

Determination of Resetting Time to the Process Mean Shift with Failure

Do-Kyung Lee[†]

School of Industrial Engineering, Kumoh National Institute of Technology

고장을 고려한 공정평균 이동에 대한 조정시기 결정

이 도 경[†]

금오공과대학교 산업공학부

All machines deteriorate in performance over time. The phenomenon that causes such performance degradation is called deterioration. Due to the deterioration, the process mean of the machine shifts, process variance increases due to the expansion of separate interval, and the failure rate of the machine increases. The maintenance model is a matter of determining the timing of preventive maintenance that minimizes the total cost per wear between the relation to the increasing production cost and the decreasing maintenance cost. The essential requirement of this model is that the preventive maintenance cost is less than the failure maintenance cost. In the process mean shift model, determining the resetting timing due to increasing production costs is the same as the maintenance model. In determining the timing of machine adjustments, there are two differences between the models. First, the process mean shift model excludes failure from the model. This model is limited to the period during the operation of the machine. Second, in the maintenance model, the production cost is set as a general function of the operating time. But in the process mean shift model, the production cost is set as a probability functions associated with the product. In the production system, the maintenance cost of the equipment and the production cost due to the non-confirming items and the quality loss cost are always occurring simultaneously. So it is reasonable that the failure and process mean shift should be dealt with at the same time in determining the maintenance time. This study proposes a model that integrates both of them. In order to reflect the actual production system more accurately, this integrated model includes the items of process variance function and the loss function according to wear level.

Keywords : Process Mean Shift, Preventive Maintenance, Variance Function, Quality Loss Function

1. 서 론

모든 설비는 계속적인 사용이나 시간의 경과에 의해 그 성능이 저하된다. 이러한 성능 저하를 유발하는 현상을 ‘열화현상’이라 한다. 대표적인 열화현상으로 마모,

경화, 점도 그리고 저항 변화 등이 있다. 열화현상의 진행으로 인해 설비의 공정평균은 이동하고, 유격의 확대로 인해 공정분산은 증가하며, 설비의 고장률은 증가한다. 설비보전모형은 이처럼 단위 시간이나 마모 당 증가하는 생산비에 대해 감소하는 고장보전비용과의 절속관계에서 총비용을 최소화하는 예방보전 시기를 결정하는 문제다. 이 때 예방보전비용이 고장보전비용 보다 작다는 가정과 고장률이 증가한다는 가정이 요구된다.

공정평균이동 문제에서도 생산비용의 증가로 인한 설비의

Received 13 November 2019; Finally Revised 9 December 2019;
Accepted 11 December 2019

[†] Corresponding Author : dklee@kumoh.ac.kr

조정 시기를 결정하는 것은 설비보전모형과 동일하다. 설비의 조정 시기를 결정함에 있어, 공정평균이동 문제가 설비보전모형과 다른 점은 두 가지다. 첫째, 공정평균이동 문제는 고장비용을 모형에서 제외시킨다. 즉, 설비 가동 중에 발생하는 비용으로 한정한다. 둘째, 설비보전모형에서는 생산비용을 사용 시간에 대한 일반 함수로 설정 하지만, 공정평균이동 문제에서는 이를 생산 제품과 연관한 여러 확률함수들로 처리하여 매우 상세히 모델링한다는 점이다. 본 연구에서는 설비보전모형의 생산비용에 대해 공정평균이동의 문제를 도입한 통합 모델을 제시하고 전체 비용을 최소화 하는 보전시기를 제안하고자 한다.

1.1 설비보전모형

설비보전 혹은 최적 생산량 문제는 사용 시간이나 마모가 진행됨에 따라, 공정을 유지 보수하는 비용과 생산비용이 증가함에 따라 단위 시간 혹은 단위 마모 당 전체 비용을 최소화하는 생산량(최적 조정 시기)을 결정하는 분야다. 모형을 구성하는 항목은 크게 설비의 고장에 의한 고장보전비용, 고장 발생 전에 보전하는 예방보전비용 그리고 사용 시간에 의한 생산비용의 세 가지로 구성된다.

고장의 발생 형태에 있어서는 충격모델과 기회모델 중에서 본 연구에서는 기회모델을 적용한다. 기회모델에서의 고장은 고장률에 의한 기준이며, 시간 경과에 있어 어느 시점에서도 고장이 발생할 수 있는 모델이다. 기회모델은 다시 고장 발생 시, 즉시 교환 가능 여부에 따라 가용도 모델과 신뢰도 모델로 구분할 수 있으며, 본 연구는 즉시 교환이 가능한 신뢰도 모델을(Valdez-Flores와 Feldman [21], Pierskalla와 Voelker[15] 참조) 적용한다. 신뢰도 모델은 다시 고장 발생 시, 부품이나 설비에 대해 보전 방식에 따라 Barlow와 Hunter[2]가 제시한 수명교환모델(Policy I)과 수리 사용 후 교환(Policy II)모델로 분류 할 수 있으며, 본 연구에서는 수명교환모델을 적용한다.

결정 변수인 설비에 대한 보전 실시 시점은 설정한 모형이나 가정에 따라 1)사용시간 2)생산량 3)열화수준의 세 가지 형태 중 하나이며, 이들은 기본적으로 동일한 개념이다. 열화수준이 항상 관측 가능한 경우, Park[14]은 기존의 시간에 의한 교환모델은 마모에 의한 교환모델로 전환됨을 제시했다. 본 연구도 마모수준이 항상 관측 가능함을 전제로 함으로써, 결정변수는 마모수준이 된다. 본 연구를 보전모형 기준에서 분류하면, 기회모델, 신뢰도모델, 교환모델 그리고 연속 마모모형에 해당된다.

1.2 공정평균이동

공정평균이동은 설비보전모형에서 사용시간이나 생산

량 혹은 마모수준에 따른 생산비용만을 별도로 취급하는 모형이다. 즉, 일반적인 설비보전모형에서 고장을 제외한 모형이라 할 수 있다. 공정평균이동 모형을 구성하는 비용항목은 예방보전 비용과 생산비용으로 구성된다. 그러므로 공정평균이동 문제는 마모가 진행됨에 따라 감소하는 단위당 예방보전비용과 증가하는 생산비용 간의 절속 관계에서 전체 비용을 최소화하는 마모수준을 결정하는 분야다. 대상 공정이 절삭공정과 같이 설비에 대한 초기 설정값이 조정 가능한 경우라면, 앞으로 진행될 마모를 사전에 고려하여 설비의 최적 수준보다 가혹하게 초기 설정함으로써 전체 비용을 줄일 수 있다. 이 경우에는 최적 마모수준과 더불어 설비의 초기 설정값도 결정변수가 된다.

생산비용을 구성하는 항목은 가동시간 중 생산한 제품에 대한 것으로서, 부적합품에 대한 비용과 적합품에 대한 품질손실비용으로 구성된다. 부적합품에 대한 비용은 상한이나 하한 규격을 벗어나는 제품에 대한 것이다. 부적합품 비용에 대한 모형은 마모의 진행에 대해 1)규격 하한이나 상한 설정과 관련한 규격의 설정 2)부적합품에 대한 발생 분포 그리고 3)부적합품의 판매 정책의 모델로 구분할 수 있다.

과거에는 제품에 대해 ‘규격을 충족하는가? 충족하지 못하는가?’에 의해 제품을 단순히 부적합품과 적합품의 이원적으로 분류해 왔다. 그러나 공정평균의 이동이나 공정의 산포에 의해 목표값과 제품의 실제값이 차이가 나는 경우, 비록 적합품이더라도 이 편차를 사회적 손실로 간주하여 비용으로 처리해야 한다는 주장이 Genichi Taguchi의 품질손실함수(QLF : quality loss function) 개념이다. 근래에 들어 품질손실함수 개념을 공정평균이동 문제에 적용한 연구들이 진행되고 있다.

본 연구에서의 개별 부적합품의 발생은 공정분산이 변하는 정규분포를 적용하며, 발생한 부적합품의 처리비용은 동일하게 처리한다. 적합품에 대해서는 Taguchi의 품질손실함수에 의한 비용으로 처리한다.

2. 기존 연구

기존 설비보전모형의 생산비용에 공정평균이동을 도입하는 연구분야는 Manuele[13]가 가공공구의 마모로 인한 제품품질특성치의 선형이동(linear trend or shift)문제를 소개하며 처음으로 제기했다. 그는 마모수준에 있어서 가공 완료된 제품들의 특성치로써 관리도를 이용하는 간접적인 방법을 제시했다.

본 연구처럼 직접적인 측정이나 혹은 기존의 자료분석을 통해 마모수준을 즉시 알 수 있는 경우에 대한 연구들로는 다음과 같은 것들이 있다. Kamat[8]는 연속적인 가공 즉,

시간의 경과에 따라 가공공구의 특성이 선형적으로 변화한다고 가정하고 보전주기를 결정했다. Gibra[6]는 한쪽 규격만 주어진 경우에 있어 단위 적합품에 대한 전체비용을 최소화하는 최적 보전주기를 제품의 생산수로 나타내었다.

Sule과 Harmon[20]은 여러 부품으로 구성된 시스템에서 단위 부품들의 불량을 포함한 생산비용을 일반 함수 형태로 표시한 후, 개별 부품의 보전비용과 시스템 전체의 보전비용 사이에서 일제교환정책을 제시했다. Lee 등 [10]은 생산량의 증가에 대한 공정평균의 변화가 상수가 아닌 정규분포를 따르는 경우에 대해 발표했다. Arcelus 등[1]은 공정평균의 이동에 있어, 공정분산 또한 일정한 값이 아닌 단계적으로 알려진 상수(constant)로 변하는 모델을 제시했다.

부적합품의 판매정책의 모델 분야의 연구들은 다음과 같다. Springer[19]는 규격하한에 미달되는 제품과 규격상한을 초과하는 제품 즉, 부적합품에 대한 처리비용이 규격 상·하한에 따라 상이한 모델을 제시했다. Hunter 와 Kartha[7]는 규격을 만족하는 제품은 일정한 가격에 판매하고, 규격에 미달하는 제품은 할인 판매하는 모델을 제시하고, 판매에 의한 총 수익의 최대화에 대한 초기 공정평균 설정문제를 다루었다.

적합품에 대한 품질손실비용에 대한 연구들은 다음과 같다. Rahim과 Tuffaha[17]는 손실함수와 규격상한을 사용하여 최적 초기 평균위치와 보전시기를 결정하는 연구를 제시했다. 이 연구에서 결정변수는 초기 공정평균의 설정값과 관리한계선이며, 앞서 언급한 공정평균 이동에 대한 보전정책 연구 분야와 접근 방식은 상이하지만 수리적인 모델에서는 유사한 성격을 갖는다. Bolyes [4]는 공정목표값을 기준으로 상방과 하방에 대해 손실함수를 달리 설정하는 경우와 2차 함수 이외의 함수로 설정한 연구들로 이어졌다. 품질손실함수에 C_{pm+} 를 적용한 공정평균 이동 분야의 연구들은 다음과 같다. Chen[5]은 C_{pm+} 를 이용하여 최적 초기 공정평균을 결정 모델을 제시했으며, Lee [9]는 C_{pm+} 에 더하여 마모수준에 따라 공정분산도 함수화 함으로써 적합품에서 품질손실비용은 물론 부적합품의 생산비용에도 이를 적용했다.

보전모형 분야에서도 Rosenblatt와 Lee[18], Portues[16]는 생산주기 중에 발생하는 부적합품에 대해 이를 생산비용함수로 처리한 보전모형을 제시했다. 보전모형 분야는 고장을 포함한 것이므로, 연구의 방향은 고장발생분포와 고장 발생 시 교환이 아닌 수리 사용 후 교환(Policy II)모델에 중점을 두고 있다. 근래 연구들은 고장에 대해 보전을 실행하더라도 시스템의 상태가 고장률이나 생산비용 면에서 실행 전의 완전한 상태와는 다르다는 불완전 유지

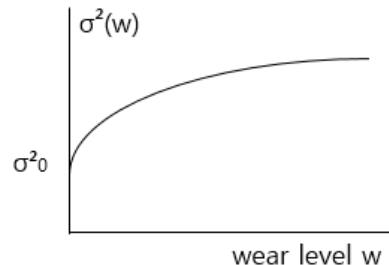
보수모형으로 전개되고 있다. Ben-Daya[4]는 시스템의 신뢰도가 유지보수비용에 의해 결정되는 모델을, Liao 등 [11]은 불완전 유지보수 횟수가 많아질수록 오히려 생산비용이 줄어드는 모델을 제시했다.

3. 모형의 구성

3.1 품질특성치 X_w

마모수준을 w 로 나타낼 때, 마모수준 w 에서 생산된 제품의 품질특성치를 X_w 로 표시하기로 한다. 공정이 안정되어 있을 때, X_w 는 정규분포를 따른다. X_w 의 평균은 마모수준에 의한 변수로서 식 (1)과 같다. μ_I 는 설비 보전 시 초기 평균위치로서 일반적으로 공정평균 m 보다 작다.

$$\mu(w) = \mu_I + w \quad (1)$$



<Figure 1> $\sigma^2(w)$ with Wear Level w

마모수준 w 에서의 특성치 X_w 의 공정분산 $\sigma^2(w)$ 는 마모 진행에 의해 증가하는 모형으로 식 (2)와 같다.

$$\sigma^2(w) = \sigma_0^2 + \alpha w^\beta, \text{ 단 } \alpha \geq 0, 0 \leq \beta \leq 1 \quad (2)$$

식 (2)에서 σ_0^2 는 $w = 0$ 에서의 공정분산으로 설비의 고유 정밀도다. 이 때, α 는 척도모수이며, β 는 형상모수다. 이를 두 개의 모수들은 각기 대상 공정에 적용되는 고유한 상수다. $\sigma^2(w)$ 의 그림을 <Figure 1>에 보였다.

마모 수준 w 에서의 특성치 X_w 는 식 (3)의 정규확률변수다.

$$X_w \sim N(\mu_I + w, \sigma_0^2 + \alpha w^\beta) \quad (3)$$

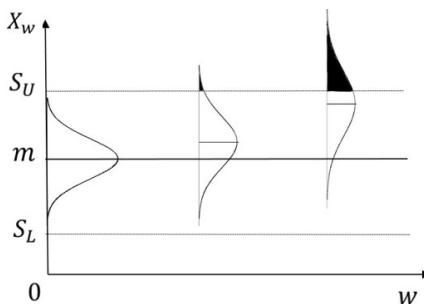
단,

$$\phi(X_w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[-\frac{(X_w - (\mu_I + w))^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)} \right]$$

3.2 마모수준 w 와 부적합률 $p(w)$

생산에 의해 설비의 마모가 진행될수록 공정평균은 규격상한이나 하한의 한쪽 방향으로 진행된다. 마모수준 w 가 증가할수록 <Figure 2>에서와 같이 공정평균은 규격상한 S_U 방향으로 이동하고 공정변동은 증가하여, 마모수준 w 에서의 제품 품질특성치 X_w 는 상한규격을 초과하는(채색된 부분) 비율이 높아져서 마모수준 w 에서의 부적합률 $p(w)$ 는 기하급수적으로 증가한다.

$$p(w) = 1 - P_r \{ S_L \leq X_w \leq S_U \} \quad (4)$$



<Figure 2> $p(w)$ with Wear Level w

그러므로 마모가 일정 수준 즉, 마모한계 w_l 에 도달하면, 이를 재조정함으로써 부적합비용을 줄일 수 있다. 또한 <Figure 2>의 경우 재조정 위치 μ_I 를 공정 목표값 m 보다 규격하한 쪽에 둘로써 동일한 재조정 기간 동안 발생하는 부적합품의 수를 감소시킬 수 있다.

3.3 설비의 보전(재설정 및 교환) 비용

전체 생산기간 동안 발생하는 총 누적마모량을 W 라 할 때, 전체 구간에서는 두 가지 유형의 재조정이 발생한다. 첫째, 마모수준 w 가 전체 비용을 최소화하는 마모한계 w_l 에 도달할 때-예방보전

둘째, 마모수준 w 가 마모한계 w_l 에 도달하기 전에 고장이 발생할 때-고장보전

누적 마모수준 W 까지의 고장 교환회수를 $N_F(W)$, 예방 교환회수를 $N_R(W)$ 라고 하면, 마모한계를 w_l 로 하는 W 까지의 고장 및 예방교환비용에 의한 비용 $C_M(w_l, W)$ 은 식 (5)와 같다.

$$C_M(w_l, W) = C_{MR} E[N_R(W)] + C_{MF} E[N_F(W)] \quad (5)$$

C_{MR} : 1회 예방 교환비용, C_{MF} : 1회 고장 교환비용
(단, $C_{MR} < C_{MF}$)

설비의 고장이 마모수준에 의한 고장밀도함수 $f(w)$ 를 끌 때, 마모한계 w_l 하에서의 평균마모량을 $G(w_l)$ 이라 하면, $G(w_l)$ 은 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} G(w_l) &= \int_0^{w_l} w f(w) dw + w_l \int_{w_l}^{\infty} f(w) dw \\ &= \int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 $F(w)$ 는 고장밀도함수 $f(w)$ 의 누적분포함수이며, $\bar{F}(w) = 1 - F(w)$ 즉, 신뢰함수다. w_l 하에서의 전체 누적마모 구간 $[0, W]$ 까지의 총 교환회수 기댓값 $E[N_M(W)]$ 은 다음과 같다.

$$E[N_M(W)] = W / G(w_l) = W / \int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw \quad (7)$$

총 교환회수 $E[N_M(W)]$ 는 예방교환회수 $E[N_R(W)]$ 과 고장교환회수 $E[N_F(W)]$ 의 합으로 구성되며, 예방과 교환 기대횟수는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[N_M(W)] &= E[N_R(W)] + E[N_F(W)] \\ E[N_R(W)] &= \bar{F}(w_l) E[N_M(W)] \\ &= \bar{F}(w_l) W / \int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} E[N_F(W)] &= F(w_l) E[N_M(W)] \\ &= F(w_l) W / \int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw \end{aligned} \quad (9)$$

위의 식 (8)과 식 (9)의 결과를 식 (5)에 대입한 총 기간 W 동안 발생하는 예방 및 고장에 의한 총보전비용 $C_M(w_l, W)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_M(w_l, W) &= W \{ C_{MR} \bar{F}(w_l) + C_{MF} F(w_l) \} / \\ &\quad \int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw \end{aligned} \quad (10)$$

3.4 공정평균 이동에 의한 부적합 비용

임의 마모수준 w 에서 생산되는 제품의 품질특성치 X_w 는 설비의 초기위치 μ_I 와 마모수준 w 그리고 마모수준에 따른 공정분산에 의해 결정된다. 마모한계 w_l 하에서 전체 $[0, W]$ 구간의 부적합품으로 인한 비용 $C_D(w_l, W)$ 은 예방교환의 비용 $C_{DR}(w_l, W)$ 과 고장교환 구간의 비용 $C_{DF}(w_l, W)$ 으로 나누어 산정할 수 있다.

$$C_D(w_l, W) = C_{DR}(w_l, W) + C_{DF}(w_l, W) \quad (11)$$

마모수준 w 에서의 특성치 X_w 가 정규분포 $\phi(w)$ 를 따를 때, 마모수준 w 에서의 제품 부적합률 $p(w)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p(w) &= 1 - P_r\{S_L \leq X_w \leq S_U\} \\ &= 1 - \int_{S_L}^{S_U} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \\ &\quad \exp\left[-\frac{(X_w - (\mu_I + w))^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}\right] dX_w \end{aligned} \quad (12)$$

3.4.1 예방교환 구간의 부적합품비용

마모한계 w_l 에 도달하기 이전에 고장이 나지 않는 경우, 총 구간 $[0, W]$ 중에 예방교환 구간의 부적합품 비용 $C_{DR}(w_l, W)$ 은 $[0, W]$ 동안 발생하는 예방교환 회수와 1회 예방구간 $[0, w_l]$ 에서의 부적합품 비용의 기댓값의 곱이다. $[0, W]$ 동안 발생하는 예방교환 회수는 앞의 식 (8)과 같다. 구간 $[0, w_l]$ 에서의 부적합품비용은 단위 마모 당 생산량 K , w 에서의 부적합률 $p(w)$ 그리고 제품당 부적합 비용 C_d 의 곱이므로 그 기댓값은 식 (13)과 같다.

1회 예방교환 구간의 부적합품 비용 기댓값

$$= \int_0^{w_l} K C_d p(w) dw \quad (13)$$

총 구간 $[0, W]$ 동안 예방 교환구간들에서 발생하는 부적합품비용은 식 (13)의 1회 예방교환 구간에서의 부적합품비용과 식 (8)의 예방교환 횟수의 곱으로 표시된다. 그러므로 총 구간 중 예방교환 구간들에서 발생하는 부적합품비용 $C_{DR}(w_l, W)$ 은 다음과 같다.

$$C_{DR}(w_l, W) = \frac{\int_0^{w_l} K C_d p(w) dw \cdot \bar{F}(w_l) W}{\int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw} \quad (14)$$

3.4.2 고장 교환구간의 부적합품비용

마모한계 w_l 에 도달하기 이전의 수준 w 에서 고장나는 경우, $[0, W]$ 에서의 고장교환 구간의 부적합품비용 $C_D(w_l, W)$ 은 $[0, W]$ 동안 발생하는 고장회수와 1회 고장구간 $[0, w]$ 에서의 부적합품비용의 기댓값의 곱이다. $[0, W]$ 동안 발생하는 고장회수는 앞의 식 (8)과 같다. 구간 $[0, w]$ 에서의 부적합품비용의 기댓값은 식 (15)와 같다. 고장은 마모수준 w 에 대한 고장밀도함수 $f(w)$ 를 따르며, 또한 마모한계 w_l 안에서만 고려하므로, $[0, w]$ 기간에서의 고장을 고려한 부적합품 비용의 기대값은 식 (16)과 같다.

$$[0, w] \text{의 부적합품비용} = \int_0^w K C_d p(u) du \quad (15)$$

$[0, w]$ 의 고장을 고려한 부적합품비용 기댓값

$$= \int_0^{w_l} K C_d p(w) dw \times F(w_l) \quad (16)$$

총 구간 $[0, W]$ 중에서 고장교환 구간의 부적합품비용은 식 (16)과 식 (8)의 고장교환 회수의 곱으로 표시된다. 그러므로 총 마모구간 중 고장교환 구간들에서 발생하는 부적합비용 $C_{DF}(w_l, W)$ 은 다음과 같다.

$$C_{DF}(w_l, W) = \frac{\int_0^{w_l} K C_d p(w) dw \cdot F(w_l)^2 W}{\int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw} \quad (17)$$

그러므로 마모한계 w_l 하에서, $[0, W]$ 에서 발생하는 전체 부적합비용 $C_D(w_l, W)$ 은 식 (14)와 식 (17)의 합으로 구성된다.

$$C_D(w_l, W) = C_{DR}(w_l, W) + C_{DF}(w_l, W) \quad (18)$$

$$= \frac{K C_d W \{ \bar{F}(w_l) + F(w_l)^2 \} \int_0^{w_l} p(w) dw}{\int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw}$$

3.5 적합품에 대한 품질손실비용

품질손실비용은 특성치와 공정 목표값 m 과의 편차로 인해 발생하는 비용으로 관련 연구들은 주로 공정의 목표값에서 하한규격 구간과 상한규격 구간의 제품들에 대해 상이한 비용함수를 설정하거나, 손실함수를 다구찌가 제시한 2차 아닌 함수들로 설정하는 방향으로 진행되어 왔다. 본 연구의 목적이 손실함수 자체를 특수 경우에 적합하게 변형하거나 일반화함이 목적이 아니므로, 본 연구에서는 식 (19)의 다구찌 품질손실함수 $L(X_w)$ 를 적용한다. 마모수준 w 에서 생산된 단일 제품 X_w 가 적합품일 때, 품질손실함수는 다음과 같다.

$$L(X_w) = k(X_w - m)^2 \quad (19)$$

식 (19)의 k 는 대상공정에 따른 고유상수다. 임의 w 에서의 X_w 는 $N(\mu_I + w, \sigma_0^2 + \alpha w^\beta)$ 를 따르는 확률변수이므로, 이때의 품질손실함수 $L(X_w)$ 또한 X_w 에 의한 확률함수다. 그러므로 X_w 가 정규 확률밀도함수 $\phi(X_w)$ 를 따를 때, w 에서 생산된 K 개의 제품의 품질손실비용 기대값 $KE[L(X_w)]$ 은 식 (20)과 같다.

$$KE[L(X_w)] = K \int_{S_L}^{S_U} k (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w \quad (20)$$

$[0, W]$ 구간의 품질손실비용 $C_Q(w_l, W)$ 은 예방교환 구간들의 품질손실비용 $C_{QR}(w_l, W)$ 과 고장교환 구간들에 발생하는 품질손실비용 $C_{QF}(w_l, W)$ 으로 나누어 산정할 수 있다.

$$C_Q(w_l, W) = C_{QR}(w_l, W) + C_{QF}(w_l, W) \quad (21)$$

3.5.1 예방교환 구간의 품질손실비용

예방교환 구간들의 품질손실비용 $C_{QR}(w_l, W)$ 은 1회 예방 교환구간 $[0, w_l]$ 에서 생산한 Kw_l 개 제품 중에서 적합품에서 발생하는 품질손실비용인 식 (22)의 $C_{QR}(w)$ 과 예방교환 횟수인 식 (8)의 곱이다.

$$C_{QR}(w) = K \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} k (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w dw \quad (22)$$

그러므로 총 구간 $[0, W]$ 동안 예방교환 구간들의 품질손실비용 $C_{QR}(w_l, W)$ 은 식 (23)과 같다.

$$C_{QR}(w_l, W) \quad (23)$$

$$= \frac{K \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} k (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w dw \cdot \bar{F}(w_l) W}{\int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw}$$

3.5.2 고장교환 구간의 품질손실비용

마모한계에 도달하기 전에 고장이 발생할 경우, 그 때까지 생산한 제품 중에는 적합품들이 존재한다. 고장교환 구간의 품질손실비용 $C_Q(w_l, W)$ 은 $[0, W]$ 동안 발생하는 고장회수와 1회 고장구간의 품질손실비용의 기댓값의 곱으로 나타낼 수 있다. $[0, W]$ 동안 발생하는 고장회수는 앞의 식 (9)와 같다. 고장시점을 마모수준 w 로 나타낼 때, 마모수준 w 에서 생산한 제품들의 품질손실비용은 식 (20)과 동일하며, 구간 $[0, w]$ 의 품질손실비용은 식 (24)와 같다. 고장은 고장밀도함수 $f(w)$ 를 따르며, 또한 마모한계 w_l 이내에서만 고려하므로, 1회 고장기간에서의 품질손실비용의 기댓값 $C_{QF}(w_l)$ 은 식 (25)와 같다.

$[0, w]$ 의 품질손실비용

$$= K \int_0^w \int_{S_L}^{S_U} k (X_u - m)^2 \phi(X_u) dX_u du \quad (24)$$

1회 고장기간의 품질손실비용 기댓값 $C_{QF}(w_l)$

$$= K \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} k (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w dw \times F(w_l) \quad (25)$$

$[0, W]$ 의 전체 구간 중에서 발생하는 품질손실비용 $C_{QF}(w_l, W)$ 은 식 (25)와 식 (9)의 곱으로 표시되며 식 (26)과 같다.

$$C_{QF}(w_l, W) \quad (26)$$

$$= \frac{K \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} k (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w dw \cdot F(w_l)^2 W}{\int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw}$$

총 구간 $[0, W]$ 에서 적합품에 대한 총 품질손실비용 $C_Q(w_l, W)$ 은 식 (23)과 식 (26)의 합으로서, 식 (27)과 같이 정리된다.

$$C_Q(w_l, W) \quad (27)$$

$$= \frac{k WK [\bar{F}(w_l) + F(w_l)^2] \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w dw}{\int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw}$$

3.6 고장과 평균이동을 고려한 최종 모형

전체 모형을 구성하는 세 가지 항목들은 보전비용, 부적합품 비용, 적합품에서 발생하는 품질손실비용의 세 가지 항목이다. 마모한계 w_l 하에서 전체 구간 $[0, W]$ 에서 발생하는 모형의 총비용함수 $TC(w_l, W)$ 은 이 세 가지 비용항목 합으로 구성된다.

$$TC(w_l, W) = C_M(w_l, W) + C_D(w_l, W) + C_Q(w_l, W) \quad (28)$$

본 모형의 결정변수는 총비용함수 $TC(w_l, W)$ 를 최소화하는 마모한계 w_l 이다. 그러나 $TC(w_l, W)$ 은 $[0, W]$ 동안의 비용함수이므로 제품을 생산하면 할수록 즉, 총 마모구간이 길어질수록 그 값이 증가한다. 이 경우, 총비용 $TC(w_l, W)$ 를 최소화하는 하는 방법은 생산을 하지 않는 것이 되어 문제가 성립하지 않는다. 따라서 최종 목적함수는 단위 마모 당 총 비용인 $TC(w_l, W) / W$ 를 최소화하는 문제로 전환해야 한다.

$TC(w_l, W) / W$ 는 더 이상 W 와는 무관하며, 단지 마모한계 w_l 만의 함수다. 따라서 이 수정한 최종 목적함수를 $C(w_l)$ 로 표기하기로 한다. 그리고 공정평균이동 모형에서 $C(w_l)$ 을 최소화할 수 있는 다른 변수로서 초기 공정평균위치 μ_I 가 있다. 설비의 보전시점에서 앞으로 진행할 마모를 고려하여 공구의 길이나 과잉 조임 등과 같이 초기 평균위치를 조정할 수 있다면, μ_I 도 결정변수가 된다. 따라서 본 연구에서 제시하는 최종 고장을 고려한 공정평균이동 모형은 다음과 같다.

Minimize $C(w_l, \mu_I)$, subject to w_l, μ_I ($0 < w_l$)

$$\begin{aligned} C(w_l, \mu_I) = & \left(C_{MR} \bar{F}(w_l) + C_{MF} F(w_l) \right) / \int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw \quad (29) \\ & + \frac{K(\bar{F}(w_l) + F(w_l))^2}{\int_0^{w_l} \bar{F}(w) dw} \left[C_d \int_0^{w_l} p(w) dw \right. \\ & \left. + k \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w dw \right] \end{aligned}$$

추가된 결정변수 μ_I 는 위의 목적식 $C(w_l, \mu_I)$ 에 보이지 않으나, 목적식에 포함된 부적합률 $p(w)$ 의 구성 항목인 $\phi(X_w)$ 에 포함되어 있다.

4. 예제 및 결론

위에서 제안한 고장을 고려한 공정평균이동 모형에 대해, 마모에 의한 고장밀도함수 $f(w)$ 와 제품의 특성치 X_w 에 대한 정규분포 밀도함수 $\phi(X_w)$ 로 정리된 모형을 식(30)에 나타냈다. 예제에서는 수명분포함수로 와이블분포 $Wei(\theta_1, \theta_2)$ 를 도입한다. 와이블분포는 두 모수(θ_1, θ_2)가 갖는 값에 따라 다양한 분포 모양을 나타낼 수 있으며, 실측 자료를 다룬 많은 연구에서 수명모형으로 입증된 분포다. 여기서 θ_1 은 척도모수이며, θ_2 는 형상모수다.

$$\begin{aligned} C(w_l, \mu_I) = & \frac{1}{\int_0^{w_l} \left(1 - \int_0^w f(u) du \right) dw} \quad (30) \\ & \left[C_{MR} \left(1 - \int_0^{w_l} f(w) dw \right) + C_{MF} \int_0^{w_l} f(w) dw \right] \\ & + \frac{K \left\{ 1 - \int_0^{w_l} f(w) dw + \left(\int_0^{w_l} f(w) dw \right)^2 \right\}}{\int_0^{w_l} \left(1 - \int_0^w f(u) du \right) dw} \\ & \left[C_d \int_0^{w_l} \left(1 - \int_{S_L}^{S_U} \phi(X_w) dX_w \right) dw \right. \\ & \left. + k \int_0^{w_l} \int_{S_L}^{S_U} (X_w - m)^2 \phi(X_w) dX_w dw \right] \\ \text{단, } \phi(X_w) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[-\frac{(X_w - (\mu_I + w))}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)} \right], \\ (\alpha \geq 0, 0 \leq \beta \leq 1) \end{aligned}$$

$$f(w) = \frac{\theta_2}{\theta_1} \left(\frac{w}{\theta_1} \right)^{\theta_2-1} \exp \left\{ -\left(\frac{w}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \right\}, \quad w \geq 0$$

위 모형의 목적식에는 적분 불가능한 정규분포가 포함되어 있다. 그러므로 해시안 행렬을 이용한 양정치임을 사용하여 목적식을 최소화하는 유일한 w_l 과 μ_I 가 존재함을 증명할 수는 없다. 그러나 목적식을 구성하는 단위 마모당 보전비용, 부적합비용 그리고 품질손실비용의 세 가지 비용함수는 각각 convex 함수임은 해석적으로 설명이 가능하다. 목적식 $C(w_l, \mu_I)$ 는 convex 함수들의 합이지만, 규격상한과 규격하한을 기준으로 서로 다른 함수인 부적합비용 함수와 품질손실함수를 설정함으로 인해 convex 함수는 아니다. 그러나 적어도 단봉함수가 됨을 알 수 있으며, 이로 인해 목적식을 최소화하는 유일한 w_l 과 μ_I 가 존재함을 알 수 있다.

목적식에 포함된 적분불능 함수들에 대한 2종 적분 형태로 인해 수치해석 계산량이 매우 커서 개인용 컴퓨터로는 수치예제를 제시하기 어렵다. 또한 수치예제를 위해서는 부분적으로 상호 연관성이 있는 12개의 매개변수들 간 비용적 관계 설정이 필요한데, 이는 실제 공정의 특성을 반영해야만 가능하다.

Acknowledgement

This study was supported by the research fund of Kumoh National Institute of Technology.

References

- [1] Arcelus, F.J., Banerjee, P.K., and Chandra, R., Optimal Production Run for a Normally Distributed Quality Characteristics Exhibiting Non-Negative Shifts in Process Mean and Variance, *IIE Transactions*, 1982, Vol. 14, No. 2, pp. 90-98.
- [2] Barlow, R. and Hunter, L., Optimum Preventive Maintenance Policies, *Operations Research*, 1960, Vol. 8, No. 1, pp. 90-100.
- [3] Ben-Daya, M., The economic production lot-sizing problem with imperfect production processes and imperfect maintenance, *International Journal of Production Economics*, 2002, Vol. 76, No. 3, pp. 257-264.
- [4] Boyles, R.A., The Taguchi Capability Index, *Journal of Quality Technology*, 1991, Vol. 23, No. 1, pp. 17-26.
- [5] Chen, C.H., Determining the optimum process mean based on Asymmetric Quality Loss Function and Rectifying Inspection Plan, *IEEE : Industrial Engineering Management Conference*, 2004, pp. 1080-1084.
- [6] Gibra, I.N., Optimal Control Processes Subject to Linear Trends, *The Journal of Industrial Engineering*, 1967,

- Vol. 18, pp. 35-41.
- [7] Hunter W.G. and Kartha, C.D., Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process, *Journal of Quality Technology*, 1977, Vol. 9, No. 4, pp. 176-180.
- [8] Kamat, S.J., A Smoothed Bayes Control of a Variable Quality Characteristic with Linear Shift, *Journal of Quality Technology*, 1976, Vol. 8, No. 2, pp. 98-104.
- [9] Lee, D.K., Determination of the Resetting Time to the Process Mean Shift based on the Cpm+, *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2018, Vol. 41, No. 1, pp. 110-117.
- [10] Lee, J.H., Park T.H., Kwon H.M., Hong S.H., and Lee, M.K., Optimum target values for manufacturing processes when drifting rate in the process mean is normally distributed, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, 2010, Vol. 38, No. 4, pp. 98-104.
- [11] Liao, G.-L., Chen, Y.H., and Sheu, S.-H., Optimal economic production quantity policy for imperfect process with imperfect repair and maintenance, *European Journal of Operational Research*, 2009, Vol. 195, No. 2, pp. 348-357.
- [12] Makis, V., Optimal tool replacement with asymmetric quadratic loss, *IIE Transaction*, 1996, Vol. 28, No. 6, pp. 463-466.
- [13] Manuele, J., Control Chart for Determining Tool Wear, *Industrial Quality Control*, 1945, Vol. 1, No. 6, pp. 7-10.
- [14] Park, K.S., Optimal Wear-Limit Replacement with Wear Dependent Failures, *IEEE Transactions on Reliability*, 1988, Vol. 37, No. 3, pp. 293-294.
- [15] Pierskalla. W.P. and Voelker, J.A., A Survey of Maintenance Models : The Control of Surveillance of Deteriorating System, *Naval Research Logistics Quarterly*, 1976, Vol. 23, No. 3, pp. 353-338.
- [16] Porteus, E.L., Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction, *Operations Research*, 1986, Vol. 34, No. 1, pp. 137-144.
- [17] Rahim, M.A. and Tuffaha F., Integrated Model for Determining the Optimal Initial Settings of the Process Mean and the Optimal Production Run Assuming Quadratic Loss Functions, *International Journal of Production Research*, 2004, Vol. 42, No. 16, pp. 3281-3300.
- [18] Rosenblatt, M.J. and Lee, H.L., Economic production cycles with imperfect production processes, *IIE Transactions*, 1986, Vol. 18, No. 1, pp. 48-55.
- [19] Springer, C.H., A Method for Determining the Most Economic Position of a Process Mean, *Industrial Quality Control*, 1951, Vol. 8, pp. 36-39.
- [20] Sule, D.R. and Harmon, B., Determination of Coordinated Maintenance Scheduling Frequencies for a Group of Machines, *AIEE Transactions*, 1979, Vol. 11, No. 1, pp. 540-548.
- [21] Valdez-Flores, C. and Feldman, R.M., A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastically Deteriorating Single-Unit System, *Naval Research Logistics*, 1989, Vol. 36, No. 4, pp. 419-446.

ORCID

Do-Kyung Lee | <http://orcid.org/0000-0003-3255-0261>