韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2019.33.1.35
제 33집 제 1호, 2019. 2. 35-45

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 33, No. 1, Feb. 2019. 35-45

반성과 메타인지의 의미에 대한 고찰

황 혜 정 (조선대학교 교수)†
김 수 진 (전 조선대학교 대학원 학생)

반성적 사고와 메타인지는 학생들의 수학적 사고력 향상에 핵심적인 역할을 한다고 하여도 과언이 아니다. 특히, Schoenfeld(1987)는 메타인지라는 용어에 대해 수학 교사들이 나타낸 반응을 소개하면서 메타인지란 연구자를 위한 전문어일 뿐이며 연구자가 아닌 입장에서 메타인지는 종잡을 수 없는 전문 용어라고 하였다. 이는 메타인지 개념의 불명확성을 나타내고 있다고 하겠다. 따라서 수학교육에서의 반성과 메타인지에 대한 의미를 탐색해 보는 것은 의미 있는 일일 것이다. 본 연구에서는 주요 수학 교수·학습론에서의 반성의 의미를 살펴보고, 또 메타인지의 의미와 역할을 살펴보고 문제 해결 과정에서의 반성과 메타인지를 결부시켜 모색해 봄으로써 궁극적으로 반성과 메타인지에 관한 이해를 도모해 보고자 하였다.

Ⅰ. 서 론

학생들은 문제를 풀어서 답을 구했을 때 그 답이 맞는지 틀리는지에 대한 검토를 하는데 소홀히 하는 경향이 있다. 검산을 하지 않거나 검산을 하더라도 계산 과정에 치중하고 문제에서 요구하는 전반적인 내용을 보지 않는다면 이는 문제 해결 과정에서 중요한 일부분을 놓치는 셈이다. 검토와 반성을 통해 학생들은 자신의 실수를 찾아내고 풀이 과정을 재음미하면서 자신의 사고 또는 사고 과정에 대한 확신을 가질 수 있다. 또한 새로운 풀이 방법을 찾아낼 수 있으며 다른 주제와의 관련성을 찾아냄으로써 더 나은 문제 해결자가 될 수도 있다. 따라서 문제 해결을 마친 후 학생들은 선택한 문제 해결 전략이나 과정 및 그 결과에 대해 왜 또는 어떻게 해서라는 물음을 던질 수 있어야 할 것이다(Polya, 1957). 예컨대 왜 그런 방법으로 풀었는지, 왜 그렇다고 생각하는지, 또 어떻게 해서 이렇게 되었는지 등의 물음을 던짐으로써 학생들은 자신의 문제 해결의 전 과정에 대해 반성하고 검토해 보아야 할 것이다. 또한 이 같은 발문을 통해 교사나 학부모는 학생들이 무엇을 생각하고 있으며, 어떻게 생각하고 있는지에 대한 정보를 얻어 지도의 효율을 높일 수 있을 것이다. 이 과정에서의 수학적 사고를 '반성적 사고(reflective thinking)'라고 하며 이를 '메타인지(meta-cognition)' 개념으로 도입하고 있다. 이처럼 반성적 사고와 메타인지는 학생들의 수학적 사고력을 향상시키는데 핵심적 역할을 한다고 하여도 과언이 아니다.

특히, Schoenfeld(1987)는 메타인지라는 용어에 대해 수학 교사들이 나타낸 반응을 소개하면서 메타인지란 연구자를 위한 전문어일 뿐이며 연구자가 아닌 입장에서 메타인지는 종잡을 수 없는 전문 용어라고 하였다. 이는 메타인지 개념의 불명확성을 나타내고 있다. 이에 따라 수학교육에서의 반성과 메타인지에 대한 의미를 탐색해 보는 것은 의미 있는 일일 것이다. 본 연구에서는 주요 수학 교수·학습론에서의 반성의 의미를 살펴보고, 또 메타인지의 의미와 역할을 살펴보고 문제 해결 과정에서의 반성과 메타인지를 결부시켜 모색해 봄으로써 궁극적으로 반성과 메타인지에 관한 이해를 도모해 보고자 하였다.

---

* 접수일(2018년 10월 8일), 심사(수정)일(2019년 1월 13일), 게재확정일(2019년 1월 14일)
* ZDM분류 : D14
* MSC2000분류 : 97D40
* 주제어 : 반성, 메타인지
† 교신저자 : sh0502@chosun.ac.kr

Ⅱ. 반성의 이해

1. 수학화

Freudenthal(1973)은 수학을 결과적 지식 체계로서의 수학, 곧 실행되는 수학으로 구분하며, 이러한 실행수학의 주요한 수학적 활동을 수학화 활동으로 보고 있다(김연식, 정영옥, 1997, 재인용). 수학화란 수학적 수단에 의해 현상을 정리하고 조직하는 활동이며, 현실 상황이든 수학적 상황이든 어떠한 현상 가운데에서 그 정리 수단인 본질을 찾는 활동, 즉 현상에 질서를 부여하는 활동을 말한다. 그는 수학적 활동을 수학화 활동과 그 의식성의 현재화 활동으로 보며, 현상 →정리수단인 본질→현상→보다 높은 차원의 본질과 같이 교대가 일어나면서 인식 수준의 상승이 일어나는 불연속적인 과정으로 보았다. 곧 현상과 경험을 조직화하고 정리하는 수단인 본질이 그 다음 수준에서는 형상, 곧 연구의 대상이 되는 과정을 반복하면서 수학적 사고 활동이 이루어진다는 것이며, 수학 학습의 본질은 이러한 불연속성이라는 것이다.

또한 수학화는 문제 장면을 수학적 문제로 변형하는 과정과 수학적 체계 내에서의 처리 과정의 차이를 위해 수평적 수학화와 수직적 수학화로 구분할 수 있다(황혜정 외, 2016). 수평적 수학화란 관찰, 실험, 귀납추론 등의 경험적 접근 방법을 통해 문제 상황을 수학적인 방법을 이용할 수 있도록 변형하는 과정 즉, 모델 형성, 도식화, 기호화를 통해 수학으로 향하는 길을 여는 것을 말하며, 수직적 수학화란 수평적 수학화 이후에 따라오는 수학적 과정, 문제를 풀고 일반화하고 형식화하는 것과 관련된 과정 즉, 수학적 처리 과정과 탐구 중인 문제 장면의 구조화 속에서의 수준 상승 과정과 관련이 있다. 이러한 수학화 활동의 원동력은 학생들이 자신의 여러 가지 활동을 반성하고 관점의 전환이 이루어져서 부분적으로 또는 전반적으로 수학적인 사고 체계를 거꾸로 보는 것 즉, 반성적 사고 태도이다(김연식, 정영옥, 1997).

Freudenthal은 대체로 수학은 자신이나 다른 사람의 실제적・정신적인 수학적 활동을 반성하는 것이라 보고 실행된 수학을 반성하는 것을 중요한 수학적 태도로 보고 있다(김연식, 정영옥, 1997). 실제로 수평적・수직적 수학화는 학생들의 행동과 그 행동에 대한 반성적 사고를 통해 일어난다. 즉 학습 수준과 관련해서 낮은 수준에서 실행된 수학이 의식화되고 분석되어 높은 수준에서의 내용으로 변하는데, 이러한 수준 상승의 수단이 반성적 사고에 해당한다. 이런 반성적 사고를 가능하게 하고 학생들의 창조적 활동을 더욱 활성화하기 위해서는 주어진 맥락을 그때그때 다뤄가는 것도 중요하지만 어떤 수준에 이르러서는 좀 더 새로운 상황에 직면하도록 할 필요가 있다. 또한, 교수・학습 과정에서 학생들은 현실 상황이나 수학적 문제로 다양한 풀이 방법을 수반하는 열린 문제, 그리고 해결되기 전에 자료나 준거들을 스스로 보충할 것을 요구하는 불완전한 문제들을 해결하는 것도 필요하고, 다른 학생들을 위해 어떤 주제나 가정에 대한 문제를 만들어 보는 활동도 필요하다(우정호 외 역, 2008). 이러한 활동을 통해 학생들은 수업에서 수학화 과정을 스스로 경험하여 자신의 학습 과정을 반성적으로 사고하고 동시에 앞으로 어떻게 계속 진행될지를 예측할 수 있게 되는 것이다.

2. 수학학습수준이론

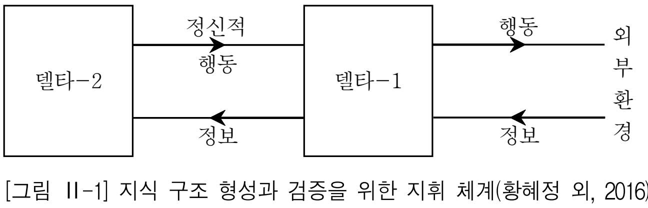
Freudenthal이 주장하는 수학화를 학습하는 방법적 기초 이론으로 제시된 것이 van Hiles의 학습수준 이론인데, van Hieles(1986)는 사고 수준 문제의 심각성을 함수의 정의를 예로 들어 기술하고 있다(우정호, 2013, 재인용). 즉, 함수가 함수식 $f(x)$ 혹은 $y=f(x)$로 정의된다는 모호한 설명은 낮은 사고 수준에서 함수의 정의를 내리려는 데에서 비롯된다. 곧 함수적 사고 활동에 충분히 친숙해지기 전에 그러한 활동을 하는 가운데 내재적으로 포함된 구조, 곧 내적 질서를 표현하고자 함에서 비롯된다는 것이다. 그러한 시도는 실패할 수밖에 없었으며,

보다 높은 수준에 이르러 함수적 사고에서 실제로 무엇을 하였는가를 반성하게 되면서 함수는 x와 $f(x)$의 대응 f라는 결론에 이르게 된다는 것이다. 따라서 Van Hieles은 수학을 학습하는 것은 사고하는 것을 학습하는 것을 뜻한다고 하면서, 수학교육의 주요 문제는 서로 다른 수준에서 추리하는 교사와 학생이 서로를 이해하지 못하는 데에서 비롯되므로 학생들의 사고 수준을 파악하여 그에 따른 사고 교육을 할 것을 요구한다.

Van hiele는 수학적 사고 활동이란 경험의 세계를 조직하는 활동이며, 한 수준에서 경험을 정리하는 수단이 새롭게 경험의 대상으로 의식되어 그것을 조직화하는 활동이 이루어지게 되면서 그 다음 수준으로의 비약을 하게 되는 과정을 반복하는바, 수학의 학습-지도는 그러한 불연속적인 사고 수준을 거치면서 수학적 사고를 재발명해 가야 한다고 주장하였다(우정호, 2013). 또한 Van hieles의 이론은 수학의 학습 과정을 수준 이론으로 설명하면서, 전 수준에서의 사고의 수단이 다음 수준에서는 사고의 대상이 되는 사고의 비약으로 보고 있다. 이는 수학은 인간의 정신적 활동이며 수학화 과정은 현상과 본질의 교대 작용에 의해 수준의 상승이 이루어지면서 조직화·구조화되는 불연속 과정이며 이런 수준의 비약을 가능케 하는 것은 반성적 사고라고 한 Freudenthal의 생각과 일맥상통하다고 볼 수 있다. 다만, Van hiele의 수준 이론은 수학화를 위한 거시적인 하나의 틀을 제공해 주는 반면, Freudenthal이 제시하는 수준 이론은 거시적인 수준의 비약을 위해서는 한 수준 내에서도 점진적이고 미시적인 수준의 상승이 이루어지도록 해야 함을 의미한다. 따라서 이런 점진적인 수학화가 가능하기 위해서는 학습자의 현실 내의 현상과의 부단한 관계를 맺으면서, 수평적 수학화와 수직적 수학화가 교대로 일어나도록 하여 반성에 의한 수준 상승이 자연스럽고 자발적으로 이루어지도록 해야 한다. 또한 어느 지점에서 반성적 사고가 필요한지 알 필요가 있으며, 수학 수업의 관찰을 통해서 높은 수준으로의 비약과 수준 상승을 가능케 하는 반성의 특성을 탐색하고, 교사나 학생이나 다른 사람의 관찰을 통해서 자기 자신을 관찰하고 반성하도록 해야 한다.

3. 반영적 지능과 델타 2 지휘체계

Skemp(1997)는 학습 유형을 습관적 학습과 지적 학습으로 구분하였으며, 이때 습관적 학습이란 학생들의 바람직한 반응에 보상 효과를 줌으로써 그 반응을 습관화하는 것이며, 수학적 개념의 정의나 공식의 의미를 생각하지 않고 암기하는 것은 습관적 학습이다. 이런 학습의 결과는 학습 내용을 오래도록 지속할 수는 있지만 새로운 상황에의 적용력이 떨어지며 방해가 될 수 있다. 반면 지적 학습이란 반영적 지능 체계를 활용하여 학습의 목표로 접근해 가는 학습의 한 방법이다(황우형 역, 2000, 재인용). 현재 상태를 목표 상태로 바꾸는 과정을 나타낸 모델로서 지휘자 체계(director system)가 있다. 이 모델은 감지기를 통하여 외부 환경에 있는 피동자를 인지하여 현재 상태로 하고 이것을 목표 상태와 비교한 다음 그 차이를 줄이기 위한 계획을 세우고 행동하여 피동자에게 반응하는 것이다. 이와 같은 활동을 반복하여 현재 상태를 목표 상태로 접근해 가게 한다. 이러한 목표지향적인 학습으로서의 지능은 통합된 지식의 구조(스키마)의 형성과 검증을 위해서 '델타-1'과 '델타-2'라는 두 가지 지휘 체계를 필요로 한다(황혜정 외, 2016). <그림 Ⅱ-1 참조>



[그림 Ⅱ-1] 지식 구조 형성과 검증을 위한 지휘 체계(황혜정 외, 2016)

이렇듯 Skemp는 지능을 목표 지향적인 행동을 위한 지휘 체계로 보고 있으며 가장 중요한 기능으로서 스키마의 구성을 들고 있다(황우형 역, 2000). 이와 같이 Skemp는 지능을 직관적 지능과 반영적 지능으로 구분하고 동일한 체계 내에서 일어나는 두 가지 기능으로 설명한다. 직관적 지능이란 감각기관을 통해 지각된 실제적 대상 사이의 관계, 혹은 아동 자신의 대상에 대한 행동 사이의 관계를 인식하는 능력을 가리키는 것이며, 반성적 지능이란 직관적 지능에 의해 구성된 개념이나 개념 사이의 관계를 인식하고 내면적 활동을 조정하는 능력이다. 또, 반성적 지능은 표상과 관련된 행동에 대하여 그 결과뿐만 아니라 그 과정도 의식함으로써 추론과 탐구활동, 문제해결 활동을 의식적으로 지속할 수 있게 된다. Skemp는 직관적 지능을 뒷받침하는 감각-운동 체계와 반성적 지능 체계의 관계를 도해하고 있다. 직관적 지능 체제를 나타낸 것으로 환경으로부터 눈이나 귀와 같은 수용기관(receptors)을 통해 다양한 형태의 감각 자료를 (신경체계를 통하여) 받아들여 '중재사고활동(intervening mental processes)'에서 직관적 사고 활동을 한 다음 그 환경에 대해 실행자(effector)를 사용하여 개인에 따라서 다양한 행동을 하는 것이다. 여기서 반영하는 행동의 특성은 중재사고활동을 하는 개념 체계의 복합성에 의해 결정된다. 직관적 지능 체계에 의하여 이루어진 사고 활동을 반영적 지능 체계에 받아들여 중재사고활동이라는 개념 체계에 의하여 사고를 한 다음 실행자를 통해 이전 단계에 있는 중재사고활동에 영향을 주는 것이다. 이때의 수용 기관과 실행자는 정신 활동 속에 있는 것으로서 구체적으로 설명할 수는 없다. 따라서 반영적 지능은 감각-운동 체계에 의해 외부 세계에 대한 경험으로부터 이끌어 낸 1차적인 개념 및 그 관계를 인식하고 조정할 수 있는 2차원적인 개념 및 그 관계 체계, 곧 스키마의 구성을 가능하게 한다. 따라서 반성적 지능은 델타-2의 기능을 하는 것으로 볼 수 있다.

결국, Freudenthal(1973)은 수학적 사고의 본질과 그 교육에 대하여 다음과 같이 주장하고 있다(우정호, 2013, 재인용). 인간은 도형에 의하여 형이란 현상의 세계에 질서를 창조하며, 수에 의해서 도형이란 현상에 질서를 창조하고, 십진법에 의해서 자연수란 현상에 질서를 창조하며 나아가 보다 높은 수준에서 여러 가지 수학적 현상이 군, 체, 위상공간 등의 개념으로 파악된다. 이와 같이 인간은 수학을 발전시켜 나아간다. 여기서 주목할 것은 현상과 그 정리 수단과의 관계가 상대적인 관계라는 것, 즉 어떤 수준에서 정리 수단이었던 것이 그 보다 고차의 수준에서 현상으로 파악되며, 보다 낮은 수준에서 실행된 수학이 보다 높은 수준에서 현상으로 파악되고, 보다 낮은 수준에서 실행된 수학이 보다 높은 수준에서 관찰되는 수학이 된다는 점이다. 결국 수학적 사고 발달의 동인은 자신 또는 다른 사람의 수학하는 활동을 반성하는 것이며, 수학교육의 주요 문제는 자신이나 다른 사람의 실제적 또는 정신적인 수학적 활동을 반성하도록 어떻게 자극할 것인가의 문제로 귀착되는 것이다.

또, Skemp(1987)는 인간의 사고 활동을 직관적 사고와 반성적 사고로 이분화 하면서 특히 후자의 사고를 메타인지와 관련짓고 있다(황혜정 외, 2016). 많은 경우 중재 사고 활동을 의식하지 않고도 직관적 활동이 성공적으로 이루어지는데, 예를 들어 6+5는 얼마인가? 란 질문에 대해 곧바로 대답하는 경우가 그것이다. 한편, 반성적 사고 단계에서는 중재 사고 활동이 내성적 인식의 대상이 된다. '16×25는 얼마인가?' 라는 질문에 '400' 이라고 대답했을 경우, '머릿속에서 어떻게 계산했는가'라는 질문을 받을 수 있는데, 이는 곱셈의 결합법칙과 분배법칙을 인용하는 정도의 복잡한 사고를 요하는 질문이다. 반성적 사고 단계가 직관적 사고 단계와 차별되는 것은 바로 이러한 모든 질문에 답하는데 필요한 정보가 주위 환경으로부터가 아닌 우리 자신의 개념 체계로부터 유래한다는 것이다. 이것이 바로 '중재사고활동'이다. 한편, Van Hiele는 수준이론을 통해 반성이 학습자의 수준 상승에 결정적인 역할을 수행함을 설명하였다. 이때 반성은 1)인지 조작을 사유의 대상으로 삼고 그것을 되돌아보는 인간의 능력, 2)자신의 정신 상태에 대한 지각, 3)마음속에서 대상을 돌려보고 그것에 대해 세심하게 고려해 보는 사고, 4)의식적으로 자신의 사고 과정을 관찰대상으로 삼는 능력으로 정리해 볼 수 있다.

Ⅲ. 메타인지의 이해

1. 메타인지 개념

메타인지는 메타기억이라는 용어에서 비롯된 것으로, 메타이해, 메타집중, 메타의사교환, 메타언어 그리고 메타기억 등을 모두 포괄하는 광의적 의미의 개념이다(김수미, 김연식, 1996). 이때 접두사 ‘메타’는 변화와 이후라는 의미를 나타내는 그리스어 ‘μετα’에서 유래된 어휘로, ‘직접적인 사건을 떨어져서 고찰하여 그 사건을 초월하여 제기할 수 있는’이란 의미로 사용되고 있다. 이러한 관점에서 보면 메타인지는 포괄적인 의미에서 인지 그 자체를 대상으로 하는 지식이며 인지 그 자체에 대한 이해라 할 수 있다. 달리 말하면 정신의 상태나 과정이 반성의 대상이 되는 정신 활동이라 할 수 있다. 따라서 메타인지는 ‘인지에 대한 인지’, ‘인지에 대한 반성’, 혹은 ‘사고에 대한 사고’ 등으로 불린다(김수미, 김연식, 1996).

메타인지의 모 개념으로서의 메타기억은 1970년대 초반, 심리학자 Flavell에 의해, 아동의 암기 수행상의 결함을 설명하기 위해 도입되었다고 한다(김수미, 김연식, 1996). 따라서 메타기억의 초기 개념은 ‘기억에 대한 지식’으로서 이는 메타기억이 처음에는 지식의 한 유형으로 간주되었음을 의미하는 것이다. 그러나 아동의 암기 수행의 결함을 그들이 가진 암기에 대한 지식의 부족뿐만 아니라 자신의 암기 과정을 모니터하고 조절하는 능력의 부족으로 돌리려는 경향이 대두되면서 메타인지는 현재의 지식과 기능이라는 두 가지 측면을 가진 양면적 개념으로 인식되게 되었다. 메타인지에 대한 이와 같은 이분법적 해석은 메타인지를 인지의 한 유형으로 간주하는 것과도 맥을 같이 한다. 결국 인지는 일반적으로 두 가지 관점으로 해석된다. 하나는 알려고 하는 작용 그 자체로서의 의미를 지니며, 다른 하나는 알고 있는 상태 그 자체로서의 의미를 지닌다. 이처럼 인지는 인지 활동의 과정과 산물이라는 두 가지 의미를 동시에 지니고 있기 때문에, 메타인지를 인지의 한 유형으로 본다면 메타인지 역시 인지 활동의 과정과 산물이라는 두 가지 측면으로 분류 가능하다. 따라서 지식과 기능으로서의 메타인지에 대한 현재의 이분법적 해석은 그것을 인지적 개념으로 간주할 경우 상당한 근거를 가지고 있다고 할 수 있다.

‘반성’ 개념은 다양하지만 기본적으로 사유의 대상이 정신 조작, 즉 인간의 인지 과정이라는 점에서 메타인지의 개념과 일치한다(김수미, 1992). 실제로 메타인지는 ‘인지에 대한 반성’으로 일컬어지기도 한다. 따라서 일부에서는 반성을 메타인지 개념과 동일시하기도 하지만 반성은 메타인지의 여러 다양한 측면 중 일면에 지나지 않는다. 메타인지라는 이름으로 대표되고 있는 여러 가지 다양한 하위 개념 군으로는 1)정신세계에 대한 지식, 2)변인에 대한 지식, 3)자신의 인지적 상태에 대한 평가적 지식, 4)문제 해결 기능, 5)정의적 특성으로서의 메타인지라고 하는 다섯 가지 범주로 분류될 수 있다. 각 범주에 해당되는 내용은 다음과 같다(김수미, 1992). 첫째, 정신세계에 대한 지식으로서의 메타인지는 외부의 실물 세계와 다른 내적 정신세계에 대한 지식이다. 둘째, 변인에 대한 지식으로서의 메타인지는 메타인지의 초기 개념으로 현재까지 가장 널리 알려진 것이기도 하다. 이것은 인지적 과제를 수행하는 데 있어 수행 과정이나 결과에 영향을 미치는 변인에 대한 개인적 지식 혹은 신념이다. 변인으로는 인간, 과제, 전략, 환경 등이 있다. 셋째, 자신의 인지 상태에 대한 평가적 지식으로서의 메타인지는 인지적 과제를 처리하는 상황에서 행해지는 자신의 현 사고 과정에 대한 즉각적인 자기 평가이며, 또한 평가된 결과이다. 넷째, 기능으로서의 메타인지 역시 변인에 대한 지식으로서의 메타인지와 더불어 가장 널리 알려진 메타인지 개념이다. 이것은 인지적 과제를 효과적으로 수행하고 수행한 결과에 대해 확신을 갖기 위해 행해지는 전략적 행동 혹은 의사결정과 관련된 문제해결의 일반 기능이다. 다섯째, 정의적 특성으로서의 메타인지는 인지 과제에 대한 개인적인 신념, 태도, 정서와 관련된다.

더 나아가 메타인지의 구성 요소를 살펴보면, 메타인지가 적어도 두 가지 분리된 구성 요소로서 메타인지적 지식과 메타인지적 자기 조정능력을 포함한다고 밝히고 있다(김수미, 1992). 메타인지적 지식은 과제를 효율적으로 수행하는 데 필요한 기능, 전략 및 자원의 인식과 관련되며, 메타인지적 자기 조정은 성공적인 과제 수행을 보장하는 자기규제 기제를 사용하는 능력으로 메타인지적 지식을 실행하는 방법과 시기를 아는 것과 관련된다. 특히 메타인지적 자기 조정은 자신의 인지 과정을 스스로 지각하는 메타인지 지식만으로는 효율적으로 과제를 수행할 수 없다는 전제 하에 메타인지 지식보다도 문제 해결 과정에서 스스로 계속적으로 자기 점검하는 것을 강조하는 것으로 대두된 개념이다. 따라서 메타인지적 자기 조정은 학습자가 조직적인 인지 활동을 위하여 자신의 인지 활동을 계획하고 점검하며 수정하는 활동으로써 문제를 해결하는데 이용하는 실질적 인지 전략이다.

2. 메타인지의 역할

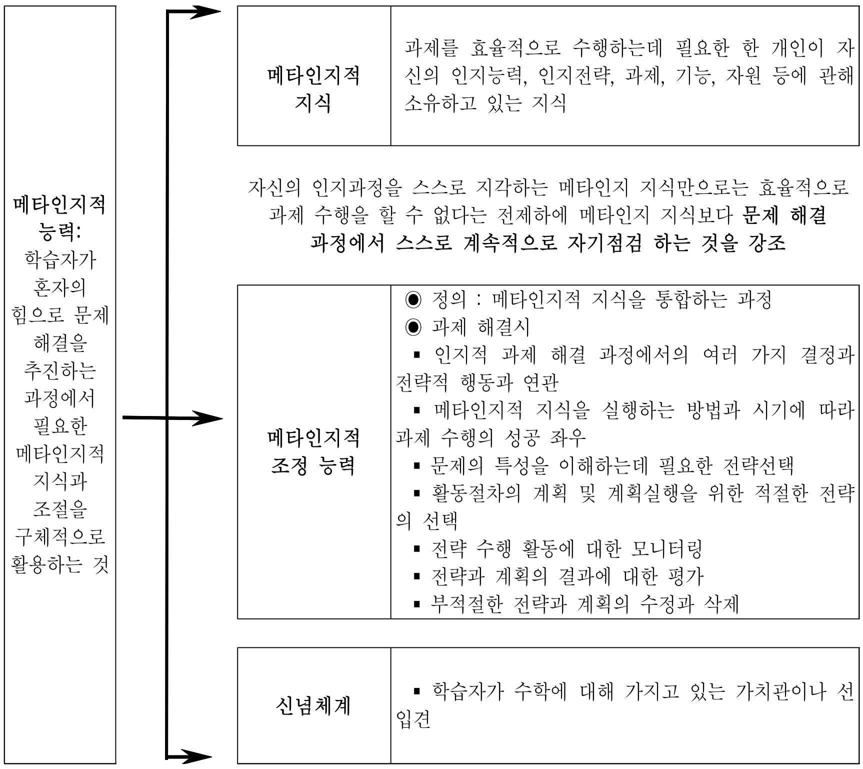
수학교육 현대화 운동은 급격히 발전해 온 수학의 내용을 학교 수학에 조기 도입하려는 시도로 인해 그 당시 목표로 하는 현대 수학의 이해에 미치지 못했음은 물론 기초적인 기능마저 저하시키는 결과를 가져오게 되었다. 이러한 수학 교육 현대화 운동을 반성하면서 Freudental(1973)은 전통적인 수학 교육이나 현대화에 의한 새 수학 모두의 결함이 완성된 형태로 수학을 전달했기 때문이라고 지적하고, 그 개선의 실마리를 사고 활동으로서의 수학을 경험시키는 것에서 찾고자 하였다(우정호 외 역, 2008). 이와 같은 맥락에서 Polya(1957)도 학교 수학의 목적이 수학적으로 사고하도록 가르치는 것이며 이는 단지 정보적 지식을 전달하는 것이 아니라 부여된 정보적 지식을 사용하는 능력, 곧 방법적 지식과 바람직한 사고 태도와 습관을 개발하는 것이라고 하였다.

수학교육 현대화의 반성으로 1977년 '문제 해결을 학습하는 것이 수학을 배우는 중요한 이유'라는 의견서를 내었고 마침내 1980년 NCSM에서는 문제 해결은 1980년대의 학교 수학의 초점이 되어야 한다는 권고문을 발표하였다. 그때부터 문제 해결 교육에 대한 연구가 시작되었고 그 연구의 대부분이 Polya의 발견술 지도에 초점이 맞추어져 있었다. 그러나 1980년대 말 Polya의 연구를 근거로 한 문제 해결 전략 지도에 관한 여러 실험 연구가 발표되었는데 그 결과가 긍정적인 면과 부정적인 면으로 혼합되어 나타났다. 이처럼 문제 해결을 지도한 결과가 성공과 실패로 엇갈려서 나타나는 원인을 찾는 과정에서 연구자들이 발견한 문제 해결의 주요 변인으로 삼은 것이 '메타인지'라 할 수 있다(유현주, 1996). Kilpatrick(1985)은 학생들이 주어진 문제를 풀기 위하여 필요한 개념이나 기술을 모두 갖추고 있으면서도 그것을 문제 해결에 이르기까지 종합적으로 사용하지 못하고 있음을 지적하면서 그 이유로 교사들이 학생들로 하여금 그들의 의식이 어떻게 작용하는지 또 그들의 정신 활동을 감시하고 조절하는데 그것을 어떻게 이용할 수 있는지를 좀 더 의식하도록 도와주는데 별다른 주의를 기울이지 못했기 때문이라고 한다(유현주, 1996, 재인용). 즉, 문제 해결자가 아무리 풍요한 전략을 갖고 있다 하더라도 그 전략을 적절하게 관리할 수 있는 능력이 없다면 별가치가 없다는 것이다. 여기서 말하는 '관리적 기능'이란 인지 활동에 대한 조정과 통제에 해당하는 것으로, 문제 해결자가 문제 해결 활동을 성급히 실행하기 전에 주어진 문제가 갖는 의미가 무엇인가를 이해하였는지 스스로 확인하고, 문제 해결 계획을 수립하고 조정하는 것 등을 의미한다.

Schoenfeld(1987)도 인지적 자원을 종합적으로 사용 처리케 하는 메타인지적 작용, 즉 관리적 기능이 문제 해결에서 가장 중요하다는 것을 믿고 있다. 그는 문제 해결 과정에 메타 인지가 전체적인 인지 활동을 이끌어 가는 핵심적인 추진력의 역할을 담당하며, 이러한 역할을 수행하는 메타인지에 대한 보다 많은 연구가 이루어져야 함을 여러 곳에서 역설하고 있다. 이와 같이 메타 인지적 지식과 기능이 수학 문제 해결에 중요함을 알면서도 그 동안 이 분야에 관심을 기울이지 못한 이유로서 Lester, et. al..(1985)는 다음과 같은 세 가지를 들고 있다. 첫째, 은밀한 행동은 어떤 형태이든 관찰하고 분석하기가 매우 어렵다는 데 있다. 실제로 많은 심리학자들은 자기 자신의 정신 과정에 직접 접근할 수 없는 것으로 믿고 있기 때문에 자기 기록을 연구 자료로 여기는 것에 대하

여 의문시 하고 있으며, 이러한 의문은 메타 인지 과정에서 더욱 두드러진다. 둘째, 자기 기록을 합법적인 자료로 수용하는 연구자도 과제를 수행하는 동안 정보를 말로 나타내도록 요청하는 것이 인지 과정에 영향을 줄 것이라고 믿고 있기 때문이다. 셋째, 메타인지, 메타 기억 등과 연계된 현상은 불명확하기 때문에 과학적 탐구의 대상이 될 수 없는 것으로 여겨졌으며 그 결과 메타 인지의 역할이 대부분 무시되었다.

그러나 수학 문제 해결 지도에 대한 연구에서 지금까지 인지적 활동만을 고려한 것을 반성하면서 최근에 전략 선택, 인지적 조정, 인지 과정의 평가 등과 관련된 메타인지에 대하여 많은 관심이 제기 되고 있다(백석윤, 1995). Klipatrick(1985)은 현재 수학 교육에서 거론되는 주요한 연구 주제는 '자기의식'에 관한 것인 바, 수학의 지도와 학습이 효율적으로 이루어지기 위해서는 교사나 학습자가 교수 활동이나 학습 활동에 임할 때 자신이 현재 수행하고 있는 일에 대하여 보다 더 의식적인 인식을 가져야 한다고 주장하고 있다(백석윤, 1995, 재인용).



[그림 Ⅲ-1] 메타인지의 개념

이에 덧붙여 최근 수학 교육 연구자들은 메타 인지 영역에 정의적 요소를 추가시키려는 경향을 보이고 있다. 예를 들면 신념을 '주관적인 지식'으로 여겨 메타 인지의 구성 요소인 '인지에 대한 지식'에 추가시키는가 하면 Schoenfeld(1987)처럼 메타 인지에 대한 연구에 자신의 사고 과정에 대한 지식, 조정과 함께 신념과 직관을 포함시키기도 한다. 그러나 문제 해결자가 수학과 수학 활동에 어떠한 신념과 태도를 가지느냐 하는 것이 문제 해결 활동에 중요한 영향을 끼친다는 것은 대부분의 학자들이 인정하고 있는 사실이지만, 이것을 메타 인지 영역에 포함시켜 연구한다는 것은 쉽지 않다는 지적도 있다. 이에 대해 Kilpatrik(1987)은 메타 인지에는 수학을 하는 사

람으로서, 수학자로서 자기 자신에 대한 신념이 포함되지만, 수학을 어떻게 하느냐 하는 것과 중요한 관계를 가질 수도 있는 다른 신념은 포함되지 않는다고 하였다(백석윤, 1995, 재인용). 반면, 백석윤(1995)은 메타 수준의 인지 활동, 신념 체계 그리고 문제 해결 활동에 영향을 끼칠 것으로 보이는 문제 해결자의 정의적, 심성적 요인들을 모아서 순수 인지 외적 요인으로 부르고 있다. 이상으로, 메타인지에 관한 의미를 아우를 수 있는 세 가지 요소, 즉 메타인지적 지식, 메타인지적 조정 능력, 신념체계에 관한 내용을 정리하여 나타내면 [그림 Ⅲ-1]과 같다. 한편, 메타인지가 수학 문제 해결 지도에 어떻게 적용되는지를 살펴보면, Lester, et. al.(1985)는 Polya의 문제 해결 4단계 모델은 메타인지가 고려되지 않은 연구라고 비판하면서 이 모델의 인지적 요소에 메타 인지적 요소를 가미한 개선안을 제시하기도 하였다.

Ⅵ. 결론

본 연구는 수학교육 분야에서 제기되고 있는 문제 해결의 중요성을 인식하고 학습자의 문제 해결 과정에 중추적인 역할을 수행하는 반성 개념의 불명확성 문제를 교육학적 고찰을 통해 살펴보았으며, 수학교육 분야에서의 반성과 메타인지 개념의 보다 명확한 이해를 위해 Piaget. Freudenthal, Skemp, Van Hieles의 이론을 중심으로 전개해 보았다. 또한, 반성과 메타인지적 사고는 학습자의 문제 해결 과정에서 두드러지게 나타나는 인지적 사고임을 인식하고 Polya의 문제 해결 과정을 중심으로 반성과 메타인지의 역할을 살펴보았다.

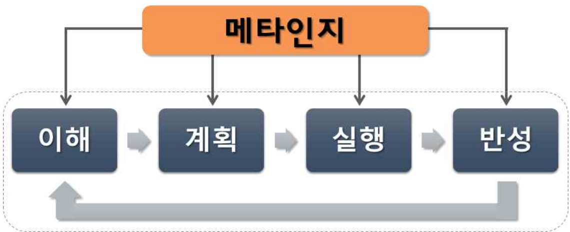
최근의 개념 학습과 문제 해결 학습에서 반성적 사고의 중요성이 강조되면서 메타인지에 대한 관심이 증대되고 있다. Polya의 발견술에 메타 인지적 측면이 어느 정도 고려되고 있는지 알아보고 문제 해결 교육에서 반성과 메타인지의 역할을 비교해 보면, Polya가 메타인지에 대해 명시적으로 언급하고 있지는 않다. 하지만 Polya의 글을 살펴보면, 그가 메타 인지적 기능을 강조하고 있음을 알 수 있다. Polya는 1980년 미국 버클리에서 개최된 제 4차 수학 교육 국제회의에서 '수학은 지성을 증진시킨다.'는 간단한 글을 발표하였다(우정호 역, 2001, 재인용). 거기서 그는 '수학 교사의 가르침이 정신을 증진시키기 위해서 수학 교사는 무엇을 할 수 있는가?'라는 질문을 던지고 있다. 이에 대해 Kilpatick(1987)은 Polya의 질문을 때때로 우리 자신에게 던져 메타 인지적으로 우리의 생각을 조정해 볼 것을 제안하면서 정신의 증진은 적어도 부분적으로는 학생과 교사의 인식이 자기 자신을 돌아볼 필요성이 있음을 의식하는데 있다고 하였다(우정호 역, 2001, 재인용). 우정호 역(2001)도 이 Polya의 말을 음미하면서, 대화법을 통한 문제 해결 교육의 요지가 대화를 통해 소위 반성적 사고를 유발시키고자 한 것이라고 하였다.

메타인지 연구자들은 관리적 기능을 중요시하는데, 이와 같은 생각은 Polya의 글에서도 찾아볼 수 있다. 그가 사용하는 '조직화'라는 용어 속에는 관리적 기능의 의미가 함축되어 있다고 생각한다. 문제를 해결하기 위해서는 처음에는 동면 상태에 있는 지식 가운데 적절한 것을 선택하여 모아야 한다. 문제를 풀기 위해서는 고립되어 있는 사실을 회상하는 것으로는 충분치 않으며 이러한 사실을 결합시키지 않으면 안 되고 그들의 조합은 당면한 문제에 잘 들어맞아야 한다. 수학 문제를 해결할 때에는 잘 조절된 전체에 회상된 결과를 관련지우는 논증을 구성해야 한다. 이와 같이 조절하고 결합하는 활동을 '조직화'라고 부를 수도 있을 것이다(Polya, 1957). 물론 Polya는 동원이니 조직화니 하는 말을 문제 해결자가 문제를 해결하는 동안에 어떻게 할 것인가를 말하는 처방적인 용어로 사용한 것이 아니라 단지 그의 전형적인 정신 활동이 어떤지를 기술하기 위하여 사용했지만, 조직화라는 말 속에 '조절과 통제' 또는 '관리적 기능'의 의미가 들어 있음은 분명하다. 그리고 Silver(1982)도 지적했듯이, Polya의 발견술적 조언의 많은 부분은 문제 해결자가 문제를 해결하는 과정의 진행 상황을 반성하도록 하고, 사용하는 절차의 효율성을 평가하도록 하는 '메타 인지적 조언(metacogitive prompts)'임이 분명하다(정은실, 1993, 재인용).

그러나 Polya는 메타 인지적 과정을 단지 묵시적으로만 고려하고 있을 뿐 드러내어 나타내지는 않았다. 어찌되었든 Polya(1957)의 발문은 교사가 문제 해결을 위해 학습자의 사고를 전개해 주는 역할을 하는 것이다. 다시 말해 학습자는 문제 해결 과정의 각 단계를 거치는 과정을 교사의 발문을 통해 의식적으로 습득하게 되고, 자신의 사고의 방향을 결정해간다. 즉, 문제 해결에 유용한 사고 작용을 야기하는 적절한 발문과 권고를 교사와 학생 간의 대화를 통해 훈련하여 최종적으로는 학생 내부에서 그러한 대화가 이루어져 자기의 사고 과정을 자율적으로 규제하고 조정하며 문제를 해결하게 된다. 이러한 교사의 발문이나 권고가 학습자 스스로 자기 대화를 통해 문제해결을 해나갈 때 학습자는 메타 인지적 사고를 했다고 할 수 있다.

반성과 메타인지는 문제 해결 과정에서 핵심적인 역할을 수행하고 있는데, 수학 교수·학습 이론에서는 다음과 같은 특징을 들어 반성과 메타인지를 구분하고 있다. 기존의 반성 개념에 부여되는 특징은 1)인식의 대상이 인지 곧, 정신 조작, 2)의식성과 관련, 3)반성적 지능을 고차적인 사고로서 아동의 사고의 특성은 아니라는 것이다. 그런데 반성에 대한 이와 같은 특성은 또한 메타인지 개념의 핵심 특성이기도 하다. 이러한 관점에서 본다면 반성과 메타인지는 매우 유사한 개념임에 틀림없다. 즉, 반성과 메타인지는 사유의 대상이 인지적 혹은 정신적 조작이라는 점에서는 매우 유사하다. 그러나 메타인지는 내적 정신세계의 존재성에 대한 명확한 통찰을 전제로 한다는 반성이라는 점에서 일반적인 반성 개념과 구분될 수 있다. 다시 말해, 어떤 대상 혹은 자신의 사고 과정을 되돌아본다고 하는 외양은 반성이나 메타인지가 다를 바 없다. 그러나 메타인지는 자신의 사고 과정을 되돌아보는 것 이면에 고찰 대상이 되는 정신세계의 존재성에 대한 명확한 이해 혹은 자각을 전제로 한다는 점에서 일반적인 반성 개념과 구분된다. 또한 메타인지 개념은 자신의 정신적 조작에 대한 세심한 고찰 뿐 아니라 그에 대한 의사결정, 더 나아가 그에 대한 조절 기능까지 포괄하는 행동적이고 기능적인 개념이라는 점에서 역시 일반적인 반성 개념과 구분된다고 할 수 있다.

본 연구에서는 Polya의 문제 해결 과정을 통해 반성과 메타인지에 대해 설명하였는데, [그림 VI-1]과 같이 반성은 문제 해결의 이해, 계획, 실행을 가능하게 하는 인지적 사고이고, 메타인지는 이러한 일련의 문제 해결 과정의 이해, 계획, 실행, 반성을 모두 가능케 하는 인지적 사고 위의 사고, 즉 초인지 사고로서 학습자의 문제 해결 과정 중에 핵심적인 역할을 수행한다고 할 수 있다.



[그림 VI-1] 문제 해결 과정에서 반성과 메타인지의 역할

본 연구의 목적상 수학교육에서의 반성과 메타인지의 의미와 역할을 살펴보는데 중점을 둔 바, 이들의 실제적 활용성 또는 활용 방안에 대해서는 다루지 못하였으며, 반성과 메타인지의 연계와 차이점을 극명하게 설명하는 데에도 모자람이 있다. 따라서 반성과 메타인지 관련의 보다 심도 있는 연구가 향후 이뤄지기를 기대하는 바이다.

참 고 문 헌

김수미 (1992). 수학교육에서의 메타인지 개념에 대한 고찰. 대한수학교육학회논문집, 9(2), 95-104.

Kim Soo-Mi (1992). A Study on Metacognition in Mathematics Education. *Journal of the Korea society of educational studies in mathematics*, 9(2), 95-104.

김수미 · 김연식 (1996). 메타인지 개념의 수학교육적 고찰. 대한수학교육학회논문집, 6(1), 111-123.

Kim Soo-Mi & Kim Yeon-Sik (1996). A Study on the Concept of Metacognition in Mathematics Education. *Journal of the Korea society of educational studies in mathematics*, 6(1), 111 - 123.

김연식 · 정영옥 (1997). Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구. 대한수학교육학회논문집, 7(2), 1-23.

Kim Yeon-Sik & Chong Yeong Ok (1997). A Study on Freudenthal"s Mathematising Instruction Theory. *Journal of the Korea society of educational studies in mathematics*, 7(2), 1 - 23.

백석윤 (1995). 문제해결을 위한 메타인지적 사고의 지도 방법 모색-Socrates와 Ploya의 문제해결 지도 과정의 분석. 대한수학교육학회논문집, 5(2), 51-60.

Paik Suk-Yoon (1995). The Search for a Way to Teach Metacognitive Thinking Skills Useful for Problem Solving. *Journal of the Korea society of educational studies in mathematics*, 5(2), 51-60.

우정호 (2013). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.

Woo Jeung-Ho (2013). *The Principle and Method for Teaching and Learning Mathematics*. Seoul National University Publisher.

유현주 (1996). 문제해결과 메타인지. 대한수학교육학회논문집, 6(1), 63-73.

Yu Hyun Joo (1996). Problem solving and Meta-cognition. *Journal of the Korea society of educational studies in mathematics*, 6(1), 63-73.

정은실 (1993). 폴리아의 수학적 방법론 고찰. 대한수학교육학회논문집, 3(1), 59-74

Jeong Eun-sil (1993). Considerations on Polya's Mathematical Inquiry. *Journal of the Korea society of educational studies in mathematics,* 3(1), 59-74.

황혜정 · 나귀수 · 최승현 · 박경미 · 임재훈 · 서동엽 (2016). 수학교육학신론. 서울: 문음사.

Hwang Hye Jeang, Na Geo Soo, Choi Seung Hyun, Park Kyoung Mi, Rhin Jae Hoon & Seo Dong Yeop (2016). *The New Theory of Mathematics Education*. Seoul: Moon Eum Sa.

Freudenthal, Hans (1991). *Revisiting Mathematics Education*. 우정호, 정은실, 박교식, 유현주, 정영옥, 이경화 역(2008), 프로이덴탈의 수학교육론. 서울: 경문사.

Lakatos, Imre (1976). Proofs and refutations : the logic of mathematical discovery. 우정호 역(2001). 수학적 발견의 논리. 서울: 민음사.

Lester, Jr. F. K. and Garofalo J. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. Journal for Research in Mathematics Educaton, 16, 163-176.

Polya, G. (1957), *How to Solve it*. 2nd ed., New York: Doubleday & Company, Inc..

Schoenfeld, A. H. (1987). What's All the Fuss about Metaconition? In A. H. Schoenfeld(ed), *Cognitive Science and Mathematics Education*, 189-215. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. 황우형 역(2000). 수학 학습 심리학. 서울: 사이언스북스.

A Study on the Meaning of Reflection and Meta-Cognition in Mathematics Education

Hwang, Hye Jeang†
Chosun University
E-mail : sh0502@chosun.ac.kr

Kim, Soo-Jin
The Graduate School, Chosun University
E-mail : math2702@hanmail.net

Reflection and Meta-Cognition became the centered interest as main subjects of the mathematics education studies together with problem solving education in the 1980s. And lots of researches who have concerned with them have been even progressed actively. But, the concept of the reflection and particularly meta-cognition has been pointed out continually because of its ambiguity and uncertainty.

There is almost no researches intended to reveal the concept itself. Although the status of the reflection and/or meta-cognition in mathematics education. Therefore, it is significant at this point in time that the work of examining the concept of the reflection and meta-cognition be accomplished. By this reason, this study tried to examine and find out the essential nature of the concept of reflection and meta-cognition in aspects of mathematics education.

* ZDM Classification : D14
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key words : Reflection, Meta-cognition
† corresponding author