

전기유압 서보시스템의 모델링과 PID 제어

Modeling and PID Control of an Electro-Hydraulic Servo System

이세진¹ · 김철재¹ · 강용주¹ · 최순우¹ · 허준영^{2*}

Se Jin Lee¹, Cheol Jae Kim¹, Yong Ju Kang¹, Soon Woo Choi¹ and Jun Young Huh^{2*}

Received: 02 Oct. 2019, Revised: 14 Oct. 2019, Accepted: 03 Nov. 2019

Key Words : Electro-Hydraulic Servo System(전기유압 서보시스템), PID Control(PID 제어), Servo Experimental Equipment(서보 실습장치)

Abstract: The electro-hydraulic training device (TP511) provided by Festo Didactic are widely used, but teaching materials do not include mathematical modeling. Thus, there is a limit for full-scale learning about the electro-hydraulic servo system by using this equipment. In this study, for the purpose of improving students' understanding of the classical control and modern control Festo's electro-hydraulic servo training device (TP511) was mathematically modeled and parameter values were calculated by examining the characteristics of each component. And P, PI, PD, and PID controllers highly used in the industrial field, were designed by using the root locus method to achieve the optimal gains and used for simulation and experiments using the Festo's electro-hydraulic servo training apparatus. The validity of the derived mathematical model and the calculated parameter values were verified through simulation and experiment. It was found that the p control can achieve the control target more effectively than the pid control for Festo's electro-hydraulic servo training system by using the root locus method.

기호 설명

Q_{max} : maximum flow rate of valve, L/min

I_{max} : maximum current of amplifier, mA

A_p : area of piston, m^2

D : diameter of piston head, m

d : diameter of pistn rod, m

V_t : static volume of valve and cylinder, m^3

M_t : weight of moving parts, kg

β_e : bulk modulus, bar

S_t : piston stroke, m

B_p : viscous damping coefficient, $N/(m/s)$

K_V : valve gain, m/mA

K_q : flow gain $(m^3/s)/mA$

K_c : flow-pressure coefficient, $(m^3/s)/(N/m^2)$

K_f : feedback gain, V/m

K_a : amplifier gain, mA/V

ω_n : undamped natural frequency, rad/s

δ_h : damping ratio

1. 서 론

전기유압서보밸브는 컴퓨터를 사용한 정보기술과 기계시스템의 연결요소로 사용되고, 산업에서는 사출 성형기나 블로잉 몰딩머신, 다이캐스팅머신, 프레스, 제지산업 등에서 신뢰성 높은 제어를 제공하고 있다. 전기유압 서보에 대해서는 지금까지 많은 연구¹⁻⁵⁾가 수행되어 왔다. 한편, 실습장치용으로 출시된 전기유

* Corresponding author: huh@koreatech.ac.kr

1 Graduate School, Korea University of Technology and Education, Cheonan 31253, Korea

2 School of Mechatronics Engineering, Korea University of Technology and Education, Cheonan 31253, Korea

Copyright © 2019, KSFC

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

압서보실습장치로는 Feedback Instruments 사의 EHS 160이 있었으나 지금은 단종되었고, Bosch Rexroth 사⁶⁾와 Festo사의 전기유압서보실습장치⁷⁾는 20여년 전에 출시되어 전 세계적으로 널리 사용되고 있고, 압력 또는 위치제어에 대한 다양한 실습을 할 수 있는 장치와 교재로 구성되어 있다. 그러나 수학적 모델링과 사용된 파라미터 산출이 되어 있지 않아서 전기유압 서보 시스템에 대한 본격적인 학습에는 한계가 있다. 한편 오늘날 산업현장에서 사용되는 제어기의 약 80%는 고전제어에 해당되는 PID제어기이다⁸⁾. PID제어기는 구조가 단순한 반면에 제어성능은 우수한 편이며, 제어계인 조정이 비교적 쉽고, 직관적으로 판단할 수 있다.

본 연구에서는 Festo사의 전기유압 서보실습장치 (TP511)를 수학적으로 모델링하고, 각 부품의 특성을 조사하여 파라미터 값을 산출한다. 그리고 시뮬레이션 및 실험을 통하여 수행한 수학적 모델링과 산출한 파라미터 값의 타당성을 확인한다. 그리고 이 장치에서는 PID제어보다 P제어의 응답 특성이 더 좋게 나오는데 그 이유를 근계적법을 사용하여 해석한다. 이를 위해 P제어기와 PI, PD, PID제어기를 구성하여 각 비교기의 성능을 시뮬레이션과 실험을 통해 비교한다.

2. 전기유압 서보장치

2.1 시스템 모델링과 기초 방정식

본 연구에 사용된 전기유압 서보실습장치를 Fig. 1에 나타낸다. 이 장치는 유압동력장치와 직동형 전기유압서보밸브⁹⁻¹²⁾, 유압실린더, 및 관성부하, 위치 검출센서, PID제어기 등으로 구성되어 있다. 전기유압서보장치를 블록선도로 나타내면 Fig. 2와 같다¹³⁾. 수학적 모델링을 위해 서보밸브의 스펴과 유압실린더, 관성부하 부분의 개략도를 나타내면 Fig. 3과 같다.

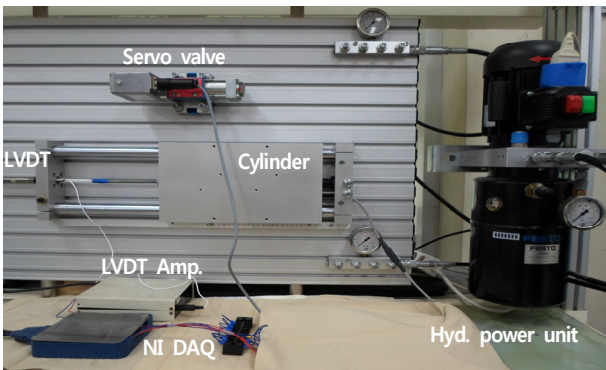


Fig. 1 Electro-hydraulic servo experimental equipment (Festo TP511)

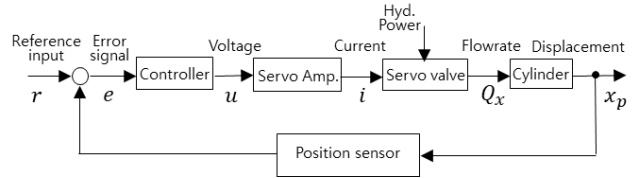


Fig. 2 Block diagram of position feedback system

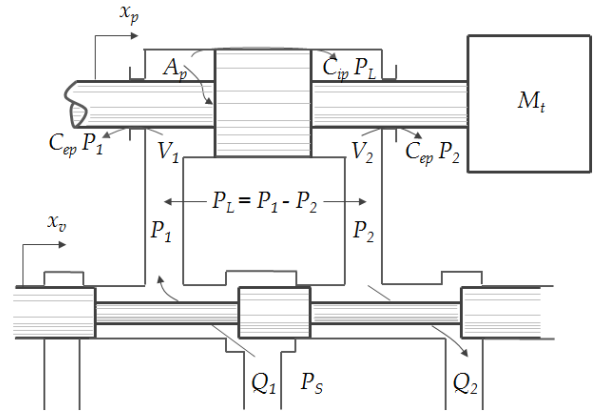


Fig. 3 Valve-piston combination.

서보밸브 스펴를 통과하는 유량 Q_1, Q_2 는 제곱근을 포함하는 오리피스 유량식으로 표시되나 부하압력 $P_L (= P_1 - P_2)$ 과 평균유량 $Q_L [= (Q_1 + Q_2)/2]$ 를 도입하고 작동점 부근에서 선형화를 하면 식 (1)과 같다¹⁴⁾. 여기서 K_q 와 K_c 는 각각 유량계인과 유량-압력계수로 식 (2)와 같이 정의된다. 실린더의 헤드측 챔버와 로드측 챔버 각각에 연속 방정식을 적용하고 평균유량 Q_L 로 나타내면 식 (3)과 같다. 여기서 C_{tp} 는 피스톤의 내·외부 누유 계수이다. 그리고 피스톤에 작용하는 힘에 대한 운동방정식을 라플라스 변환하여 나타내면 식 (4)와 같다.

$$Q_L = K_q x_v - K_c P_L \tag{1}$$

$$K_q \equiv \frac{\partial Q_L}{\partial x_v}, K_c \equiv -\frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \tag{2}$$

$$Q_L = A_p s x_p + C_{tp} P_L + \frac{V_L}{4\beta_e} s P_L \tag{3}$$

$$F_g = A_p P_L = M_t s^2 x_p \tag{4}$$

식 (1)과 (3), (4)을 결합하여 풀면 식 (5)와 같고, 전기유압시스템 전체를 블록선도로 나타내면 Fig. 4와 같다.

$$x_p = \frac{\frac{K_q}{A_p} x_v}{s \left(\frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\delta_h}{\omega_h} s + 1 \right)} \quad (5)$$

여기서, $\omega_h = \frac{\sqrt{4 \cdot \beta_e \cdot A_p^2}}{V_t \cdot M_t}$

$$\delta_h = \frac{K_{cc}}{A_p} \sqrt{\frac{\beta_e \cdot M_t}{V_t}} + \frac{B_p}{4A_p} \sqrt{\frac{V_t}{\beta_e \cdot M_t}}$$

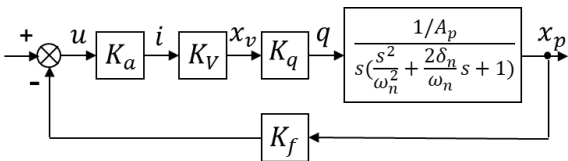


Fig. 4 Block diagram of the servo system

2.2 파라미터 값의 산출

식 (1)~(4)에 포함된 물리 파라미터들 가운데 대부분은 유압의 일반적인 값이거나 요소기기의 제조사가 제공한 기술자료¹⁵⁾에서 확인할 수 있다.

식 (2)로 나타낸 유량-압력계수는 최대출력점 ($2P_s/3$)에서의 값을 대입하여 미분으로 구할 수도 있으나¹³⁾ 여기서는 밸브의 공급압력(60 bar)과 정격유량(2.5 liter/min)의 비로 근사한다. 그리고 유량 계인에 대해서는 직접 구하기 어렵기 때문에 식 (6)과 같이 근사한다. 그리고 부하계의 점성마찰계수 B_p 는 실린더 양쪽 포트에 디지털 압력계를 설치하고 초시계를 사용하여 무부하의 상태에서 전후진시킬 때 속도를 측정하여 식 (7)에 대입하여 구한다. 사용된 파라미터를 정리하여 Table 1에 나타낸다.

$$K_V \cdot K_q \approx \frac{Q_{max}}{I_{max}} \quad (6)$$

$$P_1 A_p - P_2 A_r = B_p \dot{x}_p \quad (7)$$

3. 제어기 설계와 시뮬레이션

제어기 설계에서 제어목표는 ① 경사입력에 대한 정상상태오차 최소화, ② 정착시간의 최소화, ③ 최대초과의 최소화이다. 대상으로 하는 전기유압서보시스템 $G(s)$ 을 제어기 $C(s)$ 와 함께 나타내면 Fig. 5와

같고, 변위센서의 피드백 계인은 시스템 전달함수 $G(s)$ 에 포함한다. Table 1의 파라미터 값을 이용하면 $G(s)$ 는 식 (8)과 같이 나타내진다.

Table 1 System Parameters of Servo System

Q_{max}	2.5	L/min
I_{max}	10	mA
A_p	1.6179e-4	m ²
D	0.016	m
d	0.01	m
V_t	8.5945e-5	m ³
M_t	15.7	kg
β_e	10000	bar
S_t	0.2	m
K_c	6.94e-12	(m ³ /s)/(N/m ²)
B_p	1.955e3	N/(m/s)
$K_V \cdot K_q$	4.17e-6	(m ³ /s)/mA
K_f	50	V/m
K_a	1	mA/V
ω_n	263	rad/s
δ_h	0.84	

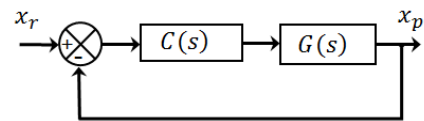


Fig. 5 Block diagram of the control system

$$G(s) = \frac{1.285}{s(0.0000145s^2 + 0.00637s + 1)} \quad (8)$$

$$= \frac{b_1}{a_1s^3 + a_2s^2 + s}$$

3.1 P제어

비례제어로 제어기 $C(s)$ 는 K_p 이다. 경사입력에 대한 정상상태오차 조건을 만족시키기 위해 $E(s)$ 를 구해 식 (9)와 같이 최종값 정리를 적용하고, 오차를 5%이하가 되도록 비례계인 K_p 를 설정하면 K_p 는 15.6 이상이 되어야 한다.

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \frac{1}{K_p b_1} \leq 0.05 \quad (9)$$

한편 폐회로 특성방정식에서 근궤적을 살펴보면 Fig. 6와 같다. 극점은 0, -219±144i에서 시작하여 계인의 증가에 따라 이동하는데 정착시간을 최소화하

기 위해서는 y축으로부터 멀리 떨어져야 하고, 최대 초과를 최소화하기 위해서는 y축과 이루는 각도가 커야 한다. 따라서 최적 비례게인으로 $K_p = 43$ 을 상정한다. 스텝응답으로 확인하면 Fig. 7과 같다. $K_p = 43$ 에서 초과없이 빠르게 수렴한다.

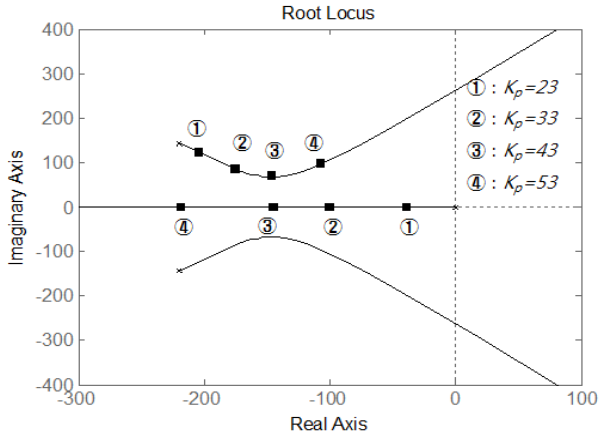


Fig. 6 Root locus of P control

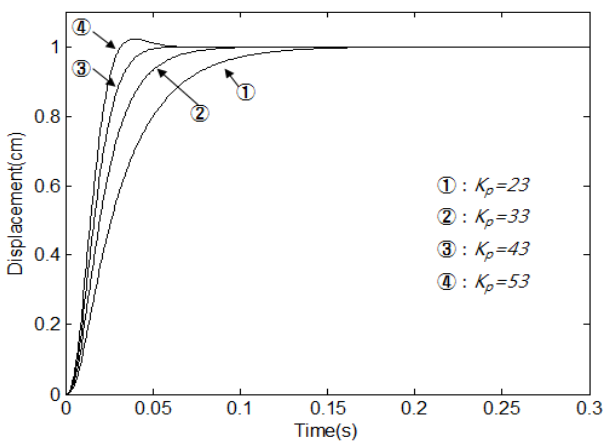


Fig. 7 Step response of P control

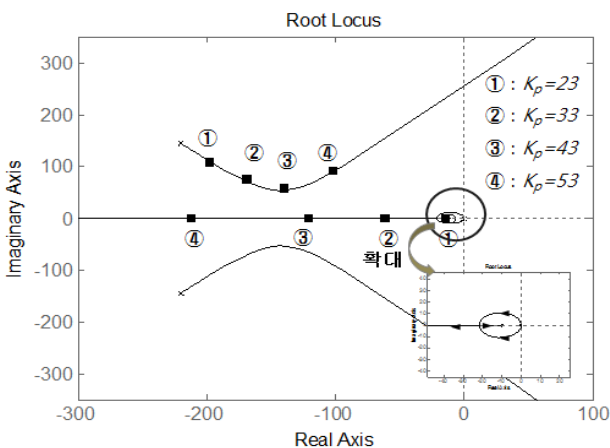


Fig. 8 Root locus of PI control

3.2 PI제어

비례적분제어로 제어기 $C(s)$ 는 $(K_p + K_i/s)$ 이다. 경사입력에 대한 정상상태오차 조건을 만족시키기 위해 $E(s)$ 를 구해 최종값 정리를 적용하면 0에 수렴하기 때문에 특별한 조건이 필요 없다. 한편 추가되는 영점을 $K_i/K_p = 10$ 로 하였을 때 폐회로 특성방정식에서 근궤적을 살펴보면 Fig. 8과 같다.

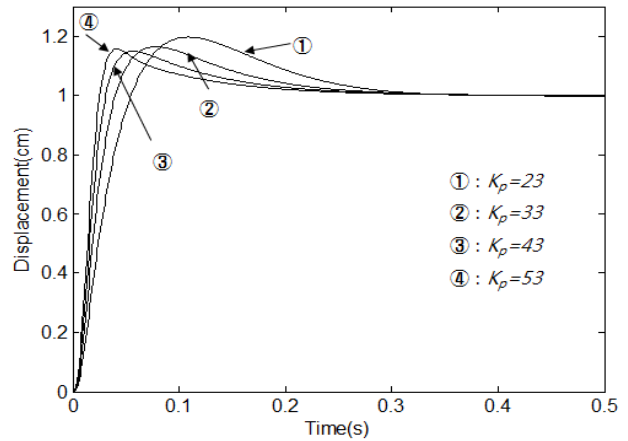


Fig. 9 Step response of PI control

그리고 비례게인으로 $K_p = 43$ 을 상정하면 스텝응답은 Fig. 9과 같다. 적분제어를 추가하므로써 20% 정도의 초과가 발생하였고 응답은 느려졌다.

3.3 PD제어

비례미분제어로 제어기 $C(s)$ 는 $(K_p + K_d s)$ 이다. 경사입력에 대한 정상상태오차 조건을 만족시키기 위해 $E(s)$ 를 구해 최종값 정리를 적용하면 식 (9)와 같은 결과를 얻는다. 폐루프 특성방정식의 형태를 근궤적이 용이한 형태로 수정하면 식 (10)과 같다. 그리고 비례게인으로 $K_p = 43$ 을 상정하고 폐회로 특성방정식에서 근궤적을 살펴보면 Fig. 10과 같다. 미분게인 K_d 가 증가하면 극점이 -144.3에서 원점으로 이동하면서 정착시간이 길어지므로 응답은 나빠지는 것을 Fig. 11의 스텝응답으로 확인할 수 있다.

$$1 + K_d \frac{b_1 s}{a_1 s^3 + a_2 s^2 + s + K_p b_1} = 0 \quad (10)$$

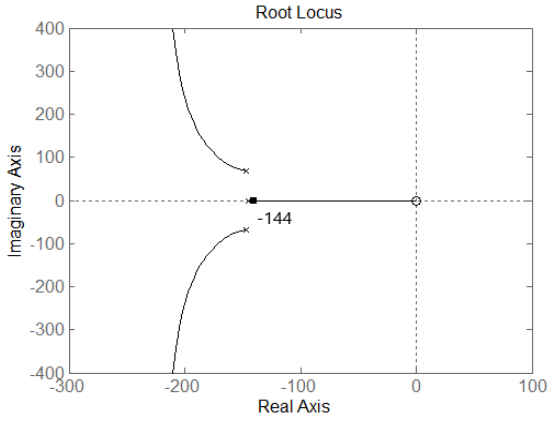


Fig. 10 Root locus of PD control

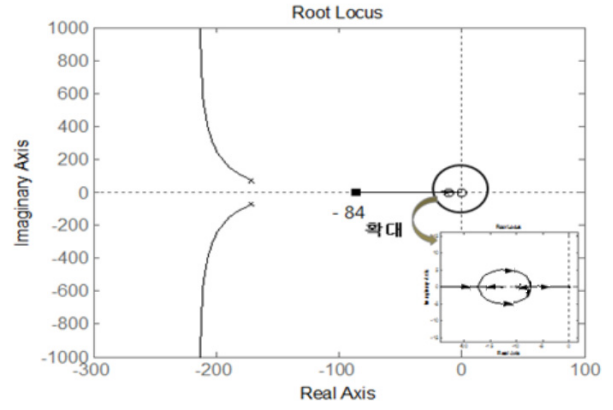


Fig. 12 Root locus of PID control

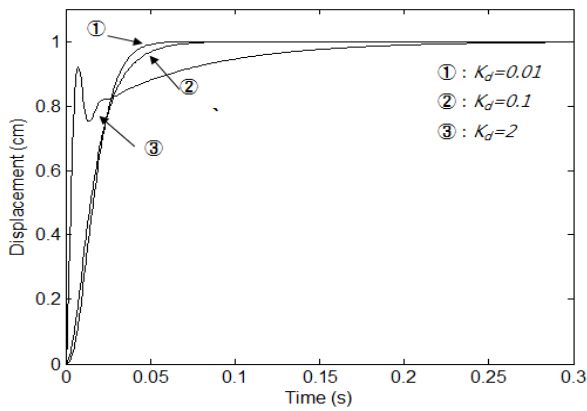


Fig. 11 Step response of PD control

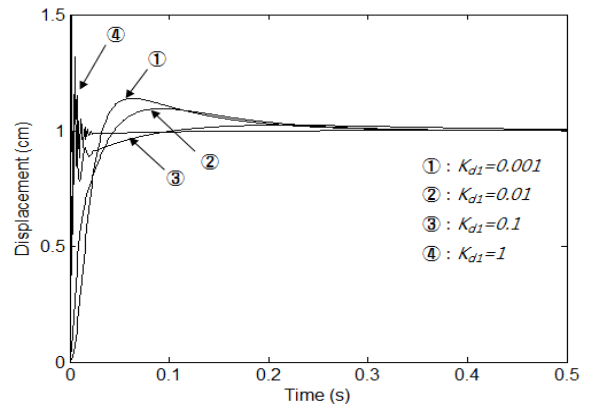


Fig. 13 Step response of PID control

3.4 PID 제어

제어기 $C(s)$ 는 $(K_p + K_i/s + K_d s)$ 이다. 앞에서 PI설계한 것을 이용하여 D제어를 추가한다¹⁶⁾. 그렇게 하기 위해 제어기 $C(s)$ 를 식 (11)과 같이 변형된 형태로 나타낸다. 정상상태오차 조건에 대해서는 적분 제어가 추가되어 있으므로 특별한 조건은 필요 없다. 페루프 특성방정식의 형태를 근궤적이 용이한 형태로 수정하면 식 (12)와 같고 근궤적을 살펴보면 Fig. 12와 같다. Fig. 12에서 미분계인 K_d 가 증가하면 극점 -91에서 원점으로 이동하면서 정착시간이 길어지므로 응답은 나빠지는 것을 알 수 있다. 스텝응답을 Fig. 13에 나타낸다.

$$C(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s} = (1 + K_{d1}s)(K_{p2} + \frac{K_{i2}}{s})$$

$$\begin{aligned} K_p &= K_{p2} + K_{d1}K_{i2} \\ K_d &= K_{d1}K_{p2} \\ K_i &= K_{i2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$1 + K_{d1} \frac{b_1 s (K_{p2} s + K_{i2})}{a_1 s^4 + a_2 s^3 + s^2 + b_1 K_{p2} s + b_1 K_{i2}} = 0 \quad (12)$$

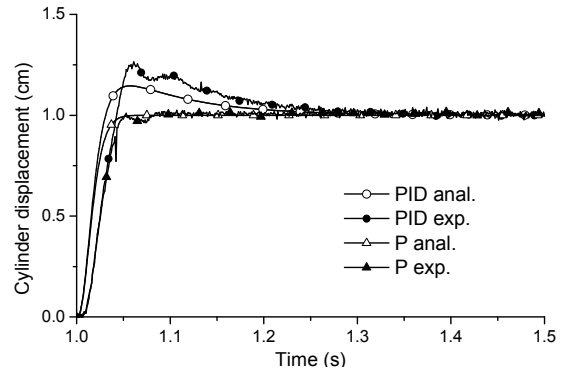


Fig. 14 Comparison of step responses

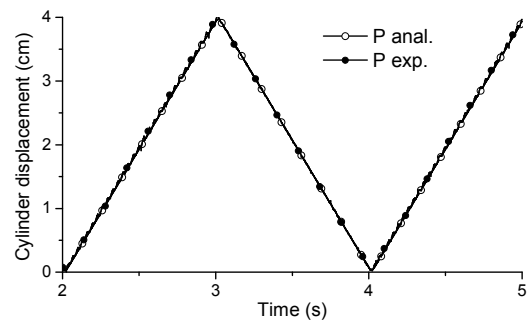


Fig. 15 Comparison of ramp responses

4. 실험결과와 비교

스텝입력에 대한 근궤적을 사용하여 구한 최적 계인의 P제어기와 PID제어기를 사용했을 때의 실험과 이론 해석에 대한 비교를 Fig. 14에 나타낸다. P제어 이론 해석 결과는 △를 포함한 실선으로, 실험 결과는 ▲으로 나타내고 PID제어 이론 해석 결과는 ○를 포함한 실선으로, 실험 결과는 ●으로 나타낸다. P제어기의 경우 목표값에 초과없이 도달하고, 정착시간은 0.05s이다. PID제어기의 경우 초과가 발생하고 정착시간은 0.25s이다.

P제어와 PID제어의 스텝응답에서 실험 결과는 시뮬레이션 결과에 비해 0.015s의 응답지연을 보이나 비교적 잘 일치한다. 따라서 이론해석에서의 여러 가지 가정과 파라미터 산출이 적절하다고 할 수 있다. 본 전기유압 서보실습장치에서는 PID제어 보다는 P제어가 더 효과적으로 제어목표를 만족시킨다.

제어기를 설계할 때 제어목표 중의 하나로 경사입력에 대한 정상상태 오차 최소화가 있는데, 이를 조사하기 위해 경사입력에 대한 응답을 Fig. 15에 나타낸다. 여기서는 근궤적으로 구한 최적계인의 P제어를 사용한다. 이론 해석의 결과는 ○를 포함하는 실선으로, 실험 결과는 ●를 포함하는 실선으로 나타낸다. 해석 결과와 실험 결과는 경사 목표값을 잘 추종하는 것을 볼 수 있다.

사인파형 입력에 대한 응답을 Fig. 16에 나타낸다. 여기에서도 근궤적으로 구한 최적계인의 P제어를 사용한 0.5Hz의 사인파형 입력에 대해 해석 결과(○포함)와 실험 결과(●포함)는 목표값을 잘 추종하는 것을 볼 수 있다.

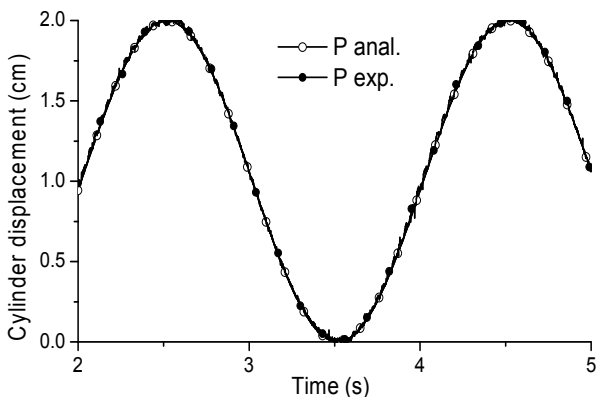


Fig. 16 Comparison of sine wave

5. 주파수응답 비교

시간영역에서의 PID제어기 설계는 주파수 영역에서의 응답에도 반영되어 나타나는데 여기서는 P제어와 PID제어의 주파수응답을 비교해 본다. Fig. 17에 P제어의 주파수응답을 나타낸다. 그림에서 ①은 최적 비례게인을 적용하기 전 $K_p = 1$ 이고, ③은 최적 비례게인 $K_p = 43$ 을 적용한 경우이다. 피폭은 2rad/s에서 75rad/s로 크게 향상되어 정착시간이 크게 감소될 것을 알 수 있다. 그리고 위상여유는 90°에서 70°로 다소 감소하였으나 충분히 여유가 있으므로 초과와 염려는 없다. 한편 Fig. 18에 PID제어의 주파수응답을 나타낸다. ①은 최적 PID게인을 적용하기 전 $K_p = 1$ 이고, ③은 최적 PID게인을 적용한 경우이다. 피폭은 P제어에서와 같이 2rad/s에서 75rad/s로 크게 향상되어 정착시간이 크게 감소될 것을 알 수 있으나 위상여유는 90°에서 63°로 P제어에서보다 더 감소하여 초과와 가능성은 높아졌다. 이 결과는 Fig. 14에 나타낸 시간응답의 결과와 일치한다.

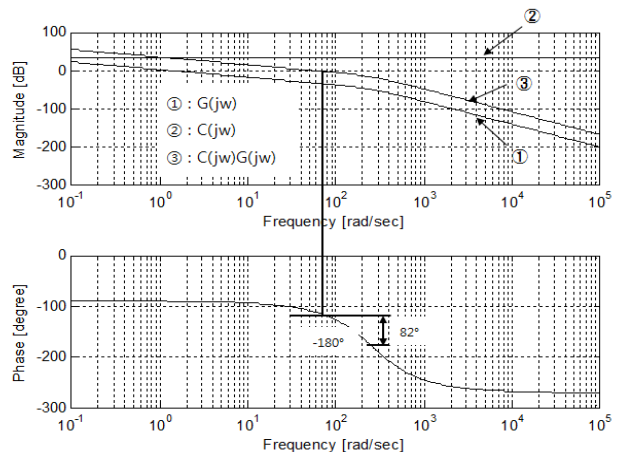


Fig. 17 Bode diagram of P control

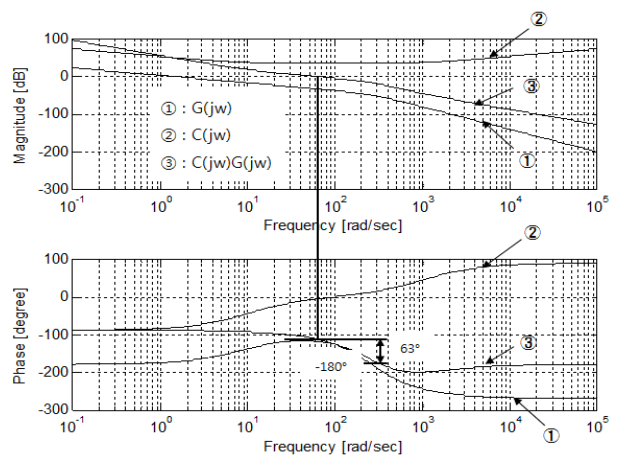


Fig. 18 Bode diagram of PID control

6. 결 론

본 연구에서는 독일 Festo사의 전기유압서보실습장치인 TP511을 수학적으로 모델링하고 파라미터의 값들을 산출하므로써 향후 이 장치를 사용한 고전제어와 현대제어의 응용이 가능하도록 하였다. 그리고 구해진 수학적 모델과 파라미터를 사용하여 산업현장에서 사용도가 높은 P, PI, PD, PID제어기를 근궤적법을 사용하여 설계하여 실습장치에 적용시켰다. Matlab/Simulink를 사용한 시뮬레이션과 실험을 통해 각 제어기의 성능을 비교 확인하였다. 본 실습장치에서는 PID제어보다는 P제어가 더 양호한 응답을 보이는데 그 이유를 근궤적법으로 설명할 수 있었다.

시간영역에서의 PID제어기 설계는 주파수 영역에서의 응답에도 반영되어 나타나는데 여기서는 P제어와 PID제어의 주파수응답을 비교해 시간응답의 결과와 일치함을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2018년도 한국기술교육대학교 교수연구학기제 과제연구비 지원에 의하여 연구되었음.

참고 문헌

- 1) D. H. Oh, H. H. Kim and I. Y. Lee, "Analysis of Steady State Characteristics of Nozzle-Flapper Type Servo Valves", Journal of the Korean Society for Fluid Power and Construction Equipments, Vol.11, No.1, pp.35-41, 2014.
- 2) S. M. Chang et al., "Priliminary Numerical Simulation of the Torque Motor for a Servo Valve in the Fuel Supply System of APU", Transactions of the Korea Fluid Power Systems Society, Vol.6, No.2, pp.1-6, 2009.
- 3) G. H. Jun and K. K. Ahn, "Extended-State-Observer-Based Nonlinear Servo Control of An Electro-Hydrostatic Actuator", Journal of Drive and Control, Vol.14, No.4, pp.61-70, 2017.

- 4) S. R. Lee, "The Study of the Design of a Hydraulic Torque Load Simulator Equipped with a Direct Drive Servo Valve and a Feed forward Compensator", Journal of Drive and Control, Vol.15, No.1, pp.16-27, 2018.
- 5) A. G. Alleyne and R. Liu, "Systematic Control of a Class of Nonlinear Systems with Application to Electrohydraulic Cylinder Pressure Control", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.8, No.4, pp.623-634, 2000.
- 6) Bosch Rexroth AG, Service Automation Didactic D-64711, Proportional and Servo Valve Technology, 2003.
- 7) Festo Didactic GmbH & Co., Closed-Loop Hydraulics Workbook TP511, 2000.
- 8) K. Ogata, Modern Control Engineering, 4th Edition, Prentice Hall, New Jersey, 2003.
- 9) C. D. Lee, "A Study on Pressure Control of Electro-Hydraulic Servo System Using Direct Drive Valve", Doctoral Thesis, Pusan University, 2006.
- 10) S. H. Kim, "Model Identification and Control of Hydraulic Pin-On-Disk Type Tribotester with DDV", Master Thesis, Pusan University, 2002.
- 11) J. M. Lee, "Robust Pressure Control of the Control-Cylinder for Servo-Pumps Using Direct Drive Valve (DDV)", Master Thesis, Pusan University, 2005.
- 12) S. H. Lee, "Identification and Force Control of Electro-Hydraulic Servo System Using DDV", Master Thesis, Pusan University, 2001.
- 13) I. Y. Lee, Hydraulic Engineering, Munundang Publishing Co., Seoul, 2012.
- 14) H. E. Merritt, Hydraulic Control Systems, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1967.
- 15) Moog Inc., Industrial Controls, Catalog of D633 and D634 Series Direct Drive Servo-Proportional Control Valves, 2005.
- 16) W. H. Kwon and O. K. Kwon, Automatic Control Engineering, Cheong Moon Gak Publishing Co., Seoul, pp.336-350, 2015.