

전력수요의 중첩 불확실성을 고려한 원전축소 정책의 실물옵션 연구[†]

박호정*·이상준**

요약 : 전력수급계획의 근간이 되는 전력수요 전망은 GDP와 기상변수 등 다양한 요인에 의해 영향을 받기 때문에 확률 프로세스로 이해할 수 있다. 이 전망치를 바탕으로 전력설비의 구성 방안이 수립되는데, 실제 의사결정 과정은 주어진 확률분포에 대한 정보가 온전하다고 가정한다는 한계를 가진다. 그러나 현실적으로는 확률분포 자체의 중첩 불확실성이 존재하기 때문에 강건한 최적계획(robust optimization)의 수립이 필요하다. 본 논문은 중첩 불확실성을 포함한 발전설비 조정의 최적의사결정을 연구한다. 구체적으로 원자력의 감축투자 관련 실물옵션 모형을 수립하고 우리나라 전력수급기본계획의 특성을 고려한 중첩 불확실성하에서 원전감축 투자를 분석한다. 분석 결과, 현재의 원전축소 정책은 전력수요 증가율이 낮다는 것을 전제로 한 정책으로서 전력수요 증가에 대응할 수 있는 정책 강건성을 갖추지는 못한다는 것을 보여준다.

주제어 : 중첩 불확실성, 강건 최적화, 실물옵션, 원전축소 정책

JEL 분류 : C6, D8, Q3

접수일(2019년 2월 20일), 수정일(2019년 3월 27일), 게재확정일(2019년 4월 8일)

[†] 본 논문은 2018년 환경경제학회 하계 학술대회와 2019년 1월 자원경제학회 세미나에서 발표한 논문을 수정한 것이다. 심사과정에서 논문 수식 전개상 오류를 밝혀주신 익명의 심사위원께 감사드린다.

* 고려대학교 식품자원경제학과 교수, KU·KIST그린스쿨 겸임교수, 제1저자(e-mail: hjcongpark@korea.ac.kr)

** 에너지경제연구원 연구위원, 교신저자(e-mail: sjlee@keei.re.kr)

Real Options Study on Nuclear Phase Down Policy under Knightian Uncertainty

Hojeong Park* and Sangjun Lee**

ABSTRACT : Energy demand forecast which serves as an essential input in energy policy is exposed to multiple factors of uncertainty such as GDP and weather forecast uncertainty. The Master Plan of Electricity Market in Korea which is biennially prepared is critically based on fluctuating energy demand forecast whereas its resulting proposal on electricity generation mix is substantially irreversible. The paper provides a real options model to evaluate energy transition policy by considering Knightian uncertainty as a measure to study multiple uncertainties with multiple set of probability distributions. Our finding is that the current energy transition policy under the master plan is not robust in terms of securing stable management of electricity demand and supply system.

Keywords : Knightian uncertainty, Nuclear phase down, Real options

Received: February 20, 2019. Revised: March 27, 2019. Accepted: April 8, 2019.

* Professor, Department of Food and Resource Economics, Adjunct Professor, KU KIST Green School,
First author(e-mail: hjeongpark@korea.ac.kr)

** Research Fellow, Korea Energy Economics Institute, Corresponding author(e-mail: sjlee@keei.re.kr)

I. 서론

우리나라의 전력정책은 매 2년마다 이루어지는 전력수급기본계획과 5년 주기로 수립되는 에너지기본계획에 의해 크게 좌우된다. 특히 발전구성에 대한 기초적인 전략은 전력수급기본계획 단계에서 마련된다. 전력수급기본계획은 수요전망, 설비에비율 등 주요 부문별 작업에 기초하여 전체 설비계획을 수립하는 방식으로 작업이 이루어진다. 이때 매번의 전력수급기본계획에서 논란이 되는 것이 전력수요 전망인데, 이는 기본적으로 GDP 성장률, 기상변수 등 여러 전제치에 의존하는 전력수요 전망 자체가 불확실성에 노출되어 있기 때문이다. 예를 들어, 제8차 전력수급기본계획에서 2030년의 최대 전력수요는 2년 전에 수립된 제7차 전력수급기본계획에서보다 12.7GW 감소한 것으로 전망되었는데, 이는 GDP 성장률에 대한 KDI의 전망치가 7차 전력수급계획 당시의 3.4%에서 8차 계획 작업 시에는 2.4%로 크게 낮아진 것에 기인한다.

여기서 주목해야 할 점은 GDP 전망 자체의 불확실성이다. GDP 전망치의 변경이 언제든 이루어질 수 있다는 점에 비해, 전력수급기본계획에 의한 발전설비의 변경계획은 그 자체가 상당히 확정적이다. 게다가 설비투자는 비가역적인 투자(irreversible investment)의 성격을 지니기 때문에 신중하고도 합리적인 의사결정이 필요하다. 또한 전력수급기본계획의 전력수요 전망에 활용되는 기상 전망 자료 역시 IPCC의 시나리오나 최신 작업에 의해 바뀔 수 있기 때문에 전력수요 전망과 관련한 불확실성이 중첩된다.

이처럼 불확실성의 중첩에 추가하여 의사결정이 비가역적일 경우에는 보다 신중한 의사결정이 요구된다. 본 논문에서는 중첩적인 불확실성에 노출된 전력수요 전망을 근간으로 발전설비 계획이 수립되는 현재의 전력수급기본계획의 특성을 반영하기 위하여 중첩 불확실성의 개념을 도입하도록 한다. 의사결정 모형의 대부분은 불확실성이 존재할지라도 그 불확실성에 대한 분포나 확률함수는 아는 것으로 가정한다. 즉, 하나의 확률분포가 주어진다. 그러나 현실에서는 의사결정자가 어느 경제변수에 대한 확률분포를 정확히 아는 경우가 흔치 않으며, 대신에 참의 확률분포에 근사한 수준에서의 대안적인 확률분포의 ‘집합’을 추측하는 경우가 많다. 이를 ‘불확실성에 대한 불확실성’이라고 볼 수 있는데 일찍이 불확실성의 개념을 정리한 Frank Knight를 기려 Knightian uncertainty라고도 하며 본 논문에서는 ‘중첩 불확실성’으로 칭하도록 한다.¹⁾ 어떤 확률변수가 단일한

확률분포(single measure of probability)에 의해 정의되는 것에 반해, 중첩 불확실성은 여러 확률분포함수의 집합으로 정의된다. 따라서 불확실성에 대한 불확실성이라는 점에서 중첩 불확실성이라고 볼 수 있다. 전력수급기본계획상 전력수요 전망 자체가 GDP나 기상변수 등 다양한 불확실성의 함수이며, 또한 여러 시나리오로 분석해야 할 만큼 확률분포의 집합체에 지배되기 때문에 중첩 불확실성의 분석 대상이라 할 수 있다.

중첩 불확실성과 관련한 대부분의 문헌은 기르사노프 정리(Girsanov Theorem)를 이용하는데, 하나의 참의 확률측도가 있을 때 이에 근사한 확률측도의 집합을 정의하는 데에 유용하기 때문이다. Cox and Huang(1989)은 무위험자산과 위험자산의 포트폴리오 투자모형을 분석할 때 기르사노프 정리를 이용하여 위험중립적인 확률과정을 도출한 바 있다. 이와 유사하게 금융시장 분석에 적용된 중첩 불확실성 논문으로는 Epstein and Wang(1994), Caballero and Krishnamurthy(2008), Pritsker(2013)을 들 수 있다. Ilut and Schneider(2012)와 Alonzo(2014)는 실물경기변동 모형에 중첩 불확실성을 적용하여 정보의 불확실성이 경기변동에 미치는 거시경제 영향을 분석한 바 있다. 최근 기후변화 문제의 심각성이 증가하면서 중첩 불확실성을 접목하는 연구도 이루어지고 있다. Chen et al.(2011)은 중첩 불확실성을 고려할 때에 온실가스 감축투자에 대한 보수적인 입장이 합리적이지 않으며 보다 투자시기를 앞당길 필요가 있음을 주장하였다.

본 논문은 기르사노프 정리를 이용하여 전력수요 전망의 중첩 불확실성이 존재할 때 전력수급기본계획하에서의 에너지 전환정책을 분석하는 틀을 제시하고자 한다. 중첩 불확실성이 존재하는 경우 이른바 maxmin 전략, 즉 발생 가능한 최악(min)의 경우를 고려한 기댓값을 극대화(max)하는 전략이 합리적이라고 본다(Nishimura and Ozaki, 2007). 이 개념을 전원구성에 비추어 말하자면 바람직하지 않는 가장 최악의 경우를 회피할 수 있는 발전설비 계획이 합리적이라는 것이다. 반면, 지나치게 전력수요 증가가 낮아질 것으로 보는 경우에는, 전력수요가 예상치를 초과하여 증가하거나 전력예비율이 급격하게 낮아질 수 있는 상황에 대비할 수 있는 능력이 제한될 수 있다.

본 논문은 기르사노프의 정리를 투자의 비가역성과 불확실성을 다루는 실물옵션(real

1) 기본적으로 중첩 불확실성은 어떤 사건의 발생이 하나의 확률함수로 적절하게 표현되기에는 부정확할 수 있다는 점을 말한다(Knight, 1921). 중첩 불확실성의 Knightian uncertainty는 문헌에 따라 애매모호함(ambiguity)이나 심층 불확실성(deep uncertainty)으로 불리기도 한다. 애매모호함이나 중첩 불확실성은 시간이 지나면서 정보의 취득에 따라 불확실도가 감소한다고 보는 베이즈 분석과는 다르다.

options) 모형에 적용하여 원전감축 투자를 분석하고자 한다. 최대전력수요가 기본적으로 브라운 운동의 확률과정을 따를 때 기르사노프 전환을 통해 전력예비율에 대한 낙관론적인 중첩 불확실성과 경계론적인 중첩 불확실성 모형을 도출한 후, 원전감축 투자를 이행하는 실물옵션 모형을 제시하고자 한다. 개발된 중첩 불확실성의 실물옵션 모형에 제8차 전력수급기본계획에 적용된 수치와 모수를 적용하여 최근의 에너지 전환정책을 평가하고자 한다.

II. 모형의 전개

1. 예비율의 확률과정

본 절에서는 전력수요 전망에 중첩 불확실성이 존재하는 가운데 발전설비 감축투자의 의사결정 모형을 분석하도록 한다. 우선 전력예비율의 정의를 살펴보면, 실제 생산전력 중 남아 있는 비율을 나타내는 공급예비율로 나타내거나, 또는 설비 보수 중 발전소의 공급능력도 포함한 설비예비율로 정의하기도 한다. 본 논문에서는 전력예비율을 예비전력/최대전력수요로 정의하는데, 여기서 예비전력은 공급능력에서 최대전력수요를 제한 값이다. 전력예비율은 따라서 아래의 식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{전력예비율} &= \frac{\text{예비 전력}}{\text{최대전력수요}} = \frac{\text{공급능력} - \text{최대전력수요}}{\text{최대전력수요}} \\ &= \frac{\text{공급능력}}{\text{최대전력수요}} - 1 = \frac{B(t)}{S(t)} - 1 = R(t) - 1 \end{aligned}$$

$B(t)$ 는 공급능력, $S(t)$ 는 최대전력수요를 나타내며, $R(t)$ 는 최대전력수요 대비 초과 공급능력으로서 본 논문에서는 전력예비율의 대리변수로 사용하도록 한다. 공급능력은 기본적으로 전력수급기본계획에서 계획되기 때문에 확정적이다. 공급능력의 증가율이 r 일 때 아래와 같다.

$$dB(t) = rB(t)dt \tag{1}$$

한편, 최대전력수요 $S(t)$ 는 정부나 특정 공공기관에 의해 제어되는 변수가 아니므로 확률과정을 따른다고 가정한다. 확률공간 $(\mathcal{F}, \mathbb{P})$ 상에서 브라운 운동 $z(t)$ 를 정의하는 브라운 필터 $\mathcal{F}(t)$ 가 있다고 하자. 이때 $S(t)$ 는 아래의 브라운 과정을 따른다.

$$dS(t) = \mu(S(t), t)dt + \sigma(S(t), t)dz(t) \quad (2)$$

$\mu(S(t), t)$ 는 증가율(drift rate)이며, $\sigma(S(t), t)$ 는 분산율(volatility rate)을 나타낸다. $dz(t)$ 는 $E(dz) = 0$, $Var(dz) = dt$ 의 성질을 만족하는 위너증분(Wiener increment)을 나타낸다. 본 논문에서는 분석의 편의상 아래 식 (3)의 기하학적 브라운 과정을 가정하여 $\mu(S(t), t) = \mu S(t)$, $\sigma(S(t), t) = \sigma S(t)$ 의 시간불변 증가율과 분산율을 적용하도록 한다.²⁾

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dz(t) \quad (3)$$

전력예비율의 대리변수인 초과공급능력 $R(t)$ 는 공급능력과 최대전력수요의 두 개의 동태적 과정에 의해 영향을 받는데, 후자가 브라운 과정을 따르기 때문에 $R(t)$ 역시 확률과정을 따르게 된다. 식 (1)과 (3)에서 Ito's lemma를 이용하여 $R(t)$ 의 기하학적 브라운 과정을 도출할 수 있다.

$$dR(t) = (r - \mu + \sigma^2)R(t)dt - \sigma R(t)dz(t) \quad (4)$$

정부는 참의 확률측도(probability measure)인 \mathbb{P} 에 대해 확신하지 않기 때문에, $(\mathcal{F}, \mathbb{P})$ 상에서 확률측도 \mathbb{P} 의 사전측도(prior)를 세운다. 즉 \mathbb{P} 를 대신하여 확률측도 \mathbb{Q} 를 도입한다. 이를 위해 중첩 불확실성을 다루는 대부분의 연구 방법론과 마찬가지로 마팅게일 측도(martingale measure)를 이용한다.³⁾

2) 기하학적 브라운 외에 Ornstein-Uhlenbeck의 평균회귀 과정을 도입할지라도 본 논문에서 소개하는 중첩 불확실성의 정성적 결과에는 변함이 없다.
 3) 마팅게일 프로세스는 과거의 관측된 정보가 주어진다면 미래의 기댓값은 현재의 값과 동일한 과정을 따른다는 성질을 의미한다. 논문에 정의된 $\eta(t, \theta)$ 가 마팅게일 프로세스라는 것은 부록의 증명을 참고하길 바란다.

원래의 확률측도 \mathbb{P} 와 거의 동일한 \mathbb{Q} 를 구하는 개념은 라돈-니코딤 도함수 (Radon-Nikodym derivatives)에 기초하고 있다(Chang, 2004). 확률측도 \mathbb{P} 와 \mathbb{Q} 에 속한 확률함수 P 와 Q 사이에 다음의 성질이 성립하면 \mathbb{Q} 가 \mathbb{P} 에 대해 절대적으로 연속(absolutely continuous) 또는 지배(dominated)된다고 한다: 어떤 사건 $A \in \mathcal{F}$ 에 대해 $P(A) = 0$ 이면 $Q(A) = 0$ 이 된다. \mathbb{P} 와 \mathbb{Q} 사이에 연속성이 성립하면 두 확률함수 사이에 전환이 이루어질 수 있으므로 도함수가 존재하게 되는데, 이를 라돈-니코딤 도함수라고 하며 관련 된 성질은 다음과 같다.

$$Q(A) = \int_A \frac{dQ}{dP} dP(w) \quad (5)$$

라돈-니코딤 함수에서 $dQ(w) = (dQ/dP)dP(w)$ 이므로, 즉 확률측도 \mathbb{P} 를 \mathbb{Q} 로 전환하기 위해서는 dQ/dP 에 대한 정보가 필요하다는 것을 알 수 있다. dQ/dP 는 확률밀도 생성자(density generator)라고도 하는데, 기르사노프 전환(Girsanov transformation) 기법으로 구할 수 있다.

어느 프로세스 $\theta(t)$ 가 아래 성질을 만족한다고 하자.

$$P \left[\int_0^T \theta(t)^2 dt < \infty \right] = 1, \quad 0 \leq T \leq \infty \quad (6)$$

또한 다음의 노비코브 조건(Novikov condition)을 만족한다고 하자.

$$E^Q \left[\int_0^T \theta(r)^2 dr \right] < \infty \quad (7)$$

즉, $\theta(t)$ 의 제곱적분(square integration)이 식 (5)의 확률성질을 만족하며 잘 정의된 값이 존재함을 의미한다. 이때 확률밀도 생성자인 $\eta(t, \theta)$ 를 아래와 같이 정의해준다.

$$\eta(t, \theta) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^t \theta^2 ds + \int_0^t \theta dz \right] \quad (8)$$

확률측도 $Q(A)$ 를 확률밀도 생성자를 이용하여

$$Q(A) = E[\eta(T, \theta)] = \int_A \eta(T, \theta) dP(w) \quad (9)$$

와 같이 정의해주면, $dQ(w) = \eta(T, \theta) dP(w)$ 로서 결국 $\eta(t, \theta) = dQ/dP$ 가 됨을 알 수 있다. 기르사노프 정리(Girsanov Theorem)에 의하여

$$z(t)^\theta = z(t) + \int_0^t \theta(s) ds \quad (10)$$

이므로, $dz^\theta = dz + \theta dt$ 가 된다(Chang, 2004). 이를 dz 를 중심으로 정리하여 식(4)에 대입하면 아래의 확률과정을 얻게 된다.

$$dR(t) = (r - \mu + \sigma^2 + \theta\sigma)R(t)dt - \sigma R(t)dz^\theta(t) \quad (11)$$

이상의 결과를 정리하면, 참의 확률측도 \mathbb{P} 에 대해 불확실해 할 때 이와 근사한 확률측도인 \mathbb{Q} 로 기르사노프 전환한 결과로 볼 수 있다. 식(4)와(11)을 비교하면 분산율은 변함이 없으며 다만 증가율(drift rate)만 변화되었음을 알 수 있다. 물론 위너과정은 원래 확률측도 \mathbb{P} 의 dz 에서 \mathbb{Q} 의 dz^θ 로 바뀌었다.

여기서 흥미로운 점은 분산율은 불변인 가운데 증가율만 바뀐 식(11)의 기르사노프 전환 결과는 실물옵션 문헌에서 자주 인용되는 평균유지 스프레드(mean-preserving spread)와 구별해서 볼 수 있다는 점이다. 평균유지 스프레드는 확률변수의 분산을 증대시키되 평균값을 동일하게 유지하는 방식을 말하는데, 이때 분산의 증가는 일반적인 상황에서 투자의 옵션가치를 높임으로써 투자시기를 지연하게 된다. 그러나 기르사노

프 전환은 뒤에 보겠지만 분산의 변화는 없으며 증가율만 바뀌었기 때문에 투자의 기대 리스크의 가치, 즉 옵션가치를 오히려 줄일 수 있다.⁴⁾ $R(t)$ 에 로그를 취한 $\ln R(t)$ 에 이토 보조정리를 적용하여 다음을 구할 수 있다.

$$R(t) = R_0 \exp \left[\left(r - \mu + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma \int_0^t \theta(s) ds - \sigma z(t)^\theta \right] \quad (12)$$

$\theta(t)$ 의 결정은 의사결정자의 중첩 불확실성을 바라보는 관점에 따라 달라진다. 식 (6)과 (7)을 만족하는 $\theta(t) \in [-\kappa, \kappa]$ 구간이 존재한다고 하자. 전력예비율이 증가한다는 낙관론적 관점을 따를 경우 증가율에 대한 조정이 $\theta^* = \arg \max \{ \theta \mid \theta \in [-\kappa, \kappa] \} = \kappa$ 에 의해 이루어진다. 반면 전력예비율이 장기적으로 감소한다는 경계론적(precautionary) 관점을 취하게 되면 $\theta^* = -\kappa$ 가 된다. 따라서 두 관점에 따라 확률과정은 아래와 같이 구분할 수 있다.

$$dR(t) = (r - \mu - \kappa \sigma) R(t) dt - \sigma R(t) dz^\theta(t) \quad (\text{경계론}) \quad (13)$$

$$dR(t) = (r - \mu + \kappa \sigma) R(t) dt - \sigma R(t) dz^\theta(t) \quad (\text{낙관론}) \quad (14)$$

이윤극대화에 관한 Nishimura and Ozaki(2007)를 포함한 대부분의 중첩 불확실성 연구는 주로 경계론을 분석하였다. 예를 들어, 시장에서의 이윤 $\pi(t)$ 의 증가율이 참의 확률측도 \mathbb{P} 에서 δ 라면 경계론의 기르사노프 전환 후 확률측도 \mathbb{Q} 하에서 $\delta - k\sigma$ 로 증가율이 감소하게 된다. 즉 의사결정자 입장에서는 최악(worst)의 상황을 염두에 둔 것이다.

따라서 의사결정자는 확률측도의 집합에서 가장 최악의 상황을 반영한 기대이윤을 평가한 후, 이를 극대화하는 이른바 maxmin 전략을 취하게 된다. 이는 개념적으로는 Hansen and Sargent(2016)의 강건성 조건하의 최적화 모형(robust optimal control

4) 이 논의는 실물옵션 문헌의 일반적인 수준에서 정리한 것이며, 불확실성(분산율)과 증가율이 투자옵션에 미치는 영향은 일률적이지 않다. Lund(2005)에서는 불확실성의 종류에 따라 투자의 지연효과가 전통적인 실물옵션 결과와 달리 나타날 수 있음을 보여주었다. 이와 유사하게 Park(2012) 등에서도 가치함수가 확률상태변수에 비선형적일 경우 불확실성의 증가는 때로 투자시기를 앞당길 수 있음을 보여주고 있다.

model)과 유사하다. 한편, 경계론적 전망과 낙관적 전망을 하나의 모형에 동시에 고려할 수도 있는데, 예를 들어 Schröder(2011)는 낙관론 전망의 비중을 α , 경계론 전망의 비중을 $1 - \alpha$ 로 배분한 α -maxmin 방법론을 제시한 바 있다. 경계론 및 낙관론적 관점에서의 중첩 불확실성 의사결정을 분석한 탁월한 연구로는 Nishimura and Ozaki(2017)가 있다.

본 논문에서는 최근 전력수급기본계획(제8차)에서 전력수요 증가를 이전보다 낮게 전제하였다는 점에서, 전력예비율 증가를 참의 확률보다 높게 보는 낙관적 시나리오의 식 (14)를 기준 시나리오로 삼았다. 전력예비율의 대리변수인 $R(t)$ 의 증가에 대해 낙관론 시나리오를 기준으로 분석을 하되, 경계론의 결과도 함께 비교하도록 한다.

2. 전환투자의 실물옵션 모형

지금까지 중첩 불확실성을 반영한 확률과정을 분석하였다. 다음 단계로 에너지 전환 투자의 실물옵션 모형을 제시하도록 한다. 전력예비율의 대리변수인 $R(t)$ 과 원전규모인 N_i 에 의해 결정되는 공급능력 운영비용을 최소화하는 문제를 고려한다. 원전규모는 감축투자가 이루어지기 전에는 N_0 , 감축투자 이후에는 N_1 으로 주어진다($N_0 > N_1$). 투자가 이루어지기 전에 만일 기간당 공급능력 운영비용이 $cR(t)^\gamma N_0$ 이라면($\gamma > 1$), 할인율 ρ 에서 아래의 가치함수를 정의할 수 있다.

$$V(R(t)) = E\left[- \int cR(t)^\gamma N_0 e^{-\rho t} dt\right] \tag{15}$$

만일 낙관론의 $\theta^* = \kappa$ 를 취한다면 이때 임의의 $t \in [0, T]$ 와 $R(0) = R$ 에서 식 (15)의 $V(R(t))$ 는 아래와 같이 정리될 수 있다(부록의 증명 참조).

$$V(R(t)) = - \int_0^T cN_0 R^\gamma e^{\gamma(r - \mu + \sigma\kappa)t} e^{-\rho t} dt \tag{16}$$

목적함수가 식 (16)의 형태로 정리가 되면 식 (14)의 제약식이 주어질 때 $V(R(t))$ 의 이토 보조정리(Ito's lemma) 전개를 통해 HJB 방정식(Hamilton-Jacobi-Bellman equation)

을 구할 수 있다. Dixit and Pindyck(1994)과 마찬가지로 HJB 방정식을 전개하면 아래 식 (17)의 식을 얻게 된다.

$$\rho V(R) = -cR^\gamma N_0 + (r - \mu + \kappa\sigma)RV_R(R) - \frac{1}{2}\sigma^2 R^2 V_{RR}(R) \quad (17)$$

감축투자가 이루어지기 전이므로 원전규모는 N_0 이다. 식 (17)의 미분방정식을 만족하는 해는 미정계수법(method of undetermined coefficient)을 이용하여 구할 수 있다. 식 (17)의 우변이 R 에 대한 비선형 함수라는 점에 착안하여 동일한 형태의 비선형 함수를 가정하여 미정계수법으로 해를 구할 수 있다.

$$V(R) = \frac{-cR^\gamma N_0}{\rho - (r - \mu + \kappa\sigma)\gamma + (1/2)\sigma^2\gamma(\gamma - 1)} + AR^\beta \quad (18)$$

여기서 A 는 옵션상수로서 아래 소개되는 경계조건에 의해 결정된다. β 는 HJB방정식의 동차방정식에서 얻은 특성방정식인 $(1/2)\sigma^2\beta^2 - (r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2)\beta - \rho = 0$ 의 해(解)로서 다음과 같다.

$$\beta = \frac{1}{\sigma^2} \left[(r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2) + \sqrt{(r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2)^2 + 2\sigma^2\rho} \right] > 1 \quad (19)$$

식 (19) 우변의 첫째 항은 비용의 현재가치이며, 둘째 항은 감축투자옵션을 나타낸다. 즉, 전력예비율 $R(t)$ 이 충분히 높아지게 되면 원전규모를 줄이는 감축투자를 이행하는 것이 최적이다. 그 임계수준을 R^* 라고 한다면, 식 (20)의 등가조건(value-matching condition), 식 (21)의 한계조건(smooth-pasting condition)을 통해 구할 수 있다.

$$AR^\beta = \frac{-cR^\gamma \Delta N}{\rho - (r - \mu + \kappa\sigma)\gamma + (1/2)\sigma^2\gamma(\gamma - 1)} - K \quad (20)$$

$$\beta AR^{\beta-1} = \frac{-\gamma c R^{\gamma-1} \Delta N}{\rho - (r - \mu + \kappa \sigma)\gamma + (1/2)\sigma^2\gamma(\gamma-1)} \quad (21)$$

여기서 $\Delta N = N_0 - N_1 > 0$ 이며, K 는 감축투자에 소요되는 매물비용을 나타낸다. 등가조건은 투자의 옵션가치와 투자의 순편익을 일치시키는 조건이며, 한계조건은 등가조건을 확률상태변수 $R(t)$ 에 대해 미분한 것으로서, 투자옵션의 한계가치와 투자 순편익의 한계가치가 동일할 것을 요구한다. 두 조건식을 만족하는 R^* 와 A 를 구한 결과는 다음과 같다.

$$R^* = \left(\frac{\lambda K}{c \Delta N} \right)^{1/\gamma} \left(\frac{\beta}{\beta - \gamma} \right)^{1/\gamma} \quad (22)$$

$$A = \frac{\gamma c \Delta N}{\lambda \beta} R^{*\gamma-\beta} \quad (23)$$

여기에서 $\lambda = \rho - (r - \mu + \kappa \sigma)\gamma + (1/2)\sigma^2\gamma(\gamma-1)$ 인데, 경제학적 의미를 갖기 위해서는 $\lambda > 0$ 의 가정이 필요하다.⁵⁾ 우리가 분석하고자 하는 것은 중첩 불확실성과 R^* 간의 관계이므로 결국 $\partial R^* / \partial \kappa$ 의 부호를 판별해야 하는데, 이는 다음 절에서 살펴보도록 한다.

III. 중첩 불확실성의 효과 분석

$\theta = 0$ 또는 $\kappa = 0$ 이면 중첩 불확실성이 존재하지 않는 상태이며, 이들 값이 증가하게 되면 중첩 불확실성 역시 증가하게 된다. 식 (24)에서 $\partial R^* / \partial \kappa$ 의 부호를 판별하기 위해서는 다음의 몇 가지 성질을 확인해야 한다.

5) 증가율 $r - \mu + \kappa \sigma$ 의 값이 상당히 크면 $\lambda < 0$ 이 되는데, 이는 증가율이 할인율 ρ 보다 충분히 커서 감축투자가 즉시 이루어질 수 있는 경우에 해당되기 때문에 경제학적 분석이 더 이상 의미를 갖지 않는다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial R^*}{\partial \kappa} &= \frac{1}{\gamma} \left[\frac{\lambda K \beta}{c \Delta N (\beta - \gamma)} \right]^{1/\gamma-1} \frac{K \beta}{c \Delta N (\beta - \gamma)} \frac{\partial \lambda}{\partial \kappa} \\
 &\quad (+) \qquad \qquad \qquad (+) \qquad \qquad (-) \\
 &+ \frac{1}{\gamma} \left[\frac{\lambda K \beta}{c \Delta N (\beta - \gamma)} \right]^{1/\gamma-1} \frac{\lambda K}{c \Delta N} \frac{-\gamma}{(\beta - \gamma)^2} \frac{\partial \beta}{\partial \kappa} \\
 &\quad (+) \qquad \qquad \qquad (+) \qquad \qquad (-) \qquad (+)
 \end{aligned} \tag{24}$$

위에서 $\partial \lambda / \partial \kappa = -\sigma \gamma < 0$ 임은 쉽게 확인할 수 있다. 아래 식의 $\partial \beta / \partial \kappa$ 는 특성방정식인 $(1/2)\sigma^2 \beta^2 - (r - \mu + \kappa \sigma - \sigma^2/2)\beta - \rho = 0$ 을 취해서 $\partial \beta / \partial \kappa > 0$ 임을 알 수 있다(부록 참조). 이상의 결과를 종합하면 다음의 [결과1]을 얻게 된다.

결과 1. 전력예비율의 증가에 대한 최고의 낙관론적인 상황에서 중첩 불확실성의 증대는 중첩 불확실성이 존재하지 않는 환경에서보다 투자임계수준 R^* 를 낮춤으로써 최적의 상태보다 더 이른 시기에 감축투자를 초래하게 된다.

식 (24)에서 $R^*|_{\kappa > 0} < R^*|_{\kappa = 0}$ 이므로 [결과1]을 별도의 증명없이 확인할 수 있다. 에너지 전환의 감축투자가 비가역적인 성격을 지님을 감안할 때, 참의 확률측도 환경의 $R^*|_{\kappa = 0}$ 에서보다 조기에 감축투자가 이루어지게 되면, 만에 하나 낙관적인 상황에서 벗어난 낮은 수준의 전력예비율이 발생 시 이에 대응할 수 있는 능력을 잃게 됨을 시사한다. 이어서 불확실성을 고려하지 않는 경우, 즉 $\sigma = 0$ 에 해당되는 투자임계수준을 구하면 다음과 같다.

$$R^*_{NPV} = \left(\frac{\lambda K}{c \Delta N} \right)^{1/\gamma} \tag{25}$$

따라서 투자임계수준은 전체적으로 다음의 순서를 갖는다.

$$R^*_{NPV} < R^*|_{\kappa > 0} < R^*|_{\kappa = 0} \tag{26}$$

식 (26)의 순서관계에서 아래의 [결과2]를 얻게 된다.

결과 2. 투자의 비가역성과 불확실성이 존재함에도 불구하고 의사결정에 이를 고려하지 않으면 감축투자 시기가 실제 바람직한 시기보다 빠른 시기에 이루어진다.

[결과2]는 비가역적인 투자와 불확실성의 관계를 다루는 일반적인 실물옵션 연구와 일치하는 것으로서, 불확실성의 증대가(감축)투자의 지연효과를 증대시킨다는 것을 의미한다. 또한 이는 전력수급기본계획 상의 전력수요 불확실성을 감안할 때 전력공급의 유연성 즉 옵션을 가능한 유지하는 것이 바람직하다는 것을 시사한다.

한편 기하학적 브라운 과정인 $dR(t) = (r - \mu + \kappa\sigma)R(t)dt - \sigma R(t)dz^\theta(t)$ 에서 R_0 의 초깃값에서 특정값 R^* 까지 도달하게 되는 시간 τ 의 분포는 다음의 역-가우스(inverse Gauss)의 확률분포함수에 의해 구할 수 있다(Valenti et al., 2007; Wilmott, 2000).

$$F(\tau, R_0) = \frac{R^* - R_0}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau^3}} \exp\left[-\frac{(R^* - R_0 - (r - \mu + \kappa\sigma)\tau)^2}{2\sigma^2\tau}\right] \quad (27)$$

다음 전력예비율 증가율에 대한 경제론적인 $(r - \mu - \rho - \kappa\sigma)$ 의 증가율을 고려해보자. 이 경우에도 감축투자의 옵션행사 임계수준은 식 (22)와 동일하다. 그러나 β 와 λ 에서 $+\kappa\sigma$ 대신에 $-\kappa\sigma$ 로 바뀌게 된다. 식을 이렇게 정리한 후 $\partial R^*/\partial\kappa$ 의 부호를 판별하기 위해 우선 아래의 성질을 확인한다.

$$\frac{\partial R^*}{\partial\lambda} = \frac{1}{\gamma\lambda} \left(\frac{\lambda K}{c\Delta N} \frac{\beta}{\beta - \gamma} \right)^{1/\gamma} > 0, \quad \frac{\partial\lambda}{\partial\kappa} = \sigma\gamma > 0, \quad (28)$$

$$\frac{\partial R^*}{\partial\beta} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\lambda K}{c\Delta N} \right)^{1/\gamma} \left(\frac{\beta}{\beta - \gamma} \right)^{1/(\gamma-1)-1} \frac{-\gamma}{(\beta - \gamma)^2} < 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \kappa} = -\frac{\partial \Omega / \partial \kappa}{\partial \Omega / \partial \beta} = -\frac{\sigma \beta}{\sigma^2 \beta - (r - \mu - \kappa \sigma - \sigma^2 / 2)} < 0 \quad (30)$$

위 결과를 바탕으로 아래의 결과3을 얻게 된다.

결과 3. 전력예비율의 증가에 대한 경제론적인 상황에서 중첩 불확실성의 증대는 중첩 불확실성이 존재하지 않는 환경에서보다 투자임계수준 R^* 를 높임으로써 최적의 상태보다 더 늦은 시기에 감축투자를 초래하게 된다.

[결과 3]에 의하면 $\partial R^* / \partial \kappa = (\partial R^* / \partial \lambda)(\partial \lambda / \partial \kappa) + (\partial R^* / \partial \beta)(\partial \beta / \partial \kappa) > 0$ 이므로 경제론적 시각에서는 중첩 불확실성의 증대가 투자시기를 지연시키는 것을 알 수 있는데, 이는 직관과도 부합하는 결과다.

지금까지의 분석결과를 토대로 최근의 제8차 전력수급기본계획을 중첩 불확실성 모형으로 분석해보도록 한다. 전력수급기본계획에 의하면 발전설비 증가율은 2017년 정격용량 117.0GW에서 2030년 173.7GW까지 증가할 계획이므로 여기에서 연간 증가율 $r = 0.04046$ 를 구할 수 있다. 이는 과거 2002년부터 2018년까지의 실제 공급능력(MW)의 연평균 증가율인 0.04165와 크게 다르지 않는 수준임을 알 수 있다<그림 1 참조>.6)

<그림 1>의 동절기 최대전력수요 데이터에서 로그차분을 취한 변수의 표준편차가 $\sigma = 0.03169$ 인 것으로 추정되었다. 기하학적 브라운 과정의 증가율은 로그차분변수의 평균이 x 일 때 $x + \sigma^2 / 2$ 가 되므로 $\mu = 0.04446$ 로 추정되었다. 제8차 전력수급기본계획상의 최대전력수요의 증가율과 변동률은 각각 0.01224, 0.00552가 된다<표 1 참조>. 따라서 참의 확률측도 P에서와의 차이를 보정해주기 위해 $\kappa = (\mu - \tilde{\mu}) / \sigma$ 를 적용하면 $\kappa = 1.1210$ 의 (+)을 갖기 때문에 정부는 전력수요에 대한 낙관적 전망을 취하고 있음을 알 수 있다.7)

6) 설비용량(MW) 기준으로는 동 기간의 연평균 증가율은 0.05195인 것으로 나타났다.

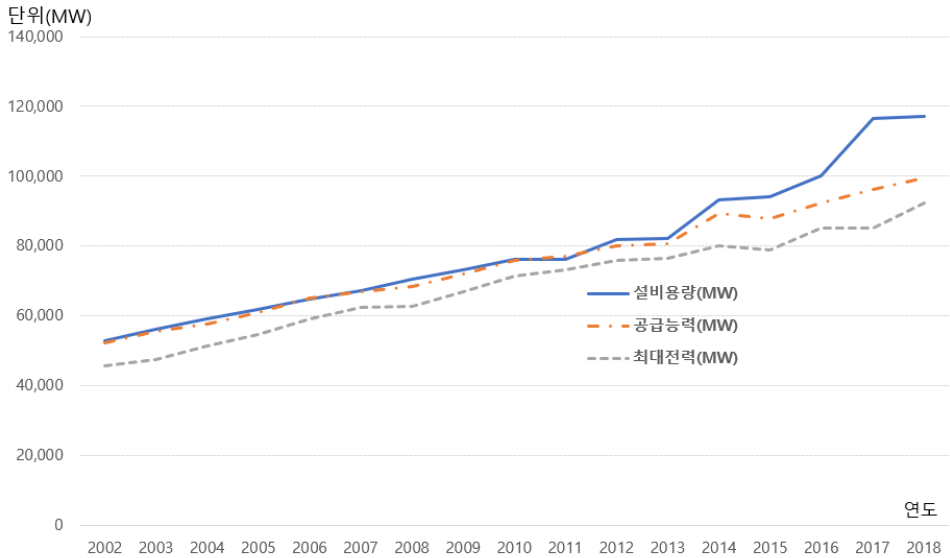
7) $\kappa = (\mu - \tilde{\mu}) / \sigma$ 은 기르사노프 전환의 확률밀도 생성자의 결정과 관련되는데, 동일한 공식은 예를 들어 Chang(2004)에서도 찾을 수 있다. 또한 κ 의 결정식을 자세히 들여다보면 개념이 완전히 일치하지는 않지만 Z-score와도 연관 있음을 알 수 있다.

〈표 1〉 제8차 전력수급기본계획의 최대전력수요 변동률 및 증가율

추정모수	기준전망	상한		하한	
		하절기	동절기	하절기	동절기
변동률	0.00552	0.0091	0.0054	0.0087	0.0058
증가율	0.01224	0.0186	0.0220	0.0169	0.0201

자료: 제8차 전력수급기본계획.

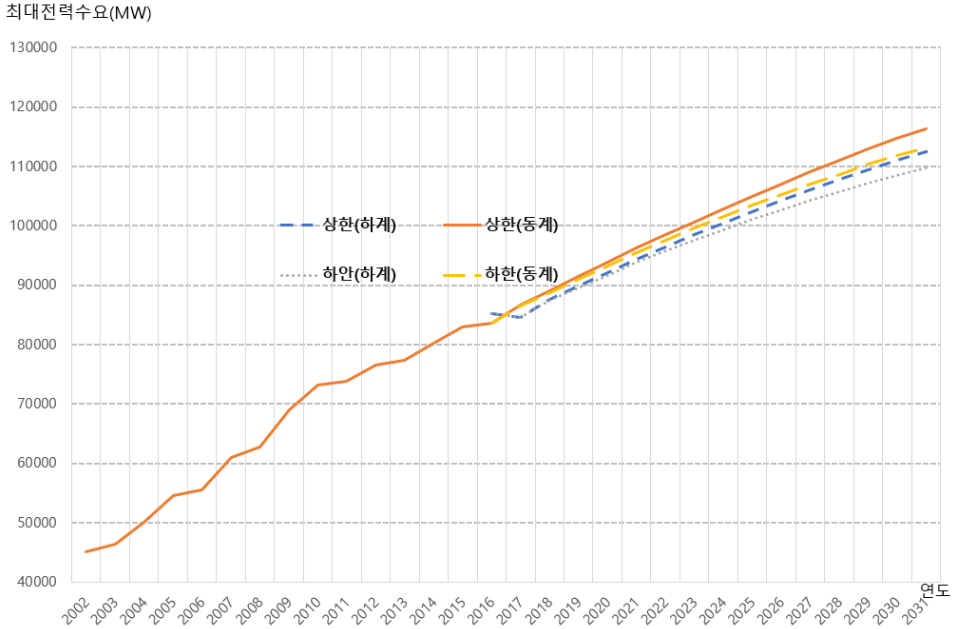
〈그림 1〉 설비용량, 공급능력, 최대전력수요의 추이(2002-2018)



자료: 제8차 전력수급기본계획에서 재구성.

제8차 전력수급기본계획에서 2017년의 원자력 발전은 정격용량 기준으로 22.5GW 이지만 2022년에 27.5GW로 증대된 후, 2030년에 20.4GW로 감축되기 때문에 본 분석을 위해서는 원자력 발전의 감축규모를 7GW로 가정하였다($\Delta N = 7$). 1GW당 원전 건설비용이 2조 원일 때에 원전 1GW의 감축비용이 2조 원보다 크지 않다는 가정하에 $K = 14$ 로 설정하였으며 다른 값을 가질 수 있는 K 에 대한 민감도 분석을 추가하였다. 최근 KDI의 사회적 할인율이 5.5%에서 4.5%로 조정되었음을 감안하여 중간값인 5%로

〈그림 2〉 제8차 전력수급기본계획의 최대전력수요 시나리오



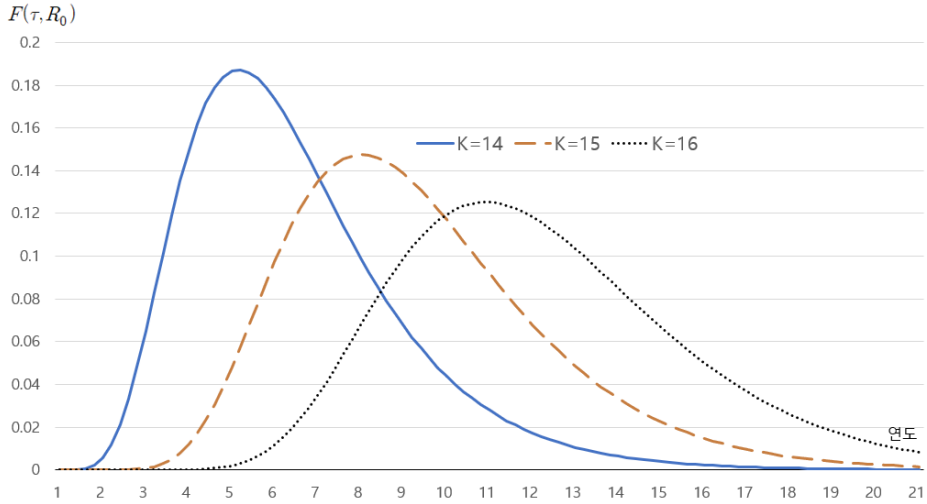
자료: 제8차 전력수급기본계획과 KPX에서 재구성.

할인율을 가정하였다. 최대전력수요 대비 전력예비율이 2018년 하절기에 최저 7%대까지 감소하였음을 고려하여 초깃값 $R(0) = R = 1.07$ 를 가정하였다.

이상의 수치를 적용하여 감축투자가 이루어지는 R^* 를 계산하면 1.2721, 즉 전력예비율이 27.21%에 도달하게 되면 원전규모의 감축옵션을 행사하는 것으로 나타났다. 이는 중첩 불확실성하의 낙관론적 전망 하에서는 감축옵션의 행사가 원래의 확률측도 \mathbb{P} 에서보다는 일찍 이루어지는 것을 의미한다.

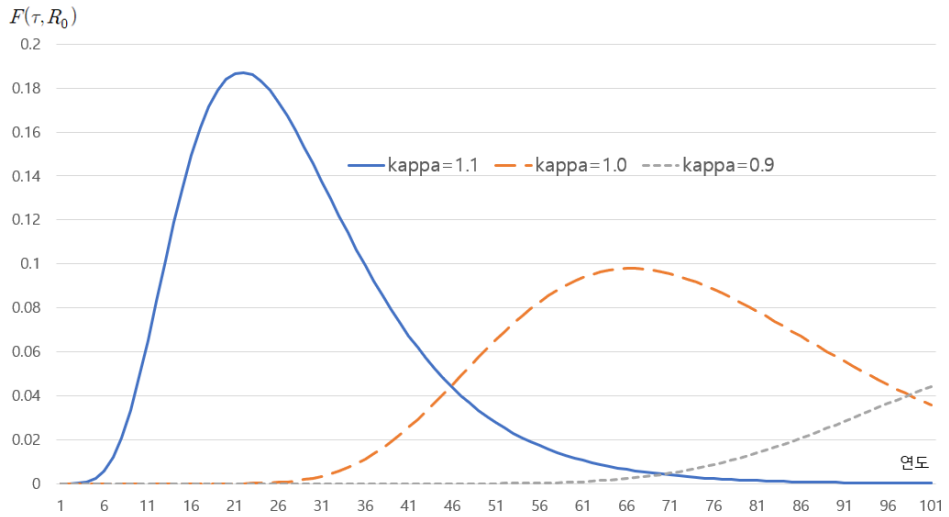
식 (28)에서 초기의 $R = 1.07$ 이 R^* 에 도달하는 확률을 구하면 다음<그림 3>과 같다. 현재 시점에서 5~6년 시점에 원전의 감축옵션이 행사될 확률이 제일 높게 되는데, 이는 제8차 전력수급기본계획상의 감축 일정과도 상당히 일치하는 결과라고 판단된다. <그림 3>은 또한 감축비용이 14조 원보다 높은 수준으로 상승할 때 감축옵션 행사의 시기가 확률적으로도 연기되는 것을 보여주는데, 이는 매물비용이 증가할 때에 비가역적인 투자옵션의 행사가 지연된다는 일반적인 실물옵션 결과와도 부합한다.

〈그림 3〉 낙관론적 불확실성하에서의 옵션행사 시기의 확률(비용 민감도)



($r = 0.040, \mu = 0.044, \sigma = 0.032, \kappa = 1.121, \Delta N = 7$)

〈그림 4〉 낙관론적 불확실성하에서의 옵션행사 시기의 확률(κ 민감도)



($r = 0.040, \mu = 0.044, \sigma = 0.032, \Delta N = 7$)

<그림 4>는 중첩 불확실성에서 낙관론의 관점의 크기를 나타내는 κ 가 줄어들어 따라 감축투자의 옵션행사 확률시기가 늦추어지는 것을 보여준다. 이는 전력예비율이 $R^* = 1.2721$ 보다 높은 수준을 달성하기 전에는 탈원전 정책을 이행하지 않는 것이 합리적임을 시사한다.

IV. 결론

에너지 전환정책은 미래의 전력수요 전망에 기초하고 있지만 전력수요 전망은 GDP나 기상 관련 전망치에 의존하고 있다. 따라서 후자의 예측 불확실성이 전력수요 전망의 불확실성에 중첩적으로 반영된다고 볼 때에, 발전원 구성비를 조정하는 실물투자 관련 의사결정은 신중하면서도 섬세하게 이루어질 필요가 있다. 특히 발전설비 관련 실물투자나 퇴출은 한 번 이루어지면 쉽게 원 상태로 되돌리기 힘들다는 점에서 비가역성(irreversibility)의 특징을 강하게 갖기 때문에 신중한 의사결정이 더욱 중하게 여겨진다.

본 논문은 우리나라 전력수급기본계획의 특성을 고려한 중첩 불확실성하에서의 발전설비 조정문제를 실물옵션과 연계하여 분석하였다. 과거 최대전력수요 증가율과 변동률 추정치를 제8차 전력수급기본계획상의 전제치와 비교하여볼 때 현재의 발전설비 계획은 전력수요증가율이 낮거나 또는 이와 비례하여 전력예비율이 충분할 수 있다는 낙관론적 관점을 취하고 있음을 알 수 있다. 즉, 제8차 전력수급기본계획은 전력수요에 대한 낙관적인 전망 하에서 전력설비의 낙관적인 계획을 세운 maxmax 전략을 따르고 있는데, 이는 만에 하나 발생할 수 있는 부정적 사건에 대응하기 어렵다는 점에서 ‘견고한 정책(robust policy)’이라고 보기에는 힘들다(Hansen and Sargent, 2016).

현재 우리나라의 전력수급기본계획은 매 2년마다 수립되기 때문에 현재 반영되지 못한 불확실성의 요인은 추후 반영될 수 있다는 긍정적인 측면도 갖고 있음을 부인할 수는 없다. 하지만 그 과정에서 발생하는 많은 논쟁은 사회적 비용을 유발할 뿐만 아니라, 더 더군다나 전력수급기본계획에 의한 발전설비의 투자나 퇴출은 비가역적인 성격을 지니기 때문에 정책판단에 의한 기회비용은 고스란히 국민의 부담으로 돌아갈 위험도 크다. 전력수요 전망에 민감하게 의존하는 전력수급기본계획 수립 방식을 GDP나 IPCC 등 기상변수 전망의 오차발생 범위를 감안한 방식으로 개선할 필요가 있다.

본 논문은 최대전력수요 증가에 따른 전력예비율의 대응능력을 중심으로 살펴보았으며 미세먼지나 기후변화 정책 관련을 평가하지는 않았다. 탈원전 중심의 에너지 전환정책이 가속화되다 보면 하절기나 동절기 최대전력수요 대응을 위해 예상보다 높은 화석연료 발전이 이루어질 수 있으며 이는 미세먼지나 장기적으로 기후변화 대응에 취약요인으로 작용할 수도 있다. Chen et al.(2011)이 지적하는 바와 같이 기후변화는 장기적 현상으로서 중첩 불확실성에 더욱 민감하기 때문에 에너지 전환정책을 종합적으로 고려하는 안목이 필요하다. 에너지 전환정책이 중첩 불확실성 하에서 기후변화에 미치는 영향과 이에 따른 온실가스 감축투자에 미치는 영향에 대한 연구는 향후의 연구과제로 돌리기로 한다.

[References]

- Alonzo, D., *Knightian uncertainty in banking crisis*, LUISS, 2014.
- Caballero, R. J. and A. Krishnamurthy, “Collective risk management in a flight to quality episode,” *Journal of Finance*, Vol. 63, No. 5, 2008, pp. 2195~2230.
- Chang, F-R., *Stochastic Optimization in Continuous Time*, Cambridge, 2004.
- Chen, Y-F., M. Funke, and N. Glanemann, *Dark clouds or silver linings? Knightian uncertainty and climate change*, CESifo working paper No.3516, 2011.
- Cox, J. C., and C-F. Huang, “Optimal consumption and portfolio policies when asset prices follow a diffusion process,” *Journal of Economic Theory*, Vol. 49, No. 1, 1989, pp. 33~83.
- Epstein, L. G., and T. Wang, “Intertemporal asset pricing under Knightian uncertainty,” *Econometrica*, 1994, pp. 283~322.
- Hansen, L. P., and T. Sargent, *Robustness*, Princeton University Press, 2016.
- Ilut, C., and M. Schneider, *Ambiguous business cycles*, NBER, 2012.
- Karatzas, I., S. E. Shreve, *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer, 1991.
- Knight, F.H., *Risk, Uncertainty and Profit*, Houghton Mifflin, 1921.

- Lund, D., “How to analyze the investment-uncertainty relationship in real option models?,” *Review of Financial Economics*, Vol. 14, 2005, pp. 311~322.
- Nishimura, K. G., and H. Ozaki, “Irreversible investment and Knightian uncertainty,” *Journal of Economic Theory*, Vol. 136. No. 1, 2007, pp. 668~894.
- Nishimura, K. G., and H. Ozaki, *Economics of Pessimism and Optimism*, Springer, 2017.
- Park, H., “Real option analysis for effects of emission permit banking on investment under abatement cost uncertainty,” *Economic Modelling*, Vol. 29, No. 4, 2012, pp. 1314~1321.
- Pritsker, M., “Knightian uncertainty and interbank lending,” *Journal of Financial Intermediation*, Vol. 22, No. 1, 2013, pp. 85~105.
- Schröder, D., “Investment under ambiguity with the best and worst in mind,” *Mathematical Financial Economics*, Vol. 4, No. 2, 2013, pp. 107~133.
- Valenti, D., B. Spagnolo, and G. Bonanno, “Hitting time distributions in financial markets,” *Physica A*, Vol. 382, No. 1, 2007, pp. 311~320.
- Wilmott, P., *Paul Wilmott on Quantitative Finance*, Willey, 2000.

[부록 A] 식 (16)의 증명

$R(t)$ 에 자연로그를 취한 $f = \ln R$ 에 대해 이토 보조정리를 적용한다.

$$\begin{aligned} df &= ((r - \mu + \sigma^2 + \theta\sigma)R(\partial f/\partial R) + (1/2)\sigma^2 R^2(\partial^2 f/\partial R^2))dt - \sigma R(\partial f/\partial R)dz^\theta \\ &= \left((r - \mu + \sigma^2 + \theta\sigma) - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) dt - \sigma dz^\theta \end{aligned}$$

위 식의 성질에서 확률적분을 취하면 아래를 얻게 된다.

$$\ln R(t) - \ln R_0 = \left(r - \mu + \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \int_0^t \theta(s) ds - \sigma z^\theta$$

이는 곧 식 (12)를 나타낸다. 우선 단순한 형태의 $E\left[-\int cR(t)N_0e^{-\rho t} dt\right]$ 를 구한다.

식 (12)를 활용하여 아래와 같이 전개한다(Karatzas and Shreve, 1991).

$$\begin{aligned} V(R(t)) &= -\int_s^T cN_0e^{-\rho t} R \exp\left(\left(r - \mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)(t-s)\right) \\ &\quad \times E\left[\exp\left(\sigma \int_s^t \theta(s) ds - \sigma(z_t^\theta - z_s^\theta)\right) \middle| \mathcal{F}_s\right] dt \\ &= -\int_s^T cN_0e^{-\rho t} R \exp\left(\left(r - \mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)(t-s) + \sigma \int_s^t \theta^* dr\right) \\ &\quad \times E\left[\exp(-\sigma(z_t^{\theta^*} - z_s^{\theta^*})) \middle| \mathcal{F}_s\right] dt \end{aligned} \tag{A1}$$

식 (A1)의 마지막 항인 $E[\exp(-\sigma(z_t^{\theta^*} - z_s^{\theta^*})) \middle| \mathcal{F}_s]$ 는 $\exp\left(-\frac{\sigma^2}{2}(t-s)\right)$ 이므로 (Nishimura and Ozaki, 2007), 항을 정리한 후, $\theta^* = \kappa$ 로 두면 식 (A2)을 구하게 된다.

$$V(R(t)) = - \int_s^T cN_0 e^{-\rho t} R \exp\left((r-\mu)(t-s) + \sigma \int_s^t \kappa dr\right) dt \quad (A2)$$

다음 $E\left[- \int_s^T cR(t)^\gamma N_0 e^{-\rho t} dt \mid \mathcal{F}_s\right]$ 을 적용하면 위 식 (A2) 결과에서부터 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} V(R(t)) &= - \int_s^T cN_0 e^{-\rho t} \left[R \exp\left((r-\mu)(t-s) + \sigma \int_s^t \kappa dr\right) \right]^\gamma dt \\ &= - \int_s^T cN_0 e^{-\rho t} R^\gamma \left[\exp\left(\gamma(r-\mu)(t-s) + \gamma\sigma \int_s^t \kappa dr\right) \right] dt \end{aligned} \quad (A3)$$

$s = 0$ 일 때 이는 곧 식 (16)을 의미한다.

[부록 B] $\partial\beta/\partial\kappa > 0$ 의 증명

특정방정식을 $\Omega = (1/2)\sigma^2\beta^2 - (r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2)\beta - \rho$ 로 두고 이에 대해 음함수 정리를 이용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial\beta}{\partial\kappa} = -\frac{\partial\Omega/\partial\kappa}{\partial\Omega/\partial\beta} = -\frac{-\sigma\beta}{\sigma^2\beta - (r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2)} \quad (\text{A4})$$

$\lambda = \rho - (r - \mu + \kappa\sigma)\gamma + (1/2)\sigma^2\gamma(\gamma - 1)$ 가 0보다 크므로, 이 성질을 이용하면 아래의 관계식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} 0 < \rho - (r - \mu + \kappa\sigma)\gamma + (1/2)\sigma^2\gamma(\gamma - 1) &= \rho + \gamma(\sigma^2\gamma/2 - (r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2)) \\ &< \rho + \gamma(\sigma^2\beta - (r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2)) \quad \because \beta > \gamma \end{aligned}$$

$\gamma > 1, 0 < \rho < 1$ 이므로 위 식을 만족하려면 $\sigma^2\beta - (r - \mu + \kappa\sigma - \sigma^2/2)$ 가 0보다 커야 하며, 이는 $\partial\beta/\partial\kappa > 0$ 임을 의미한다.