

## 고무부품 특성해석을 위한 변형률 에너지함수

한국기계연구원 책임연구원 우창수

## 1. 서론

일반적인 탄성재료는 하중을 가했다가 제거하면 하중과 변형이 선형적인 관계를 유지하는 범위 내에서 원래의 상태로 되돌아오는 탄성거동을 나타내지만 고무재료는 일반 탄성체와는 달리 하중과 변형이 비선형 관계를 보이는 데 변형 범위에서도 탄성 거동을 나타내는 초 탄성(hyperelastic) 특성을 지니고 있다.<sup>1,2,3)</sup> 이러한 고무재료의 특성은 수치적으로 고무재료의 거동을 나타내는 변형률 에너지함수(strain energy function,  $W$ )의 계수로 표현할 수 있다.

고무재료는 작은 하중 하에서도 큰 변형을 일으키는 특성 때문에 공기 또는 유체의 누출을 막는 씰(seal)과 하중을 지지하고 진동 및 충격을 흡수하여 완화시키는 마운트 또는 타이어 등에 폭 넓게 사용되고 있다. 이러한 고무부품에 대한 특성해석은 제품의 안전성 및 신뢰성을 확보하고 최적설계를 위한 기술로 최근에 수치해석 방법을 이용하여 널리 활용되고 있어 제품 설계단계에서 고무부품의 변형 및 응력상태와 특성을 예측하여 부품 개발에 따른 비용 절감 및 성능 향상 효과를 가져올 수 있다.

보다 정확한 수치해석을 위해서는 고무재료 물성시험을 통해 얻어진 응력-변형률 시험 데이터에 변형률 에너지함수로부터 계산된 응력-변형률 곡선이 잘 맞도록 변형률 에너지함수의 계수를 구하는 것이 매우 중요하다 하겠다.<sup>4,5,6)</sup> 따라서 본 고에서는 변형률 에너지 함수와 고무재료 물성시험을 통해 해석에 필요한 비선형 재료상수를 결정하는 방법에 대해 고찰하였다.

## 2. 변형률 에너지함수

고무재료의 거동은 고무 종류에 따라 큰 차이를 나타내기 때문에 시험으로부터 구한 하중-변형 관계를 가장

적절히 표현하는 변형률 에너지함수를 구하는 일이 중요한 연구대상이 되고 있다.

고무의 탄성특성을 나타내는 구성방정식을 정의하는 방법에는 분자 네트워크(molecular network) 탄성이론에 근거를 둔 방법과 실험결과에 근거를 둔 현상학적인 방법이 있다. 전자의 전형적인 이론에는 가우시안(gaussian)이론이 있으며 이는 내부에너지의 영향과 내부 사슬구조 등의 현상을 나타내기에는 적합하나 실제 시험자료들과 비교하면 타당한 범위가 협소하고 오차도 있어 공학적인 해석에는 적합하지 않다. 후자는 현상학적인 방법으로서 탄성이론을 만족하는 함수를 제안하고 시험결과로부터 각 계수를 결정하게 되는데 이 방법은 정확한 계수 값을 얻기 위해서는 여러 종류의 시험을 실시해야 하는 어려움이 있으나 공학적인 응용의 가치로 인해 주로 사용되고 있으며 재료의 거동을 잘 표현하는 변형률 에너지함수를 결정해야 하는 절차가 뒤따라야 한다.

고무분자 사슬의 방향이 처음에는 등방성이지만 재료가 신장됨에 따라 분자 사슬이 방향성을 갖게 되어 이방성이 증가하게 된다. 그러나 이방성의 증가가 변형 방향을 따르므로 재료는 변형이력을 통해 등방성으로 간주된다. 따라서 고무의 변형을 표현하기 위해서는 재료거동은 탄성이며 등방성이라는 가정 하에 변형률 에너지함수( $W$ )는 연신을 불변량(strain invariant)의 함수와 주 연신율(principal stretch)의 함수로 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.



우 창 수

1979 영남대학교 공과대학 기계설계 학사  
1987 서울대학교 공과대학 기계설계 석사  
2004 영남대학교 공과대학 기계공학 박사  
1989~ 한국기계연구원 책임연구원

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (1)$$

여기서,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 는 주 연신율이며, 재료가 등방성인 경우  $I_1, I_2, I_3$ 는 식 (2)와 같이 주 연신율에 대한 불변량으로 나타낼 수 있다.

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2 \quad (2)$$

$$I_3 = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2$$

고무의 분자 사슬의 방향이 초기에는 불규칙 하지만 재료가 늘어남에 따라 분자 사슬은 일정한 방향성을 갖게 되어 이방성이 증가하게 된다. 그러나 이러한 이방성의 증가는 변형되는 방향에만 영향을 끼침으로 변형이력에 대해서는 등방성으로 간주할 수 있게 된다. 한편, 대부분의 고무재료는 비압축성이므로 체적계수(bulk modulus)는 전단계수(shear modulus)보다 상당히 크며 재료가 많이 구속되어 있지 않는 경우에는 비압축성의 가정이 타당함이 알려져 있다. 식 (2)에서 재료를 비압축성으로 가정하면  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$  이므로,  $I_3 = 1$  이 되며,  $I_2 = 1/\lambda_1^2 + 1/\lambda_2^2 + 1/\lambda_3^2$ 의 관계식이 유도되어 식 (1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = W(I_1, I_2) \quad (3)$$

비 압축성 고무의 변형 해석에 널리 쓰이는 변형률에너지함수는 다음과 같이 연신을 불변량의 함수로 표시되는 리블린(Rivlin)의 형태와 주 연신율의 함수로 표시되는 오그덴(Ogden)의 다항식 형태로 나타낼 수 있다.<sup>7,8)</sup>

#### ① Rivlin 함수

$$W = W(I_1, I_2) = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (4)$$

#### ② Ogden 함수

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (5)$$

여기서,  $C_{ij}, \mu_n, \alpha_n$ 는 시험결과로부터 결정되는 재

료상수로 단순한 변형을 포함하는 단축 인장시험, 압축 시험, 전단시험 등으로 얻어지는 응력과 변형률 관계를 이용하여 정해진다.

## 2.1. 연신을 불변량 변형률에너지함수

연신을 불변량 변형률 에너지함수인 Rivlin 함수의 급수는 불변량 (I)의 차수나 연신율 ( $\lambda$ )의 차수에 기준을 두고 전개된다. 급수의 차수를 증가시키면 피팅에 의한 계수 결정 특성 상 시험 데이터 범위 내에서는 재료의 거동을 잘 표현할 수 있지만 시험 데이터 범위 밖에서는 오히려 더 큰 오차를 가지게 될 수도 있다. 표 1은 급수의 차수에 따른 항을 나타낸 것으로 이러한 항을 갖는 식들은 고차 항이 생략된 식이 되므로 어느 정도의 정밀도를 갖고 시험데이터에 근사적으로 맞춘 경험식이 된다. 각 변형률에너지함수식과 특징은 다음과 같다.

표 1. 연신을 불변량 에너지함수의 계수

급수 차수	불변량 기준(I의 차수)		연신률 기준( $\lambda^2$ 의 차수)	
	계수	모델명	계수	모델명
1차	$C_{10}, C_{01}$	Mooney-Rivlin	$C_{10}$	Neo-Hookean
2차	$C_{10}, C_{01}, C_{11}$	2차 불변량	$C_{10}, C_{01}, C_{20}$	Signiorini
3차	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{02}, C_{30}, C_{21}, C_{12}, C_{03}$	3차 불변량	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{30}, (C_{10}, C_{20}, C_{30})$	James-Green-Simpson (Yeoh)
4차	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{02}, C_{30}, C_{21}, C_{12}, C_{03}, C_{40}, C_{31}, C_{22}, C_{13}, C_{04}$	4차 불변량	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{02}, C_{30}, C_{21}, C_{40}$	4차 연신률

#### ① Neo-Hookean 모델

고무탄성을 표현하는 가장 단순한 모델로 전단계수가 상수이며 단축인장의 경우 40% 변형률, 단순전단인 경우 90%정도까지 시험결과와 잘 일치한다.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad (6)$$

#### ② Mooney-Rivlin 모델

본 모델은 100% 변형률까지의 인장시험 데이터와 잘 일치하며 압축 상태는 적합하지 않은 것으로 알려져 있다. 그리고 큰 변형률에서는 재료의 강성을 너무 크게 평가하는 단점이 있다.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (7)$$

### ③ 3항 Mooney-Rivlin 모델

Tschoegl에 의해 제안된 본 모델은 단축인장 상태의 카본 보강 가황 천연고무의 단순인장 거동을 가장 잘 표현하는 것으로 알려져 있다.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (8)$$

### ④ Yeoh 모델

본 모델은 카본블랙 보강고무의 경우 작은 연신율 구간을 제외하고는  $\partial W/\partial I_1$  가  $\partial W/\partial I_2$  보다 훨씬 작은 값을 가지고  $\partial W/\partial I_1$  가  $I_2$  와 거의 독립적이라는데 착안하여 3차 연신율 기준 함수로부터  $\partial W/\partial I_2 = 0$  의 관계를 도입하여 단순화시킨 함수이다. 이 모델은 다른 모델에 비해 단축인장시험 데이터를 다른 변형 상태에 비교적 잘 적용할 수 있는 장점이 있다.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (9)$$

## 2.2. 주 연신율 변형률 에너지함수

Rivlin 함수는  $I_1$  과  $I_2$ 의 1차 항만의 급수 전개로서는 큰 변형률 범위에서의 고무 거동을 적절히 표현할 수 없으며 고차 항의 전개가 필요하게 된다. 그러나 함수가 고차화 될수록 수학적으로 더욱더 복잡해지고 연신율 불변량 자체가 물리적인 의미를 지닌 양이 아니기 때문에 함수 자체도 물리적 의미를 부여하기가 어려워진다. 이에 따라 변형률 에너지함수 자체에 물리적인 의미를 부여하고 또한 시험 데이터와도 잘 일치되는 새로운 형태의 함수가 제안되게 되었다. 이 함수는 연신율 불변량이 아닌 연신율 자체의 함수로서 변형률 에너지함수를 표현하는 식으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3) \quad (10)$$

여기서,  $w(\lambda_i)$  는 대칭성을 고려할 때 동일한 형태의 함수가 된다.

변형률 에너지함수를 식 (10)과 같이 나타낼 수 있는 것은 어느 정도의 연신율 범위까지는 적용이 가능하며 이 가설을 Valanis-Landel 가설이라 부른다. 이 가설은 변형률 전 구간에 걸친 고무의 물성의 표현을 3차원의

복잡한 문제에서 단일 변수로서의 함수  $w(\lambda)$  의 형태로 단순화시켜 준다. 이 가설이 맞는 범위에서는 변형률 에너지함수를 분리형으로 나타낼 수 있으며 이 방법에서는 연신율을 사용하기 때문에 연신율 불변량을 사용할 때보다 이해하기 쉽고 응력의 표시도 간단해진다. 이 가설의 단점은 함수 형태가 수학적 증명에 의해 유도된 것이 아니라 시험 결과에 근거를 두고 있다는 점이며 이축 인장의 경우 제 1, 제 2 주 변형률이 각각 350% 범위까지는 근사적으로 잘 맞으며 그 이상에서는 점차 맞지 않음이 보고되고 있다. Ogden은 위의 가설을 이용하여 다음과 같은 주 변형률 함수로서의 변형률 에너지함수를 제안하였다.

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (11)$$

여기서,  $\alpha_i, \mu_i$  는 시험결과로부터 결정되는 재료상수이며 물리적 안정성과 실제성, 즉 연신율 증가에 의한 응력의 단순 증가(monotonic increase) 현상에 의해  $\alpha_i \mu_i > 0$  성립되어야 한다.

Ogden 모델은 최근 가장 많이 사용되고 있는 모델이며, O-ring, Seal 및 기타 고무부품의 해석에 많이 이용되고 있으며, 단축인장의 경우 700%의 변형률까지도 잘 맞으며 미소한 압축성 재료에 대해서 비교적 잘 맞는 것으로 보고되고 있다. Ogden 모델의 가장 간단한 형태는 다음 식과 같이 표현되며 이 경우 함수 형태는 Mooney-Rivlin 모델과 같은 모양이 된다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \mu_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) - \frac{1}{2} \mu_2 (\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} - 3) \\ &= \frac{1}{2} \mu_1 (I_1 - 3) - \frac{1}{2} \mu_2 (I_2 - 3) \end{aligned} \quad (12)$$

## 2.3. 변형률에너지함수의 계수 결정

고무재료 물성시험으로부터 얻어지는 시험 데이터는 하중 상태에 따른 응력( $\sigma$ ) 과 연신율( $\lambda$ ) 과의 관계이다. 변형률 에너지함수의 계수는 시험 데이터와 변형률 에너지함수로부터 구한 응력과 연신율과의 오차를 최소화 되도록 결정되어야 한다.

Rivlin의 변형률 에너지함수를 이용할 경우, 응력과 연신율의 관계는 식 (4)의 계수  $C_{ij}$ 에 대한 1차 연립방정식으로 나타내어지며 일반적으로 계수의 수보다 식의

수가 많아져 선형 최소자승법(linear least square method)을 이용하여 계수를 결정할 수 있다. 연신율이 커질수록 응력-연신율의 비선형성이 증가하고 시험 오차의 절대량이 커지며 또한 변형률 에너지함수의 절대 값도 증가하므로 피팅에 따른 오차가 커지게 된다. 따라서 피팅에 따른 오차를 줄이기 위해서는 가능하면 연신율이 큰 영역에서의 시험 데이터를 많이 포함하여야 한다.

Ogden 함수를 이용할 경우 식 (5)에서 응력과 연신율의 관계를 구할 수 있으며, 계수  $\alpha_n, \mu_n$ 에 대한 비선형 연립방정식이 유도된다. 따라서 비선형 피팅 방법인 Levenberg-Marquardt 기법이나 Downhill- Simpson 기법을 이용하여 이 계수를 결정할 수 있으며 3항 ( $\alpha_1, \mu_1, \alpha_2, \mu_2, \alpha_3, \mu_3$ )이면 모든 범위의 시험데이터를 잘 표현할 수 있다고 보고되어 있다.

### 3. 고무재료 물성시험

앞에서 설명된 바와 같이 고무의 특성을 나타내는 변형률 에너지 함수의 계수를 구하기 위해서 여러 가지 다른 하중 상태에서의 물성시험이 실시되어야 한다. 특히, 변형률 에너지함수의 계수는 고무부품의 특성 해석에 필수적인 데이터로서 이 값의 변화에 따라 해석 결과는 큰 차이를 나타내며 해(solution)의 안정성 및 수렴성에도 큰 영향을 끼치게 된다. 또한, 실제 부품에 가해지는 하중 상태와 크기 등을 고려하여 물성시험을 실시할 응력 및 연신율 크기를 결정하여야 한다.

고무재료의 물성을 구하기 위한 시험으로는 그림 1에서와 같이 먼저 시험에 적절한 시편을 제작한 후 경도를 측정하여 시편간의 오차가 최소화 되도록 한 다음에 시험온도와 시험 속도 등 시험조건을 설정하여 물성시험을 실시한 후 시험을 통해 얻어진 데이터를 분석하여 고무재료의 물성을 결정하게 된다.

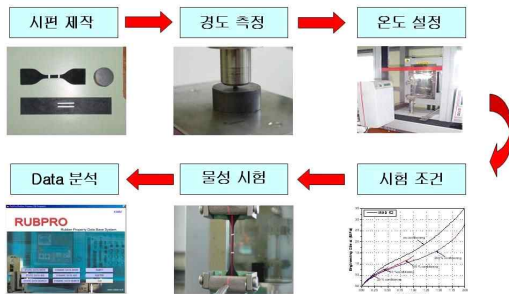


그림 1. 고무재료 물성시험 절차

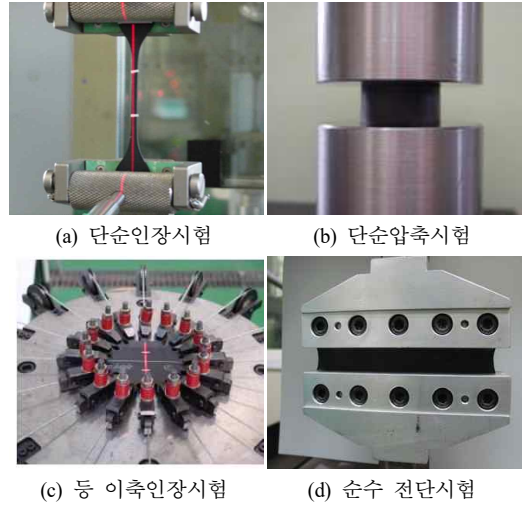
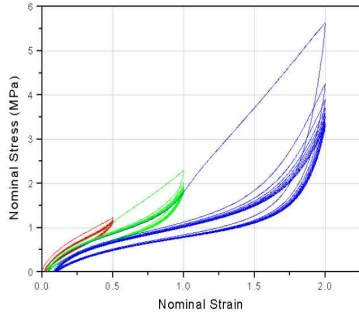


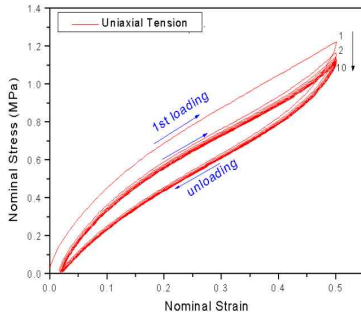
그림 2. 고무재료 물성시험 종류

고무재료는 대변형 특성과 큰 변형률 범위에서 높은 탄성을 갖는 특성 때문에 여러 산업분야에서 중요한 요소부품으로 사용되고 있으며, 최근 자동차 등에 사용되는 고무부품에 대해 특성 및 신뢰성 요구가 증대됨에 따라 설계 시 유한요소해석법(finite element analysis)을 이용한 특성해석이 많이 활용되고 있는 실정이다. 고무부품의 하중-변형 특성을 정확히 예측하기 위해서는 유한요소해석에서 물성을 정확하게 사용하는 것이 매우 중요하므로 그림 2에서와 같이 단축인장시험(uniaxial tension test), 단순압축시험(simple compression test), 등이축인장시험(equi-biaxial tension test), 순수 전단시험(pure shear test)이 활용되고 있다.<sup>9)</sup> 그러나 단순압축시험에서는 고무시편의 그림과 접촉면에 발생하는 마찰 때문에 순수한 압축응력-변형률 관계를 얻기가 불가능하며 중간부분이 부풀어 오르는 현상이 나타나기 때문에 마찰 면에 윤활제를 바르고 실험을 실시하면 이러한 현상을 줄일 수는 있지만, 압축하중이 커지면 접촉면의 윤활 막 형성이 어려워지며 높은 하중에서 완전히 마찰력을 제거하기는 현실적으로 불가능하다. 그러므로 고무시편의 단순압축시험에서 얻은 물성 값은 정확하다고 판단하기 어렵기 때문에 이러한 문제를 극복하기 위해 압축시험과 등가한 이축(equi-biaxial) 인장시험이 요구되고 있다.

고무재료는 그림 3에서와 같이 하중을 가 하였다가 제거하면 하중을 가할 때와 다른 곡선을 나타내는데 이 곡선을 히스테리시스(hysteresis)라 하며 이 면적은 고무 내부에 열로 축적된 일의 양으로 발열, 영구늘음, 피



(a) 히스테리 곡선



(b) 물린스 효과

로 등의 원인이 되므로 바람직하지 못한 성질이다. 또한 고무는 하중을 받으면 초기 상태의 분자 구조가 수정 및 재배치로 인해 강성(stiffness)이 낮아지고 댐핑(damping) 특성이 변하게 되는데 이러한 응력-변형을 완화현상을 물린스(mullins)효과라 한다.<sup>10,11)</sup> 이러한 특성으로 고무는 부하(loading)와 제하(unloading) 시의 응력-변형을 곡선이 다르며 초기 응력-변형을 곡선을 다시 반복하지 않고 동일한 연신율 구간에서 대략 5~10회 정도의 반복하중을 받아야 곡선이 안정화 된다. 그리고 이전에 받았던 연신율보다 더 큰 수준의 변형을 받으면 응력-변형을 곡선은 다시 변하게 된다.

그림 4는 25%, 50%, 100% 연신율 구간에서 5회 반복 시험을 통해 단축인장, 등 이축인장, 순수전단시험에서 얻어진 응력-변형률 선도이고, 그림 5는 각 연신율에서 안정화된 마지막 응력-변형률 선도를 탄성이론에 의해 원점으로 이동시킨 결과이다.

그림에서 보는 바와 같이 연신율이 클수록 응력이 완화된 물린스 효과가 나타남을 확인하였다.

그림 3. 고무재료 특성

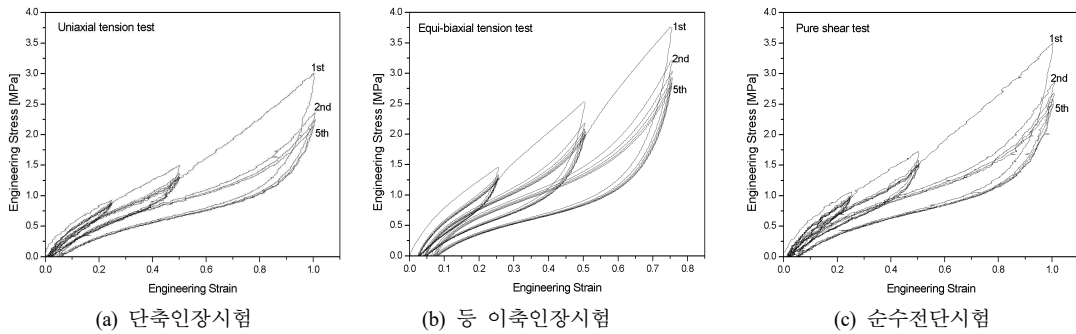


그림 4. 고무소재의 응력-변형률 관계선도

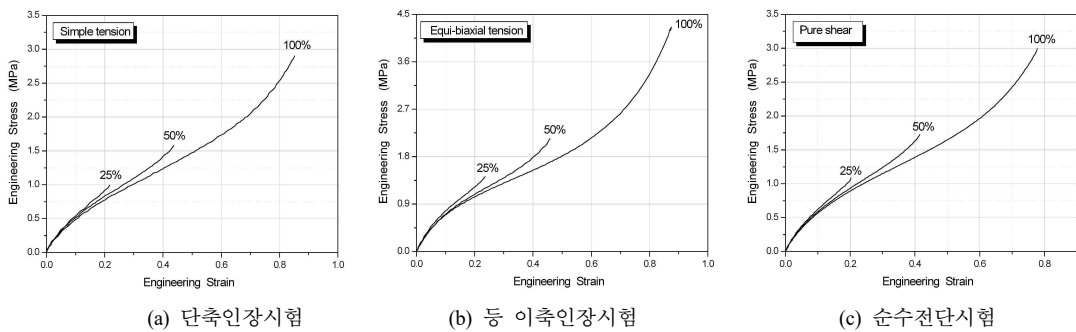


그림 5. 안정화된 고무소재 응력-변형률 관계선도

### 3.1. 고무재료상수 결정

고무재료 물성시험으로부터 얻어진 각 연신율 범위에서의 응력-변형률 데이터를 변형률 에너지함수로 구해진 응력-변형률의 관계식을 이용하여 표 2와 3에서와 같이 연신율 범위에 따른 Mooney-Rivlin 2항과 Ogden 3항의 비선형 재료상수를 결정하여 고무부품의 유한요소 해석에 필요한 물성을 결정하였다. 일반적으로 Ogden 3항을 이용한 커브 피팅이 시험결과를 잘 묘사함을 알 수 있었는데 이는 Ogden 모델의 응력-변형률 관계에서 연신율의 지수가 실수 값이므로 그 지수가 정수 값을 가지는 무나-리블린 모델에 비해 곡선 묘사에 유연성을 갖고 있기 때문이다. 오그덴 모델은 최근 가장 많이 사용되고 있는 모델로 고무부품 해석에 물성으로 자주 사용되고 있으며, 단순인장 경우 500%의 변형률까지도 잘 맞으며 미소한 압축성 재료에 대해서도 비교적 잘 맞는 것으로 알려져 있다.

표에서 같이 변형률 범위에 따라 비선형 재료상수 값이 달라짐을 알 수 있었으며 재료상수 값들의 정량적 비교를 위해 식 (13)과 식(14)의 전단계수(G)를 이용하여 연신율 변화에 따른 Mooney-Rivlin과 Ogden의 강성을 비교한 결과는 거의 유사하게 나타났으며 또한, 연신율 범위가 클수록 강성이 낮아짐을 알 수 있었다.

$$G_{Mooney} = 2(C_{10} + C_{01}) \quad (13)$$

$$G_{Ogden} = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n \alpha_n}{2} \quad (14)$$

표 2. 고무재료 비선형 재료상수(Mooney-Rivlin)

연신율	Mooney-Rivlin 2항		
	C10	C01	G <sub>Mooney</sub>
25%	0.285	0	0.57
50%	0.265	0	0.53
100%	0.236	0.012	0.49

표 3. 고무소재 비선형 재료상수(Ogden)

연신율	Ogden 3항						G <sub>Ogden</sub>
	μ1	α1	μ2	α2	μ3	α3	
25%	4.3e-5	1.613	0.394	2.883	1.5e-5	0.557	0.568
50%	2.067	3.1e-6	1.0e-5	0.072	0.587	1.814	0.532
100%	3.504	0.066	1.303	0.008	0.364	2.118	0.507

### 4. 고무부품 특성해석

다른 기계류 부품과 마찬가지로 고무부품도 성능 향상과 품질 고도화의 요구에 따라 제품개발 시 해석을 통한 설계기술이 요구되고 있다. 그러나 지금까지 대부분의 고무부품의 설계는 재료의 비선형성과 대변형의 특수한 성질로 인하여 시행착오에 의한 경험적인 수법이나 부품시험에 의존하여 왔으나 최근에는 제품개발 시 실제 제품의 제작에 앞서 예비 설계된 치수를 바탕으로 전산 시뮬레이션을 통하여 제품의 특성을 미리 예측하고 평가하는 CAE (computer aided engineering)를 통하여 고무부품의 거동을 해석하는 것이 가능해짐에 따라 고무부품의 설계에 체계적이고 분석적인 방법을 이용하여 제품의 성능향상에 크게 기여할 수 있게 되었다. 따라서 본 고에서는 앞에서 언급한 고무재료의 비선형 재료상수를 이용하여 고무인장 시편과 자동차 엔진마운트에 대한 특성해석을 수행하여 하중 변화에 따른 형상 변화와 하중-변위 특성을 예측하여 이를 시험결과와 비교 검토하였고 최대변형률 및 응력이 발생하는 취약부위를 예측하였다.

#### 4.1. 고무인장 시편

고무재료의 대 변형과 비선형 문제의 수렴성과 해의 정밀성 및 요소 선정, 경계조건 등을 고려하여 먼저 고무인장 시편에 대해 비선형 재료상수를 이용하여 특성해석을 수행하여 인장시험 결과와 비교, 분석하였다.

해석에 사용된 시편 형상은 인장시편으로 그림 6(a)와 같이 대칭조건을 이용하여 절반만 모델링 하였으며 경계조건으로 아래부위의 수직방향 변위를 구속하였으며 하중조건으로 윗 부위의 수직방향 변위를 이용하였다. 해석결과로 해의 수렴성은 상당히 양호하였으며 그림 6(b)에서 보는 바와 같이 수직방향으로 100mm 변형된 양상이 시험시의 변형과 거의 유사하게 나타났으며 그림 7에서와 같이 하중-변위 관계선도가 시험결과와 특성해석 결과는 매우 일치함을 알 수 있었다. 고무인장 시편의 유한요소 해석을 통하여 고무재료의 물성이 해석결과에 상당한 영향을 미침을 알 수 있었다.

#### 4.2. 자동차 엔진마운트

자동차 엔진마운트는 차량 주행 중 반복하중에 의한 피로손상이 발생할 수 있는 부품으로 특성 및 내구성 평가가 필수적이라 할 수 있다. 엔진 마운트는 원통형

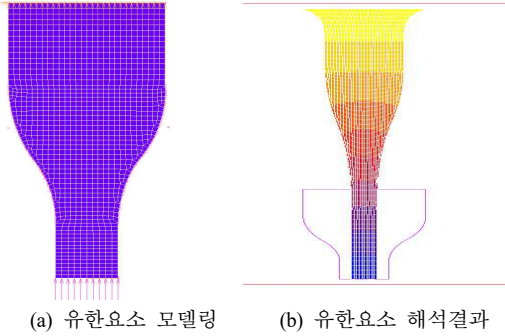


그림 6. 고무인장 시편에 대한 특성해석

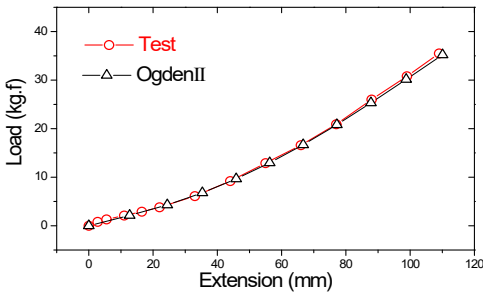


그림 7. 고무인장 시편 특성해석과 시험결과 비교

금속편에 천연고무가 접착되어 있어 다른 구조부품보다 물리적 변화가 심하기 때문에 작동 중 예상치 않은 파손은 차체의 심각한 손상과 사고의 원인이 될 수 있으므로 유한요소 해석을 통한 특성 및 취약부위 예측은 매우 중요한 사항이라 하겠다. 유한요소 모형은 3차원 요소를 이용하여 모델링하였으며 금속판 물성으로 탄성계수는 210 GPa, 포아송 비는 0.3으로 하였으며 고무소재는 앞에서 구한 비선형 재료상수 결정 방법에 따라 구해진 물성 값을 이용하였다.

그림 8은 엔진마운트에 대한 특성을 비교한 것으로 유한요소 해석과 특성시험 결과가 잘 일치함을 알 수 있었으며, 최대변형률은 그림 9(a)에서와 같이 금속과 고무 접착부위와 중앙 축 부위에서 발생하여 이 부위에서 취약함을 알 수 있었다. 그림 9(b)는 유압식 피로 시험기를 이용하여 엔진마운트에 대한 피로시험을 수행한 결과로 대부분의 피로균열은 유한요소 해석에서 최대변형률이 발생하는 금속과 고무 접착부와 중앙 축 부위에서 발생하여 특성해석 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다.

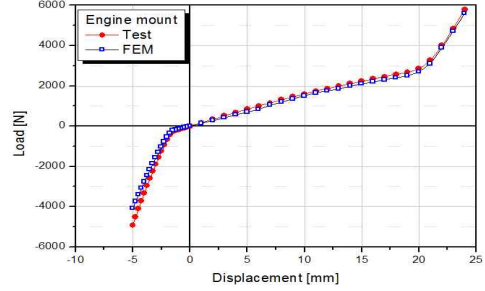


그림 8. 자동차 엔진마운트 특성해석과 시험결과 비교

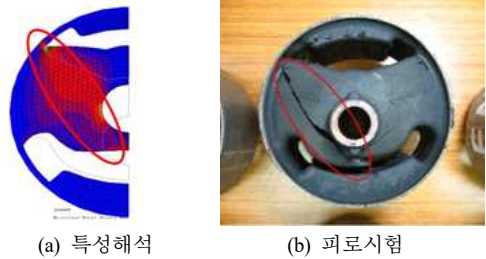


그림 9. 자동차 엔진마운트 취약부위와 파손 양상

## 5. 결론

고무부품에 대한 특성해석을 하기 위해서는 고무재료의 물성을 정확히 파악하는 것이 매우 중요하다 하겠다. 본 고에서는 고무재료 거동과 변형을 에너지함수에 대해 알아보았고, 단축인장 및 등 이축인장시험, 순수 전단시험을 통해 얻어진 응력-변형률 시험 데이터와 변형률 에너지함수로 계산된 응력-변형률 결과를 이용하여 변형률 에너지함수의 계수를 결정하는 방법에 대해 고찰하였다.

연신을 변화에 따른 물성시험을 통해 고무부품의 특성해석에 필요한 Mooney-Rivlin과 Ogden 함수의 재료상수를 이용하여 고무인장 시편 및 자동차 엔진마운트에 대한 유한요소 해석을 수행하여 특성해석과 특성시험결과가 상당히 일치함을 알 수 있어 제품 설계단계에서부터 고무부품의 특성 및 취약부위를 예측할 수 있어 개발에 따른 비용 절감과 성능 향상에 크게 기여하리라 기대된다.

## 참고문헌

1. Treloar, : The physics of rubber elasticity, Clarendon press, Oxford 3th Edition, (1975).
2. Eirich, F.R. : Science and technology of Rubber, Academic press, New York, (1978).
3. Freakley, P.K., and Payne, A.R., : Theory and practice of engineering with rubber, Applied Science Publishers LTD., (1978).
4. Yeoh, O.H., : On the ogden strain-energy function, Rubber Chemistry and Technology, Vol. 70, pp. 175-182, (1996).
5. Gadala, M.S., : Alternative method for the solution of hyper-elastic problems with incompressibility, Computer and Structure, Vol. 42, pp. 1-10, (1992).
6. Ogden, R.W., : Non-linear elastic deformations, Dover Publications, INC., New York, (1984).
7. Rivlin, R.S., : Large elastic seformations in rheology theory and application, Erich Ed., Academic Press, New York, (1956).
8. Ogden, R.W., : Large deformation of isotropic elasticity on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids, Proc. of the Royal Society(A), Vol. 326, pp. 565-584, (1972).
9. Sasso M., Palmieri G., Chiappini G., and Amodio D. "Characterization of hyperelastic rubber-like materials by biaxial and uniaxial stretching tests based on optical methods", Polymer Testing, 27, 995, (2008).
10. Mullins L., "Effect of stretching on the properties of rubber," J. of Rubber Research, Vol.16, (1947).
11. Mullins, L., : Softening of rubber by deformation, Rubber Chem. & Tech., Vol. 42, pp. 339-362, (1969).