

# 복소수이미지 방법을 이용한 겉보기 대지저항률 계산

## Apparent Soil Resistivity Calculation Using Complex Image Method

김 호 찬\*, 부 창 진, 강 민 제\*

Ho-Chan Kim\*, Chang-Jin Boo, Min-Jae Kang\*

### Abstract

The apparent soil resistivity is used for estimating multilayer soil parameters, such as, layer's depth and soil resistivity. The apparent soil resistivity can be measured, and also can be calculated if soil parameters are given, because the apparent soil resistivity is a function of these parameters. Therefore, any optimization algorithms can be used to find these parameters which make the calculated apparent soil resistivity close to the measured one. The equation for calculating the apparent soil resistivity is complicated and time consumed, because it is composed of an infinite integral which includes a zero order Bessel's function of the first kind. In this paper, a fast algorithm for calculating the apparent soil resistivity of horizontal multilayer earth structure has been presented using complex image method.

### 요 약

겉보기대지저항률은 층의 깊이와 대지저항률과 같은 다층 대지파라미터들을 추정하는 데 사용된다. 겉보기대지저항률은 측정 될 수 있으며, 또한 겉보기대지저항률은 이들 파라미터들의 함수이기 때문에 주어진 대지 파라미터들로 계산 될 수 있다. 따라서 모든 최적화 알고리즘을 사용하여 계산된 겉보기대지저항률을 측정된 대지저항률에 가깝게 만드는 이들 파라미터들을 찾을 수 있다. 겉보기대지저항률을 계산하기 위한 방정식은 0 차 Bessel함수를 포함하는 무한 적분으로 구성되어 있기 때문에 복잡하고 시간 소모적이다. 본 논문에서는 수평 다층 구조의 겉보기대지저항률을 계산하기 위한 빠른 알고리즘이 복소수이미지 방법을 사용하여 제시되었다.

*Key words : apparent soil resistivity, estimated, soil parameters, Bessel function, multilayer earth structure Wenner*

### 1. 서론

일반적으로 접지저항은 전극저항, 전극과 대지의 접촉저항 그리고 대지저항에 의하여 주로 결정되지만, 그 중에서도 대지저항이 가장 큰 영향을 미

치는 요소로 알려지고 있다. 대지저항을 구하기 위하여 지하구조를 정확히 알아야 하지만 이는 어려운 문제이다. 그래서 간략한 방법으로 많이 사용되는 방법이 대지구조를 N층으로 구성된 수평구조로 모델링하여 대지저항을 구한다[1, 2].

\* Dept. of Electrical Eng., Jeju National Univ.

\*★ Corresponding author

Dept. of Electronic Eng., Jeju National Univ.

※ Acknowledgment

This research was supported by the 2018 scientific promotion program funded by Jeju National University.

Manuscript received Mar. 7, 2019; revised Mar. 16, 2019; accepted Mar. 20, 2019.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

N층으로 구성된 대지모형을 형상화하는 것은 각 층의 저항률과 깊이를 구하는 최적화문제로 해석된다. 이 문제를 풀기위하여 다양한 최적화문제 해결방법들이 동원되는데, 즉 이론적으로 계산한 겘보기대지저항률이 측정된 값과 비슷해질 때까지 계속 반복하여 파라미터값들을 수정해 나간다. 겘보기대지저항률을 측정하는 데는 일반적으로 Wenner의 4전극법을 이용한다. 그리고 이론적으로 계산하는 식은 0차 Bessel 함수와 무한대 부정적분이 포함된 다소 복잡한 식이다.

이 논문에서는 이론적으로 계산하는 식을 지수 샘플링 방법을 이용하여 기존방식보다 빠르고 간편하게 계산하는 방법을 소개한다.

## II. 겘보기대지저항률

### 2.1 Wenner법을 이용한 겘보기 대지저항률 측정

일반적인 대지저항률 측정기술은 Frank Wenner가 처음으로 제안한 등간격 4전극법을 변형시킨 기술이다. 이 방법에서는 문제를 쉽게 해석하기 위하여 대지의 각 층들은 수평으로 되어있고, 각 층은 동일한 저항률로 형성된 것으로 가정한다[3].

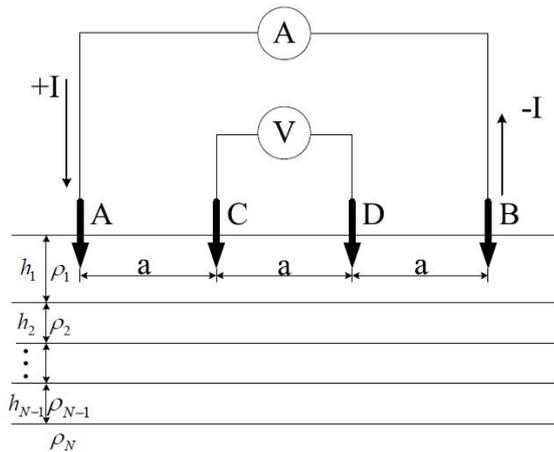


Fig. 1. The configuration of measuring apparent earth resistivity using Wenner method.

그림 1. Wenner법을 이용한 겘보기대지저항률 측정 구성

그림 1은 Wenner의 4전극법의 전극배치를 보여주고 있으며 측정선 일직선상의 안쪽에 전위전극 C와 D를 두고 외부에 전류전극 C와 D를 설치하여 A-C, C-D, D-A의 측정전극 사이의 거리 a를 등간격이 되도록 한다. 대지저항 R은 외부의 전류전

극에 전류 I를 주입하고 내부의 전위전극 간의 전위차를 측정하여 계산한다. 대지저항 R은 겘보기 대지저항률에 비례하며, 전극간격 a일 때 겘보기 대지저항률  $\rho[\Omega \cdot m]$ 는 Wenner법인 경우 식(1)과 같이 나타낼 수 있다[4, 5].

$$\rho^m = 2\pi a R \tag{1}$$

겘보기 대지저항률(apparent resistivity)은 대지저항률을 대지표면에서 측정된 저항률이라 하여 붙여진 이름이고,  $\rho$ 의 위첨자 m은 측정(measure)하여 얻은 값을 나타낸다. 그림 1에서  $h_i(i = 1, 2, \dots, N-1)$ 와  $\rho_i(i = 1, 2, \dots, N)$ 는 각각 토양 각층의 깊이와 저항률을 나타낸다.

### 2.2 이론적 겘보기대지저항률 계산

만약에 대지구조가 각층의 깊이  $h_i(i = 1, 2, \dots, N-1)$ 와 각층의 대지저항률  $\rho_i(i = 1, 2, \dots, N)$ 을 알고 있다면, 겘보기 대지저항률을 이론적으로 구하는 데 사용되는 식은 다음과 같다[6].

$$\rho^c = \rho_1 \left\{ 1 + 2a \int_0^\infty f(\lambda) [J_0(\lambda a) - J_0(2\lambda a)] d\lambda \right\} \tag{2}$$

여기서,  $J_0(\lambda a)$ 는 첫째 종류의 0차 Bessel 함수이며,

$$f(\lambda) = \alpha_1 - 1$$

$$\alpha_1 = 1 + \frac{2K_1 e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_1 e^{-2\lambda h_1}}, \quad K_1 = \frac{\rho_2 \alpha_2 - \rho_1}{\rho_2 \alpha_2 + \rho_1}$$

$$\alpha_2 = 1 + \frac{2K_2 e^{-2\lambda h_2}}{1 - K_2 e^{-2\lambda h_2}}, \quad K_2 = \frac{\rho_3 \alpha_3 - \rho_2}{\rho_3 \alpha_3 + \rho_2}$$

$$\vdots$$

$$\alpha_{N-1} = 1 + \frac{2K_{N-1} e^{-2\lambda h_{N-1}}}{1 - K_{N-1} e^{-2\lambda h_{N-1}}}, \quad K_{N-1} = \frac{\rho_N - \rho_{N-1}}{\rho_N + \rho_{N-1}}$$

$$\tag{3}$$

$\rho^c$ 와  $\rho^m$ 은 각각 이론적으로 계산된 겘보기저항률과 측정된 겘보기저항률을 표시하며, 위첨자 c와 m은 각각 calculated와 measured을 의미하는 것이다.

## III. 복소수이미지방법을 이용한 빠른 겘보기대지저항률 계산

대지구조에서 각층의 깊이  $h_i(i = 1, 2, \dots, N-1)$ 와

각층의 대지저항률  $\rho_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 을 추정하기 위해서, 매번 이 파라미터값들이 업데이트 될 때마다 겘보기대지저항률을 계산해야 한다. 즉 계산된 값이 측정된 값과 오차범위에 이를 때까지 반복하여 파라미터값들은 수정해 나간다. 그런데, 식(2)의 겘보기대지저항률을 계산하는 것은 시간이 많이 걸린다. 그것은 Bessel 함수를 포함되고 무한부정적 분이기 때문이다.

이 논문에서는 복소수이미지 방법을 이용하여 이 문제를 해결하려고 한다. 즉 쉽고 빠르게 겘보기대지저항률을 계산하려고 한다.

즉, Prony 방법을 이용하여  $f(\lambda)$ 는 다음과 같이 복소수 지수함수로 샘플링 할 수 있다[7].

$$f(\lambda) \approx \sum_{k=1}^N b_k e^{-c_k \lambda} \tag{4}$$

여기서,  $b_k, c_k$ 는 복소수 값들이며, N은 적당히 큰 값이면 되지만, 경험적으로 지하구조 층 수의 2 배이상이면 가능하다.

다음의 Lipschitz의 적분을 이용하면

$$\int_0^\infty e^{-\lambda |d|} J_0(\lambda l) d\lambda = \frac{1}{\sqrt{c^2 + l^2}} \tag{5}$$

식(2)의  $\rho_a^c$ 는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\rho^c \approx \rho_1 \left\{ 1 + 2a \sum_{k=1}^N b_k \left[ \frac{1}{\sqrt{c_k^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{c_k^2 + 4a^2}} \right] \right\} \tag{6}$$

#### IV. 시뮬레이션

이 논문에서 제안된 방법과 기존의 방법을 비교하기 위하여 겘보기대지저항률을 식(2)와 식(6)을 사용하여 계산하였다. 그림 2에서 보는 바와 같이 새로 제안된 방법 식(6)에 의해 계산된 값은 기존 방법 식(2)에 의해 계산된 결과와 일치하였다. 그림 2.a는 2층구조, 2.b는 3층구조에 대해서 수행하였으며, 시뮬레이션은 Matlab에서 수행하였다. 프로그램 수행시간 계산을 비교하기 위하여 Matlab의 tic, toc 함수를 이용하였으며, 프로그램 수행시간은 경우에 따라 수십 배에서 수백 배까지 이 논문에서 제안한 방법이 기존 방법에 비해 빨랐다.

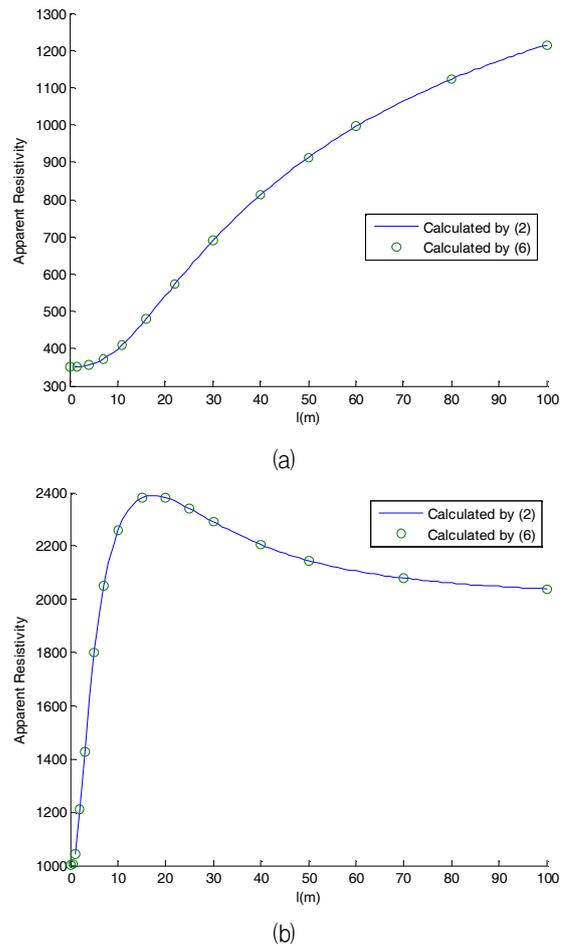


Figure 2. the apparent resistivities( $\rho^c$ ) using eqn. (2) and (6)

(a) With the parameters shown in Table 1

(b) With the parameters shown in Table 2.

그림 2. 식(2)와 식(6)을 사용하여 계산한 겘보기대지저항률( $\rho^c$ )

(a) Table 1의 대지파라미터를 이용한  $\rho^c$

(b) Table 2의 대지파라미터를 이용한  $\rho^c$

Table 1. Parameters of a two-layer earth structure.

표 1. 2층 대지구조의 파라미터

| Layer No( $i$ ) | $\rho_i [\Omega \cdot m]$ | $h_i [m]$ |
|-----------------|---------------------------|-----------|
| 1               | 352                       | 14        |
| 2               | 1,600                     | $\infty$  |

Table 2. Parameters of a three-layer earth structure.

표 2. 3층 대지구조의 파라미터

| Layer No( $i$ ) | $\rho_i [\Omega \cdot m]$ | $h_i [m]$ |
|-----------------|---------------------------|-----------|
| 1               | 1,000                     | 2         |
| 2               | 3,000                     | 10        |
| 3               | 2,000                     | $\infty$  |

## V. 결론

본 논문에서는 첫 째, Prony 방법을 이용하여 커널함수,  $f(\lambda)$ 를 샘플링하여 복소수 지수함수로 표현하고, 둘째, 이를 Lipschitz의 적분을 이용하여 겘보기대지저항률 계산을 빠르고 간편하게 하는 방법을 소개하였다. 소개된 방법에 의해 계산된 값은 기존의 방법으로 계산된 값과 일치함을 보였다. 그리고 한 번 계산시간은 수십 배에서 수백 배 차이를 보였다. 계산한 겘보기 대지저항률이 측정값의 오차범위안에 근접할 때까지 파라미터값들을 수정해 나가는 데, 매번 수정할 때마다 겘보기 대지저항률을 계산해야 한다. 이런 역문제는 수렴하는 경우에 따라 많은 시간을 요하는 문제인데, 여기서 제시된 새로운 방법을 사용하면 이런 문제를 매우 효과적으로 해결할 수 있을 것이다.

two-layer soil parameters using finite Wenner resistivity expression," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 7, pp. 1213-1217, 1992.

DOI: 10.1109/61.141833

[7] S., C. "Chapra.: Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineering and Scientists," 2nd ed. McGraw-Hill, New York, 2008.

## References

- [1] B. Zhang, Z. Zhao, and X. Cui, "Diagnosis of breaks in substation's grounding grid by using electromagnetic method," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 38, pp. 473-476, 2002. DOI: 10.1109/20.996125
- [2] B. Zhang, X. Cui, L. Li, and J. L. He, "Parameter estimation of horizontal multilayer earth by complex image method," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 20, pp. 1394-1401, 2005. DOI: 10.1109/TPWRD.2004.834673
- [3] M. B. Kostic and G. H. Shirkoohi, "Numerical analysis of a class of foundation grounding systems surrounded by two-layered earth," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 8, pp. 1080-1087, 1993.
- [4] M.-J. Kang, C.-J. Boo, and H.-C. Kim, "A Kernel Function Based Estimation Algorithm for Multi-layer Soil Structure," *Lecture Notes In Bioinformatics*, Vol. 6840, No. 1, pp. 276-281, 2012. DOI: 10.1007/978-3-642-24553-4\_38
- [5] Dawalibi, "F.:Earth Resistivity Measurement Interpretation Techniques," *IEEE Trans. on Power Apparatus Systems*, vol. 103, pp. 374-382, 1984. DOI: 10.1109/TPAS.1984.318254
- [6] I. H.R. Seedher, J. K. "Arora.: Estimation of