

수직한 수송관 내부의 캡슐 이송

김태홍* · 박 렬* · 정준호** · 김원정*†

Transport of a capsule immersed in a vertical pipe

Taehong Kim*, Ryeol Park*, Joonho Jeong**, and Wonjung Kim*†

Abstract We report a study on the dynamics of the transport of a capsule immersed in a vertical pipe. Techniques to convey objects through liquid flow pipes using a hydraulic mean are used to transport sludge and hazardous materials. For the better understanding of the techniques, we developed a theoretical model to predict the transport speed of a cylindrical capsule in a vertical pipe. The comparison of the model prediction with the experiments shows that our model using the lubrication approximation precisely describes the experimental observations in cases where the gap between the capsule and pipe wall is sufficiently small. Our study suggests parameters to control the falling speed and thus enable an accurate control of the capsule speed in hydraulic transport systems.

Key Words : Capsule transport (캡슐 이송), Hydraulic transport (수력 이송), Transport speed (이송 속도)

기호설명

e : 캡슐과 관 사이의 간격 (m)
 e^* : 캡슐 반지름에 대한 관 내벽과 캡슐 사이의 거리비, e/R
 g : 중력 가속도 (m/s^2)
 l : 캡슐의 길이 (m)
 P : 압력 (Pa)

R : 캡슐의 반지름 (m)
 u : 캡슐의 속도 (m/s)
 w : 캡슐과 관 사이 유속 (m/s)
 μ : 점성 (Pa·s)
 ρ_w : 물의 밀도 (kg/m^3)
 ρ_c : 캡슐의 밀도 (kg/m^3)
 $\Delta\rho$: 캡슐과 물의 밀도 차 (kg/m^3)
 M : 캡슐의 질량 (kg)
 v : 관내 평균 유속 (m/s)

† Corresponding Author :

Department of Mechanical Engineering,
Sogang University

E-mail: wonjungkim@sogang.ac.kr

* Department of Mechanical Engineering,
Sogang University

** Korea Atomic Energy Research Institute

1. 서론

관 내부로 흐르는 유체를 이용하여 시료를 추진시키는 방법을 일컫는 수력 이송 방법은 주로 석탄, 시멘트 및 슬러리 등을 포함한 광물들을 이송하기 위해 널리 사용된다.⁽¹⁻²⁾ 배관 안에 직접

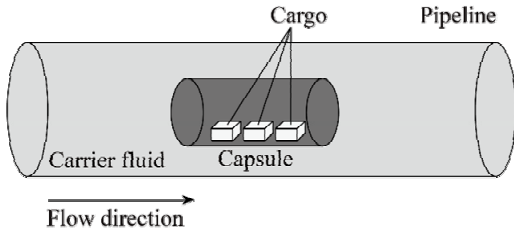


Fig. 1. Schematic illustration of a capsule moving through a pipe

접 시료를 넣지 않고, 캡슐에 시료를 넣어 운송할 수도 있는데 (Fig. 1 참조),⁽³⁾ 이러한 방법은 펄프 및 섬유, 유해 물질 등의 다양한 재료를 운송하기 위해 활용된다.^(4,6)

연구용 원자로는 핵분열 과정에서 생성되는 방사선 및 중성자를 이용한 각종 연구 또는 기술개발 활동을 목적으로 설계된 원자로이다. 각종 방사성 동위원소 생산은 연구용 원자로의 대표적인 활용 분야 중 하나로 캡슐에 밀봉된 시료를 노심에서 조사하기 위한 다양한 설비가 운영되고 있다. 연구용 원자로는 일반적으로 대형 수조 내부에 원자로가 위치하게 되며 이러한 환경 속에서 원격으로 수력 또는 공압을 이용하여 조사물의 이송을 제어하는 설비가 운용 측면에서 효과적이라 할 수 있다. 반감기가 매우 짧은 방사성 동위원소의 경우 공압을 이용하여 이송하는 방식을 채택하게 되는데 이송 방식의 특성상 중량의 제약이 불가피하게 된다. 수조 단위의 반감기를 가지지 않는 경우라면 수력을 이용하는 방식이 방사성 동위원소의 대량 생산 측면에서 유리하다고 할 수 있다.

수력 이송 장치에서 시료의 이송 속도를 예측하기 위한 연구는 1960년대부터 수행되어 왔다. 초창기에는 수평으로 놓여진 관내에서 캡슐의 이송 속도를 예측하는 실험적 연구가 이루어져 왔으며, 이후에 수직으로 놓여진 관내 이송에 대한 연구가 수행되었다. 대부분의 캡슐 속도 예측과 관련한 연구는 캡슐의 이송 속도에 대한 경험식을 제안하는 것에 목표로 두었다

Ellis는 수평으로 놓여진 관내 이송에서 캡슐의 질량에 따른 압력 강하를 측정하였고,⁽⁷⁾ 캡슐

직경, 배관 직경 등 다양한 변수에 따라 캡슐의 이송 속도를 측정하여, 캡슐의 이송 속도에 영향을 미치는 변수들을 제시하였다.⁽⁸⁾ Van den Kroonenberg는 캡슐과 배관 사이의 속도 프로파일을 고려하지 않은 단순화된 캡슐의 속도 예측 모델을 제안하였고,⁽⁹⁾ Agarwal 등은 차원 해석을 이용하여 캡슐의 이송속도를 예측할 수 있는 경험식을 개발하였다.⁽⁴⁾

수직으로 놓여진 관내 이송에 대한 실험적인 연구도 수행되었다.⁽¹⁰⁻¹²⁾ Hwang 등은 작동 유체보다 밀도가 낮은 실린더 형태 캡슐에 대해 연구를 수행하였으며, 수두 손실을 고려하여 캡슐과 배관의 직경비, 캡슐과 작동 유체의 밀도비에 따라 이송 속도를 예측하였다.⁽¹⁰⁾ Latto 등은 차원해석을 이용하여, 실린더 형태 캡슐의 이송 속도를 예측하였으며, 캡슐의 이송 속도를 예측하는 경험식을 제안하였다. 이를 바탕으로 캡슐의 속도는 캡슐과 배관의 직경 비, 캡슐 길이에 대한 캡슐 직경 비 등의 무차원수에 의해 결정됨을 함께 언급하였다.⁽¹¹⁾ Yanaida 등은 이론과 실험을 통해 정사각형 단면 형태의 캡슐에 적용 가능한 항력 계수를 제시하였다.⁽¹²⁾

비록 이전의 연구자들이 캡슐의 이송 속도를 결정하는 주요 변수를 파악하여 속도를 예측하기 위한 경험식을 도출하였으나, 변수들과 캡슐의 속도에 대한 상관 관계를 실험적으로 도출하는 것에 초점을 두었기 때문에 정교한 물리적 이해에 근거한 실용적인 이론 모델을 제시하지는 아니하였다. 또한 이전에 제시된 경험식들은 특정 실험 조건에서만 적용 가능한 경우가 대부분이다.

본 연구에서는 연구용 원자로의 시료 수송을 위한 수력 이송 장치의 상세 설계에 앞서 설계 변수에 따른 영향력 살펴보기 위하여, 수직 배관에서 캡슐의 이송속도를 예측할 수 있는 이론 모델을 제시하고자 한다. 윤활 근사(lubrication approximation)를 이용하여 이송 속도를 예측할 수 있는 수식을 유도한다. 실험결과와 비교하여 이 식은 캡슐과 배관 사이의 간격(e)과 캡슐 반지름(R)을 무차원화한 길이 비인 e^* 가 0.1 이하인 경우에 상당한 정확성을 보이고 있다는 것을 증명한다.

2. 실험 방법

실험 장치는 Fig. 2a과 같이 캡슐, 밸브, 유량계, 펌프 그리고 배관으로 구성되어 있다. 배관은 각 32 mm, 30 mm의 투명한 아크릴로 제작하여 캡슐의 이동을 관찰할 수 있도록 하였다.

Fig. 2b와 같이 배관 내부를 이동하는 캡슐은 검은 색 아크릴로 제작하였다. 실험에 사용한 캡슐은 총 2 가지이며, 직경 28 mm, 길이 180 mm의 캡슐과 직경 31 mm, 길이 170 mm 캡슐을 활용하였다. Fig. 2c와 같이 네오디뮴 재질의 자석을 캡슐 내부에 넣어 캡슐의 질량을 변경하면서 실험을 진행하였으며, 실험에 사용한 캡슐의 평균 밀도의 범위는 $880 \text{ kg/m}^3 \sim 3000 \text{ kg/m}^3$ 이다.

본 실험에서는 물을 작동 유체로 활용하였다. 펌프 (한일, PB-43-1)를 이용하여 지면에 수직한 방향으로 유동을 발생시켰으며, 밸브를 이용하여 유체의 유량을 조절하였다. 이 때 조절된 유량은 디지털 터빈 유량계 (한국유량계공업, KTR-550)으로 측정되었다.

배관 외부에서 자석으로 캡슐을 고정시켜 두었다가 펌프를 가동시키고 자석을 떼내어, 원하는 순간에 캡슐이 이송할 수 있도록 하였다. 자석을 떼낸 직후에는 캡슐이 배관 벽면과 부딪히는 경우도 있으나, 캡슐이 초기 위치에서 약 10 cm 이동한 이

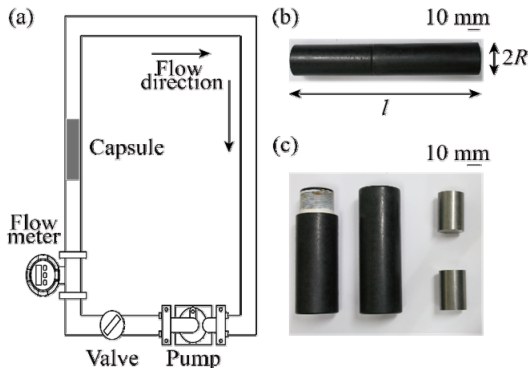


Fig. 2. (a) Schematic illustration of the experimental set-up. (b) Capsule used in our experiments. (c) Disassembly of the capsule composed of the acrylic housings and the neodymium magnets.

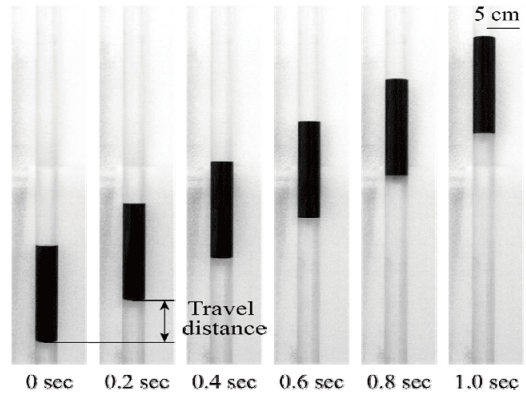


Fig. 3. Time-lapse images of a capsule moving through a pipe. The inner diameter of the pipe, the capsule diameter ($2R$), and mean flow speed of liquid (v) are 32 mm, 31 mm, and 0.37 m/s, respectively. In two consecutive images, the travel distance of the capsule is equal to 76 mm.

후에는 더 이상 벽면에 부딪히지 않고 원활히 이송되는 모습을 관찰할 수 있었다. 우리는 정상상태에서의 이송에 집중하여, 실험 도중에 유량 변동이 $\pm 3\%$ 이하가 되도록 실험을 진행하였다.

캡슐의 이송 속도는 고속카메라 (Photron Fastcam SA3, Mini AX200)를 활용하여 측정하였으며, 연속한 초고속 이미지 사이에 캡슐의 이송 거리를 측정하여, 캡슐이 중단 속도에 도달했다고 가정할 수 있을 때 속도를 측정하였다. 예시로써 직경 32 mm인 관에서, 직경 31 mm인 캡슐이 0.38 m/s 속도로 상승하는 장면을 보이는 연속 사진을 Fig. 3에 나타내었다.

3. 이론

3.1 유체의 운동량 보존 방정식

캡슐이 이송할 때, 관 벽과 캡슐 사이에 형성된 좁은 틈새로 액체가 흐른다. 이 액체 운동을 분석하기 위해서 Fig. 4a에서 도식되어 있는 바와 같은 검사체적에 대해 운동방정식을 유도한다. 우리의 실험에서 배관 반지름에 대비한 관 내벽과 캡슐 사이의 거리비는 $e/(R+e)$ 은 0.07 미

만므로, 두 평판 사이의 유동으로 가정할 수 있다. 우리의 연구에서 캡슐과 관 내벽 사이의 거리에 대한 캡슐의 상대적인 길이(e/l)는 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 정도이다. Fig. 4a에 표시한 좌표계를 이용한다면, 연속방정식으로부터 $w_y/w_x \sim e/l$ 이므로, 유체의 다른 속도 성분은 무시하고 w_x 만으로 기술될 수 있다. 완전발달 유동에 대한 유히환근사를 적용하면, 캡슐과 관 내벽을 지나는 액체의 x 축 방향으로의 유동은 아래의 식으로 기술될 수 있다.

$$-\frac{\partial P}{\partial x} - \rho_w g + \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} \approx 0 \quad (1)$$

여기서, P 는 유체의 국부압력, ρ_w 는 물의 밀도, g 는 중력가속도, μ 는 액체의 점도를 각각 나타낸다.

관 내벽과 캡슐의 벽면에서 점착조건(no-slip condition)을 이용하면 식 (1)을 이론적으로 풀 수가 있고, 벽면과 캡슐 사이 유동의 유속을 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$w_x = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \rho_w g \right) y^2 - \left(\frac{u}{e} + \frac{e}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{e}{2\mu} \rho_w g \right) y + u \quad (2)$$

이 식에서 액체의 속도 w_x 분포는 아직 정해지지 않은 x 축 방향으로의 압력구배 ($\partial P/\partial x$)를 포함한 y 좌표에 대한 2차 다항식 형태로 주어진다.

3.2 캡슐에 작용하는 힘의 평형 방정식

미지수인 압력 구배 $\partial P/\partial x$ 를 결정하기 위해 우리는 캡슐에 작용하는 외력에 대한 평형방정식을 고려한다. Fig. 4b는 캡슐에 대한 자유물체도를 나타낸다. 식 (1)에서 유속(w_x)은 x 좌표에 독립적인 값이기 때문에, 캡슐과 관 벽으로 이루어진 좁은 채널에서 압력 분포는 x 좌표만의 함수로 볼 수 있다. x 축 방향에 대한 힘의 평형 방

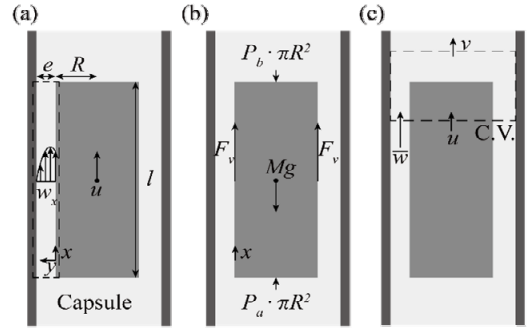


Fig. 4. (a) Control volume to examine the fluid layer between the wall and capsule, shown as the dashed line box. (b) Free body diagram for the capsule. (c) Control volume to examine the mass conservation, shown as the dashed line box.

정식은 다음 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$(P_a - P_b)\pi R^2 - Mg + F_v = 0 \quad (3)$$

식 (3)에서 P_a 와 P_b 는 그림과 같이 각각 캡슐 하단, 상단 부에서의 액체 압력을, M 은 캡슐의 질량을 나타낸다. F_v 는 점성마찰력으로 식 (2)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_v = 2\pi R l \mu \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=0} = 2\pi R l \left(-\frac{\mu}{e} u - \frac{e}{2} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{e}{2} \rho_w g \right) \quad (4)$$

관과 캡슐 사이의 좁은 틈에서 y 축 방향으로의 압력 구배는 충분히 작아 $\partial P/\partial y \approx 0$ 이며, x 축 방향으로의 압력 변화율 $\partial P/\partial x$ 는 x 축을 따라 크게 변하지 않는다고 가정할 수 있다. 따라서 식 (3)에서 $P_b - P_a = (\partial P/\partial x)l$ 로 대체하고, 식 (3)과 (4)를 연립하여 압력 구배 $\partial P/\partial x$ 을 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{-1}{(R+e)} (\rho_w g e + \rho_c g R + \frac{2\mu}{e} u) \quad (5)$$

식 (5)를 식 (2)에 대입하면 캡슐과 배관 사이의 유속 w 를 구할 수 있으며, 이를 바탕으로 배관과 캡슐 사이에서 면적 평균 유속을 캡슐의 속도 u 에 대한 함수로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{w} &= \frac{1}{e} \int_0^e w_x dy \\ &= \frac{1}{6} \frac{e}{(R+e)} u + \frac{1}{2} u + \frac{e^2 R}{12\mu(R+e)} (\rho_c g - \rho_w g)\end{aligned}\quad (6)$$

3.3 수직 이송에서의 캡슐의 속도

이제 캡슐 속도(u)와 관내 유체 평균 유속(v)의 관계를 분석하기 위해 질량 보존 법칙을 고려한다. Fig. 4c에 도식화되어 있듯이 캡슐이 지나가는 임의의 검사 체적에서 비압축성 액체에 대한 질량 보존 방정식을 고려하면, \bar{w} 는 캡슐이 이송속도와 관 내부의 평균 유속의 함수로 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{w} = \frac{(R+e)^2}{2eR+e^2} v - \frac{R^2}{2eR+e^2} u \quad (7)$$

식 (7)을 식 (6)에 대입하면 최종적으로 캡슐 속도 (u)와 관내 유체의 평균 유속 (v) 사이의 관계를 식 (8)과 같이 도출할 수 있다. 식 (8)에서 $\Delta\rho$ 는 캡슐 밀도 (ρ_c)와 작동 유체인 물의 밀도 (ρ_w) 차를 의미한다.

$$u = f(e^*)v - h(e^*) \frac{\Delta\rho g R^2}{\mu} \quad (8)$$

여기서 f 와 h 는 $e^* = e/R$ 의 함수로서 아래의 식 (9)와 (10)으로 주어진다.

$$f(e^*) = \frac{6(e^*+1)^3}{6+12e^*+11e^{*2}+4e^{*3}} \quad (9)$$

$$h(e^*) = \frac{e^{*3}(0.5e^*+1)}{6+12e^*+11e^{*2}+4e^{*3}} \quad (10)$$

식 (9)에 주어진 $f(e^*)$ 는 배관 내 유체 유동 속도가 캡슐 속도에 미치는 영향을 나타내고, $h(e^*)$ 는 유체의 유속과 무관하게 캡슐에 작용하는 부력 및 점성 마찰력의 영향을 결정한다.

4. 결과 및 토의

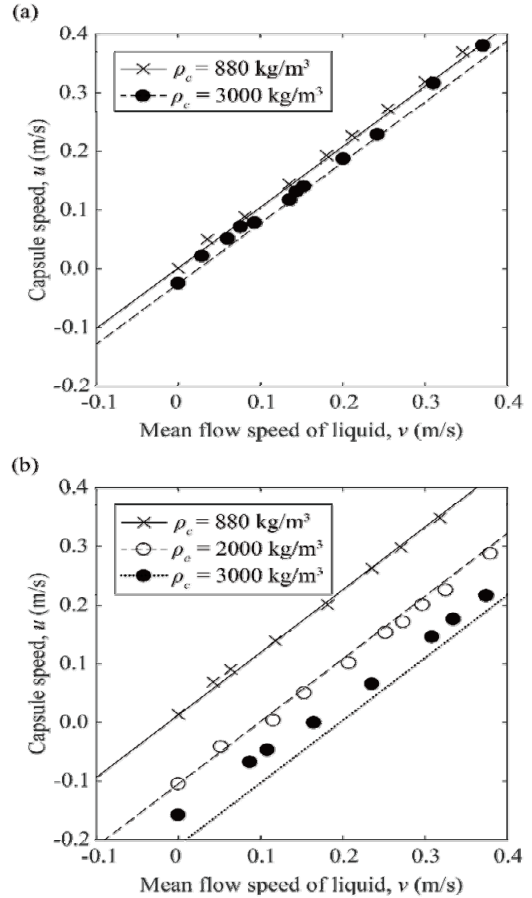


Fig. 5. Dependence of the capsule speed on the mean flow speed of the liquid. (a) Experimental results and theoretical prediction for $e^* = 0.03$. The solid and dashed lines are the theoretical predictions of the capsule speed for $\rho_c = 880 \text{ kg/m}^3$ and $\rho_c = 3000 \text{ kg/m}^3$, respectively. (b) Experimental results and theoretical prediction for $e^* = 0.07$. The solid, dashed, and dotted lines are the theoretical predictions of the capsule speed for $\rho_c = 880 \text{ kg/m}^3$, $\rho_c = 2000 \text{ kg/m}^3$, and $\rho_c = 3000 \text{ kg/m}^3$, respectively.

Fig. 5는 캡슐과 배관 사이의 상대 간격(e^*)과 캡슐 밀도(ρ_c)에 따라 실험 결과와 이론 모델을 비교한 결과를 보여준다. 실험 영역에서 이론 모델은 실험 결과를 잘 예측하는 것을 확인할 수 있다. $e^* = 0.03$ 인 경우 (Fig. 5a)에는 실험에 사용된 캡슐의 밀도 범위 ($880 \text{ kg/m}^3 \leq \rho_c \leq 3000 \text{ kg/m}^3$)에서 캡슐의 속도 차이는 크지 않았으며, 이론에 예측과 거의 일치하는 결과를 볼 수 있다. 한편 $e^* = 0.07$ 인 경우 (Fig. 5b)에는 캡슐의 밀도에 따라 무시하기 어려운 수준의 속도 차이가 나는 것을 볼 수 있다. $\rho_c = 2000 \text{ kg/m}^3$ 이하인 경우에는 이론적 예측이 정확한 것을 볼 수 있으나 $\rho_c = 3000 \text{ kg/m}^3$ 에서는 이론 모델과 실험 결과의 오차가 큰 것을 확인할 수 있다. 이러한 조건에서는 윤희근사를 적용하기 위해 필요한 가정이 유효하지 않기 때문에, 보다 정교한 수치적 계산 기법이나 이전의 연구에서 개발된 경험식이 적절히 활용될 수 있을 것이다.

5. 결론

실험과 이론을 통해 배관 내에서 캡슐의 이송 속도 예측에 대한 연구를 수행하였으며, 좁은 틈에서 낮은 레이놀즈수를 가지는 경우에 적용 가능한 이송 속도를 예측할 수 있는 방법을 제시하였다. 실험을 통해 우리의 이론 모델을 검증하였고, 일반적으로 $e^* < 0.1$ 인 경우에 실험 결과를 예측할 수 있다는 것을 보였다.

연구 결과는 항력 계수나 경험식을 도출할 필요 없이 캡슐의 이송 속도를 예측할 수 있는 모델을 제시함으로써, 수력 이송 방법이 활용되는 산업 분야에 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

후 기

이 논문은 한국원자력연구원의 지원과 2017년도 정부(과학기술정보통신부)재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (2017R1E1A1A01073599).

REFERENCE

- 1) Liu, H., 2003, Pipeline engineering, CRC Press, pp.175~203.
- 2) James, J. G., 1980, "Pipelines considered as a mode of freight transport a review of current and possible future uses," Minerals and the Environment, Vol. 2(1), pp.1~25.
- 3) Liu, H. and Marrero, T. R., 1997, "Coal log pipeline technology: an overview," Powder Technology, Vol. 94(3), pp.217~222.
- 4) Agarwal, V. C., Singh, M. K. and Mathur, R., 2001, "Empirical relation for the effect of the shape of the capsules and the nose shape on the velocity ratio of heavy density capsules in a hydraulic pipeline," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E. Journal of Process Mechanical Engineering, Vol. 215(2), pp.147~155.
- 5) Vaezi, M. and Kumar, A., 2015, "Pipeline hydraulic transport of biomass materials: A review of experimental programs, empirical correlations, and economic assessments," Biomass and Bioenergy, Vol. 81, pp.70~82.
- 6) Asim, T. and Mishra, R., 2016, "Optimal design of hydraulic capsule pipelines transporting spherical capsules," The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 94(5), pp.966~979.
- 7) Ellis, H. S., Redberger, P. J. and Bolt, L. H., 1963, "Transporting solids by pipe line-capsules and slugs," Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 55(9), pp.29~34.
- 8) Ellis, H. S., 1964, "The pipeline flow of capsules. Part 3. An experimental investigation of the transport by water of single cylindrical and spherical capsules with density equal to that of the water," The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 42(1), pp.1~8.
- 9) Van den Kroonenberg, H. H., 1978, "A mathematical model for concentric horizontal capsule transport," The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 56(5), pp.538~543.

- 10) Hwang, L. Y., Wood, D. J. and Kao, D. T., 1981, "Capsule hoist system for vertical transport of coal and other mineral solids," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 59(3), pp.317~324.
- 11) Latto, B. and Chow, K. W., 1982, "Hydrodynamic transport of cylindrical capsules in a vertical pipeline," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 60(6), pp.713~722.
- 12) Yanaida, K. and Tanaka, M., 1997, "Drag coefficient of a capsule inside a vertical angular pipe," *Powder Technology*, Vol. 94(3), pp.239~243.