

리츠 법을 이용한 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성 연구

이희수¹ · 김용하¹ · 박정선^{2,†}¹한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학과²한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부Thermal Buckling Characteristics for
Thermal Protection System Panel Using Ritz MethodHeesoo Lee¹, Yongha Kim¹ and Jungsun Park^{2,*}¹Graduate School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University,²Department of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University

Abstract

High speed vehicles are subjected to high thermal loadings due to aerodynamic heating during ascent and reentry. Since a thermal protection system panel is mechanically constrained, it may cause thermal buckling under excessive thermal loadings. The thermal buckling could disturb the field of flow and make aerodynamic characteristics unstable. It is thus necessary to design the thermal protection system panel to prevent thermal buckling. This study defines the analytical model of temperature distribution using the finite difference method for the thermal protection system panel with large temperature differences inside and outside. This paper proposes the approximate model of the thermal buckling characteristics for the thermal protection system panel through the use of the Ritz method. The validity of the present method was verified by comparing the results of the finite element analysis. Furthermore, this research performs the parametric analysis of the thermal buckling characteristics for the thermal protection system panel by using the approximate model.

초 록

초고속 비행체는 발사 및 재진입 시 공력 가열에 의해 높은 열 하중을 받는다. 초고속 비행체의 외피 구조물인 열방어 시스템 패널은 기계적으로 구속되어 있기 때문에 고온 가열 시 열 좌굴이 발생할 수도 있다. 이는 초고속 비행체의 유동장에 변화를 주어 공력특성을 불안정하게 한다. 따라서 열방어 시스템 패널은 초고속 비행에 의한 공력가열 시 비행안정성을 유지하기 위해 열 좌굴을 방지하도록 설계되어야 한다. 본 논문에서는 운용 시 안팎에 큰 온도차가 존재하는 열방어 시스템 패널에 대해 유한차분법을 사용하여 열전달 특성을 분석하였으며, 리츠 법을 사용하여 열 좌굴 특성에 대한 근사적 모델을 제안하였다. 또한 정의된 근사적 모델의 정확도를 검증하기 위해 유한요소 해석결과와 비교하였다. 마지막으로, 수립된 근사 기법을 바탕으로 열방어 시스템 패널의 좌굴 발생 온도에 대한 매개변수 분석을 수행하였다.

Key Words : Thermal Protection System Panel(열방어 시스템 패널), Thermal Buckling Analysis(열 좌굴 해석), Ritz Method(리츠 법)

1. 서 론

초고속 비행체는 발사 및 재진입 시 공력 가열에 의

해 높은 열 하중을 받는다. 이러한 고온 환경으로부터 비행체의 내부 시스템을 보호하고, 비행체 외피의 변형을 최소화 하여 비행체 표면의 공력특성을 유지하기 위해 열방어 시스템 패널(Thermal Protection System Panel)이 요구된다[1]. 열방어 시스템 패널은 기계적으로 구속되어 있기 때문에 고온 환경에서 운용

Received: Sep 06, 2018 Revised: Jan 03, 2019 Accepted: Feb 13, 2019

† Corresponding Author

Tel: +82-2-300-0283, E-mail: jungsun@kau.ac.kr

© The Society for Aerospace System Engineering

될 때 열 좌굴이 발생할 수도 있다[2]. 이는 초고속 비행체의 유동장에 변화를 주어 공력특성을 불안정하게 한다. 따라서 열방어 시스템 패널은 초고속 비행에 의한 공력가열 시 비행안정성을 유지하기 위해 열 좌굴을 방지하도록 설계되어야 한다.

William L. Ko[2, 3]는 다양한 온도분포의 가열 하에서 리츠 법을 사용하여 허니콤코어 샌드위치 패널의 열 기계적 좌굴 거동에 대해 연구하였으며, Joseph F. Rakow[4]는 평판 사이에 냉매가 흐를 수 있는 구조인 금속 폼 샌드위치 패널의 열 좌굴 특성을 연구하였다. 기존 연구[2~4]들은 두께방향으로 균일 온도 분포, 선형 및 포물선형 온도 분포를 갖는 평판 또는 평면상에서 온도 구배가 변하는 평판에 대해 열 좌굴 특성 분석을 수행하였다. 하지만 적층구조물은 각 층마다 물질의 열전달 특성이 다르기 때문에 실제로는 다항 온도 분포를 나타내게 된다. 따라서 기존의 분석기법들은 운용 시 고온 열 하중을 받아 안쪽에 큰 온도차가 존재하는 열방어 시스템 패널의 하중 조건을 고려하기 위해서는 적합하지 않다. 다항 온도 분포에 대한 열하중을 분석하고, 이를 고려하여 열좌굴 특성 분석을 수행할 필요가 있다.

본 논문에서는 운용 시 안쪽에 큰 온도차가 존재하는 열방어 시스템 패널의 열 하중 조건을 고려하기 위해서 다항 함수 온도 분포의 가열을 받는 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성을 분석하였다. 이를 위해 우선 유한차분법을 사용하여 공력가열 시 열방어 시스템 패널의 열전달 특성을 분석하였으며, 도출한 온도이력 하에서 리츠 법을 사용하여 열 좌굴 특성에 대한 근사적 모델을 정의하였다. 또한 유한요소 해석 결과와 비교해서 본 연구에서 정의된 근사 기법의 정확도를 검증하였다. 본 논문에서는 이러한 과정을 통해 구해진 열 좌굴 특성에 대한 근사 모델을 사용하여 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성에 대한 매개변수 분석을 수행하였다.

2. 열방어 시스템 패널

열방어 시스템 패널의 평판 모델에 대해 열 좌굴 특성을 분석하기 위해 우선 유한차분법을 이용하여 열전달 특성을 분석하였으며, 이를 바탕으로 리츠 법을 이

용하여 열 좌굴 특성에 대한 근사적 모델을 제시하였다. Fig. 1은 열방어 시스템 패널의 실제 모델이고, Fig. 2는 열방어 시스템 패널의 형상을 간략화 한 평판 모델이다.

열방어 시스템 패널은 초고속 비행체의 외피를 이루는 구조물로 Inconel 625 평판, Saffil Alumina 단열재, Ti-6Al-4V 평판이 적층된 복합재 구조물이다. 이중 초내열합금 평판은 구조적 부재로써 높은 열 하중에 의한 열 파손을 방지하는 역할을 한다. 이와 대조적으로 단열재는 구조적인 역할은 하지 못하나, 뛰어난 단열 특성을 가지고 있어 외부 고온 환경으로부터 내부 온도를 낮게 유지하는 역할을 한다.

Inconel 625 평판의 윗면은 외부에 노출되어 있어 엔진 진동에 의한 음향 압력, 공기역학적 압력 등 복합적인 압력 하중 및 공력 가열에 의한 열 하중을 받는다. 티타늄 합금 평판 아랫면에는 비행체의 저온의 내부 공기가 흐르기 때문에 아랫면의 온도가 상대적으로 낮게 유지된다. 따라서 위 아랫면의 온도차에 의해

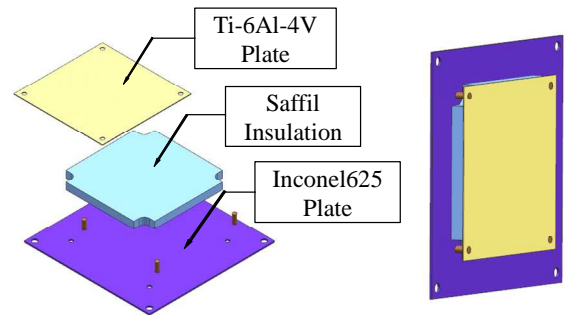


Fig. 1 Configuration of TPS panel

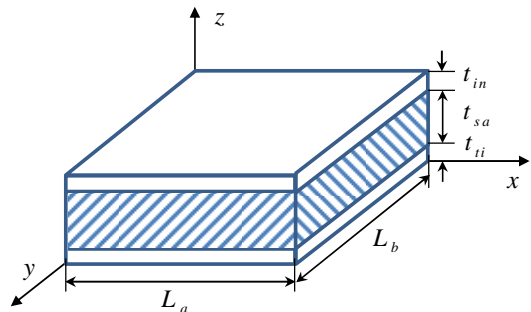


Fig. 2 Plate model of TPS panel

열방어 시스템 패널은 열 하중에 의한 면내 힘과 모멘트를 받는다.

열방어 시스템 패널은 네 모서리에서 단순지지 및 고정지지 경계조건의 두 가지 조건에 대해 고려되었다. 열응력은 외력에 의해 발생되지 않고, 기계적으로 구속되었을 때 열적 뒤틀림에 의해 발생하게 된다. 따라서 열 좌굴 특성을 고찰하기 위해 추가적으로 네 모서리에서 x, y 방향 변위를 구속하였다.

Fig. 2와 같이 열방어 시스템 패널의 수직 방향 변위를 w 로 표기하였고, L_a, L_b 는 열방어 시스템 패널의 길이와 너비를 나타낸다. Inconel 625 평판과 Saffil 단열재, 티타늄 합금 평판의 두께는 각각 t_{in}, t_{sa}, t_{tr} 로 표기하였고, 해석 시 위 아랫면의 Inconel 625 평판과 티타늄 합금 평판의 두께는 동일하다고 가정하였다.

3. 유한차분법을 이용한 열전달 특성에 대한 해석적 모델

열방어 시스템 패널은 내부 열 발생이 없고, 시간에 따라 변하는 열 하중을 받으며 패널의 두께 방향으로만 온도 구배가 존재한다. 이때 1차원 열 방정식은 다음과 같다[5].

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2)$$

여기서 식 (2)는 열확산계수(thermal diffusivity)이고, k, ρ 와 c_p 는 각각 재료의 열전도율, 밀도, 비열을 나타낸다. 적층판 구조물인 열방어 시스템 패널에는 세 가지 형태의 열전달 유형이 존재한다. 첫 번째는 열방어 시스템 패널의 한 가지 물질 내부에서 열전도가 발생하는 상태이고, 두 번째는 두 가지 물질의 경계면에서 열전도가 발생하는 상태이다. 세 번째로는 열방어 시스템 패널의 표면에서 바깥쪽으로는 대류 열전달이 발생하고, 안쪽으로는 내부 열전도가 발생하는 상태이다.

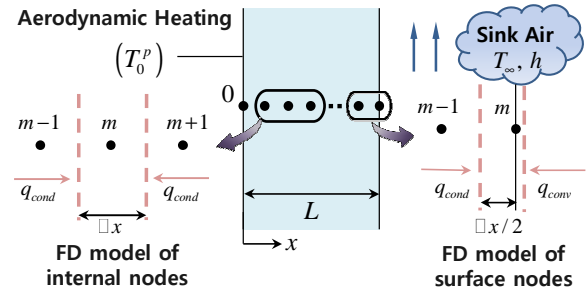


Fig. 3 Schematic diagram of finite-difference model of the TPS panel

식 (1)로부터 세 가지 열전달 경우에 대해 유한차분법을 사용하여 열방정식의 이산화를 수행하였다. 유한차분 모델의 개략도는 Fig. 3와 같다. 열방어 시스템 패널의 열전달은 다음 식 (3)~(4)과 같이 유한차분법을 이용하여 정식화 되었다.

$$T_m^{p+1} = Fo(T_{m+1}^p + T_{m-1}^p) + (1 - 2Fo)T_m^p \quad (3)$$

$$T_m^{p+1} = 2Fo(T_{m-1}^p + BiT_\infty) + (1 - 2Fo - 2BiFo)T_m^p \quad (4)$$

$$Fo = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}, \quad Bi = \frac{h \Delta x}{k} \quad (5)$$

식 (3)은 임의의 내부 절점 m 에서 1차원 전도를 고려한 유한차분 방정식이고, 식 (4)는 표면 절점에서 대류열전달을 고려한 유한차분 방정식이다. 하첨자 m 은 공간에 대해서 x 축 방향의 m 번째 절점을 의미하고, 상첨자 p 는 이산화 된 시간에 대해서 p 번째 시간 $t = p\Delta t$ 을 의미한다. Fo, Bi 는 각각 Fourier 수와 Biot 수를 유한차분 형태로 나타낸 것이고, h 는 대류 열전달계수이다. 표면($m=0$)에서 시간에 따른 가열조건 T_0^p 는 미국 NASA Langley 연구소의 공력가열 데이터[6]를 적용하였다. 공력가열 데이터는 전산해석 코드를 사용하여 계산되어졌다. 공력가열 데이터는 우주왕복선의 발사 및 재진입 시의 가열 온도를 고려하였는데, 이중에서 재진입 시의 공력가열이 최대 800°C까지 가열되어 더욱 가혹하기 때문에 본 논문에서는 재진입 시 가열 온도를 하중으로 삼았다. 또한 공

력가열 데이터를 구하기 위해 열방어 시스템 패널의 표면 방사율을 0.86으로 계산하였으며, 우주왕복선의 앞전으로부터 413inch 떨어진 위치에서 측정된 온도 데이터를 사용하였다.

열방어 시스템 패널의 열전달 모델에 대해 열 좌굴 특성을 근사적으로 분석하기 위해서는 두께방향 온도 구배의 함수가 필요하다. 이를 위해 유한차분법으로부터 구한 절점 별 온도 데이터를 두께에 대해 회귀 분석을 수행하여 식 (6)~(10)과 같이 다항식으로 정의하였다[7]. x 는 독립변수인 두께 방향 절점 좌표이며, y 는 종속변수인 열방어 시스템 패널의 온도이고, i 는 회귀모델의 차수이다. 온도분포는 4차 다항식으로 회귀분석 하였으며, 회귀모델의 계수는 열방어 시스템 패널의 형상 및 열하중이 변함에 따라 다르게 정의된다. k 개의 위치별 온도데이터를 바탕으로 회귀계수를 결정하였다.

$$y = \sum_{i=0}^n \beta_i x^i \quad (6)$$

$$y = T(t_i, z), \quad x = z \quad (7)$$

$$\beta = [\beta_0 \beta_1 \dots \beta_n]^T = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (8)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_k & \dots & x_k^n \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_k]^T \quad (10)$$

4. 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성에 대한 근사적 모델

4.1 에너지 방정식

열방어 시스템 패널의 총 포텐셜 에너지 Π_{total} 은 식 (11)과 같다.

$$\Pi_{total} = \Pi_b + \Pi_T + W_N \quad (11)$$

$$\Pi_b = \frac{1}{2} \iint_A (D_{11} w_{xx}^2 + 2D_{12} w_{xx} w_{yy} + D_{22} w_{yy}^2 + 4D_{66} w_{xy}^2) dx dy \quad (12)$$

$$\Pi_T = \iint_A M_T (w_{xx} + w_{yy}) dx dy \quad (13)$$

$$W_N = \frac{1}{2} \iint_A (N_x w_x^2 + N_y w_y^2 + 2N_{xy} w_x w_y) dx dy \quad (14)$$

여기서 Π_b 는 열방어 시스템 패널의 굽힘에 의한 변형에너지, Π_T 는 열에 의한 모멘트의 변형 에너지이며, W_N 는 면내 힘에 의한 포텐셜 에너지로써 횡 방향 처짐을 발생시킨다. 굽힘 강성 D_{ij} 는 식 (15)와 같이 계산할 수 있으며, Q_{ij} 는 축소 강성(reduced stiffness)을 의미한다.

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n Q_{ij}^{[k]} \frac{(z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3} \quad (15)$$

열 하중에 의한 면내 힘 N_T 와 열 모멘트 M_T 는 식 (16)과 같다. 이때 $T(z)$ 는 앞서 열전달 모델에 대해 회귀분석하여 도출한 두께방향 온도분포이다. 열 하중을 받는 구조물은 모서리의 변위가 구속되어 있을 때 열응력이 유도된다. 따라서 열방어 시스템 패널 네 모서리의 변위가 구속되어 있을 때 면내 합응력은 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다. 또한 열방어 시스템 패널의 두께방향에 대해 균일한 열 하중을 받는 경우에는 $M_T=0$ 이 된다.

$$\begin{Bmatrix} N_T \\ M_T \end{Bmatrix} = \int_A Q_{ij}^{[k]} \alpha_k T(z) \begin{Bmatrix} 1 \\ z \end{Bmatrix} dz \quad (16)$$

$$N_x = N_y = -N_T, \quad N_{xy} = 0 \quad (17)$$

4.2 열방어 시스템 패널의 형상 함수

열방어 시스템 패널은 네 모서리에서 단순지지 및 고정지지 경계조건의 두 가지 상황에 대해 고려되었다. 경계조건을 만족하는 열방어 시스템 패널의 거동에 대한 형상 함수를 삼각함수의 조합으로 정의하였다. 식 (19)는 네 모서리에서 단순지지 경계조건일 때

의 형상 함수이고, 식 (20)은 고정지지 경계조건 일 때의 형상함수이다. 여기서 a_{mn} 은 형상함수 w 의 미정 푸리에 계수이다.

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} W(x, y) \quad (18)$$

$$W(x, y) = \left(\sin \frac{m\pi x}{L_a} \right) \left(\sin \frac{n\pi y}{L_b} \right) \quad (19)$$

$$W(x, y) = \left(1 - \cos \frac{2m\pi x}{L_a} \right) \left(1 - \cos \frac{2n\pi y}{L_b} \right) \quad (20)$$

4.3 임계 열 좌굴 하중

총 포텐셜 에너지를 최소 총 포텐셜 에너지 원리와 리츠 법에 따라 형상 함수 w 의 계수 a_{mn} 으로 변분을 취한 값이 0일 때, 최소 총 포텐셜 에너지 값을 가지며 이를 식 (21)과 같이 나타낼 수 있다. 또한 식 (21)을 a_{mn} 에 대해 정리하면 식 (22)~(24)와 같다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_{mn}} = 0 \quad (21)$$

$$a_{mn} = \frac{B_{mn}}{A_{mn}} \quad (22)$$

$$A_{mn} = \iint_A (D_{11} W_{xx}^2 + 2D_{12} W_{xx} W_{yy} + D_{22} W_{yy}^2 + 4D_{66} W_{xy}^2) dx dy - \iint_A N_T (W_x^2 + W_y^2) dx dy \quad (23)$$

$$B_{mn} = \iint_A M_T (W_{xx} + W_{yy}) dx dy \quad (24)$$

이때 형상함수의 계수 a_{mn} 의 분모가 0이 되어 시스템이 불안정하게 되면 열 좌굴이 발생한다. $A_{mn}=0$ 이 되도록 하는 임계 열 좌굴 하중 N_{Tcr} 은 식 (25)에 명시하였다. 또한 임의의 열 하중 $N_{T reference}$ 를 받는 열 방어 시스템 패널의 고유치는 임계 열 좌굴 하중과 식 (26)의 관계를 갖는다.

$$N_{Tcr} = \frac{\iint_A (D_{11} W_{xx}^2 + 2D_{12} W_{xx} W_{yy} + D_{22} W_{yy}^2 + 4D_{66} W_{xy}^2) dx dy}{\iint_A (W_x^2 + W_y^2) dx dy} \quad (25)$$

$$N_{Tcr} = \lambda_{cr} N_{T reference}, \quad \lambda_{cr} = \frac{N_{Tcr}}{N_{T reference}} \quad (26)$$

모드 형상은 식 (22)~(24)에서 나타낸 최소 총 포텐셜 에너지 원리를 만족하는 형상함수의 계수를 구한 후, 이를 식 (18)~(20)에서 정의한 형상함수에 대입하여 구할 수 있다.

4.4 네 모서리에서 단순지지 경계조건일 때의 열 좌굴 특성

네 모서리에서 단순지지 경계조건일 때의 열 좌굴 특성은 앞서 유도한 임계 열 좌굴 하중에 단순지지 경계조건을 만족하도록 정의된 형상함수의 식 (19)를 대입하고, 적분하여 정리하였다. 이때의 열 좌굴 하중 식은 식 (27)에 명시하였다.

$$N_{Tcr} = \frac{\left[D_{11} \left(\frac{m\pi}{L_a} \right)^4 + (2D_{12} + 4D_{66}) \left(\frac{m\pi}{L_a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^4 \right]}{\left(\frac{m\pi}{L_a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^2} \quad (27)$$

열방어 시스템 패널은 식 (28)~(29)와 같이 균일 온도 분포와 다항 온도 분포의 열 하중을 받는다.

$$T(z) = T \quad (28)$$

$$T(z) = \sum_{l=0}^n \beta_l z^l \quad (29)$$

열방어 시스템 패널이 식 (28)~(29)와 같이 두 가지 온도 분포를 받을 때, 열 하중에 의한 면내힘을 식 (16)으로부터 식 (30)~(31)과 같이 정리할 수 있다.

$$N_T = \int_A Q_{ij}^{[k]} \alpha_k T(z) dz = T \int_A Q_{ij}^{[k]} \alpha_k dz \quad (30)$$

$$N_T = \int_A Q_{ij}^{[k]} \alpha_k T(z) dz = \int_A Q_{ij}^{[k]} \alpha_k \left(\sum_{l=0}^4 \beta_l z^l \right) dz \quad (31)$$

균일 온도 분포에 대해서는 면내 힘이 온도 상수의 항으로 정리될 수 있으므로 이를 식 (25)와 연립하여 정리하면 식 (32)와 같이 임계 좌굴 온도를 구할 수 있다.

$$\Delta T_{cr} = \frac{\left[D_{11} \left(\frac{n\pi}{L_a} \right)^4 + (2D_{12} + 4D_{66}) \left(\frac{n\pi}{L_a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^4 \right]}{\int_{-h/2}^{+h/2} Q_{ij}^{[k]} \alpha_k dz \left[\left(\frac{n\pi}{L_a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^2 \right]} \quad (32)$$

다항 온도 분포 하중에 대해서는 면내힘을 온도의 항으로 정리할 수 없다. 따라서 식 (26)에 식 (27), (31)을 대입하여 임계 열 좌굴에 대한 고유치로 정리할 수 있다. 이는 식 (33)과 같다.

$$\lambda_{cr} = \frac{\left[D_{11} \left(\frac{n\pi}{L_a} \right)^4 + (2D_{12} + 4D_{66}) \left(\frac{n\pi}{L_a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^4 \right]}{\int_{-h/2}^{+h/2} Q_{ij}^{[k]} \alpha_k T(z) dz \left[\left(\frac{n\pi}{L_a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_b} \right)^2 \right]} \quad (33)$$

4.5 네 모서리에서 고정지지 경계조건일 때의 열 좌굴 특성

네 모서리에서 고정지지 경계조건일 때의 열 좌굴 특성은 고정지지 경계조건을 만족하도록 하는 형상함수의 식 (20)을 대입하고, 적분하여 식 (34)와 같이 정리하였다.

$$N_{Tcr} = \frac{\left[3D_{11} \left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^4 + (2D_{12} + 4D_{66}) \left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^2 \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^2 + 3D_{22} \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^4 \right]}{3 \left[\left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^2 + \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^2 \right]} \quad (34)$$

열방어 시스템 패널이 식 (28)과 같이 전체적으로 균일한 온도 분포를 받을 때, 식 (30)과 식 (34)를 연

립하여 식 (35)와 같이 고정지지 경계조건에서 임계 좌굴 온도를 구하였다.

$$\Delta T_{cr} = \frac{\left[3D_{11} \left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^4 + (2D_{12} + 4D_{66}) \left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^2 \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^2 + 3D_{22} \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^4 \right]}{3 \int_{-h/2}^{+h/2} Q_{ij}^{[k]} \alpha_k dz \left[\left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^2 + \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^2 \right]} \quad (35)$$

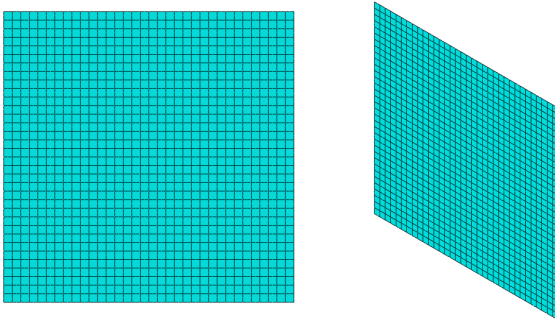
또한 열방어 시스템 패널이 식 (31)과 같은 다항 온도 분포의 열 하중을 받을 때 고유치는 식 (26)에 식 (34), (31)을 대입하여서 다음 식 (36)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_{cr} = \frac{\left[3D_{11} \left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^4 + (2D_{12} + 4D_{66}) \left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^2 \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^2 + 3D_{22} \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^4 \right]}{3 \int_{-h/2}^{+h/2} Q_{ij}^{[k]} \alpha_k T(z) dz \left[\left(\frac{2n\pi}{L_a} \right)^2 + \left(\frac{2n\pi}{L_b} \right)^2 \right]} \quad (36)$$

5. 유한요소해석을 통한 열 좌굴 모델 검증

5.1 열방어 시스템 패널의 유한요소 모델링

본 논문에서 제시한 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성에 대한 근사 기법을 검증하기 위해 유한요소법을 이용하여 임계 좌굴 온도 해석 결과와 비교하였다. 균일 온도 분포를 받을 때 열방어 시스템 패널 평판 모델의 유한요소 모델링 및 해석은 상용 해석프로그램 ABAQUS를 사용하였으며, 형상은 Fig. 4와 같다. 1차 쉘 요소(S4R)를 사용하여 모델링 하였고, 네 모서리에서 단순지지 및 고정지지 경계조건 모두에 대해 해석을 수행하였다. 이 때 열 하중은 Predefined fields에서 정의하였다. 하지만 쉘 요소는 두께방향 온도구배를 정의할 수 없는 한계를 가지고 있기 때문에 다항 온도 분포를 받는 모델에 대해서는 검증의 한계가 있었다. 인코넬 및 티타늄 평판의 두께가 1mm이고, 단열재의 두께가 1~5mm인 모델에 대해 해석을 수행하였다. 유한요소 모델의 체원과 열 및 기계적 물성은 Tables 1~4와 같다.



(a) Top view (b) ISO view
Fig. 4 2D finite element model of TPS panel

Table 1 Specification of TPS panel

Description	Value	Unit
Length of TPS panel(L_a)	170	[mm]
Width of TPS panel(L_b)	170	[mm]
t_{in}^* , t_{ti}^{**}	1	[mm]
Thickness of Saffil insulation(t_{sa})	1 ~ 5	[mm]

*Thickness of Inconel625 Plate **Ti-6Al-4V Plate

Table 2 Material properties of Inconel625

Description	Value	Unit
Modulus of elasticity(E)	2.05×10^5	[MPa]
Poisson's ratio(ν)	0.308	-
Thermal expansion(α)	13×10^{-6}	[/ $^{\circ}\text{C}$]
Thermal conductivity	10	[mm·ton/ s^3C]
Specific heat	4.1×10^8	[$\text{mm}^2/\text{s}^2\text{C}$]
Density	8.45×10^{-9}	[ton/ mm^3]

Table 3 Material properties of Saffil alumina

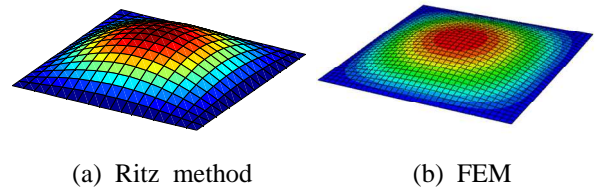
Description	Value	Unit
Modulus of elasticity(E)	2×10^4	[MPa]
Poisson's ratio(ν)	0.01	-
Thermal expansion(α)	8×10^{-6}	[/ $^{\circ}\text{C}$]
Thermal conductivity	0.062	[mm·ton/ s^3C]
Specific heat	4×10^8	[$\text{mm}^2/\text{s}^2\text{C}$]
Density	9.6×10^{-11}	[ton/ mm^3]

Table 4 Material properties of Ti-4Al-6V

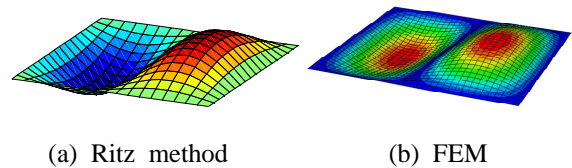
Description	Value	Unit
Modulus of elasticity(E)	1.14×10^5	[MPa]
Poisson's ratio(ν)	0.31	-
Thermal expansion(α)	9.4×10^{-6}	[/ $^{\circ}\text{C}$]
Thermal conductivity	12	[mm·ton/ s^3C]
Specific heat	6.48×10^8	[$\text{mm}^2/\text{s}^2\text{C}$]
Density	4.42×10^{-9}	[ton/ mm^3]

5.2 열방어 시스템 패널의 모드해석을 통한 검증

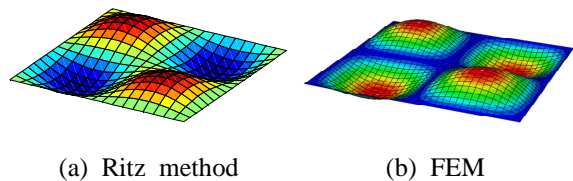
본 논문에서 제시한 근사모델의 전반적인 타당성을 검증하기 위해 열방어 시스템 패널의 모드해석을 수행하였다. 각 층의 두께가 1mm인 균일 분포 하중을 받는 모델에 대해 모드 해석을 수행하였다. Tables 5~6은 각각 경계조건에 따른 모드 해석 결과이다. 또한 Figs. 5~7은 단순지지 경계조건일 때의 1~3차 모드형상, Figs. 8~10은 고정지지 경계조건일 때의 1~3차 모드형상을 나타내었다.



(a) Ritz method (b) FEM
Fig. 5 1st mode shape of TPS panel for 4S BC



(a) Ritz method (b) FEM
Fig. 6 2nd mode shape of TPS panel for 4S BC



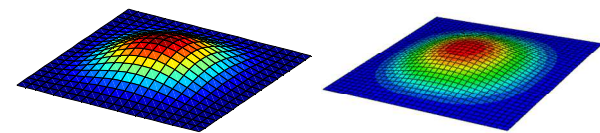
(a) Ritz method (b) FEM
Fig. 7 3rd mode shape of TPS panel for 4S BC

Table 5 Results of the modal analysis using the present method and finite element method for 4S BC

		Eigenvalue	Difference[%]
1 st mode	Present method	42.766	2.25
	FEM	41.821	
2 nd mode	Present method	97.292	6.93
	FEM	104.54	
3 rd mode	Present method	155.66	4.73
	FEM	163.41	

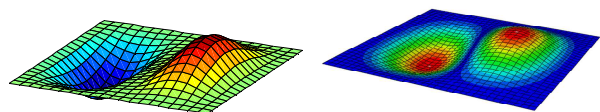
Table 6 Results of the modal analysis using the present method and finite element method for 4C BC

		Eigenvalue	Difference[%]
1 st mode	Present method	114.042	1.18
	FEM	112.71	
2 nd mode	Present method	181.11	4.07
	FEM	188.81	
3 rd mode	Present method	233.50	6.81
	FEM	250.57	



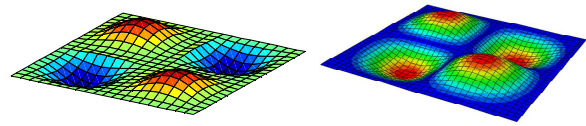
(a) Ritz method (b) FEM

Fig. 8 1st mode shape of TPS panel for 4C BC



(a) Ritz method (b) FEM

Fig. 9 2nd mode shape of TPS panel for 4C BC



(a) Ritz method (b) FEM

Fig. 10 3rd mode shape of TPS panel for 4C BC

5.3 열 좌굴 특성에 대한 근사적 모델과 유한요소 모델 비교를 통한 검증

본 논문에서 제시한 근사모델과 유한요소법의 두 가지 방법으로 균일 온도 분포를 받을 때 열방어 시스템 패널의 두께가 변함에 따라 열 좌굴 해석을 수행하고, 임계 좌굴 온도를 구하였다. 해석 결과는 Tables 7~8, Figs. 11~12에 나타내었다.

Tables 7~8과 Figs. 11~12를 보면 제시된 근사모델로 계산된 좌굴 하중은 열방어 시스템 패널의 두께가 증가함에 따라 유한요소해석 결과와 비교하였을 때 정확도가 낮아지는 것을 확인할 수 있었다. 균일 온도 분포를 받는 열방어 시스템 패널은 단순지지 경계 조건일 때 97%, 고정지지 경계 조건일 때 96% 이상의 정확도를 갖는 것을 확인하였다. 열방어 시스템 패널에는 초내열합금과 비교하여 상대적으로 작은 강성을 갖는 단열재 층이 존재하기 때문에 단열재 층의 두께가 증가할수록 큰 차이가 존재하는 것으로 확인되었다.

Table 7 Comparison of Ritz method and finite element method's results for 4S BC

Thickness of Saffil insulation [mm]	Ritz method [°C]	FEM [°C]	Error [%]
1	42.766	41.821	2.25
2	91.086	88.764	2.61
3	158.06	153.86	2.73
4	221.51	220.87	0.29
5	346.94	337.82	2.70

Table 8 Comparison of Ritz method and finite element method's results for 4C BC

Thickness of Saffil insulation [mm]	Ritz method [°C]	FEM [°C]	Error [%]
1	114.042	112.71	1.18
2	242.895	238.66	1.77
3	421.495	411.51	2.42
4	590.715	587.10	0.61
5	925.167	890.23	3.92

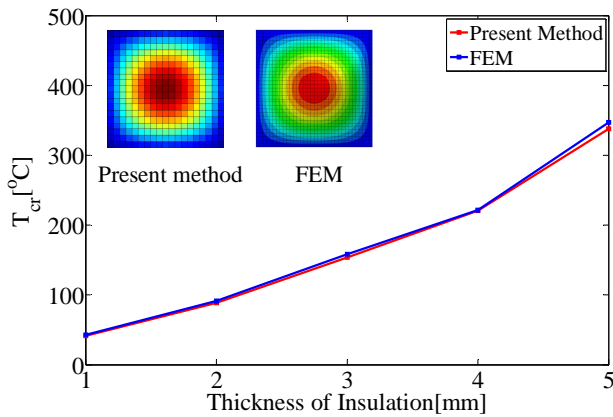


Fig. 11 Critical buckling temperature under uniform temperature distribution for 4S BC

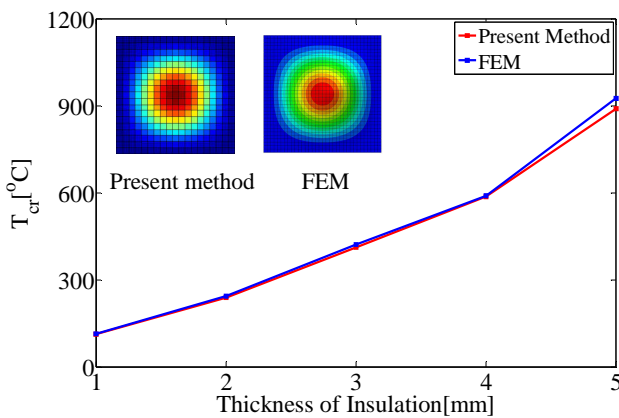


Fig. 12 Critical buckling temperature under uniform temperature distribution for 4C BC

6. 매개변수 분석

본 논문에서 정의한 열 좌굴 특성에 대한 근사적 모델을 바탕으로 매개변수 분석을 수행하였다. 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성에 대한 주요 변수는 각 평판 및 단열재의 두께이다. 본 논문에서는 인코넬 평판과 티타늄 평판의 두께가 동일하다고 가정하였으며 인코넬, 티타늄 평판의 두께 및 단열재 두께 변화에 따른 열 좌굴 특성 변화 및 온도 변화를 분석하였다. 앞서 연구한 균일 온도 분포, 다항 온도 분포의 두 가지 열 하중 경우 중에서 열방어 시스템 패널이 실제로 운용 중에 노출되는 하중은 다항 온도 분포의 열 하중 경우이다. 따라서 다항 온도 분포의 하중을 받을 때, 열방어 시스템 패널의 각 부재의 두께 변화에 따른 매개변수 분석을 수행하였다. 경계조건은 네모서리에서 단순지지 및 고정지지 경계조건에 대해 모두 고려되었으며, 초고속 비행체 비행 시 공력가열에 의해 열방어 시스템 패널 표면은 최대 800°C까지 가열된다. 이러한 하중 조건에서 좌굴을 발생하지 않도록 하는 평판의 두께를 고려하였다. 초내열합금 평판의 두께는 1~3mm까지 고려하였고, 단열재의 두께를 1mm에서 임계 좌굴 온도가 발생할 때 까지 증가시켰다. 매개변수 분석 결과는 Figs. 13~14, Tables 9~10과 같다. 단순지지 경계조건 하에서 전반적으로 임계 좌굴 온도가 낮았기 때문에 단열재 두께를 1~10mm까지 고려하였으며, 고정지지 경계조건에 대해서는 단열재의 두께를 1~5mm 까지 고려하였다.

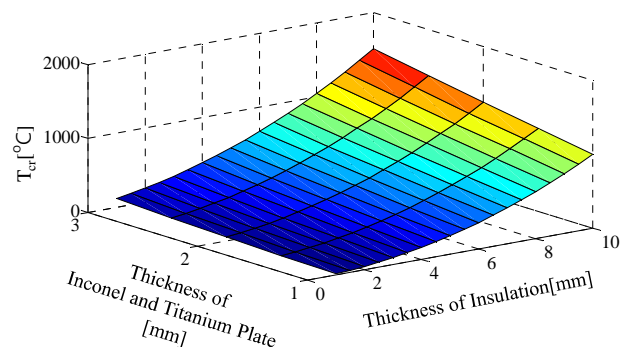


Fig. 13 T_{cr} according to the thickness of each layer for 4S BC

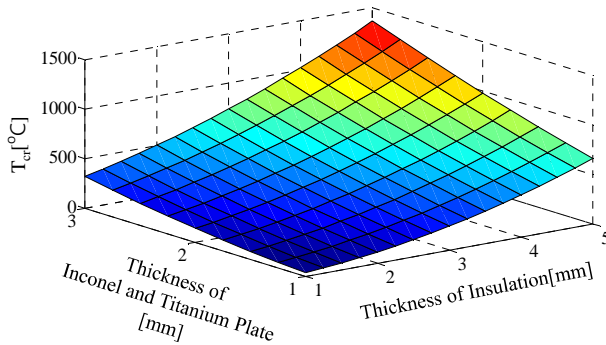


Fig. 14 T_{cr} according to the thickness of each layer for 4C BC

Table 9 Results of parametric analysis for 4S BC

Description	Value	Unit
Thickness of Inconel(t_{in})	1	mm
Thickness of Titanium(t_{ti})	1	mm
Thickness of Insulation(t_{sa})	9.2	mm
Total thickness	11.2	mm
Buckling Temperature(T_{cr})	825.73	°C
Weight	397.72	g

Table 10 Results of parametric analysis for 4C BC

Description	Value	Unit
Thickness of Inconel(t_{in})	1	mm
Thickness of Titanium(t_{ti})	1	mm
Thickness of Insulation(t_{sa})	5.6	mm
Total thickness	7.6	mm
Buckling Temperature(T_{cr})	825.73	°C
Weight	387.73	g

매개변수 분석 결과 단순지지 경계조건에서 열방어 시스템 패널의 표면이 800°C까지 가열되었을 때, 열 좌굴이 발생하지 않도록 하는 열방어 시스템 패널의 총 두께는 11.2 mm이고, 이때의 무게는 397.72g이었다. 또한 고정지지 경계조건에서 열 좌굴이 발생하지 않도록 하는 열방어 시스템 패널의 총 두께는 7.6mm 이고, 이때의 무게를 387.73g으로 구할 수 있었다. 매

개변수 분석 결과는 설계 요구조건을 충족하면서 무게를 최소화 하도록 수행되었기 때문에 초내열합금의 두께 1mm가 되고, 단열재의 두께를 조정하는 방향으로 설계가 수행되었다.

7. 결 론

본 논문에서는 고온 하중을 받는 초고속 비행체 열방어 시스템 패널의 열 구조적 건전성을 확보하기 위해 열전달 특성에 대한 해석적 모델 및 열 좌굴 특성에 대한 근사적 모델을 정의하였다. 초고속 비행체의 고온 하중 조건을 고려하여, 유한차분법을 통해 열전달 특성을 분석하여 절점별 온도를 구하였다. 이를 열 좌굴 특성 분석에 활용하기 위해 회귀분석을 통하여 온도 구배를 다항 함수 형태로 정의하였다. 또한 리츠 법을 이용하여 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성에 대한 근사기법을 정의하였다. 네 모서리에서 단순지지 및 고정지지 경계조건에 대해 열 좌굴을 분석하였으며, 하중 조건에 따라 균일한 온도 분포 및 비선형 온도 분포 하에서 열 좌굴 특성을 분석하였다. 정의된 열 좌굴 특성에 대한 근사기법은 열방어 시스템 패널의 유한요소 해석 결과와 비교하여 95% 이상의 정확도를 가지는 것으로 확인되었다. 또한 이를 바탕으로 열방어 시스템 패널의 열 좌굴 특성에 대해 매개변수 분석을 수행함으로써 설계 요구조건을 충족하는 열방어 시스템 패널의 설계 변수를 도출하였다.

후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 한국과학기술원 초고속비행체특화센터에서 수행되었습니다.

References

- [1] M. L. Blosser, "Development of Advanced Metallic Thermal-Protection-System Prototype Hardware," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 41, No. 2, March-April, 2004, pp. 183-194.

- [2] W. L. Ko, "Mechanical and Thermal Buckling Analysis of Rectangular Sandwich Panels Under Different Edge Conditions," NASA TM-4585, 1994.
- [3] W. L. Ko, "Thermal Buckling Analysis of Rectangular Panels Subjected to Humped Temperature Profile Heating," NASA/TP-2004-212041, 2004.
- [4] J. F. Rakow, "Thermal Buckling of Metal Foam Sandwich Panels for Convective Thermal Protection Systems," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 42, No. 5, September–October, 2005, pp. 832-844.
- [5] J. P. Holman, *Heat Transfer*, McGraw-Hill, Inc., 1981.
- [6] C. C. Poteet, "Preliminary Thermal-Mechanical Sizing of a Metallic Thermal Protection System," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 41, No. 2, 2004, pp. 173-182.
- [7] N. R. Draper and H. Smith, *Applied Regression Analysis*, 3rd Ed., John Wiley.