

페이즈 필드 설계법 기반의 다중 빔 형성을 위한 빔 분배기 위상최적설계

김 한 민^{1*}

¹국방과학연구소 해양기술연구원

Topology Optimization of Beam Splitter for Multi-Beam Forming Based on the Phase Field Design Method

Han-Min Kim^{1*}

¹Maritime Technology Research Institute, Agency for Defense Development, Changwon, 51678, Korea

Abstract

In this paper, a systematic beam splitter design for multi-beam forming is proposed. The objective of this research is to a design beam splitter that splits and focuses scattering microwaves into intense beams in multiple directions. It is difficult to split multi-beam to non-specific directions with theoretical approaches. Therefore, instead of using transformation optics(TO), which is a widely used process for controlling electromagnetic wave propagation, we used a systematic design process called the phase field design method to obtain an optimal topological structure of beam splitter. The objective function is to maximize the norm of electric field of the target areas of each direction. To avoid island structure and obtain the structure in one body, volume constraint is added to the optimization problem by using augmented Lagrangian. Target frequency is set to X-band 10GHz. The optimal beam splitter performed well in multi-beam forming and the transported electric energy of target areas improved. A frequency dependency test was conducted in the X-band to determine effective frequency range.

Keywords : beam splitter, multi-beam, microwave, phase field design method, topology optimization

1. 서 론

변환광학 이론(transformation optics theory)의 발전에 따라 자연계에 존재하지 않는 물질적 특성을 가지는 메타물질(metamaterial)을 통해 전자기파의 진행을 제어하는 것이 가능해졌다. Pendry의 변환광학을 통한 투명망토에 대한 연구(Pendry *et al.*, 2006) 이후, 변환광학 기반의 메타물질을 통한 전자기파 제어 장비들에 대한 많은 연구들이 진행되었다(Schurig *et al.*, 2006).

빔 분배기(beam splitter)는 산란하는 전자기파를 다중 방향으로 빔을 형성하는 장치로 원하는 방향으로 빔을 형성하여 전자기파 에너지 전달의 효율을 높일 수 있다. 이러한 성능은 다방향 안테나, 레이더 설계에 적용하여 효과적으로 사용이 가능

하다.

변환광학 이론에 기반을 둔 빔 분배기에 대한 연구들이 많이 진행되었다. 산란하는 구면파를 단일 방향(Kim *et al.*, 2015)으로 빔을 형성하는 렌즈 혹은 여러 방향으로 진행하도록 빔을 형성하는 빔 분배기의 설계가 많은 연구에 의해 수행되었다(Jiang *et al.*, 2008). 하지만 변환광학 기반의 빔 분배기 연구들은 불규칙적인 방향으로 빔을 형성하는 설계가 어려워 다중 빔의 방향이 대칭적이라는 제한점을 가진다(Yang *et al.*, 2009; Zhang *et al.*, 2016).

과장보다 작은 단위 구조를 통한 공간상의 굴절률 분포를 재구성하는 메타물질과 달리, 위상최적설계는 최적의 재료 분포를 도출하여 형상의 구조적인 특성을 통해 전자기파의 진행을 제어한다. 위상최적설계를 통한 투명망토 설계 연구(Andkjaer

* Corresponding author:

Tel: +82-55-540-6241; E-mail: hanminkim@add.re.kr
Received November 23 2018; Revised January 14 2019;
Accepted February 27 2019

©2019 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

and Sigmund, 2011) 이후 위상최적화 기반 전자기파 제어 장치들에 대한 연구들이 다양하게 이루어지고 있다(Seong *et al.*, 2016; Shin *et al.*, 2017). 메타물질로 구현하기 어려운 단일 방향으로의 집중된 빔을 형성하는 빔 분배기의 성능이 위상최적화를 통해 구현이 가능하다는 것을 실험적으로 입증한 연구(Kim *et al.*, 2016)가 수행되었다.

본 연구에서는 기존의 변환광학 이론이 아닌, 체계적인 설계법인 페이지 필드 설계법을 이용하여 산란하는 X-band 대역의 마이크로파를 다중 방향으로 진행하는 빔으로 변환시키는 빔 분배기의 위상최적설계를 진행하였다. 또한, 페이지 필드 설계법을 통해 기존 변환광학 기반의 이론적 접근법으로는 구현이 어려운 대칭성이 없는 특정 방향으로의 빔이 형성되는 빔 분배기의 설계를 진행하였다.

2. 최적화 과정

이 장에서는 위상최적설계 기법중 하나인 페이지 필드 설계법에 대해 소개하고, 최적화에 적용되는 수식 전개 과정과 제약조건을 설정하는 방법에 대해 설명하고자 한다.

2.1 페이지 필드 설계법

반응-확산 방정식(reaction-diffusion equation)은 다른 두 상(phase)의 경계에서 일어나는 변화를 수식으로 정의한 것으로 주로 화학반응 분야에서 많이 사용되었지만, 최근에는 위상최적설계에 적용하여 구조최적설계에 많이 이용되고 있다(Yamada *et al.*, 2010; Choi *et al.*, 2011).

페이지 필드 설계법은 반응-확산 방정식을 위상최적설계과정에서 설계 변수의 갱신에 적용한 기법으로 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \tau \nabla^2 \phi(x, t) - \frac{\partial f(\phi, E(\phi))}{\partial \phi} \quad (1)$$

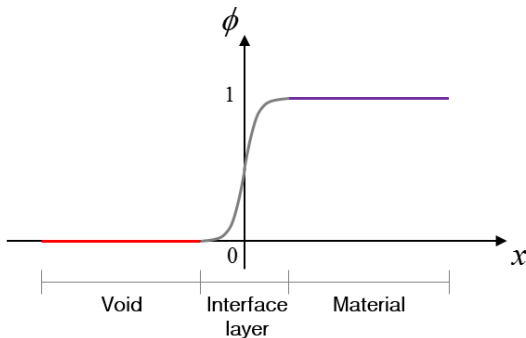


Fig. 1 Phase transition represented by 1-D phase field function

여기서, 페이지 필드 상수 ϕ 는 설계변수로 좌변은 시간에 따른 설계변수의 변화를 나타낸다. τ 는 확산계수로 두 상의 경계에 영향을 미치는 상수로 형상의 경계영역과 복잡도에 영향을 미친다. 우변의 두 번째 항은 반응에 관련된 항으로, 최적화과정에서 설계변수에 대한 목적함수의 민감도에 해당하는 부분이다.

2.2 제약조건의 설정

위상최적화는 설계영역 내에서 이론적으로 얻기 힘든 형상을 얻을 수 있는 장점이 있지만, 이로 인해 현실적으로 제작하기 힘든 복잡한 구조 혹은 제작이 불가능한 섬 형상(island structure)으로 이루어진 최종 구조물이 도출되는 경우가 존재한다. 섬 형상의 도출을 최대한 제한하여 언급된 제한점을 극복하기 위해 체적제약조건(volume constraint)을 설정하였다.

목적함수는 식 (2)와 같이 체적제약함수와 벌칙매개변수가 추가된 증강된 라그랑지안(augmented Lagrangian)으로 대체된다.

$$\bar{f}(\phi) = f(\phi) + \lambda h(\phi) + \frac{\gamma}{2} h(\phi)^2 \quad (2)$$

여기서, $h(\phi)$ 는 체적제약함수이고 λ 와 γ 는 벌칙매개변수이다. 증강된 라그랑지안은 제약최적화 문제를 비제약최적화 문제로 변환하는 방법의 일종으로, 제약조건을 만족하지 못하는 영역에 벌칙값을 합하여 제약조건을 만족하는 국부 최소로 수렴하게 한다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하여 체적제약조건이 추가된 반응-확산 방정식이 식 (3)으로 정의된다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \tau \nabla^2 \phi(x, t) - \left[\frac{\partial f(\phi, E(\phi))}{\partial \phi} + h'(\phi)(\lambda + \gamma h(\phi)) \right] \quad (3)$$

3. 수치해석

3.1 전자기파 유한요소해석

맥스웰 방정식에 기반한 마이크로파 대역의 전자기파의 진행을 유한요소법을 통해 해석하였다. 2차원 TE(transverse electric)모드에 대한 지배방정식을 유도하기 위해 맥스웰 방정식을 전기장에 대해 식을 전개하면 식 (4)로 표현된다.

$$\nabla^2 \bar{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (4)$$

여기서, μ 는 투자율, ϵ 는 유전율, σ 는 전도율이다. 2D TE 모드를 가정하면, 전기장을 식 (5)와 같은 phasor 형태로 표현할 수 있다.

$$\bar{E} = \mathbf{E}e^{-i\omega t} \quad (5)$$

여기서, ω 는 파동의 주파수이며, 식 (5)를 식 (4)에 대입하면 식 (6)과 같은 헬름홀츠 방정식(helmholtz equation)이 유도된다.

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (6)$$

여기서, k 는 파수(wave number)로 $\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ 으로 정의된다. 본 연구에서는 주파수 ω 는 X-band 대역의 10GHz로 설정하였다.

상대유전율이 위상최적화 과정의 물성치로 사용되었다. 물질의 유전율은 공기의 유전율($\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-2} \text{F/m}$)에 상대유전율을 가중하여 얻을 수 있다.

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \quad (7)$$

상대유전율은 다음과 같이 정의되며, 설계변수의 변화에 따라 같이 변화한다.

$$\epsilon_r = \epsilon_{air} + \phi(\epsilon_{dielectric} - \epsilon_{air}), \quad 0 \leq \phi \leq 1 \quad (8)$$

여기서, 공기의 상대유전율은 1.0이고, 본 연구에서 사용된 유전체의 상대유전율은 2.45-0.0735i이다. 유전체의 상대유전율은 폴리프로필렌(polypropylene)의 10GHz에서 손실탄젠트(loss tangent)가 고려된 값을 사용하였다. $\phi = 0$ 인 경우 공기, $\phi = 1$ 인 경우 폴리프로필렌인 영역을 나타낸다.

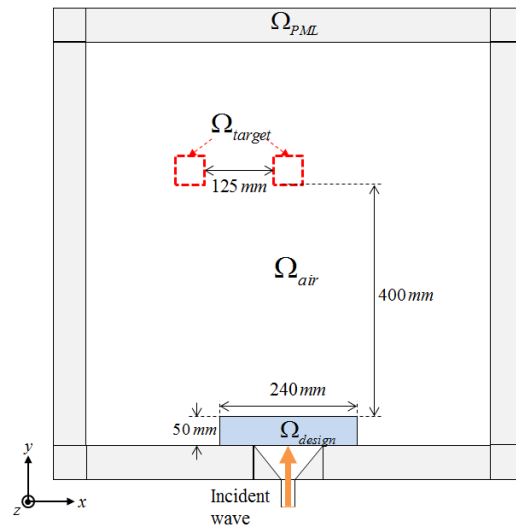
3.2 최적설계 모델

수치해석을 위한 설계모델은 Fig. 2와 같이 두 가지 예제로 나타내었다. Fig. 2(a)의 예제 1은 대칭성이 없는 특정 2방향으로의 빔 형성, Fig. 2(b)의 예제 2는 3방향으로의 다중 빔 형성 대한 설계 모델이다.

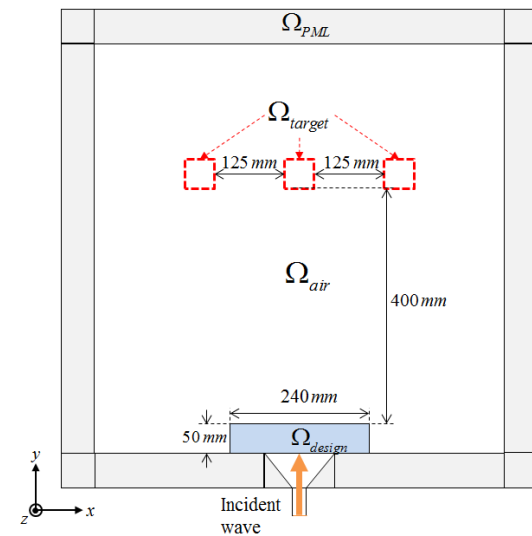
본 최적설계 문제를 정식화하면 다음과 같다.

$$Max. f(\phi, E(\phi)) = \int_{\Omega_{target}} \|E(\phi)\| d\Omega \quad (9)$$

$$s. t. h(\phi) = \int_{\Omega_{design}} \phi d\Omega - V_{con} \int_{\Omega_{design}} d\Omega = 0 \quad (10)$$



(a) Example 1: 2-way beam forming beam splitter



(b) Example 2: 3-way beam forming beam splitter

Fig. 2 Design model for numerical analysis

목적함수는 빔을 분배시킬 방향의 목표영역에 대해 전기장 세기의 표준값의 면적분으로 정의된다. 목표영역의 전기장 세기를 최대화하여 목표영역들로 다중 빔을 형성한다. 구조최적설계와 달리 전자기구조설계에는 사용되는 재료의 양과 목표 성능이 비례관계가 아니기 때문에 실제 제작이 어려운 섬 형상의 구조가 도출될 수 있다. 섬 형상의 구조를 피하기 위해 체적제약조건을 추가하였고 체적제약조건은 0.7로 설정하였다.

빔 분배기 설계영역은 가로 240mm 세로 50mm이고 목적함수가 정의되는 영역의 사이즈는 모두 50mm 정사각형으로, 10Ghz 마이크로파의 파장의 길이가 30mm임을 고려하여, 단일 파장의 길이보다는 크지만 파장의 길이의 두 배가 넘지 않도록 설정하였다.

설계영역의 메쉬(mesh)는 정사각형 메쉬를 사용하여 분할하였고, 각 메쉬의 크기는 파장의 1/100 수준으로 매우 정교하게 분할하여 경계영역이 명확한 구조를 도출할 수 있었다. 나머지 영역에 대해서도 메쉬의 최대크기를 파장의 1/20이하 수준으로 제한하여 전자기파 해석을 수행하였다.

입사파는 안테나에서 방출된 마이크로파가 도파관을 통해 전달되는 것을 모사하였다. 도파관은 X-band의 도파관 규격인 WR90을 모델링하였다. 도파관을 빠져나온 입사파는 산란하게 되어 구면파로 자유공간을 진행한다. 파동이 산란되고 새어나가는 것을 방지하기 위해 빔 분배기의 설계영역을 최대한 밀착시켰다. Fig. 2에서 회색으로 표시된 설계모델의 경계를 전부 PML(perfectly matched layer)로 설정하여 전자기파를 흡수해 반사되지 못하게 하였다.

4. 결과 분석

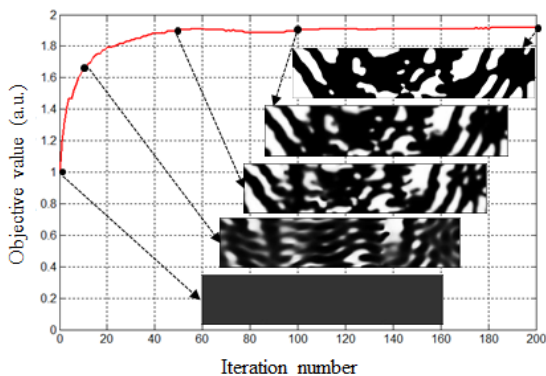
4.1 최적화 결과

Fig. 3(a)~(b)는 최적화 과정의 목적함수의 수렴도와 반복 계산에 따른 빔 분배기 형상의 변화를 보여준다. 반복계산 0, 10, 50, 100, 200번째의 형상을 표기하였다. 초기 체적은 설계 변수를 전체 설계영역에 대하여 0.8의 회색영역으로 설정하였다.

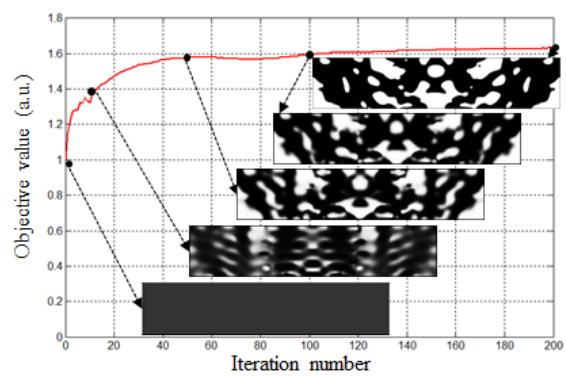
반복계산은 200회로 설정하였다. 50번째부터 형상이 명확해지면서 이후로 목적함수 값이 수렴하는 경향을 보였다. Fig. 3(c)~(d)는 반복계산에 따른 빔 분배기의 체적을 나타낸 그래프이다. 체적의 초기 값은 0.8, 제약 값은 0.7이다. 수렴도를 자세히 살펴보면 체적이 초기에는 수렴하지 못하고 0.7을 기준으로 변동의 폭이 있었으나, 100번째 반복계산 이후로는 체적 제약 값인 0.7에 수렴하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 최적화된 빔 분배기가 있는 경우와 빔 분배기 없이 전파되는 전기장 분포를 보여준다. Fig. 4(a)는 빔 분배기 없이 파동이 자유공간에서 전파되는 모습이다. 입사파는 도파관을 빠져나오며 구면파로 진행하게 된다. Fig. 4(b)는 2방향 빔 분배기 최적화 결과로, 대칭성이 없는 두 방향으로 다중 빔이 형성되어 전파되는 모습을 볼 수 있다. 구면파로 진행하던 마이크로파가 빔 분배기를 지나면서 두 방향으로 집중된 빔이 형성되어 진행한다. 빔 분배기에서 형성된 다중 빔은 빔 폭이 좁은 집중적인 파동 형상을 가진다.

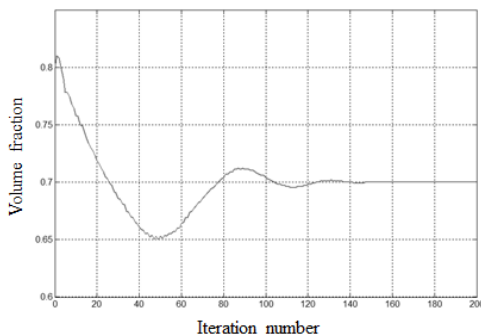
Fig. 4(c)의 전기장 분포 결과를 확인하면, 3방향으로도 빔 분배 성능이 페이즈 필드 설계법을 통해 구현이 가능하여 다중 빔 형성이 가능한 것을 알 수 있다. 최적화를 진행하면 설계자가 원하는 특정 방향 및 지점을 설정하여 다중 빔 분배 성능을 가지는 빔 분배기의 설계가 유연하게 가능하다는 것을 확인할 수 있었다. 설계된 빔 분배기의 다중 빔 형성 성능을 수치적으로 분석하기



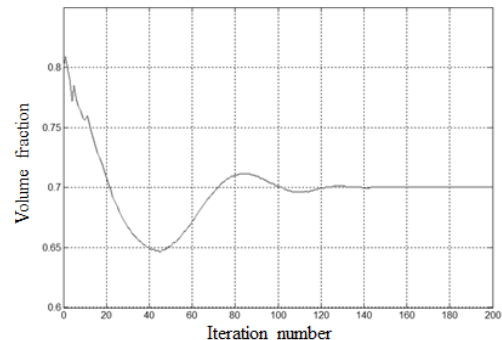
(a) Objective function of example 1



(b) Objective function of example 2

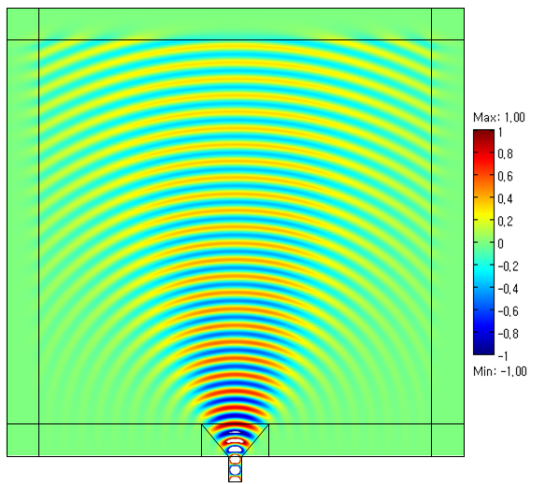


(c) Volume fraction of example 1

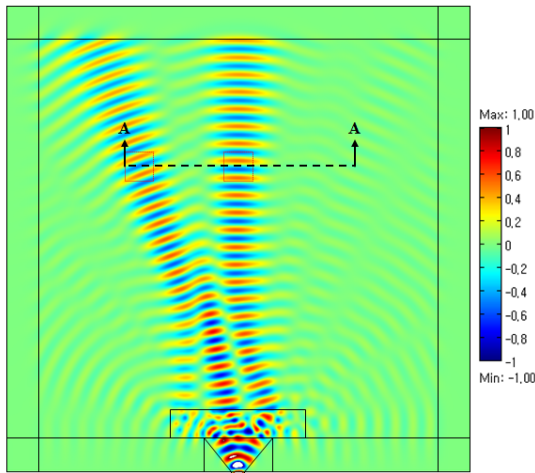


(d) Volume fraction of example 2

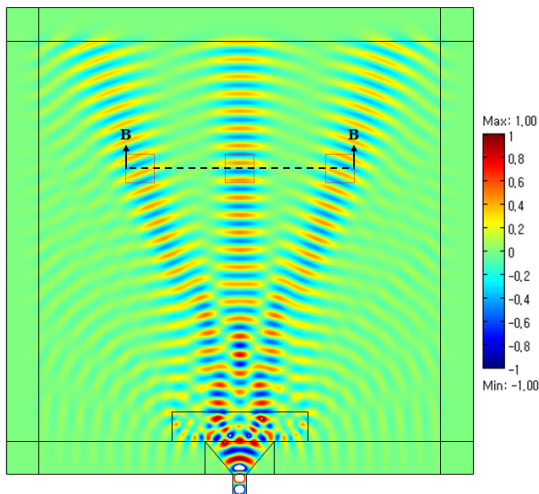
Fig. 3 Convergence histories of objective function and volume fraction



(a) Freespace wave propagation



(b) Example 1: 2-way beam forming beam splitter



(c) Example 2: 3-way beam forming beam splitter

Fig. 4 Electric field(E_z) plot of numerical analysis

위해 목적함수 값을 Table 1에 작성하여 비교하였다. 먼저 예제 1의 2방향 빔 분배기의 경우 목적함수 값은 1.86배 증가하였다.

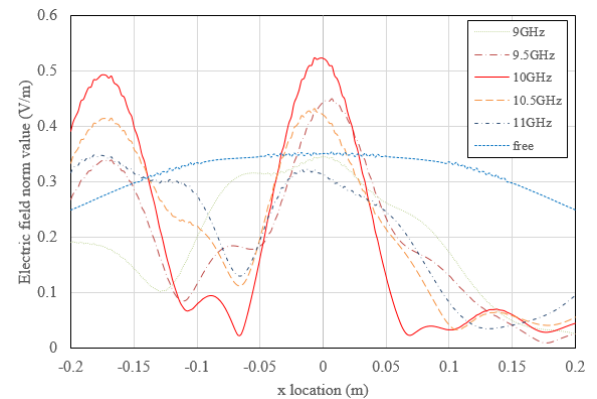
Table 1 Objective value comparison for collimators

	Objective value of beam splitter for 2 way multi-beam forming(V·m)	Objective value of beam splitter for 3 way multi-beam forming(V·m)
Without beam splitter	$1.584 \cdot 10^{-3}$	$2.286 \cdot 10^{-3}$
With optimal beam splitter	$2.397 \cdot 10^{-3}$	$2.989 \cdot 10^{-3}$

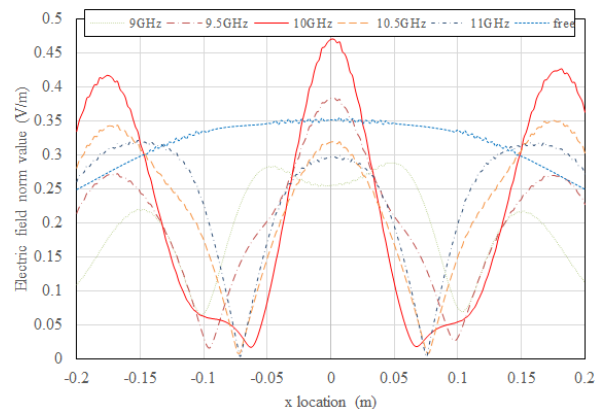
목표 영역들에 전달되는 에너지는 전기장 세기의 제곱에 비례하므로, 실제 두 영역에 전달되는 전기에너지는 3.45배 증가하였다. 예제 2의 3방향 빔 분배기의 목적함수 값은 1.44배, 전기에너지는 2.06배 증가하였다.

4.2 주파수 대역 성능 평가

본 연구에서는 빔 분배기의 목표 주파수를 10GHz로 설정하여 최적화를 진행하였다. 10GHz 근처의 주파수 대역에서 설계된 빔 분배기가 유효한 성능을 발휘하는지에 대한 평가를 진행하였다. Fig. 5은 0.5GHz 간격으로 9~11GHz 주파수



(a) Example 1: 2-way beam forming beam splitter



(b) Example 2: 3-way beam forming beam splitter

Fig. 5 2D-Electric field norm($|E_z|$) plot on y location at the center of target areas

대역에서의 성능 평가를 나타내는 그래프이다. 각각의 예제에 대하여 Fig. 4(b), (c)에 나타낸 목표 영역의 중심을 지나는 수평선 A-A와 B-B에서의 전기장 세기를 분석하여 성능을 평가하였다.

Fig. 5(a)는 2방향 빔 분배기의 주파수 대역 성능 평가 결과로, 빔 분배기없이 자유공간에서 파동의 진행과 비교하였을 시, 9.5~10.5GHz에서 유효한 성능을 보이는 것으로 확인되었다. 3방향 빔 분배기도 9.5~10.5GHz에서 성능이 유효한 것을 Fig. 5(b)에서 확인할 수 있다. 다만, 2방향에 비해서는 전달되는 전기에너지가 낮아 일부 방향에서는 구면파보다도 낮게 형성되었지만, 해당 주파수 범위 내에서 세 방향으로 빔이 명확하게 형성되었고, 빔은 진행할수록 구면파에 비해 해당 방향으로의 전달되는 전기에너지가 더 높으므로 성능이 유효하다고 판단할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 페이즈 필드 설계법을 통해 다중 빔을 형성하는 빔 분배기의 위상최적설계를 수행하였다. 대칭성이 없는 2방향과 3방향 빔 분배기의 설계 결과 효과적으로 다중 빔을 형성하는 것을 확인할 수 있었다. 빔을 분배하는 방향을 자유롭게 설정 가능하기 때문에 설계가 매우 유연하고 적용성이 높음을 검증하였다. 주파수 대역 성능 평가 결과 목표 주파수의 주변 약 1GHz의 범위에서 유효한 성능을 보이는 것으로 확인되었다.

References

Andkjar, J., Sigmund, O. (2011) Topology Optimized Low-contrast All-dielectric Optical Cloak, *Appl. Phys. Lett.*, 98(2), 021112.

Choi, J.S., Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S., Yoo, J. (2011) Topology Optimization using a Reaction-diffusion Equation, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 200(29), pp.2407~2420.

Jiang, W.X., Cui, T.J., Ma, H.F., Zhou, X.Y., Cheng, Q. (2008) Cylindrical-to-Plane-Wave Conversion Via

Embedded Optical Transformation, *Appl. Phys. Lett.*, 92(26), 261903.

Kim, H., Park, J., Seo, I., Yoo, J. (2016) Two-dimensional Dielectric Collimator Design and Its Experimental Verification for Microwave Beam Focusing, *Appl. Phys. Lett.*, 109(15), 151902.

Kim, J., Shin, D., Choi, S., Yoo, D., Seo, I., Kim, K. (2015) Meta-lens Design with Low Permittivity Dielectric Materials Through Smart Transformation Optics, *Appl. Phys. Lett.*, 107(10), 101906.

Pendry, J.B., Schurig, D., Smith, D.R. (2006) Controlling Electromagnetic Field, *Science*, 312(5781), pp.1780~1782.

Schurig, D., Mock, J.J., Justice, B.J., Cummer, S.A., Pendry, J.B., Starr, A.F., Smith, D.R. (2006) Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies, *Science*, 314(5801), pp.977~980.

Seong, H.K., Yoo, J. (2016) Topological Design of the Film-Coupled Nanoparticle for the Field Intensity Enhancement over the Broadband Visible Spectrum, *Appl. Phys. Lett.*, 108(20), 201904.

Shin, H., Heo, N., Park, J., Seo, I., Yoo, J. (2017) All-Dielectric Structure Development for Electromagnetic Wave Shielding using a Systematic Design Approach, *Appl. Phys. Lett.*, 110(2), 021908.

Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S., Takezawa, A. (2010) A Topology Optimization Method based on the Level Set Method Incorporating a Fictitious Energy, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 199(45~48), pp.2876~2891.

Yang, Y., Zhao, X., Wang, T. (2009) Design of Arbitrarily Controlled Multi-Beam Antennas via Optical Transformation, *J. Infrared Milli. & Terahz Waves*, 30(337), pp.337~348.

Zhang, K., Ding, X., Wo, D., Meng, F., Wu, Q. (2016) Experimental Validation of Ultra-thin Metalenses for N-beam Emissions based on Transformation Optics, *Appl. Phys. Lett.*, 108(5), 053508.

요 지

본 논문에서는 체계적인 설계법을 통해 다중 빔 형성을 위한 빔 분배기의 설계를 소개한다. 본 연구의 목표는 산란하는 마이크로파를 다중 방향으로 진행하는 빔으로 변환시키는 빔 분배기를 설계하는 것이다. 기존의 이론 기반 접근법으로는 불특정 방향으로의 다중 빔 분배가 어렵다. 그러므로 본 연구에서는 기존의 이론 기반 접근법인 변환광학 이론이 아닌 체계적인 설계 방법인 페이즈 필드 설계법을 통해 최적의 빔 분배기 구조를 설계하였다. 목적함수는 각 방향으로 특정 지점의 전기장 세기의 표준값을 최대화로 설정하였다. 섬 형상의 구조를 피하고 하나의 연결된 구조를 얻기 위해 증강된 라그랑지안을 사용하여 체적 제약조건을 설정하였다. 목표 주파수는 X-band의 주파수 대역의 10GHz이다. 설계된 최적 형상의 빔 분배기는 다중 빔 형성 성능을 잘 보였고, 목표 영역에 전달되는 전기 에너지는 증가하였다. 또한 설계가 유효한 주파수 대역을 평가하기 위해 X-band 대역에 대해 주파수 대역 성능 평가를 수행하였다.

핵심용어 : 빔 분배기, 다중 빔, 마이크로파, 페이즈 필드 설계법, 위상최적설계