 근거로 들었다. 분수보다는 자연수를 먼저 배우기 때문에 자연수를 앞에 배치해야 아이들이 쉽게 받아들일 것이라고 생각했다. 이들은 계산의 측면에서는 $6\times\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}\times 6$이 구분되지 않지만, 학생의 관점에서는 두 식이 다를 수 있음을 인정하기 시작했다. 초등학생들은 자연수를 분수보다 쉽게 이해하므로, 자연수가 먼저 나오는 계산식이 학생들에게 쉽게 느껴질 것이라고 판단한 것이다. $\frac{1}{2}\times 6$을 먼저 배치한 8개 모둠 중 4개 모둠은 $\frac{1}{2}\times 6$의 계산이 더 쉽다는 이유로 $\frac{1}{2}\times 6$을 앞으로 배치했다. $\frac{1}{2}\times 6$은 6을 2로 나눈 것이므로 6을 3으로 나누는 $6\times\frac{1}{3}$보다 계산이 간단하다고 판단했다. 자연수의 위치보다는 자연수의 크기가 계산의 난이도에 영향을 준다고 본 것이다.

지금까지의 논의를 보면, $6\times\frac{1}{3}$을 먼저 배치한 모둠은 자연수 위치에 따른 친숙함을 근거로 하였고, $\frac{1}{2}\times 6$을 먼저 배치한 모둠은 계산의 간편함을 근거로 하였다. 그러나 두 가지 논의 모두 예비교사들은 $6\times\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}\times 6$의 의미 차이에는 주목하지 않았다고 볼 수 있다. 예를 들어, 자연수의 친숙함을 근거로 든 모둠은 두 식은 동일한데, 단지 초등학생들이 심리적으로 다르게 느낄 것이라고 보았고, 계산의 난이도를 근거로 든 모둠은 $6\div 2$와

$6 \div 3$의 계산 난이도가 다르다고 본 것으로, $\frac{1}{2} \times 6$과 $6 \times \frac{1}{3}$은 둘 다 동일한 의미의 나눗셈 식이라고 가정하고 있었다.

반면에, 나머지 4개 모둠은 $\frac{1}{2} \times 6$과 $6 \times \frac{1}{3}$의 의미 차이에 주목하였다. 다음은 $\frac{1}{2} \times 6$을 먼저 지도한다고 판단한 모둠이 전체 토론에서 발표한 내용이다.

> 아이들이 3×6을 3이 6번 더해지는 것이라고 생각하는 것처럼, $\frac{1}{2} \times 6$은 $\frac{1}{2}$kg인 사과 6개의 무게를 구하는 식이라고 해석할 수 있고, 그래서 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2}$ 처럼 덧셈만 알면 계산할 수 있는데, $6 \times \frac{1}{3}$은 이렇게 덧셈으로 계산할 수 없잖아(PT5).

위 모둠은 $\frac{1}{2} \times 6$이 동수누가로서의 곱셈, 분수의 덧셈 등과 같이 초등학생의 기존 지식과 연결될 수 있으므로 먼저 지도하는 것이라고 설명하였다. 이러한 설명이 제시되자 $6 \times \frac{1}{3}$을 앞으로 배치한 대부분의 모둠이 자신들의 생각을 바꾸었다. 이러한 생각의 변화는 다음 예비교사의 수업비평문에서 확인할 수 있다.

> 오늘 수업을 들으며 매우 중요한 것을 놓치고 있었다는 것을 깨달았다. '아이들이 지금 무엇을 알고 있는가? 아이들이 알고 있는 것과 지금 배울 내용이 어떻게 연결되는가?' $\frac{1}{2} \times 6$과 $6 \times \frac{1}{3}$중 그저 자연수가 앞에 오는 것이 익숙해서 나는 $6 \times \frac{1}{3}$을 먼저 배운다고 생각했다. 그런데 아이들은 $\frac{1}{2} \times 6$을 $\frac{1}{2}$이 6개 있다는 것으로 이해해서 계산할 수 있으며, $6 \times \frac{1}{3}$은 그와 같은 방식으로 이해할 때 아이들이 이해하기 어렵기에 보다 나중에 배운다는 것을 알게 되었다(PT6).
> 각 조마다 여러 수학계산식들의 순서를 정하고 그 이유를 함께 이야기 하면서 우리에겐 너무나도 당연한 지식과 계산순서들이 아이들에게는 당연한 것이 아니라는 걸 느꼈다. 또, 교육의 순서는 교사인 나의 입장이 아니라 철저히 교육의 대상인 학생들의 입장에서 생각하여 체계적으로 짜야함을 깨달았다(PT7).

예비교사들은 $\frac{1}{2} \times 6$과 $6 \times \frac{1}{3}$의 지도순서만을 배운 것이 아니었다. 예비교사들은 교사가 알아야 하는 것이 단순히 계산을 할 수 있거나 개념을 이해하고 있는 것이 아님을 인식했다. 학생들의 지식은 교사의 지식과 다르며, 학생의 상태를 파악하는 것이 중요함을 인식한 것이다. 이와 함께 수학 교육과정의 중요한 구성 원리를 이해한 것이다. 즉, 학생들이 이미 알고 있는 것과 관련하여 새로운 내용을 도입한다는 것이다. 실제로 수학은 개

념들 간의 연결 관계가 중요하므로 교사가 이러한 연결 상태를 이해하고 학생의 기존 지식과 연계되도록 설명하는 것은 매우 중요한 활동이다.

2. 연산 대상과 연산

분수와 소수로 구분할 것인가, 곱셈과 나눗셈으로 구분할 것인가에 따라 모둠의 의견을 구분할 수 있었다. 연산 대상인 분수와 소수의 구분에 초점을 두고, 분수에 대한 곱셈, 나눗셈을 완성한 다음 소수의 곱셈, 나눗셈을 지도한다고 판단한 모둠이 14개였다. 반면에 곱셈과 나눗셈의 구분에 초점을 두고, 분수와 소수의 곱셈을 완성한 다음 분수와 소수의 나눗셈을 지도한다고 판단한 모둠이 7개였다.

연산 대상에 따라 분수의 곱셈과 나눗셈을 먼저 지도하는 것으로 배치한 모둠의 설명은 다음과 같다.

> 학생들이 소수보다 분수를 먼저 배우잖아요. 그리고 분수의 곱셈 방법과 소수의 곱셈 방법이 다르니까 분수에 대해서 먼저 곱셈, 나눗셈을 배우고, 이게 익숙해지면, 그 다음에 소수에 대해 곱셈 나눗셈을 하는 거죠. 게다가 분수의 곱셈 나눗셈은 분모, 분자끼리 연산하는데, 소수의 곱셈 나눗셈은 세로셈으로 하고 방법이 아예 다르잖아요(PT8).

분수의 곱셈, 나눗셈을 먼저 지도한다고 판단한 근거는 모둠별로 거의 비슷했다. 즉, 소수보다 분수를 먼저 가르친다는 점과 분수와 소수의 연산 방식의 차이점을 근거로 하였다. 자연수의 사칙연산을 모두 배운 후에 분수의 사칙연산을 지도하는 것처럼, 분수의 연산을 모두 다룬 후 소수의 연산으로 넘어가는 것이 자연스럽다는 것이다. 이는 자연수와 분수가 다르듯이, 분수와 소수도 다른 대상이라는 인식에 바탕을 두고 있다.

반면에, 분수와 소수의 곱셈을 먼저 지도하고 그 다음에 분수와 소수의 나눗셈을 지도한다고 판단한 모둠의 설명은 다음과 같다.

> 곱셈보다 나눗셈이 훨씬 어려우니까 곱셈 먼저 하고 나중에 나눗셈을 하는 것이 학생들에게 편할 것 같아요. 분수 곱셈 가르치고 바로 분수 나눗셈도 가르치는 건 어려울 것 같고, 분수 곱셈 끝나면 바로 소수 곱셈으로 가는 게 더 쉬울 것 같아요(PT9).

이들 모둠은 대부분 학생들에게 곱셈이 나눗셈보다 쉽기 때문에, 분수와 소수의 곱셈을 먼저 가르치고 그 이후에 나눗셈을 지도한다고 생각했다.

이와 같이 예비교사들은 연산 대상인 분수와 소수의 차이에 초점을 둘 것인가, 연산인 곱셈과 나눗셈의 차이에 초점을 둘 것인가에 따라 배치 순서를 결정했다고 볼 수 있다. 전자는 분수와 소수가 다르고 그에 따라 계산 방식도 다르므로 분수에 대해서 먼저 가르치는 것이 자연스럽다는 것이다. 후자는 곱셈과 나눗셈이 다르고 그 계산 방식도 다르므로 곱셈 방법을 먼저 가르치는 것이 자연스럽다는 것이다. 이들은 연산 대상의 차이, 연산의 차이에만 주목할 뿐, 분수와 소수의 관계나 곱셈과 나눗셈의 관계에 대해서는 크게 주목하지 않았다고 볼 수 있다.

예비교사들에게 실제 교육과정의 순서를 공개한 이후, 연구자는 분수와 소수의 관계에

주목하도록 설명하였다. 실제로 예비교사들은 분수와 소수의 관계를 놓치고 있었고, 다음의 수업 비평문에서 이를 확인할 수 있었다.

> 생각과 실제의 차이가 가장 컸던 것은 분수와 소수를 섞어가면서 배운다는 것이었다. 분수가 소수보다 선행되어야 한다는 단순한 생각 때문에, 분수의 곱셈과 나눗셈을 다 학습한 후에 소수의 계산을 학습할 줄 알았다. 분수와 소수를 관련지을 생각을 못했던 것 같다. 분수 곱셈을 설명했으면, 이를 토대로 소수를 분수로 고쳐서 소수의 곱셈을 설명하는 게 자연스러운 데, 이것을 생각하지 못했다. 분수의 곱셈 나눗셈과 관련지어 소수의 연산을 지도한다는 것을 새롭게 배웠다(PT10).

교과서에서 소수의 곱셈, 나눗셈을 분수의 곱셈, 나눗셈과 관련하여 설명하지만 계산 알고리즘의 측면에서 보면, 소수의 곱셈과 나눗셈은 자연수 연산의 확장으로서 계산하는 것이 효율적이다. 교과서에서도 소수 곱셈을 도입한 이후에는 세로셈 방식으로 계산한다. 예비교사들에게 소수의 곱셈은 세로셈으로 기억되기 때문에, 분수와 관련지어 생각하는 것은 쉽지 않았을 것이다.

연산 대상의 구분과 연산의 구분 중 어느 쪽에 초점을 맞추는가와 상관없이 모든 모둠이 분수의 연산을 먼저 지도하는 것으로 배치했다. 소수의 연산을 먼저 배치한 모둠은 없었다. 분수와 소수의 순서에는 논란의 여지가 없었던 것이다. 수학적인 관점에서 소수를 분수보다 먼저 도입하는 것은 문제될 것이 없고 실제로 일본의 교과서는 소수의 곱셈과 나눗셈을 분수의 연산보다 먼저 지도한다. 그러나 우리나라 초등 예비교사들에게 소수를 분수보다 먼저 지도하거나 소수의 연산을 먼저 지도하는 대안적인 전개 방식은 고려대상이 아니었다. 따라서 지도 순서를 공개한 이후, 연구자는 소수의 연산을 먼저 지도하는 대안적인 전개 방식을 예비교사에게 소개하였다. 이러한 설명은 예비교사들에게 분수와 소수의 관계를 깊이 생각하는 계기가 될 수 있었다.

3. 분수 나눗셈의 순서

분수 나눗셈의 순서 배치에서 확인할 수 있었던 쟁점은 나누는 수에 따른 분류와 계산의 복잡성에 따른 분류였다. 특히, $1\frac{1}{2} \div 4$ 의 위치가 $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$, $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}$ 의 앞인가 뒤인가에 따라 의견이 양분되었다.

$1\frac{1}{2} \div 4$ 를 $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$, $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}$ 의 뒤에 배치한 모둠은 11개 였다. 이들은 계산의 난이도에 따라 배치했다. 분수의 나눗셈은 나누는 수의 역수를 곱하여 계산하므로, $1\frac{1}{2} \div 4$에서 4의 역수를 $\frac{1}{4}$로 생각해서 계산하는 것이 학생들에게 어려울 것으로 예상한 것이다. 이러한 생각이 명시적으로 드러난 모둠의 설명은 다음과 같다.

> 역수를 곱해야 하니까 우리는 역수로 고치기 쉬운 순서대로 배열했어요. 그래서 $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}$ $1 \div \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} \div 2$ $1\frac{1}{2} \div 4$ 순서가 나왔어요. $\frac{2}{7}$는 $\frac{7}{2}$

> 로 고치기 쉬운데, 2나 4같은 자연수에 대해 역수를 생각하는 것은 쉽지 않잖아요. 그리고 우리 생각엔 $\frac{1}{4}$을 역수로 고치면 $\frac{4}{1}$ 인데, 이런 건 학생들에게 낯설 것 같아요(PT11).

반면에, $1\frac{1}{2}\div 4$ 를 $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$, $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$ 의 앞에 배치한 모둠은 10개였다. 이들은 나누는 수가 자연수인 경우와 그렇지 않은 경우에 주목하고 나누는 수가 자연수인 경우를 먼저 지도하는 것으로 배치했다. 나누는 수가 자연수인 경우를 먼저 지도한 이유는 계산의 난이도 차이보다는 자연수가 분수보다 익숙하기 때문이었다. 이러한 생각은 다음과 같은 모둠의 설명에서 확인할 수 있었다.

> 먼저 나누는 수가 자연수인 경우를 먼저 배치했고, 나누는 수가 분수인 경우에는 나누어지는 수가 자연수인 경우를 앞으로 배치했어요. 그래서 $1\div 4$ $\frac{1}{4}\div 2$ $1\frac{1}{2}\div 4$ $1\div\frac{1}{4}$ $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$ $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$. 이 때, $1\frac{1}{2}\div 4$ 과 $1\div\frac{1}{4}$ 의 순서가 헷갈렸는데, 나누는 수가 더 중요한 것 같아서 자연수인 경우를 앞으로 배치했어요(PT12).

이들이 나누는 수가 자연수인 경우를 먼저 배치한 이유는 자연수가 초등학생에게 익숙한 수라는 점과 자연수의 역수를 구하기가 쉽다는 점이었다. 결국 $1\frac{1}{2}\div 4$의 위치를 판단하는 기준은 자연수의 역수를 생각하는 것과 분수의 역수를 생각하는 것 중에서 초등학생들에게 쉽게 이해되는 것이 무엇인가였다. 이러한 논의의 암묵적인 가정은 분수의 나눗셈은 나누는 수의 역수를 곱하는 것이고, 분수의 나눗셈을 계산하는 그 외의 방법은 없다는 것이다. 이러한 생각은 $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$과 $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$의 차이에 대해서는 주목하는 모둠이 없었다는 점에서 분명하게 확인할 수 있었다. 대부분의 모둠은 두 나눗셈 식 모두 역수를 구해서 곱하여 계산하므로 큰 차이가 없고, 다만 $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$은 역수를 곱하면 쉽게 약분이 되므로 좀 더 쉬울 것이라고 판단하였다. 즉, 예비교사들은 $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$을 $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$보다 먼저 가르친다고 판단했지만, 그 이유는 역수의 곱 계산이 간단했기 때문이었다.

연산 순서가 공개된 이후, 연구자는 $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$과 $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$의 차이에 주목하도록 하였고, 우리나라 교과서의 분수 나눗셈을 도입 과정을 설명하였다. 수업 비평문에서 예비교사의 변화를 확인할 수 있었다.

> 분수의 나눗셈에서 역수를 곱한다는 것을 너무 당연하게 생각했던 것 같다. 모둠활동을 하면서 왜 역수를 곱하는가라는 질문은 생각도 못했던 것 같다. 당연히 분수의 나눗셈은 역수를 곱하는 것이고, 그럼 계산하기 쉬운 것은 무엇인가를 찾는 데 집중했었다. 자연수로 나누고, 분모가 같은 분수끼리 나눗셈을 먼저 하는 이유를 알았다. 학생들이 알고 있는 지식만으로

> 빼보거나 등분하면서 나눗셈을 할 수 있게 제시되었던 것이다. 분수 나눗셈에서 역수를 곱하는 것이 최종단계인데, 어떻게 그 단계까지 가는지를 전혀 생각하지 못하고 있었다(PT13).

Ⅴ. 논의 및 결론

본 연구는 초등예비교사에게 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 가르치는 방법을 설계하고 실행하여 이러한 방법의 효과를 서술하고자 하였다. 예비교사들은 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈이 적힌 계산식 카드 16개를 지도 순서대로 나열하는 활동을 하였다. 이 과정에서 분수와 소수 지도와 관련된 예비교사의 인식을 확인할 수 있었다. 또한 예비교사들이 서로의 인식을 공유하고 논의하는 과정에서 분수와 소수 지도 및 수학교육에 대한 관점의 변화가 일어났음을 확인할 수 있었다.

초등예비교사들이 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 배치하는 활동에서 확인할 수 있었던 쟁점은 3가지였다. 첫째, $6\times\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}\times 6$ 중에서 무엇을 먼저 가르치는가? 둘째, 분수의 곱셈과 나눗셈 이후 소수의 곱셈과 나눗셈을 지도하는가 아니면 분수와 소수의 곱셈 지도 이후 분수와 소수의 나눗셈을 지도하는가? 즉, 연산 대상에 따라 구분하는가, 연산에 따라 구분하는가? 셋째, 분수 나눗셈의 지도 순서는 어떠한가? 즉, $1\frac{1}{2}\div 4$를 $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$, $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$ 보다 먼저 지도하는가?

이러한 3가지 쟁점으로부터 예비교사의 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈에 대한 공통된 인식을 확인할 수 있었다. 예비교사들에게 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 결정하는 주된 기준은 절차적 지식이었다. 예를 들어, $6\times\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}\times 6$을 $6\div 3$과 $6\div 2$으로 보면 두 식을 계산하는 절차에는 차이가 없다. 또한 $1\frac{1}{2}\div 4$와 $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$, $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$은 역수를 곱해서 계산하는 절차로 보면 차이가 없다. 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있는 예비교사의 관점에서 [그림 1]의 16개 계산식은 모두 하나의 절차로 해석될 수 있다. 판단 기준이 계산 절차뿐이므로 유사한 절차의 16개 계산식을 구분하고 배치하는 것이 쉽지 않았던 것이다. 이처럼 예비교사들은 절차적 관점에서 보면 지도 순서를 구분하는 것이 무의미해 보이는 계산식의 지도 순서를 배치해야 하는 상황에 처하면서, 자연스럽게 자신의 판단 기준에 문제가 있음을 인식하게 된 것이다. 즉, 자신이 알고 있다고 생각한 내용을 다시 보게 되고 이를 명확히 드러내면서 자신의 인식의 한계에 직면하게 된 것이다. 이러한 상황에서 예비교사의 분수와 소수 연산 지도에 대한 인식 변화가 가능할 수 있었다.

> 간단한 사칙연산은 쉽게 암기로도 답을 낼 수 있는 우리였기에 순서를 나열하는데 우선순위는 얼마나 계산이 복잡한가였습니다. 먼저 똑같은 원리를 적용한 것들을 묶고 그 안에서 어떤 식이 가장 쉬운가 복잡한가를 두고 논의 끝에 순서를 나열해보았습니다. 그러나 실제 결과와 우리의 예상은 매우 달랐습니다(PT14).

> 분명 초등학교 시절에 배웠는데 기억은 어렴풋하고, 마치 아이인 나와 지금의 내가 불연속적으로 다른 개체인 듯 어떻게 해야 할지 막막했다. 곱셈을 다 하고 나눗셈으로 넘어가는지, 곱셈 나눗셈 곱셈 나눗셈인지, 자연수를 곱하는 게 먼저인지 자연수가 곱해지는 게 먼저인지. 이렇게 넋이 우왕좌왕 하였다(PT15).

예비교사들은 자신이 배치한 순서가 교육과정과 다르다는 사실을 확인하면서 수학을 아는 것과 가르치는 것이 서로 다를 수 있음을 확인하였다. 이들은 자신이 수학적 개념을 안다고 해서 그 개념을 배우는 순서까지 아는 것은 아님을 인식한 것이다. 즉, 예비교사들은 수학교육에서 학생의 이전 지식과 생각을 파악하는 것의 중요성과 함께 학생 관점을 이해하는 것이 쉽지 않다는 것을 알게 되었다. 자신들에겐 익숙하여 구분이 무의미해 보이는 수학적 내용의 지도 순서를 고려하는 과정에서 예비교사들은 단순히 계산을 할 수 있거나 개념을 알고 있는 것 이상의 지식이 필요함을 인식한 것이다. 예비교사들은 절차적 지식 이외의 분수와 소수의 개념 및 개념들 사이의 관계 그리고 학생의 지식 등에 관심을 갖게 되었다.

> 아이들의 눈으로 모든 것을 바라봐야한다는 것을 알게 되었습니다. 이제는 너무 익숙해 앞 뒤 생각 없이 풀 수 있는 문제들도 처음 접하는 아이들에게는 낯선 대상이기에 조금 더 익숙하고 쉬운 방법을 제시해야했습니다. 이 설명을 듣고 무조건 자연수가 수학에서 가장 먼저 다루는 수이기 때문에 모든 계산에 앞부분에 나와야 문제를 해결하기 쉬울 것 같다는 생각에서 벗어날 수 있었습니다(PT16).

이와 같이 예비교사들의 주된 인식 변화는 수학교육을 위해 학생의 관점에서 수학적 개념을 바라보는 것의 필요성과 중요성이었다.

예비교사들은 지도 순서를 배치하는 활동에서 분수와 소수의 지도 순서에 대한 내용과 함께 수업방식 자체의 특징에도 주목하였다. 예비교사들은 연구자가 교육과정의 지도 순서를 먼저 제시하지 않고, 그들이 먼저 추측할 수 있는 기회를 가질 수 있어서 결과적으로 지도 순서를 명확하게 이해할 수 있다고 생각했다.

> 이번 수업은 교수님이 일방적으로 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈의 지도 순서를 가르치는 방식으로 이루어지지 않았다. 먼저 학생들에게 조 활동으로 지도 순서를 맞춰보라고 하였다. 당연히 다 틀렸다. 교수님은 우리가 못 맞출 것을 알고 있었다. 우리의 추측과 실제의 차이로부터 우리는 생각을 하기 시작했다. 우리끼리 논란이 되고 모호했던 부분이 나중에 설명되는 순간 그 부분이 명확하게 기억되었다. 생산적 실패를 경험했던 것이다(PT17).
>
> 수업이 직접 생각해보고 나름의 기준을 세워보는 생산적 실패를 경험하는 일련의 과정이었다. 생산적 실패의 효과를 체험했다. 내 생각에서 무엇이 잘못된 것인지가 분명히 드러났기에 더 오래 기억될 것 같다. 이 경험이 비단 수학의 연산 지도순서 뿐 아니라 다른 내용의 지도에서도 빛을 발하리라 생각한다(PT18).

연구자는 지도 순서를 정확하게 알아낸 예비교사가 없음을 언급하며, 생산적 실패 개념(Kapur, 2014)을 수업 중 언급한 적이 있었다. 예비교사들은 이 과제가 자신들에게 생산적 실패의 기회를 제공했다고 보았고 생산적 실패가 학습에 효과적임을 체감했다.

본 연구에서 예비교사들은 자신들의 학교수학에 대한 경험과 지식을 토대로 분수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서를 배치하는 활동을 하였다. 그 결과 교육과정의 제시된 순서와 일치한 경우는 없었지만 이러한 활동은 예비교사의 인식을 드러낼 수 있는 기회가 되었고 예비교사들은 자신의 인식과 교육과정의 차이 그리고 서로 간의 인식이 다름을 확인하면서 교사에게 필요한 지식을 배울 수 있었다. 즉, 예비교사들은 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서에 내재된 수학적 관계를 알 수 있었고, 연산 지도에서 학생들의 사전 지식과 생각을 파악하는 것의 중요성과 어려움을 알 수 있었으며, 교수학습 방법으로서 생산적 실패의 효과를 인식할 수 있었다.

참 고 문 헌

강홍규 (2014). 초등수학에서 분수 나눗셈의 포함제와 등분제의 정의에 관한 교육적 고찰. **한국초등수학교육학회지, 18**(2), 319-339.

김정원, 권성룡 (2017). 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 소수 개념 지도 방안에 대한 비교 분석. **학교수학, 19**(1), 209-228.

박교식, 송상헌, 임재훈 (2004). 우리나라 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈의 의미 이해에 대한 연구. **학교수학, 6**(3), 235-249.

방정숙, 이지영 (2009). 분수의 곱셈과 나눗셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석. **학교수학, 11**(4), 723-743.

오영열 (2004). 초등수학에 대한 예비교사들의 이해. **학교수학, 6**(3), 267-281.

최근배 (2015). 한국과 미국(Harcourt Math)의 초등수학 교과서 비교 분석: 분수와 소수의 도입과 연산을 중심으로. **한국초등수학교육학회지, 19**(1), 17-37.

Ball, D. L. (1988). Unlearning to teach mathematics. *For the Learning of Mathematics, 8*(1), 40-48.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Gadanidis G., Namukasa I. (2009) Teacher Tasks for Mathematical Insight and Reorganization of What it Means to Learn Mathematics. In: Clarke B., Grevholm B., Millman R. (eds) *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education*. Mathematics Teacher Education, vol 4. Springer, Boston, MA

Kapur, M. (2014). Productive failure in learning math. *Cognitive Science, 38*(5), 1008-1022.

Remillard, J. T., & Kim, O. K. (2017). Knowledge of Curriculum Embedded Mathematics: Exploring a Critical Domain of Teaching. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 65-81.

Rowland, T. (2009). Foundation knowledge for teaching: contrasting elementary and secondary mathematics. *Proceedings of CERME 6*, 1841-1849 Lyon France.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Steele, M. D., & Hillen, A. F. (2012). The content-focused methods course: A model for integrating pedagogy and mathematics content. *Mathematics Teacher Educator, 1*, 53-70.

<Abstract>

Prospective Teachers' Perception on the Teaching Sequence of Multiplication and Division of Fractions and Decimal Numbers

Cho, Jinseok[5]; & Kim, Sungjoon[6]; Lee, Donghwan[7]

In this study, prospective teachers were involved in arranging the teaching sequence of multiplication and division of fractions and decimal numbers based on their experience and knowledge of school mathematics. As a result, these activities provided an opportunity to demonstrate the prospective teachers' perception. Prospective teachers were able to learn the knowledge they needed by identifying the differences between their perceptions and curriculum. In other words, prospective teachers were able to understand the mathematical relationships inherent in the teaching sequence of multiplication and division of fractions and decimal numbers and the importance and difficulty of identifying students' prior knowledge and the effects of productive failures as teaching methods.

Key words: prospective teacher education, fractions and decimal numbers, multiplication and division

논문접수: 2019. 01. 15
논문심사: 2019. 01. 30
게재확정: 2019. 02. 14

5) dol0425@bnue.ac.kr
6) joonysk@bnue.ac.kr
7) [correspondent author] dhdhdh@bnue.ac.kr