

롤 제어를 최적 초기화 기법

Optimal Initialization Method for Roll Control Loop

황익호* · 박해리* · 김형석* · 김부민*

(Ick Ho Whang · Haerhee Park · Hyoungseok Kim · Boo Min Kim)

Abstract - This paper is to consider an issue on the way to initialize the integrator in PID roll controller. A performance index including the 2 norms of roll angle and control signal is introduced to regulate initial roll angle and roll rate in an efficient way. And then we suggest the optimal value to initiate the integrator in PID roll controller by minimizing the performance index. The proposed method shows its effectiveness by showing a demonstrative design example.

Key Words : Roll controller, Initialization, Optimization

1. 서론

대기 중을 비행하는 비행체의 제어는 비행체에 적절한 크기의 힘이 적절한 방향으로 가해지도록 하여 비행체가 원하는 방향으로 움직이도록 하는 것이라 할 수 있다. 공기 중을 비행하는 물체들은 그 형상과 속도, 받음각(바람에 대한 비행체의 자세각)에 따라 해당하는 공력(aerodynamic force)을 받게 된다. 일반적으로 많이 이용하는 공력제어 방법은 제어핀(control fin)을 움직여 바람에 대한 비행체의 자세를 적절히 유지하도록 제어함으로써 원하는 크기와 방향으로 공력이 형성되게 하는 방법이다. 이렇게 형성된 공력은 비행체를 원하는 방향으로 움직이게 하는 힘이 되어 결과적으로 원하는 방향으로 비행체가 비행하도록 한다. 일반적으로 공력은 동압(dynamic pressure)에 비례하여 발생한다. 즉 공력으로 충분한 제어력을 발생시키기 위해서는 비행체가 어느 정도의 속력을 가지고 비행하고 있어야 한다. 이러한 이유로 무인비행체의 공력제어는 비행체의 발사 즉시 개시될 수 없으며, 부스터 등을 이용하여 발사 후 초기 가속이 수행되어 비행체의 속력이 일정한 수준 이상이 되었을 때 비로소 시작할 수 있다. 비행체에 대한 공력제어는 비행체의 롤(roll)각을 안정화시키거나 특정한 값을 가지게 한 상태에서 피치(pitch)나 요(yaw) 운동을 제어하는 형태로 이루어지는 경우가 일반적이므로, 비행체의 제어는 롤 제어가 가장 먼저 수행되고 이어서 피치와 요 제어를 시작하는 경우가 많다. 따라서 제어 시작시점에 롤 운동을 적은 제어입력을 이용하여 빠르게 초기화 시키는 것이 전체 시스템의 초기화 관점에서 매우 중요한 문제이다.

전통적으로 비행체의 롤 운동을 제어하기 위하여 전통적인 비례적분미분 제어가 많이 이용되어 왔다. 비례적분미분제어기는 극배치 기법 등 기존의 전통적인 제어기 설계기법으로 원하는 성능의 제어를 쉽게 설계할 수 있을 뿐 아니라, 제어핀의 장착오차 등 다양한 불확실성과 외란에도 양호한 성능을 보여주는 장점이 있다[1]. 일반적으로 비행체가 발사되어 제어가 시작되기 전까지 다양한 외란이 작용하며, 이러한 초기 외란의 영향으로 비행체의 초기 롤 각과 롤 변화율은 0이 아닌 임의의 값을 가지게 된다. 초기 롤 제어를 성공적으로 수행하기 위해서는 초기 외란으로 인하여 유발된 롤 운동 초기치를 빠르게 0으로 수렴시키는 것이 유리하다. 비례적분미분 제어가 장착된 롤 제어기는 제어기에 포함된 적분기의 초기치가 어떤 값을 가지는지에 따라 초기 수렴특성이 다르게 나타나므로, 제어기 적분기의 초기치를 0으로 하여 제어를 개시하던 전통적인 방법은 최적의 초기 수렴특성을 보장하지 못하는 문제가 있었다. 기존 연구 중 적분기의 성능을 향상시키기 위한 방법으로 일정한 외란의 크기에 대한 적분기의 성능을 최적화하는 방식[4]이나, 적분기 발산을 예방하는 anti-windup 최적 설계[6,7,8]에 대한 연구가 있었지만, 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 제어개시시점에서 롤각 및 롤변화율의 초기치를 반영하여 이를 효과적으로 수렴시키기 위한 제어기 적분기의 최적 초기치를 선정하는 문제에 대하여 연구하였다.

이 문제에 대하여 롤각이나 제어입력에 대한 2-놈(norm)을 이용한 최적화 문제를 구성하고 그 해를 구하는 방법이 연구되어 왔다[3,4]. 이 방법들은 롤각이나 제어입력에 대한 2차 성능지수 함수를 설정하고 이를 최소화하는 제어기 적분기 초기치를 선정하는 방법으로 시스템의 성능을 반영하여 제어기의 초기치를 선정할 수 있는 장점이 있었다. 본 논문에서는 이 기법들을 보다 일반화하여 롤 각 및 제어입력에 대한 가중치를 반영할 수 있는 성능지수함수를 고려하고 이를 최적화하는 제어기 적분기 초기치를 선정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 설계 예를 통하

* Corresponding Author : Agency for Defense Development, Korea.

E-mail: bmkimadd@gmail.com

ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8988-0080

* Agency for Defense Development, Korea.

Received : December 3, 2018; Accepted : December 22, 2018

여 실제 적용 가능성을 확인하였다.

2. 롤 제어기 최적 초기치 선정

기준이 되는 위치로부터의 롤 각을 ϕ , 롤 변화율을 p 라 하고, 롤 운동을 유발시키는 제어핀의 편각을 u 라 할 때, 비행체의 롤 운동은 다음과 같은 미분방정식으로 모델링 된다.

$$\begin{cases} \dot{p} = L_p p + L_\delta u \\ \dot{\phi} = p \end{cases} \quad (1)$$

식에서 변수 위의 점은 $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$, 즉 시간에 대한 미분을 의미하며, L_p 와 L_δ 는 롤 운동에 대한 공력 계수이다.

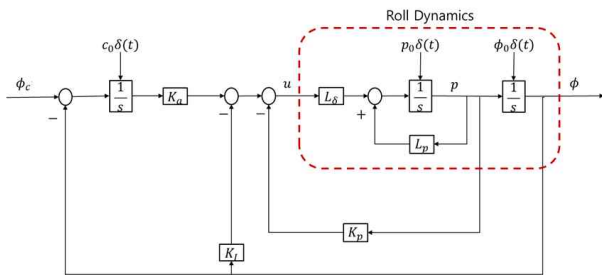


그림 1 롤 제어기
Fig. 1 Roll controller

그림 1은 롤 각이 원하는 값을 유지하도록 제어하기 위하여 일반적으로 많이 이용하는 제어루프의 형태이다. 그림에서 K_p , K_I , K_a 는 제어이득이고, u 는 롤 제어를 위한 제어편각이며, $\delta(t)$ 는 Dirac delta 함수이다. 또, 롤 각 및 롤변화율의 초기값은 각각 ϕ_0 , p_0 이고, 제어기 적분기의 초기값을 c_0 이다. 그림1의 롤 제어루프의 특성방정식 $\Delta(s)$ 를 구하면

$$\Delta(s) = s^3 + (L_\delta K_p - L_p) s^2 + L_\delta K_I s + L_\delta K_a \quad (2)$$

이므로, 제어이득은 고전적인 극 배치 기법을 이용하여 설계 가능하다. 만약 $\Delta(s) = (s+a)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$ 가 되도록 제어이득을 결정한다면 제어이득은 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$K_p = \frac{a + 2\zeta\omega_n + L_p}{L_\delta}, \quad K_I = \frac{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n a}{L_\delta}, \quad K_a = \frac{a\omega_n^2}{L_\delta} \quad (3)$$

롤각, 롤변화율, 제어기 적분기의 초기값이 각각 ϕ_0 , p_0 , c_0 이므로, 롤 각이 기준위치 0으로 수렴하는 시간응답 $\phi(t)$ 의 라플라스 변환 $\Phi(s)$ 와 그때의 제어편각 $u(t)$ 의 라플라스 변환 $U(s)$ 는 그림 1에서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Phi(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \{L_\delta K_a c_0 + s p_0 + s(s - L_p + L_\delta K_p) \phi_0\} \quad (4)$$

$$U(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \left\{ \begin{aligned} &c_0 (K_a s^2 - K_a L_p s) \\ &+ \phi_0 (-K_I s^2 + (K_I L_p - K_a) s + K_a L_p) \\ &- p_0 (K_p s^2 + K_I s + K_a) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

따라서 $\phi(t)$ 와 $u(t)$ 는 라플라스 역변환(inverse Laplace transform)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{\Delta(s)} \right\} L_\delta K_a c_0 + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{\Delta(s)} \right\} p_0 \\ + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^2 + (L_\delta K_p - L_p) s}{\Delta(s)} \right\} \phi_0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} u(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K_a s^2 - K_a L_p s}{\Delta(s)} \right\} c_0 \\ + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{-K_I s^2 + (K_I L_p - K_a) s + K_a L_p}{\Delta(s)} \right\} \phi_0 \\ - \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K_p s^2 + K_I s + K_a}{\Delta(s)} \right\} p_0 \end{aligned} \quad (7)$$

식에서 $\mathcal{L}^{-1}\{\cdot\}$ 는 라플라스 역변환을 의미한다. 서론에서 언급하였듯이 롤 제어기 초기화 문제는 주어진 초기치 ϕ_0 , p_0 를 효과적으로 0으로 수렴시키기 위한 최적 초기치 c_0 를 선정하는 문제이다. 이를 위하여 롤 초기화를 위한 성능지수함수를 다음과 같이 설정한다.

$$J = q_\phi \int_0^\infty |\phi(t)|^2 dt + q_u \int_0^\infty |u(t)|^2 dt \quad (8)$$

식 (8)에서 $\phi(t)$ 와 $u(t)$ 는 초기치 ϕ_0 , p_0 , c_0 에 의하여 결정되는 시간 함수로서 식 (6)과 (7)에 의하여 결정된다. 이 성능함수는 롤각과 제어입력의 시간에 대한 2-놈(norm)을 이용하여 정의되어 에너지 관점에서 이해할 수 있으므로, 결과적으로 J 는 q_ϕ 와 q_u 에 의하여 가중된 롤 및 제어입력 신호의 에너지라 할 수 있다. 따라서 Parseval의 정리[2]를 이용하여 주파수 영역의 에너지로 변경하여 표현하고, 식 (4)~(7)을 이용하여 다시 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J &= \frac{q_\phi}{2\pi} \int_0^\infty \Phi(-j\omega) \Phi(j\omega) dt + \frac{q_u}{2\pi} \int_0^\infty U(-j\omega) U(j\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\Delta(-j\omega) \Delta(j\omega)} \left[\begin{aligned} &q_\phi (L_\delta K_a c_0 - \omega^2 \phi_0)^2 \\ &+ q_u \left\{ K_a K_p \phi_0 - K_a p_0 \right. \\ &\quad \left. - \omega^2 (K_a c_0 - K_I \phi_0) \right\}^2 \\ &+ q_\phi \omega^2 \{p_0 + (L_\delta K_p - L_p) \phi_0\}^2 \\ &+ q_u \left\{ -K_a L_p c_0 \right. \\ &\quad \left. + (K_I L_p - K_a) \phi_0 \right\}^2 \\ &\quad \left. - K_I p_0 \right\}^2 \end{aligned} \right] d\omega \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)가 c_0 에 대한 2차식이므로 최적값은 식 (9)를 미분하여 0으로 놓음으로써 구해진다.

$$\frac{dJ}{dc_0} = \frac{K_a}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\Delta(-jw)\Delta(jw)} \left[K_a \left\{ q_\phi L_\delta^2 + q_u \left(w^4 + w^2 L_p^2 \right) \right\} c_0 - \left[w^2 \left\{ q_u \left(K_I L_p^2 - K_a L_p + K_a K_p \right) \right\} \phi_0 + q_\phi L_\delta + w^4 q_u K_I + w^4 q_u K_p \right] p_0 \right] dw = 0 \quad (10)$$

식 (10)으로부터 제어기 적분기의 최적초기치 c_0^* 는 다음과 같이 계산된다.

$$c_0^* = \frac{[I_1 \{ q_u (K_I L_p^2 - K_a L_p + K_a K_p) + q_\phi L_\delta \} + I_2 q_u K_I] \phi_0 - q_u \{ L_2 q_u K_p + I_1 q_u (K_a + K_I L_p) \} p_0}{q_\phi L_\delta^2 K_a I_0 + q_u (K_a I_2 + L_p^2 K_a I_1)} \quad (11)$$

식 (11)에서

$$I_0 = \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\Delta(-jw)\Delta(jw)} \right\} dtw,$$

$$I_1 = \int_0^\infty \left\{ \frac{w^2}{\Delta(-jw)\Delta(jw)} \right\} dw,$$

$$I_2 = \int_0^\infty \left\{ \frac{w^4}{\Delta(-jw)\Delta(jw)} \right\} dw$$

이며, Parseval의 정리를 이용하여 시간 적분으로 변환하면

$$I_0 = \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\Delta(-jw)\Delta(jw)} \right\} dtw = 2\pi \int_0^\infty \left| \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{\Delta(s)} \right\} \right|^2 dt,$$

$$I_1 = \int_0^\infty \left\{ \frac{w^2}{\Delta(-jw)\Delta(jw)} \right\} dw = 2\pi \int_0^\infty \left| \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{\Delta(s)} \right\} \right|^2 dt,$$

$$I_2 = \int_0^\infty \left\{ \frac{w^4}{\Delta(-jw)\Delta(jw)} \right\} dw = 2\pi \int_0^\infty \left| \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^2}{\Delta(s)} \right\} \right|^2 dt$$

이다.

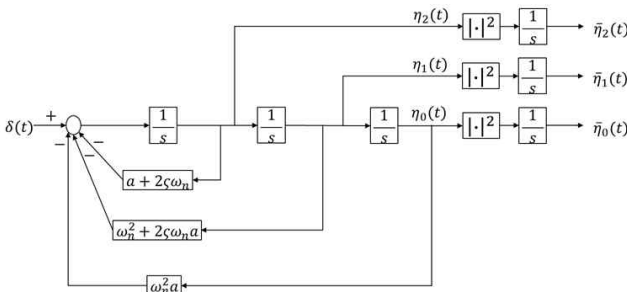


그림 2 선형시스템 시뮬레이션을 통한 I_0, I_1, I_2 구하기
Fig. 2 Calculating I_0, I_1, I_2 by linear system simulation

그런데 I_0, I_1, I_2 는 각각 전달함수가 $\frac{1}{\Delta(s)}$ 인 선형시스템의 출력 및 그 도함수, 2계 도함수의 에너지를 의미하므로 그림2의 η_0, η_1, η_2 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_i = 2\pi \int_0^\infty |\eta_i(t)|^2 dt = 2\pi \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\eta}_i, \quad i=0,1,2 \quad (12)$$

즉, 그림 2의 선형시스템을 수치적분 시뮬레이션하여 I_0, I_1, I_2 를 구할 수 있다.

3. 설계 예

여기서는 2장의 결과를 이용하여 실제 설계를 수행한 예를 살펴보자. 설계에 이용한 수치는 다음과 같다.

$$L_p = -0.1, \quad L_\delta = 15, \quad \omega_n = 6.5, \quad \zeta = 0.7, \quad a = 4.0$$

$$\phi_0 = 10[\text{deg.}], \quad p_0 = 5[\text{deg./sec}]$$

I_0, I_1, I_2 를 구하기 위하여 그림 2의 시스템에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 3은 시뮬레이션을 통하여 구해진 $\bar{\eta}_1, \bar{\eta}_2, \bar{\eta}_3$ 를 도시한 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 $\bar{\eta}_1, \bar{\eta}_2, \bar{\eta}_3$ 는 시간이 경과함에 따라 일정한 값으로 수렴하며 이 수렴치를 이용하여 식 (12)로부터 I_0, I_1, I_2 를 구할 수 있다.

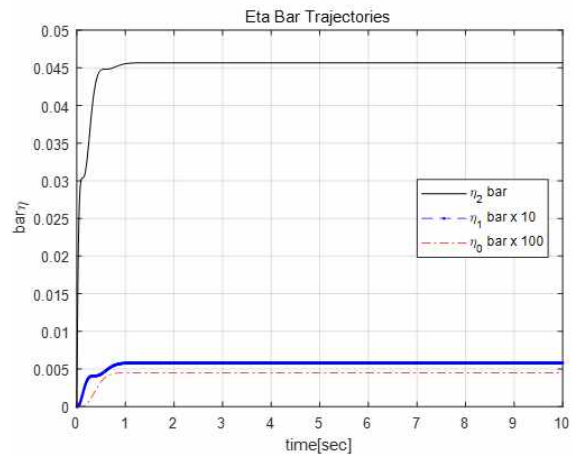
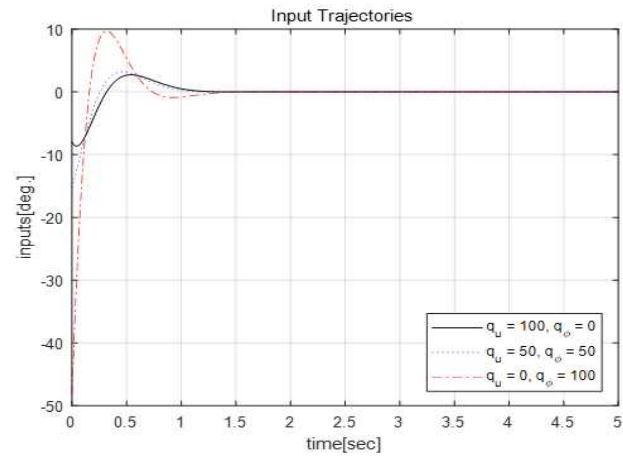
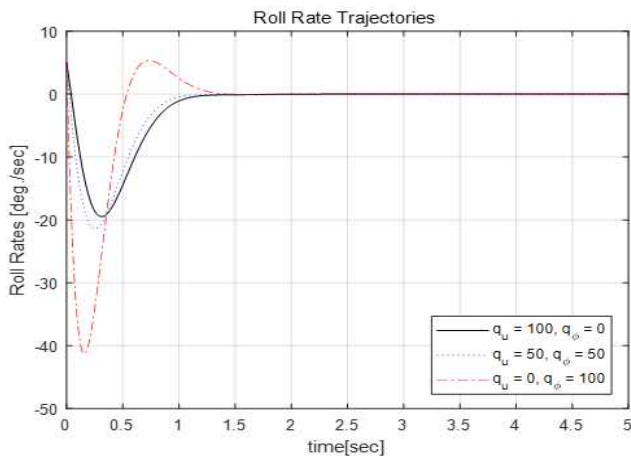


그림 3 $\bar{\eta}_1, \bar{\eta}_2, \bar{\eta}_3$ 궤적
Fig. 3 Trajectory of eta1 and eta2, eta3

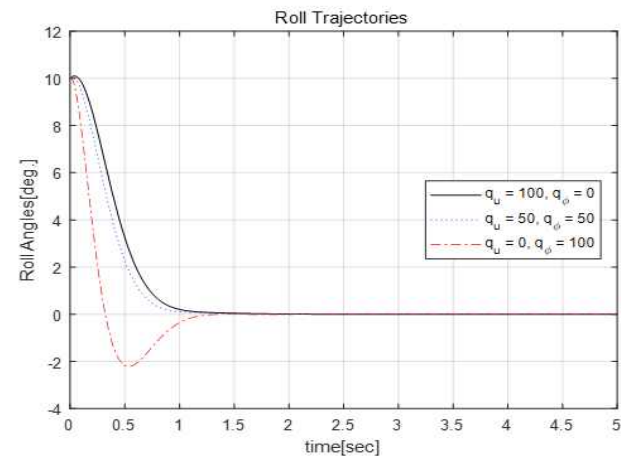
그림 4는 q_u 와 q_ϕ 가 다른 세 가지 경우에 대하여 식 (11)의 최적 초기치를 적용한 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 도시한 것이다. 그림에서 입력에 대한 가중치 q_u 가 롤 각도에 대한 가중치 q_ϕ 에 비하여 큰 값을 가질수록 적은 제어입력을 가지고 초기화를 수행하는 것을 볼 수 있으며, 롤 각에 대한 가중치가 클수록 롤 각



(a) 제어 입력



(b) 롤 변화율



(c) 롤 각

그림 4 q_u 와 q_ϕ 가 다른 여러 가지 경우에 대한 롤 제어 루우프 제어 성능

Fig. 4 Calculating I_0, I_1, I_2 by linear system simulation

을 급격하게 0으로 만드는 것을 볼 수 있다. 이는 q_u 와 q_ϕ 에 의하여 형성되는 성능 지수 함수의 성질을 고려할 때 당연히 얻어지는 결과로서 제시된 최적 초기치가 적절히 설정됨을 보여준다.

4. 결 론

비행체의 외란 및 모델 불확실성을 반영하기 위하여 전통적으로 비례적분미분 제어기형태의 롤 제어가 많이 이용된다. 공력 제어는 비행체가 적절한 속력을 가졌을 때 비로소 수행될 수 있으므로, 초기 공력제어가 개시될 때까지의 외란 등으로 인하여 발생하는 롤 운동을 효과적으로 처리하기 위한 롤 제어기 초기화 기법이 요구된다. 본 논문에서는 톨각 및 롤 제어편각에 대한 가중치를 고려할 수 있는 성능지수함수를 채택하고, 이를 최소화하는 관점에서 롤 제어기 적분기 최적 초기치를 제시하였다. 제안된 방법은 비행체 롤 제어기 설계 및 운용에 효과적으로 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

References

- [1] B.C. Kuo, Automatic Control System, 4th Ed. Prentice-Hall, 1982
- [2] W. L. Brogan, Modern Control Theory, Ed.3, Prentice-Hall, 1991.
- [3] I. H. Whang, and others 3 "Optimal Initiation for 3-Loop Roll Regulator", ICROS 2017 Conference, pp.95-96, 2017
- [4] I. H. Whang, and others 4 "Optimal Initialization for Roll Controller", 2017 KIEE 70th Anniversary Summer Conference, pp.1420-1421, 2017
- [5] N. J. Krikelis, "State feedback integral control with intelligent integrator", *Int. J. Control*, vol. 32, no. 3, pp. 465-473, 1980.
- [6] H. B. Shin, "New antiwindup PI controller for variable-speed motor drives", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 45, no. 3, pp. 445-450, Jun. 1998.
- [7] J. G. Park, J. H. Chung, and H. B. Shin, "Anti-windup integral proportional controller for variable-speed motor drives", *J. Power Electron.*, vol. 2, no. 2, pp. 130-138, Apr. 2002.
- [8] H. B. Shin, and J. G. Park, "Anti-windup PID controller with integral state predictor for variable-speed motor drives", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 59, no.3, pp. 1509-1516, Mar. 2012.

저 자 소 개



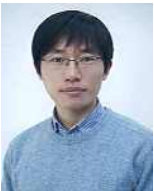
황 익 호(Ick Ho Whang)

1995년 서울공대 제어계측공학과 공학박사.
1995년~현재 국방과학연구소 수석연구원. 관
심분야: 유도탄 유도제어, 추정론, 추적필터
설계 등



박 해 리(Haerhee Park)

2003년 한국과학기술원 전자전산학과 전기
및 전자공학전공 석사. 2003년~현재 국방과
학연구소 선임연구원. 관심분야: 의도 추출,
모델링 & 시뮬레이션



김 형 석(Hyungseok Kim)

2013년 서울대학교 우주항공공학과 공학박사.
2013년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관
심분야: 유도탄 유도제어, 신경회로망 적응
제어 등



김 부 민(Boo Min Kim)

2009년 경상대학교 항공기계공학과 공학박
사. 2009~2011년 항공기부품기술연구소 연구
교수. 2011년~현재 국방과학연구소 선임연구
원. 관심분야: 유도탄 유도제어, 신경회로망
적응제어 등