지구물리와 물리탐사 Geophysics and Geophysical Exploration
Vol. 22, No. 1, 2019, p. 12~20 https://doi.org/10.7582/GGE.2019.22.1.012

ISSN 1229-1064 (Print)
ISSN 2384-051X (Online)

Embedded Boundary Method를 이용한 불규칙한 지형에서의 감쇠 파동장 기반 초동주시 계산

황성철 · 이강훈 · 편석준 *

인하대학교 에너지자원공학과

Damped Wave Equation-based Traveltime Calculation using Embedded Boundary Method for Irregular Topography

Seongcheol Hwang, Ganghoon Lee, and Sukjoon Pyun*

Department of Energy Resources Engineering, Inha University

요 약: 감쇠 파동장 기반 초동주시 계산은 기존 파선추적법의 단점을 보완하는 초동주시 계산기법이다. 이 기법은 주파수 영역 감쇠 파동장을 구해야 하기 때문에 수치 모델링이 필수적이다. 하지만 육상 탄성파 탐사 자료를 모사할 경우 불규칙한 지형을 고려해야 하기 때문에 계산 효율이 좋은 유한 차분법을 적용하기 어렵다. 불규칙한 지형을 정확하게 모사하기 위해 유한 요소법을 사용할 경우 계산량이 크게 증가한다는 단점이 있다. 이 논문에서는 이러한 문제점을 극복하기 위하여 embedded boundary method (EBM)를 유한 차분법에 적용하여 불규칙한 지형에서 초동주시를 계산하였다. 제안한 초동주시 계산기법의 정확도와 효율성을 확인하기 위하여 유한 요소법과 비교하였다. 수치 실험 결과 EBM을 적용한 초동주시 계산기법이 유한 요소법을 이용한 방법과 대등한 정확성을 보였고, 계산 효율은 더 향상되는 것을 확인할 수 있었다.

주요어: 감쇠 파동장, 초동주시, Embedded boundary method, 유한 차분법, 불규칙한 지형

Abstract: The first-arrival traveltime calculation method based on the damped wave equation overcomes the shortcomings of ray-tracing methods. Since this algorithm needs to solve the damped wave equation, numerical modeling is essential. However, it is not desirable to use the finite-difference method (FDM), which has good computational efficiency, for simulating the land seismic data because of irregular topography. Thus, the finite-element method (FEM) which requires higher computational cost than FDM has been used to correctly describe the irregular topography. In this study, we computed first-arrival traveltimes in an irregular topographic model using FDM incorporating embedded boundary method (EBM) to overcome this problem. To verify the accuracy and efficiency of the proposed algorithm, we compared our results with those of FEM. As a result, the proposed method using EBM not only provided the same accuracy as the FEM but also showed the improved computational efficiency.

Keywords: damped wave equation, first-arrival traveltime, embedded boundary method, finite-difference method, irregular topography

서 론

탄성파 주시 계산은 합성 탄성파 자료 모델링이나 참반사 보정(migration), 토모그래피(tomography) 등 다양한 자료처리 과정에 필수적인 기술이다. 과거에는 주로 빠른 계산이 가능한 파선추적법(ray-tracing)을 이용하여 주시 계산을 수행하였다. 주시 계산을 위한 파선추적법은 운동 파선 방정식(kinemetic ray equation)을 풀어 주시를 계산하는 방법으로(Cerveny *et al.*, 1977), 발사법(shooting method) (Cerveny *et al.*, 1977)과 굴곡법(bending method) (Julian and Gubbins, 1977; Pereyra *et al.*, 1980) 등이 사용되었다. 이러한 파선추적법의 경우 고주파수 근사로 인해 음영대(shadow zone)가 발생하거나 송수신기 개수가 많을 경우 계산이 비효율적이라는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 아이코날 방정식(Eikonal equation)을 풀이하는 방법이나 파면 구성법(wavefront con-

Received: 11 January 2019; Revised: 13 February 2019;
Accepted: 14 February 2019
*Corresponding author
E-mail: pyunsj@inha.ac.kr
Address: Department of Energy Resources Engineering, Inha University, 100 Inharo, Michuhol-gu, Incheon 22212, Korea
ⓒ2018, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists
This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

struction method) (Vinje *et al.*, 1993) 등이 연구되었다. 아이코날 방정식을 풀이하는 방법은 Vidale (1990)이 제시한 유한차분법으로부터 시작하여 fast marching method (Sethian and Popovici, 1999; Sun and Fomel, 1998; Alkhalifah and Fomel, 2001; Kim, 2002; Zhang and Bording, 2011)로 발전하였다.

최근에는 파선추적법의 문제점을 해결하고 매우 복잡한 속도 구조에서도 정확한 주시와 진폭을 계산할 수 있는 파동 방정식 기반의 주시 계산 기법이 제안되었다(Shin *et al.*, 2002; Shin *et al.*, 2003). 파동 방정식 기반의 주시 계산법은 어떠한 속도 모델에 대해서도 음영대 문제가 없이 안정적이고 정확한 주시 계산이 가능하다는 장점이 있지만, 경우에 따라 파선추적법이나 fast marching method보다 계산 효율이 떨어진다는 단점이 있다. 특히, 육상 탄성파 탐사와 관련된 주시 계산은 지형기복 때문에 비정형 격자를 사용하는 유한 요소법이나 계단 모양의 이산화(staircase discretization)를 적용한 유한 차분법을 주로 사용해 왔다(Li *et al.*, 2010). 그러나 유한 요소법은 계산시간이 상대적으로 많이 필요하며 비정형 격자를 사용함으로써 격자 구조에 의한 가짜 반사파가 발생할 수 있다. 계단 모양 근사를 통한 유한 차분법은 격자 간격이 충분히 작지 않을 경우 자유면 경계에서 인위적인 산란(artificial scattering)이 발생하여 파동장 및 주시가 부정확해질 수 있다.

본 논문에서는 파동 방정식 기반 주시 계산 기법의 이러한 단점을 극복하기 위해 embedded boundary method (EBM)를 적용하여 알고리듬을 개선하고자 한다. EBM은 일정 간격의 사각형 격자망을 이용하는 유한 차분법에서 임의의 곡선 또는 곡면에 정의되는 경계조건을 표현하기 위해 유체역학 등에서 도입된 방법으로(Schwartz *et al.*, 2006; Miller and Trebotich, 2011), 탄성파 모델링 분야에서는 불규칙한 지표를 갖는 속도 모델에서 파동 방정식을 풀기 위해 사용되었다(Kreiss and Petersson, 2006; Li *et al.*, 2010). 최근에는 EBM을 적용한 Laplace-Fourier 영역 3차원 파동 방정식 모델링을 수행한 연구가 발표되었다(AlSalem *et al.*, 2018). Laplace-Fourier 영역 파동 방정식은 복소 각주파수를 사용한 주파수 영역 파동 방정식을 의미하는데, 각주파수의 허수부에 큰 값을 사용하면 감쇠 파동장을 구할 수 있다. 따라서 이 방법을 응용하면 정형화된 일정간격의 사각형 격자를 사용하는 유한 차분법을 이용하여 효율적인 감쇠 파동장 기반의 주시 계산이 가능해진다.

본 논문에서는 EBM을 적용한 유한 차분법을 통해 주파수 영역 파동 방정식을 모델링하고, 이를 통해 얻은 감쇠 파동장으로부터 초동주시를 계산한다. 초동주시 계산의 정확성을 확인하기 위해 경사층 모델과 수평층 모델에서 초동주시를 계산하여 해석해와 비교한다. 또한 불규칙한 지형을 가지는 속도 모델에 EBM을 적용하여 육상 탄성파 자료에 적용 가능한지 확인한다. 제안한 주시 계산 알고리듬의 효율성을 검토하기 위해 비정형 격자를 사용하는 유한 요소법과 비교한다.

이 론

초동주시 계산

본 연구에서는 주파수 영역 파동 방정식을 이용한 초동주시 계산 기법을 사용하였다(Shin *et al.*, 2003; Pyun *et al.*, 2005). 주파수 영역에서 감쇠 파동장은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\tilde{u}(x, z, \omega) = A(x, z, \omega)e^{-\alpha\tau(x,z)}e^{-i\omega_r\tau(x,z)} \tag{1}$$

여기서 $\tilde{u}(x, z, \omega)$는 주파수 영역 파동장, $A(x, z, \omega)$는 진폭, ω_r, α는 각각 복소 각주파수의 실수부와 허수부, τ는 초동주시를 나타내며, 복소 각주파수는 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\omega = \omega_r + i\alpha \tag{2}$$

각주파수의 허수부 α는 감쇠 계수를 나타내며, 이 값에 의해 파동장은 시간 축을 따라 진폭이 감소하는 특성을 보이게 된다. 이러한 감쇠 파동장은 식 (1)과 같이 위상 항에 주시 정보를 가지고 있으며, 이를 추출하여 초동주시를 계산할 수 있다. 식 (1)에 로그를 취한 후 허수부분을 분리하면 다음과 같다.

$$\ln \tilde{u}(x, z, \omega) = \ln A(x, z, \omega) - \alpha\tau(x, z) - i\omega_r\tau(x, z) \tag{3}$$

$$\mathrm{Im}[\ln \tilde{u}(x, z, \omega)] = -\omega_r\tau(x, z) \tag{4}$$

식 (4)로부터 다음과 같이 초동주시를 얻을 수 있다.

$$\tau(x, z) = -\frac{1}{\omega_r}\mathrm{Im}[\ln \tilde{u}(x, z, \omega)] \tag{5}$$

식 (5)와 같이 주파수 영역 파동장으로부터 초동주시를 계산할 경우 두루마리 현상(wrap-around effect)에 의해 잘못된 주시 값이 나올 수 있다. 두루마리 현상을 피하기 위하여 각주파수의 실수부 ω_r은 충분히 작은 값을 사용하여야 하고, 그 크기는 구하고자 하는 모델에서의 최대 주시를 고려하여 결정할 수 있다(Park and Pyun, 2018). 경험적으로 약 0.01 ~ 0.1 사이의 값을 사용하면 대부분의 경우 두루마리 현상을 없앨 수 있다고 알려져 있다(Lee *et al.*, 2017). 각주파수의 허수부인 감쇠계수 α값은 지층 모델의 속도 값과 격자 간격, 그리고 수치해법의 종류에 따라 최적 값이 달라지는데, 일반적으로 분산분석을 통한 경험식에 의해 결정한다(Shin *et al.*, 2003; Pyun *et al.*, 2011).

Embedded boundary method

앞 절에서 설명한 주시 계산을 위해 본 논문에서는 EBM을 이용하여 주파수 영역 파동 방정식을 풀이한다. EBM을 적용한 주파수 영역 유한 차분법 모델링은 Li *et al.* (2010)에 의해 연구된 바 있다. 주파수 영역 음향 파동 방정식은 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다(Pyun and Park, 2016).

$$-\frac{\omega^2}{v^2}P = \nabla^2 P + \tilde{f} \tag{6}$$

여기서 v는 속도, P는 파동장, $\tilde{f}$ 는 송신원을 나타낸다. 식 (6)의 파동 방정식을 풀기 위해 여기서는 분산(dispersion) 특성이 좋은 9점 유한 차분법을 사용하였다(Jo *et al.*, 1996). 식 (6)의 파동 방정식을 9점 유한 차분법을 통해 근사하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\frac{a}{\Delta^2}(P_{i+1,j}+P_{i-1,j}-4P_{i,j}+P_{i,j+1}+P_{i,j-1}) + \\ &\frac{b}{2\Delta^2}(P_{i+1,j+1}+P_{i-1,j+1}-4P_{i,j}+P_{i+1,j-1}+P_{i-1,j-1}) + \\ &\frac{\omega^2}{v^2}[cP_{i,j} + d(P_{i+1,j}+P_{i-1,j}+P_{i,j+1}+P_{i,j-1}) + \\ &e(P_{i+1,j+1}+P_{i-1,j+1}+P_{i+1,j-1}+P_{i-1,j-1})] = 0\end{aligned} \tag{7}$$

여기서 a, b, c, d, e는 차분을 위한 계수로 분산분석을 통하여 얻을 수 있다(Jo *et al.*, 1996).

유한 차분법으로 미분 방정식을 풀 때에는 식 (7)과 같이 인접한 격자점에서의 함수 값을 사용하기 때문에 경계면에서는 이를 보상해줄 경계 조건이 필요하다. 지표면과 같이 자유면 경계조건이 주어지는 경우 지표면과 지표면 위의 격자점은 함수 값을 0으로 고정하여 간단하게 계산한다. 그러나, 이 경우 일정간격의 사각형 격자를 사용한다면 실제 지표면의 형상을 정확하게 모사할 수 없게 된다. 예를 들면, Fig. 1(a)와 같이 지표면이 기복(검은색 실선)이 있음에도 일반적인 유한 차분법에 의한 수치해는 계단 모양(초록색 실선)의 지표면을 가정하게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 유한 차분법에 EBM을 적용하고자 한다.

EBM은 유한 차분 계산에 사용되는 이웃 격자점이 지표면 상부로 벗어날 경우 적절한 값을 할당해서 지표면이 자유면 경계조건을 만족시키도록 강제한다. 이렇게 하면 지표면이 격자점 사이에 위치하더라도 지형을 정확하게 모사할 수 있다. 이 때 계산에 사용되는 지표면 상부의 격자점을 편의상 도깨비 점(ghost point)이라고 한다(Li *et al.*, 2010). 지표면을 Γ라고 할 때, 지표면에서의 자유면 경계 조건은 식 (8)과 같으며 지표면 상의 파동장 값을 0으로 한다.

$$P_\Gamma = 0 \tag{8}$$

식 (8)의 경계 조건을 만족시키기 위한 도깨비 점에서의 파동장 값을 계산하는 방법은 다음과 같다. 도깨비 점에서의 파동장 값은 도깨비 점과 지표면에 수직인 방향에 위치한 내부 격자에서의 파동장 값과 지표면의 자유면 경계조건을 내삽(interpolation) 또는 외삽(extrapolation)하여 계산할 수 있다. 이 때 지표면에 수직인 선과 격자가 만나는 점이 격자점에 정확히 일치하지 않기 때문에 그 주변 값을 내삽하여 사용하였다. Li *et al.* (2010)은 내삽을 통해 계산한 점과 도깨비 점에서 수직인 지표면의 파동장 값 0을 이용하여 외삽을 통해 도깨비 점에서의 파동장 값을 구하였다. 이 때, 내삽과 외삽은 2차 라그랑지 보간법(Lagrangian interpolation)을 사용하여 도깨비 점의 값을 계산하였다. AlSalem *et al.* (2018)은 도깨비 점의 위치에 따라 선형 보간법과 2차 라그랑지 보간법 중 하나를 선택하여 사용하는 혼합법을 제안하였으며, 위의 방법과 다르게 외삽이 아닌 도깨비 점과 대칭인 위치의 파동장 값을 내삽을 통해 구하고, 그 값과 크기는 같고 부호가 다른 값을 도깨비 점에 할당해 주는 방법을 사용하였다.

본 연구에서는 도깨비 점에 할당할 파동장 값을 구하기 위한 방법으로 Li *et al.* (2010)과 같은 방법을 사용하였으며, 보간법은 선형 보간법을 사용하여 도깨비 점의 값을 계산하였다 (Fig. 1(b)). 도깨비 점에서 지표면에 수직으로 내린 선이 지표면에서 만나는 점을 P_{i1}이라고 하고, 이 수선이 지표면 하부의 계산 격자와 처음으로 만나는 점을 P_{i2}라 하자. 이 두 점에서의 파동장 값을 이용하여 도깨비 점에서의 파동장 값을 외삽할 수 있다. 하지만 P_{i2}의 경우 정확히 유한 차분 격자점과 일치하지 않기 때문에 주변 격자점 (P_1, P_2)에서의 파동장을 이

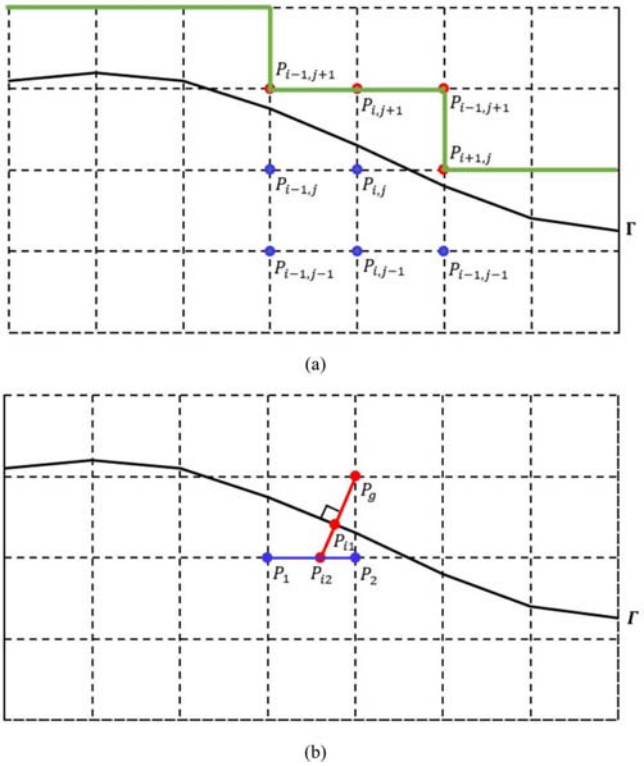

Fig. 1. Grid structures of FDM modeling scheme in irregular topography. (a) An example of Cartesian grid and a difference stencil for 9-point FDM. The black line indicates free surface with irregular topography. The green line indicates the assumed free surface in the standard FDM and the red points indicate the nodal points with free surface conditions. (b) An example of grid points used for EBM. The red line and points are related to extrapolation and the blue line and points are related to interpolation.

용해 내삽하여 구한다. 즉, Fig. 1(a)에서 지표면 밖의 $P_{i,j+1}$점을 예로 들면 Fig. 1(b)와 같이 나타낼 수 있다. 계산 순서는 다음과 같다. 먼저 P_1과 P_2에서의 파동장 값으로 내삽하여 P_{i2}에서의 값을 구한다. 그 다음 P_{i2}와 지표면 위의 점 P_{i1}에서의 값(자유면 경계조건을 만족해야 하므로 0)으로 외삽하여 도깨비 점에서의 값을 구한다. 이 과정을 통해 자유면 경계 조건을 만족시키는 도깨비 점에서의 파동장 값을 구할 수 있으며, 그 값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_g = mn_1P_1 + mn_2P_2 \tag{9}$$

이 때 n_1과 n_2는 각각 P_1과 P_2에서의 파동장을 이용한 내삽에서 결정되는 선형 보간 계수이며, m은 P_{i1}과 P_{i2}에서의 파동장을 이용한 외삽으로 결정되는 선형 보간 계수이다.

이와 같은 방법으로 Fig. 1(a)와 같은 지형에서 식 (7)에 EBM을 적용해 주면 다음과 같은 유한 차분식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
&\frac{a}{\Delta^2}((m_1n_1P_{i-1,j}+m_1n_2P_{i,j}) + P_{i-1,j} - 4P_{i,j} + \\
&(m_2n_3P_{i,j-1}+m_2n_4P_{i+1,j-1}) + P_{i,j-1}) + \\
&\frac{a}{2\Delta^2}((m_3n_5P_{i-2,j}+m_3n_6P_{i-1,j}) + (m_4n_7P_{i-1,j-1}+m_4n_8P_{i,j-1}) \\
&- 4P_{i,j} + P_{i+1,j-1} + P_{i-1,j-1}) + \\
&\frac{\omega^2}{v^2}[cP_{i,j} + d((m_1n_1P_{i-1,j}+m_1n_2P_{i,j}) + P_{i-1,j} + \\
&(m_2n_3P_{i,j-1}+m_2n_4P_{i+1,j-1}) + P_{i,j-1}) + \\
&e((m_3n_5P_{i-2,j}+m_3n_6P_{i-1,j}) + (m_4n_7P_{i-1,j-1}+m_4n_8P_{i,j-1}) + \\
&P_{i+1,j-1} + P_{i-1,j-1})] = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

EBM을 적용해 줄 경우 지표면 근처에서 식 (10)과 같이 주파수 영역 파동 방정식을 유한 차분법을 통해 표현할 수 있으며, 계산 영역 밖의 파동장 값은 필요로 하지 않게 된다. 결국 EBM의 개념을 설명하기 위해서는 도깨비 점이 필요하지만, 실제 계산할 때에는 도깨비 점이 사용되지 않기 때문에 이름을 도깨비 점이라고 붙인 것은 매우 타당하다고 볼 수 있다. 식 (10)에서 알 수 있듯이 EBM을 이용한 주파수 영역 파동 방정식 모델링은 보통의 주파수 영역 유한 차분법에서 계수 행렬을 변형시켜 줌으로써 손쉽게 수행할 수 있다. 또한, EBM을 구현하는 내삽 또는 외삽 계수는 동일한 지형 모델에서는 한번만 계산하면 계속 사용할 수 있기 때문에 많은 개수의 송신원과 반복 계산이 필요한 초동주시 역산에서도 효율적인 모델링 기법이 된다.

수치 예제

주파수 영역 EBM 적용 모델링

EBM을 적용한 9점 유한 차분법을 이용해 주파수 영역 파동 방정식 모델링을 수행하고 유한 요소법을 이용한 모델링 결과와 비교하였다. 수치 실험은 격자간격 15 m의 복잡한 지형을 가진 4,000 m/s의 등속도 모델을 사용하였다. 송신원은 수평거리 7.5 km 위치에서 지하 750 m 깊이에 있다고 가정하였다. 모델링 결과를 확인하기 위해 시간 0.04 초, 0.28 초, 0.52 초, 0.76 초 일 때 파동장을 도시하였다(Fig. 2(a) ~ (d)). 동일한 조건으로 동일한 모델에 대해 비정형 격자를 가진 유한 요소법(Park and Pyun, 2018)으로 모델링을 수행하였다(Fig. 2(e) ~ (h)). 또한 각 모델링 기법의 정확한 비교를 위하여 송신원 깊이에서 수평 방향으로 파동장을 추출해 도시하였다(Fig. 2(i) ~ (l)). 파동장은 원활한 비교를 위하여 진폭을 정규화해 표현하였고 전체 수평 거리 중 4 ~ 11 km 만을 도시하였다. 유한 요소법은 삼각형 요소를 사용하여 지표면을 거의 정확하게 표현할 수 있다고 가정하였다. 시간에 따른 초동 이벤트의 파면 전파 양상을 비교해 보면, EBM을 이용한 모델링 결과가 지형 기복을 정확하게 모사하는 유한 요소법과 동일한 결과를 준다는 것을 확인할 수 있다. 자세한 비교를 위해 송신원 위치에서 추출한 파동장을 살펴 보면(Fig. 2(i) ~ (l)), EBM과 유한 요소법 모두 동일한 위상을 가지는 초동 이벤트를 모사한다는 것을 확인할 수 있다. 비정형 격자를 사용하는 유한 요소법에서는 기생 모드(parasitic mode)에 의한 가짜 내부 반사파 잡음이 발생하는 것을 관찰할 수 있다. 이 문제를 해결하기 위해서는 불연속 Galerkin 유한 요소법(Zhang and Tan, 2015)이나 스펙트럴 요소법(Komatitsch *et al.*, 2001)을 사용해야 하지만 이러한 방법들은 훨씬 많은 계산량을 필요로 한다. 유한 요소법 결과와 달리 EBM을 이용한 유한 차분법은 격자 구조에 의한 내부 반사파 잡음이 발생하지 않는 것을 알 수 있다.

경사층 모델 주시 계산

불규칙 지표 모델에 대한 주시 계산 정확성을 확인해보기 위하여 간단한 경사층 모델에서 계산한 초동주시와 해석적으로 구한 주시를 비교해 보았다. 사용한 모델은 Fig. 3과 같이 지표면이 경사진 4,500 m/s의 등속도 모델을 사용하였다. 격자간격은 15 m이며 모델 크기는 6 km × 3 km이다. 지표면 경사는 16.7°로 일정간격의 사각형 격자에서 잘 묘사하지 못하는 형태로 설정해 주었다(Fig. 3). Fig. 4는 EBM을 이용한 방법과 해석적으로 구한 주시를 함께 나타낸 그림이다. 해석적인 주시는 송신원과 측정 지점 사이의 직선 거리를 속도로 나누는 단순한 파선 추적법으로 계산하였다. 지표면에서 반사된 파의 영향과 주시 계산 방식의 차이에 의해 약간의 주시 오차가 발생한다. 하지만 오차는 크지 않으며, 위치에 관계없이 일정한 수준으로 차이가 나는 것을 확인할 수 있다. 이 차이는 이론적인 초동주시와 감쇠 파동장을 이용하여 계산한 초동주시의 차이로 볼 수 있다.

다음으로 지표면 중앙 지하 4.5 m에 송신원이 있는 경우 지

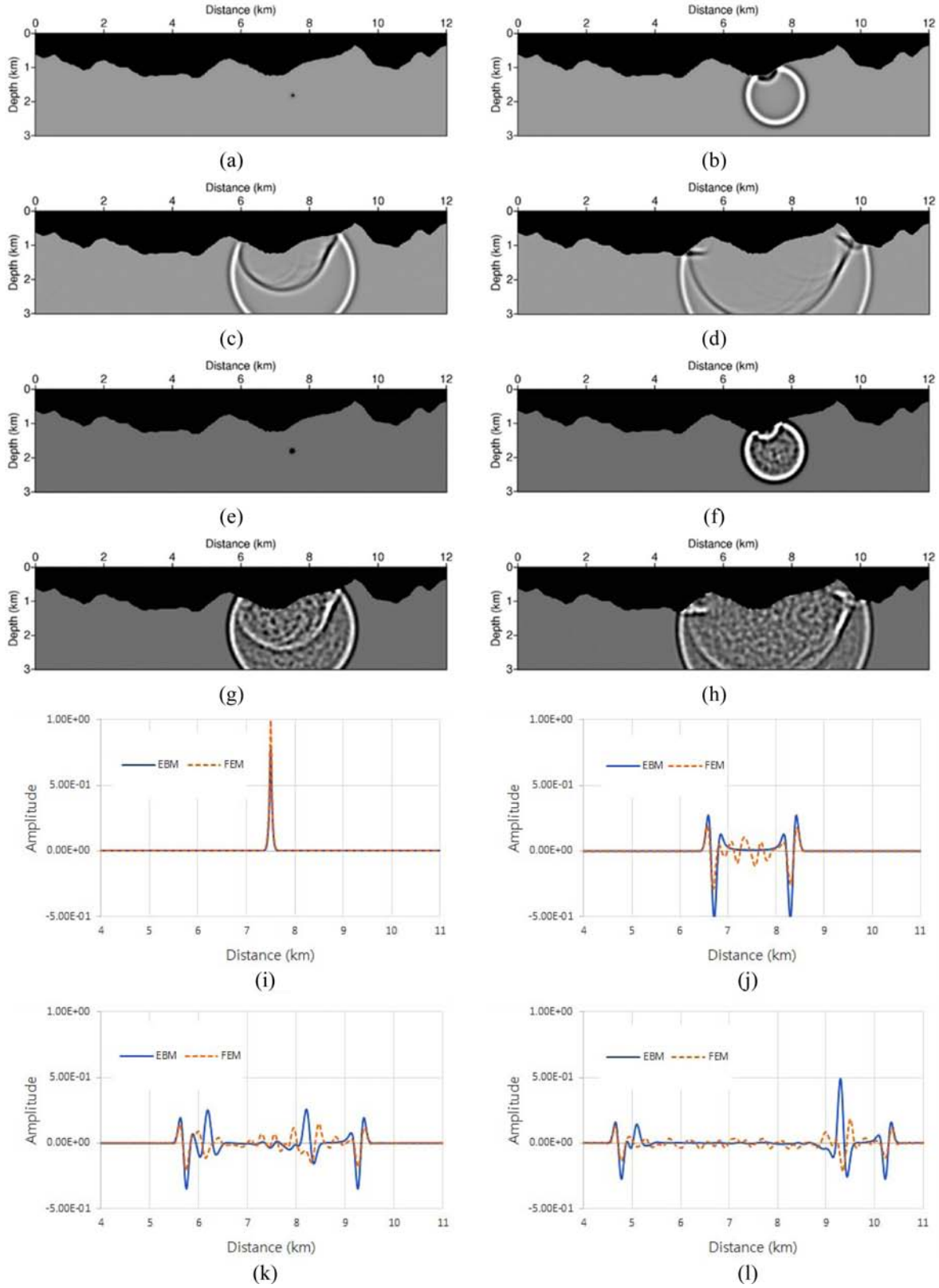

Fig. 2. Modeling results using 9-point FDM and FEM in a homogeneous velocity model with irregular topography. (a)-(d): Snapshots of FDM at 0.04 s, 0.28 s, 0.52 s and 0.76 s, respectively. (e)-(f): Snapshots of FEM at 0.04 s, 0.28 s, 0.52 s and 0.76 s, respectively. (i)-(l): Wavefields extracted from the snapshots along the horizontal line at the depth of source location (0.04 s, 0.28 s, 0.52 s and 0.76 s, respectively). The blue solid lines indicate FDM results and the orange dashed lines indicate FEM results.

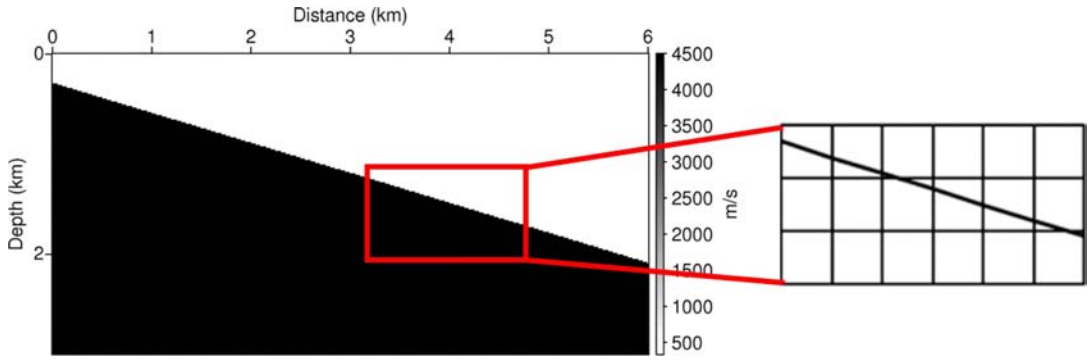

Fig. 3. Homogeneous velocity model having a tilted flat surface (16.7°). The red box indicates enlarged grid structure for FDM.

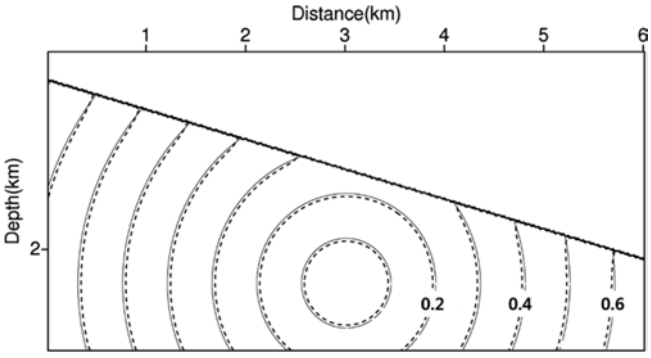

Fig. 4. Calculated traveltimes in the velocity model shown in Fig. 3: The dashed contour lines indicate the traveltimes calculated by EBM and the solid contour lines indicate the analytical traveltimes.

표면에서 측정한 초동주시를 비교해 보았다. 정확도 비교를 위해 해석해와 EBM을 이용한 주시, 그리고 지표면 계단모양 근사를 통한 유한차분법을 이용하여 얻은 주시를 비교하였다. 지표면에서의 초동주시는 Fig. 5(a)와 같으며, 계산한 초동주시와 해석적으로 구한 주시의 차이를 그래프로 그리면 Fig. 5(b), (c)와 같은 결과를 얻을 수 있다. EBM을 통한 주시 계산 결과의 경우 해석해와 계산한 초동주시가 평균적으로 5 ~ 5.5 ms 정도의 차이를 보인다(Fig. 5(b)). EBM을 적용한 초동주시 계산 기법이 낮은 주파수 대역의 감쇠 파동장을 이용한 것임에 비해, 해석적인 주시는 간단한 파선 추적법을 통해 계산하기 때문에 위와 같은 오차가 발생한다. 상속도 모델에서 직선으로 이동한 거리를 속도로 나누어 계산하는 해석적인 주시 계산은 개념적으로 점근 파동 이론(Asymptotic wave theory)에 따라 고주파수 해(high frequency solution)를 가정한 도달 주시 계산을 의미한다. 지표면 계단 근사를 통한 주시 계산 결과의 경우 5 ~ 6 ms 정도의 오차를 보였지만(Fig. 5(c)), 격자 모서리 부근에서 오차가 커지는 것을 확인할 수 있다. 이는 계단 근사를 통한 모델링의 문제점을 나타내며, 격자 크기가 커질 경우 이 오차가 점점 더 커질 것으로 생각된다.

유한 요소법과의 비교

다음으로 EBM을 적용하여 얻은 초동주시와 유한 요소법을

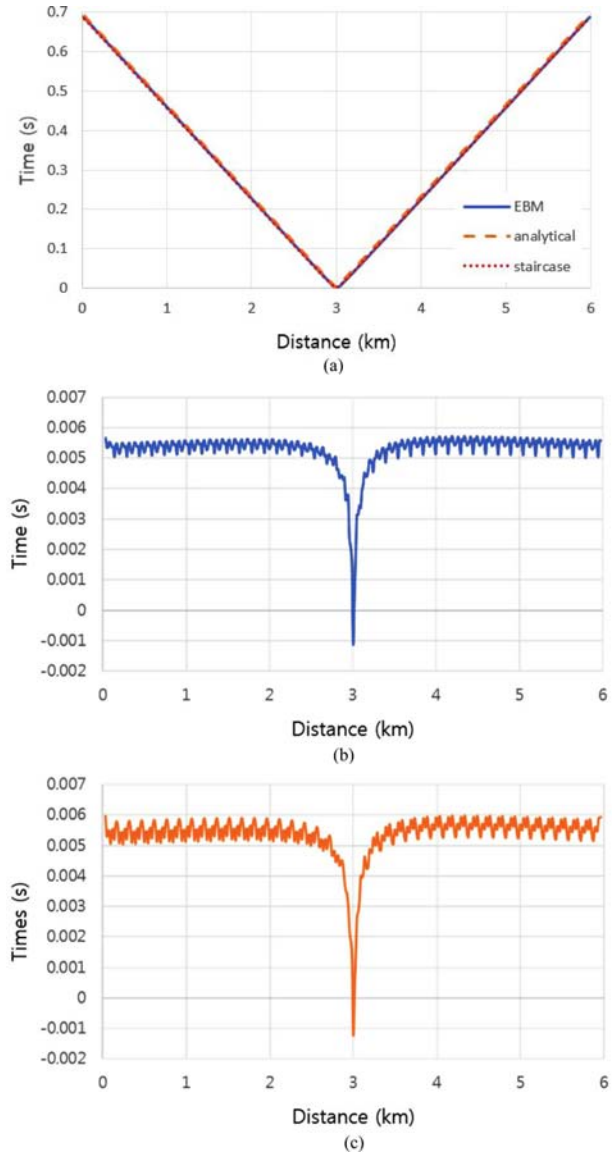

Fig. 5. (a) Comparison of traveltime curves. The blue solid line indicates the traveltime curve computed by EBM, the red dotted line indicates staircase discretization and the orange dashed line is the analytical solution. (b) Traveltime residuals between analytical solutions and EBM results. (c) Traveltime residuals between analytical solutions and staircase discretization results.

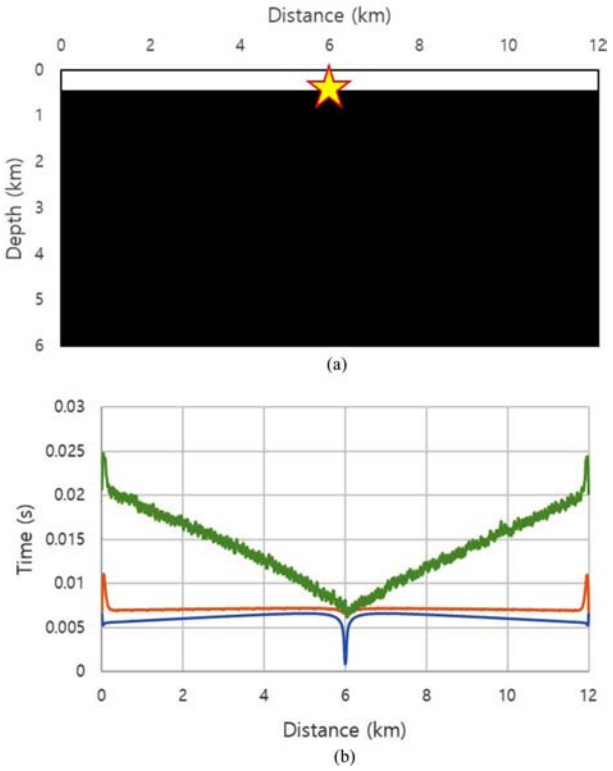

Fig. 6. Comparison of the traveltimes calculated by EBM and FEMs with structured and unstructured meshes. (a) Homogeneous velocity model with a flat surface. Yellow star indicates the shot location. The p-wave velocity is 4000 m/s. (b) Traveltime error curves between analytical solution and respective numerical results. The blue, orange and green lines indicate the traveltime errors for EBM, FEM with structured mesh, and FEM with unstructured mesh, respectively.

통해 얻은 초동주시를 비교해 보았다. 지표면이 수평한 등속도 모델을 사용하였으며(Fig. 6(a)), EBM을 적용하여 계산한 초동주시와 비정형 격자를 사용한 유한요소법, 정형 격자를 사용한 유한요소법으로 계산한 초동주시를 비교해 보았다. 지층 모델의 탄성파 속도는 4,000 m/s이고, 15 m 격자 간격을 사용하여 모델링 하였다. 송신원은 모델 중앙 지표면에서 15 m 깊이에 위치한다고 가정하고 수신기는 지표면 전체에 15 m 간격으로 배열하였다. EBM을 사용한 경우에는 지표면 위치가 사각형 격자점과 어긋나게 설정해 주어 EBM의 효과를 확인하고자 했다. 각각의 방법을 통해 초동주시를 계산한 뒤 해석해와의 차이를 구해보면 Fig. 6(b)와 같다. EBM을 사용한 경우나 정형 격자를 사용한 유한요소법의 경우에는 해석해와 큰 차이가 없는 것을 알 수 있다. 하지만 비정형 격자를 사용하는 유한요소법의 경우 송신원과 수신기의 거리가 멀어질수록 오차가 커지는 것을 알 수 있다. 이 결과를 통해 EBM을 사용한 주시 계산이 해석해에 가장 가까운 주시를 계산한다는 것을 확인하였다.

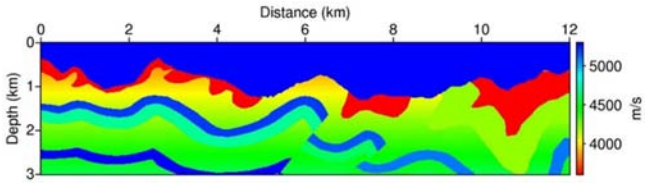

Fig. 7. Modified 2D Canadian Foothills velocity model. The actual velocity of the air layer is 330 m/s, but it is represented as blue color (complementary color for red or orange) to clearly distinguish the free surface boundary.

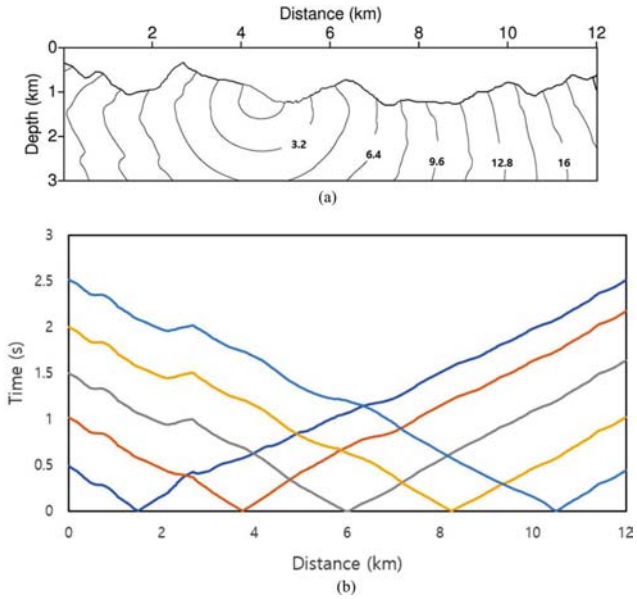

Fig. 8. Results of traveltime calculation using the 2D Canadian Foothills velocity model shown in Fig. 7: (a) Contour map of traveltimes calculated by EBM. (b) Traveltime curves calculated with various source locations (1.5 km, 3.75 km, 6 km, 8.25 km and 10.5 km).

복잡한 지형을 가진 모델에서의 초동주시 계산

EBM을 적용한 초동주시 계산기법이 복잡한 지형을 가진 모델에서 제대로 작동하는지 확인해 보기 위해 2D Canadian Foothills 모델을 사용하였다(Gray and Marfurt, 1995). 원래의 모델은 매우 크고 속도 변화가 심하기 때문에 실험을 위해 속도 모델의 일부를 추출하여 수정한 후 사용하였다(Fig. 7). 속도 모델의 크기는 수평 거리 12 km, 깊이 3 km이고, 속도는 최소 3,600 m/s에서 최대 5,600 m/s 사이에 분포한다. 수평 위치 4.5 km의 지표면 아래 0.75 m 깊이에 송신원을 위치시키고 초동주시를 구하면 Fig. 8(a)와 같은 결과를 얻을 수 있다. 해석해를 구할 수 없기 때문에 정량화 하기는 어렵지만 EBM을 적용한 초동주시 계산방법이 불규칙 지표를 가지는 복잡한 지층 모델에 대해서도 잘 작동하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 8(b)는 다양한 수평 위치에서 지표면 아래 0.75 m 깊이에 송신원을 가정하고 계산한 초동주시를 도시한 그래프이다. 모델의 다른 지점에 송신원이 위치할 때에도 문제없이 초동주시를

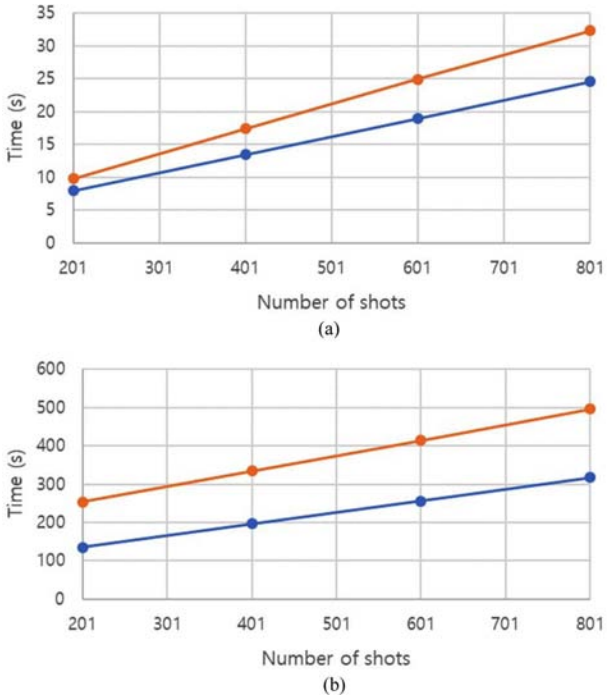

Fig. 9. Comparison of computational time between EBM (blue) and FEM with unstructured mesh (orange). The graphs show the elapsed times when the grid spacing are (a) 15 m and (b) 5 m, respectively. In the case of FEM, the grid spacing means the reference grid spacing for mesh generation.

잘 계산한다는 것을 확인할 수 있다(Fig. 8(b)).

유한 요소법과의 계산시간 비교

본 연구에서 제안한 초동주시 계산 방법과 비정형 격자를 사용한 유한 요소법의 효율성을 비교하기 위해 계산 시간을 비교하였다. 비교를 위해 사용한 모델은 Fig. 7과 같은 모델이고, 모델링을 위한 격자 간격은 5 m와 15 m 두 가지 경우에 대해 각각 계산해 보았다. 비정형 삼각형 격자를 이용한 유한요소법에서의 격자 간격은 격자망 생성을 위해 경계면에 지정한 기준점들의 간격을 의미한다. 또한, 각각의 경우에 송신원 개수를 201, 401, 601, 801개로 달리하여 계산시간을 측정하였다. 계산은 Intel® Xeon® Processor E5-2690 v3 (2.60 GHz) CPU를 사용하여 수행되었으며 1 개의 코어를 이용하여 실험을 수행하였다. 실험 결과 Fig. 9와 같은 결과를 얻을 수 있었다. 송신원 개수에 관계없이 EBM을 사용한 초동주시 계산이 유한요소법보다 전반적으로 계산시간이 적은 것을 알 수 있다. 또한 계산에 사용되는 모델의 크기가 더 커질수록 계산시간의 차이가 커짐을 확인할 수 있다. 정량적인 비교를 위해 계산에 사용된 격자점 개수로 계산시간을 정규화 하여 speed-up을 계산해 보았다. EBM을 이용한 방법의 경우 15 m 격자에서 111,967개, 5 m 격자에서 999,489개의 격자점을 가지고 있으며, 유한 요소법은 15 m 격자에서 88,466개, 5 m 격자에서 401,344개의 노드를 사용하였다. 이를 이용해 speed-up을 계산하면 15 m 격자에서 약 1.58배, 5 m 격자에서 약 4.12배의 계산속도 향상을 얻을 수 있었다. 15 m 격자에서 얻은 speed-up의 경우 상대적으로 계산시간이 짧아 정확한 수치라고 보기 어려우며, 격자간격 5 m에서 얻은 speed-up이 실질적으로 EBM과 유한 요소법의 계산 시간 차이를 더 정확하게 설명한다고 판단된다.

결 론

본 연구에서는 불규칙한 지형을 가진 모델에서 감쇠 파동장을 이용한 초동주시 계산을 정확하고 효율적으로 하기 위하여 EBM을 적용하는 알고리듬을 소개하였다. EBM을 적용한 유한 차분법으로 주파수 영역 파동 방정식을 모델링하면 별도의 격자망 생성 없이 불규칙한 지표를 모사할 수 있다. 비정형 격자를 사용하는 유한 요소법이 내부 격자점에서 원치 않은 반사파를 발생시켜 파동장 또는 주시의 정확성을 저해하는데 비해, EBM을 사용한 알고리듬은 정확한 주시를 계산할 수 있게 해준다. EBM을 적용할 경우 지형 기복이 있는 모델에 대해서도 균질한 사각형 격자를 사용하여 유한 차분법으로 계산이 가능하기 때문에 높은 계산 효율을 얻을 수 있다. 수치 모델의 조건에 따라 다소 차이는 있겠지만 본 연구에서 사용한 모델의 경우 4배 이상의 계산 효율 향상을 달성할 수 있었다. 본 연구에서 제안한 알고리듬을 이용하면 육상 탄성파 자료에 대한 참반사 보정이나 굴절주시 역산의 성능을 향상시키는데 도움이 될 것으로 생각한다.

감사의 글

본 결과물은 환경부의 재원으로 환경산업기술원의 지중환경오염위해관리기술개발사업의 지원을 받아 연구되었습니다(과제번호: 2018002440005).

References

Alkhalifah, T., and Fomel, S., 2001, Implementing the fast marching eikonal solver: spherical versus Cartesian coordinates, *Geophys. Prospect.*, **49(2)**, 165-178.

AlSalem, H., Petrov, P., Newman, G., and Rector, J., 2018, Embedded boundary methods for modeling 3D finite-difference Laplace-Fourier domain acoustic wave equation with free-surface topography, *Geophysics*, **83(5)**, T291-T300.

Cerveny, V., Molotkov, I. A., and Psencik, I., 1977, *Ray method in seismology*, Univ. of karlova press.

Gray, S. H., and Marfurt, K. J., 1995, Migration from topography: Improving the near-surface image, *Can. J. Explor. Geophys.*, **31(1-2)**, 18-24.

Julian, B. R., and Gubbins, D., 1977, Three-dimensional seismic ray tracing, *J. Geophys. Res.*, **43(1)**, 95-114.

Jo, C. H., Shin, C., and Suh, J. H., 1996, An optimal 9-point, finite-difference, frequency-space, 2-D scalar wave extrapolator, *Geophysics*, **61(2)**, 529-537.

Kim, S., 2002, 3-D eikonal solvers: First-arrival traveltimes, *Geophysics*, **67(4)**, 1225-1231.

Komatitsch, D., Martin, R., Tromp, J., Taylor, M. A., and Wingate, B. A., 2001, Wave propagation in 2-D elastic media using a spectral element method with triangles and quadrangles, *J. Comput. Acoust.*, **9(2)**, 703-718.

Kreiss, H. O., and Petersson, N. A., 2006, A second order accurate embedded boundary method for the wave equation with Dirichlet data, *SIAM J. Sci. Comput.*, **27(4)**, 1141-1167.

Li, J., Zhang, Y., and Toksöz, M. N., 2010, Frequency-domain finite-difference acoustic modeling with free surface topography using embedded boundary method, *80th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 2966-2971.

Lee, D., Park, Y., and Pyun, S., 2017, Analysis on the Reliability and Influence Factors of Refraction Traveltime Tomography Depending on Source-receiver Configuration. *Geophys. and Geophys. Explor.*, **20(3)**, 163-175 (In Korean with English abstract).

Miller, G. H., and Trebotich, D., 2012, An embedded boundary method for the Navier-Stokes equations on a time-dependent domain, *Comm. App. Math. Comp. Sci.*, **7(1)**, 1-31.

Park, Y., and Pyun, S., 2018, Refraction traveltime tomography based on damped wave equation for irregular topographic model, *J. Appl. Geophy.*, **150**, 160-171.

Pereyra, V., Lee, W. H. K., and Keller, H. B., 1980, Solving two-point seismic-ray tracing problems in a heterogeneous medium: Part 1. A general adaptive finite difference method, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **70(1)**, 79-99.

Pyun, S., Shin, C., Min, D. J., and Ha, T., 2005, Refraction traveltime tomography using damped monochromatic wavefield, *Geophysics*, **70(2)**, U1-U7.

Pyun, S., Son, W., and Shin, C., 2011, 3D acoustic waveform inversion in the Laplace domain using an iterative solver, *Geophys. Prospect.*, **59(3)**, 386-399.

Pyun, S., and Park, Y., 2016, A Study on Consistency of Numerical Solutions for Wave Equation, *Geophys. and Geophs. Explor.*, **19(3)**, 136-144 (In Korean with English abstract).

Schwartz, P., Barad, M., Colella, P., and Ligocki, T., 2006, A Cartesian grid embedded boundary method for the heat equation and Poisson's equation in three dimensions, *J. Comput. Phys.*, **211(2)**, 531-550.

Sethian, J. A., and Popovici, A. M., 1999, 3-D traveltime computation using the fast marching method, *Geophysics*, **64(2)**, 516-523.

Shin, C., Min, D. J., Marfurt, K. J., Lim, H. Y., Yang, D., Cha, Y., Ko, S., Yoon, K., Ha, T., and Hong, S., 2002, Traveltime and amplitude calculations using the damped wave solution, *Geophysics*, **67(5)**, 1637-1647.

Shin, C., Ko, S., Kim, W., Min, D. J., Yang, D., Marfurt, K. J., Shin, S., Yoon, K., and Yoon, C. H., 2003, Traveltime calculations from frequency-domain downward-continuation algorithms, *Geophysics*, **68(4)**, 1380-1388.

Sun, Y., and Fomel, S., 1998, Fast-marching eikonal solver in the tetragonal coordinates 68*th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 1949-1952.

Vidale, J. E., 1990, Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions, *Geophysics*, **55(5)**, 521-526.

Vinje, V., Iversen, E., and Gjøystdal, H., 1993, Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction, *Geophysics*, **58(8)**, 1157-1166.

Zhang, X., and Bording, R., 2011, Fast marching method seismic traveltimes with reconfigurable field programmable gate arrays, *Can. J. Explor. Geophys.*, **36(1)**, 60-68.

Zhang, X., and Tan, S., 2015, A simple and accurate discontinuous Galerkin scheme for modeling scalar-wave propagation in media with curved interfaces, *Geophysics*, **80(2)**, T83-T89.