한국학교수학회논문집 제 22 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 22, Number 3, 257-275, September 2019
http://doi.org/10.30807/ksms.2019.22.3.005

Van Hiele 기하 학습 수준 이론에 따른 LEGO 마인드스톰 활동 수준 분석

임해미[1] · 최인선[2]

로봇은 4차 산업혁명 시대를 대표하는 테크놀로지로, 미래를 살아갈 학생들은 로봇을 유연하게 다룰 수 있는 역량을 갖출 필요가 있다. 따라서 로봇을 학교 수업에 효과적으로 도입하기 위한 교수학적 연구가 요구되며, 특히 로봇을 활용한 문제해결에서 필수적이라 할 수 있는 수학에 초점을 두어 로봇을 활용한 수업을 어떻게 설계하고 평가할 것인지에 대한 연구가 이루어질 필요가 있다. 본 연구는 이를 위한 기초 연구로, 로봇 활동의 수준을 정의하고자 시도하였다. 이를 위하여 학생의 학습 수준에 대한 대표적 연구인 Van Hiele의 기하 학습 수준 이론을 시작점으로 설정했으며, LEGO 마인드스톰 활동 수준을 설정하기 위한 매개로 LOGO를 선택하였다. Olson et al.(1987)의 연구에서는 Van Hiele의 기하 학습 수준에 대응하는 LOGO 활동 수준을 정의했는데, 본 연구에서는 LOGO와 LEGO 프로그래밍의 태생적인 유사점에 주목하여 Van Hiele의 기하 학습 수준에 따른 LOGO 활동 수준에 LEGO 마인드스톰 활동 수준을 연계하여 로봇을 활용한 수학 수업에서의 활동 수준을 분석하고 정의하였다.

주요용어 : Van Hiele 기하 학습 수준, 로봇, LEGO 마인드스톰, LOGO

I. 서론

최근 수학교육에서는 학생들이 지식을 소유하는 것에서 벗어나, 새로운 상황이나 의미 있는 맥락에서 지식을 활용하고 실제적인 과제를 수행하는 능력을 중시하고 있다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 여섯 가지 수학 교과 역량을 제시했는데, 그 중 하나가 '정보처리' 역량이다. 정보처리 역량은 다양한 자료와 정보를 수집·정리·분석·활용하고, 수학적 아이디어와 개념을 탐구하고 문제를 해결하는 데 적합한 공학적 도구 및 교구를 선택·이용하여 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력을 의미한다(박경미 외, 2015).

공학적 도구의 하나인 로봇은 4차 산업혁명 시대를 대표하는 테크놀로지로, 미래를 살아갈 학생들은 로봇을 유연하게 다룰 수 있는 역량을 갖출 필요가 있다. 테크놀로지가 급속도로 변화하면서 학생들이 시대 변화에 적합한 역량을 갖춘 사회의 일원으로 살아가려면 사회에서 선도적으로 사용되는 테크놀로지에 대한 기초적인 지식을 가지고 있어야 한다. 로보틱스(robotics)는 로봇을 설계, 제작, 실행시키는 기술을 연구하는 분야로, 학생의 인지적, 사회적 기술을 개발하는 데 있어 엄청난 잠재력을 가지고 있으며, 수학, 과학, 정보, 기술 교과 학습 및 STEAM 교육을 지원할 수 있고(Alimisis, 2013), 21세기 역량 신장에 효과적으로 적용할 수 있다(Eguchi, 2014).

---

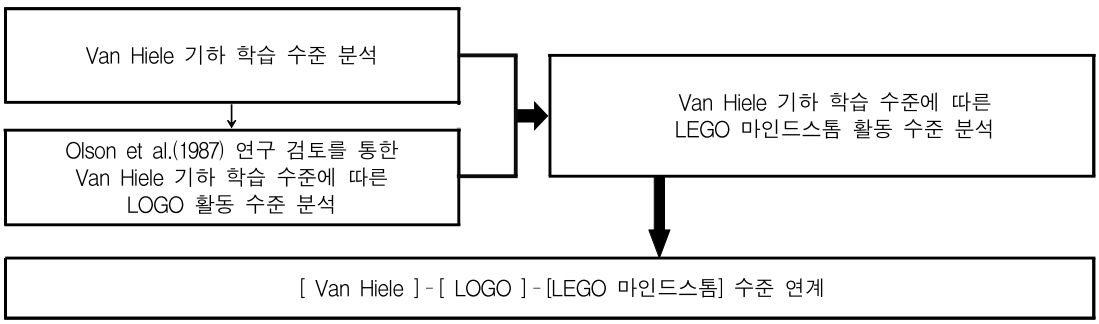
* MSC2010분류 : 97C30, 97G10, 97P40
1) 공주대학교 교수 (rimhaemee@kongju.ac.kr)
2) 한국교육과정평가원 연구위원 (is1027@kice.re.kr), 교신저자

학교 수학 수업에서는 미래 학생들이 마주하게 될 환경을 가정하여 테크놀로지 기반의 융합 교육을 강조해야 하며, 특히 4차 산업혁명 시대의 핵심적인 테크놀로지인 로봇과 센서를 활용한 수학적 문제 해결 과정을 경험하게 하여 학생들의 미래 역량을 높여줄 필요가 있다. 수학은 인공지능 등 새로운 산업의 기반이 되는 학문으로서 그 중요성이 더욱 높아지고 있는데, 학교 수학 수업에 로봇을 도입하면 학생들에게 프로그래밍의 근원이 되는 논리적·비판적으로 사고하는 방법과 수학을 기반으로 창의·융합적으로 문제를 해결하는 과정에서 미래 사회에서의 수학의 역할과 가치를 이해할 수 있을 것으로 보인다(임해미, 최인선, 노선숙, 2014).

학교 교육에서 로봇은 대체로 기술 및 공학과 관련하여 다루어져 왔으나 실세계 현상을 탐구하고 문제를 해결하는 과정의 기저에 있는 수학의 역할을 고려할 때, 교육용 로봇을 '수학교육적 관점'에서 수학과 교육과정과 관련시켜 교육적 활용 방안을 제시할 필요가 있다. 이러한 과정은 로봇이 학교 수학 수업과 유리되지 않고 의미 있게 다루어지는 출발점이 될 수 있을 것이다. 학교 수학 수업에 로봇을 도입할 수 있는 범위와 폭은 매우 넓다. 이미 언급한 바와 같이 로봇 프로그래밍은 그 자체로 수학교육 본연의 목적인 논리적 사고를 기르는 데 도움이 되며, 로봇에 부착된 여러 가지 센서를 통해 빛, 온도, 거리 등의 다양한 실세계 데이터를 수집하여 그래프로 나타내고 분석하는 등 수학적 모델링과 관련된 교수 학습에 활용할 수 있다. 특히 로봇은 그 움직임이 공간과 기하와 관련되기 때문에 기하 학습 및 기하와 관련된 실생활 문제를 다루는데 효과적인 교육적 도구가 될 수 있을 것으로 기대된다.

이에 본 연구에서는 이미 수학교육 분야에서 폭넓게 활용되어 왔으며 기원을 함께 하고 있는 LOGO에 대한 연구를 기반으로 LEGO 마인드스톰의 수학교육 분야에서의 활용 가능성을 탐색하고자 한다. LOGO의 거북과 LEGO 마인드스톰의 로봇은 모두 프로그램에 의해 움직이는 동적인 특성을 갖는다. 즉 LOGO와 LEGO 마인드스톰은 학습자에 의해 심적인 조작이 이루어지고 이는 프로그래밍 작성 과정에 반영되어 거북과 로봇의 움직임으로 나타난다. LOGO와 LEGO 마인드스톰을 의도한 바대로 움직이게 하는데 근원이 되는 것은 각, 거리, 방향, 위치 등에 대한 학습자의 기하 소양일 것이다. 이는 LOGO가 그러했듯이 LEGO 마인드스톰은 기하 교수 학습에 효과적인 도구가 될 수 있음을 짐작케 한다.

LEGO 마인드스톰이 학습자의 기하 학습 수준의 상승에 도움이 되려면 체계적인 교수 학습 설계와 검증이 요구된다. 본 연구는 LEGO 마인드스톰을 학교 수학 수업에 도입하기 위한 기초 연구로, 본 연구의 결과는 향후 학생들의 기하 학습 수준에 맞는 LEGO 마인드스톰 활동과 수업을 설계하며 학생들의 기하 학습 수준 상승을 분석하는 등에 적용될 수 있을 것으로 기대된다. 이를 위하여 [그림 Ⅰ-1]에 제시된 바와 같이, 우선 기하 학습 수준과 관련된 대표적인 연구인 Van Hiele 기하 학습 수준 연구를 분석하고, Olson, Kieren & Ludwig(1987)의 연구를 중심으로 Van Hiele의 기하 학습 수준에 따른 LOGO 활동을 분석하였다. 그리고 이를 토대로 Van Hiele 기하 학습 수준에 따른 LEGO 마인드스톰 활동 수준을 정의하였다.



[그림 Ⅰ-1] 연구 절차

Ⅱ. Van Hiele 기하 학습 수준

학생들의 기하 학습 수준과 관련한 대표적인 연구로는 네덜란드의 수학교사였던 Van Hiele 부부의 연구(Van Hiele, 1959; Van Hiele, 1957)가 있다. 알려진 바와 같이 Van Hiele 부부는 프로이덴탈의 지도하에 1957년에 Utrecht 대학에서 기하 사고 수준에 대한 박사학위를 받았는데, Dina Van Hiele-Geldof가 박사학위를 받은 지 얼마 되지 않아 1958년에 세상을 떠나면서 이후의 Van Hiele 수준 연구는 Pierre Van Hiele에 의해 발전되었다. Van Hiele 부부는 학생들의 수학에 대한 이해 수준이 나이와 관련이 있을 것이라고 생각한 피아제의 이론으로부터 연구를 시작했으며, 이후 학생이 기하 학습에서 어려움을 겪는 이유가 학생의 사고 수준을 넘어서는 용어나 성질에 대한 지식을 요구하기 때문임을 발견하고, 서로 다른 수준에서 사고하고 있는 교사와 학생은 서로 다른 문맥에서 말하게 되므로 서로 이해할 수 없음을 알게 되었다. 또한 한 수준의 경험을 정리하는 수단이 새롭게 경험의 대상으로 의식되어 그것을 조직화하는 활동이 이루어지면서 그 다음 수준으로 비약하는 과정을 반복하는 과정에서 수학적 사고가 발달한다고 보았다(우정호, 2017).

Van Hiele 기하 학습 수준은 크게 다섯 수준으로 구분되는데, 제1수준(시각적 인식 수준, Visualization) → 제2수준(기술적 분석적 인식 수준, Analysis) → 제3수준(관계적 추상적 인식 수준, Informal Deduction) → 제4수준(형식적 연역 수준, Formal Deduction) → 제5수준(수학적 엄밀성 수준, Rigor)으로 구분된다. 또한 이 이론은 학생들의 기하 학습 수준 상승이 탐색, 안내된 탐구, 명료화, 자유탐구, 통합의 다섯 단계로 이루어진다는 것을 제시하여 수준 상승을 위한 교수 학습 방법을 구체화했다는 데 의의가 있다.

Van Hiele 기하 학습 수준별 특징을 Usiskin(1982)과 Crowley(1987)이 제시한 행동 특성을 중심으로 정리하면 다음과 같다. 이때 우리나라의 중등 수학과 교육과정은 대체로 Van Hiele 제4수준 이하에 해당하기 때문에, 본 연구에서는 Van Hiele 제5수준의 내용은 다루지 않기로 한다.

1. Van Hiele 기하 학습 제1수준

시각적 인식 수준인 제1수준의 학생은 그들의 주변에 존재하는 것들로 공간을 인식한다. 기하학적 개념은 그것의 요소나 속성보다는 통합된 전체로 바라본다. 이 수준의 학생들은 기하적인 용어를 배울 수 있고 특정한 모양을 식별할 수 있으며 그림이 주어지면 그것을 재생산할 수 있다. 그러나 도형이 직각을 가지고 있다거나 마주보는 변이 평행하다는 등의 성질은 인식하지 못한다. 종합하면 이 수준의 학생들은 전체적인 모양새를 통해 대상을 인식하며, 각각의 기하적 모양이 지닌 성질은 인식하지 못한다(Crowley, 1987). Van Hiele은 제1수준의 특징을 다음과 같이 설명하였다(Usiskin, 1982, p.9).

- 도형은 그것의 외관에 의해 판단된다.
- 학생은 그것의 형태, 모양으로 직사각형을 인식한다.
- 직사각형은 정사각형과 다르게 생겼다는 것을 안다.
- 마름모, 직사각형, 정사각형, 평행사변형을 기하판에 나타낼 수 있다.
- 마름모가 평행사변형임을 인식하지 못한다.
- 마름모는 평행사변형과 다르게 생겼기 때문에 평행사변형이 아니라고 생각한다.

2. Van Hiele 기하 학습 제2수준

기술적 분석적 인식 수준인 제2수준의 학생은 기하학적인 개념을 분석할 수 있다. 학생들은 관찰과 실험을 통해 도형의 특징을 알아가기 시작하고 이렇게 발견한 성질들을 바탕으로 도형을 분류할 수 있다. 그러나 성질들 간의 관계를 설명하지는 못하며 정의가 무엇인지 이해하지 못한다(Crowley, 1987). Van Hiele은 제2수준의 특징을 다음과 같이 설명하였다(Usiskin, 1982, p.10).

- 주어진 삼각형이 두 변의 길이가 같다는 것을 알고 이를 '이등변삼각형'이라는 이름과 연결지을 수 있다.
- 마름모의 성질과 이름을 알고, 이등변삼각형이 마름모의 절반이라는 것을 알 수 있다.
- 도형은 성질을 갖는다.
- 네 개의 직각을 갖는 도형을 직사각형이라고 말할 수 있다.
- 도형을 그것의 성질로 구별할 수 있다.
- 도형의 성질들을 서로 연관 짓지 못한다. 예를 들어 정사각형을 직사각형이라고 판단하지 못한다.
- 학생들은 마름모를 네 변의 길이가 같고 마주보는 각이 같으며 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다는 것을 배운다.

3. Van Hiele 기하 학습 제3수준

관계적 추상적 인식 수준인 제3수준의 학생은 한 도형 내에서 또는 도형들 간의 성질들 사이의 관계를 확립할 수 있다. 따라서 도형의 성질을 이끌어내고 도형을 분류할 수 있다. 포함관계를 이해하며, 정의의 의미를 안다. 비형식적인 논증을 할 수 있다. 이 수준의 학생들은 전체로서 또는 공리의 역할을 이해하는 것과 같은 연역의 중요성을 이해하지는 못하지만 연역의 기법을 사용하여 경험적으로 얻은 결과들을 관련지어 나열할 수 있다. 학생들은 형식적인 증명에서 논리적인 순서로 배열하지 못하며 증명을 구성하지 못한다(Crowley, 1987). Van Hiele은 제3수준의 특징을 다음과 같이 설명하였다(Usiskin, 1982, p.11).

- 기하에서 증명의 의미를 이해한다.
- 기하적 패턴 안에서 나타나는 특징들을 다룰 수 있다.
- 성질들을 배열할 수 있다. 학생들은 서로 다른 성질로부터 성질을 이끌어낼 수 있다.
  하나의 성질은 다른 성질에 선행하거나 후행한다.
- 연역의 내적인 중요성을 이해하지 못한다.
- 정의를 토대로 정사각형을 직사각형으로 인식할 수 있다.

4. Van Hiele 기하 학습 제4수준

형식적 연역 수준인 제4수준의 학생들은 공리계 내에서 기하 이론을 확립하는 방법으로서 연역의 중요성을 이해한다. 또한 무정의 용어, 공리, 공준, 정의, 정리, 증명의 역할과 이들 사이의 관계를 안다. 제4수준의 학생은 증명을 기억해서 기술하는 것이 아니라 구성할 수 있으며 필요조건과 충분조건의 상관성을 인식하고 명제와 명제의 역 사이의 관계를 이해한다(Crowley, 1987). Van Hiele은 제4수준의 특징을 다음과 같이 설명하였다(Usiskin, 1982, p.12).

- 명제와 그 역을 구분할 수 있다.
- 평행인 두 직선은 동위각과 엇각의 크기가 같다는 것을 함의한다.
- 연역의 중요성, 정리의 역, 필요조건과 충분조건을 충분히 이해한다.
- 공리에 의존해서 참·거짓을 판단할 수 있다는 것을 안다.

이와 같이 Van Hiele 기하 학습 수준은 기하 영역의 학습 수준을 구분하는 것으로, 학습의 계열을 정의했다는 점에서 의미가 있다. 이 학습 수준들은 학습의 순차적 성격을 나타낸 것으로, Van Hiele은 이 수준들이 기하 영역에 국한되지 않고 수학 학습 전반으로 확대 적용될 수 있다고 보고, 수학적 사고 이론을 크게 시각적 수준, 기술적 수준, 국소적인 논리적 관계를 파악하는 이론적 수준, 형식적인 연역 체계를 파악하는 수준, 논리적 법칙의 본질을 통찰하는 수준으로 구분하였다(우정호, 2017). Van Hiele 기하 학습 수준에 대한 이론은 이후 다양한 연구에 영향을 주었는데, 다음으로 살펴볼 기하적 사고를 바탕으로 한 LOGO 프로그래밍의 활동 수준 분석에도 적용되었다.

Ⅲ. Van Hiele 기하 학습 수준에 따른 LOGO 활동 수준

수학교육학 분야에서 역사적, 학술적으로 매우 의미가 있는 LOGO는 미국 MIT 대학의 Seymour Papert 교수가 개발한 것으로 길이, 각, 방향 등 기하에 대한 학습은 물론 논리적 사고, 창의적 사고, 수학적 능력 등과 같은 인지 기술을 기르는데 효과적으로 활용할 수 있다. LOGO의 교육철학은 학생들이 인공적인 마이크로 월드에서 스스로 발견 학습을 통해 자신의 생각을 표현하고 조작하며 가설을 검증하는 것을 돕는 데 있다(Papert, 1980).

LOGO 프로그래밍의 특징은 다음과 같다(조미옥, 1991, p.163). 첫째, LOGO는 쉽고 일상적인 생활 언어로 프로그래밍이 가능하다. 예를 들어 앞으로 가기(FD. Forward), 뒤로 가기(BK, Backward), 오른쪽으로 돌기(RT, Right Turn), 왼쪽으로 돌기(LT, Left Turn) 등과 같이 명령어가 간단하다. 둘째, LOGO는 '프로시저(procedure)'를 사용하는 언어이다. '프로시저'는 일련의 명령어들이 하나의 집합이 되어 또 하나의 명령어가 되는 것을 말한다. '프로시저'는 프로그래밍 과정을 단계적, 구조적으로 실행하도록 돕는다. 셋째, LOGO는 상호작용적 언어로, 학습자가 LOGO 명령어나 절차를 컴퓨터에 입력시키면 화면상에 그 결과가 즉시 나타난다. 피드백이 즉각적으로 주어지기 때문에 학생들은 자신의 오류를 확인하고 수정할 수 있다. 넷째, LOGO는 재귀적인(recursive) 언어이다. 상위 절차의 명령어를 절차 내에 다시 사용함으로써 같은 프로그래밍 과정을 반복하지 않고 간략하게 프로그래밍을 할 수 있으며, 프랙탈 기하 등 창의적인 프로그래밍을 구성할 수 있다. 이처럼 LOGO는 명령어가 직관적이기 때문에 초기에는 배우기 쉽지만, '프로시저'를 작성하는 등 특정한 목적을 달성하기 위해 명령어를 논리적으로 배열하여 프로그래밍하는 것은 다소 복잡하기 때문에 Pea & Kurland(1983)는 훈련된 교사가 체계적으로 LOGO 프로그래밍을 가르칠 필요가 있다고 하였다.

LOGO는 교육학적으로 피아제의 구성주의에 기반하고 있다. Papert는 1958년부터 1963년까지 미국 기술 연구소의 인공지능 연구소의 공동 설립자인 Piaget와 긴밀히 연구하여 LOGO를 개발하였다[3]. 그러나 Papert의 구성주의(constructionism)는 보다 상황에 기반하고 실용적이라는 점에서 Piaget의 구성주의(constructivism)와는 다소 차이가 있다(Ackermann, 2001). Piaget의 구성주의는 수학적 개념의 이해는 인식 주체의 외부 대상으로부터 직접 얻어지는 것이 아니라 내면화되어 조작으로 변환될 수

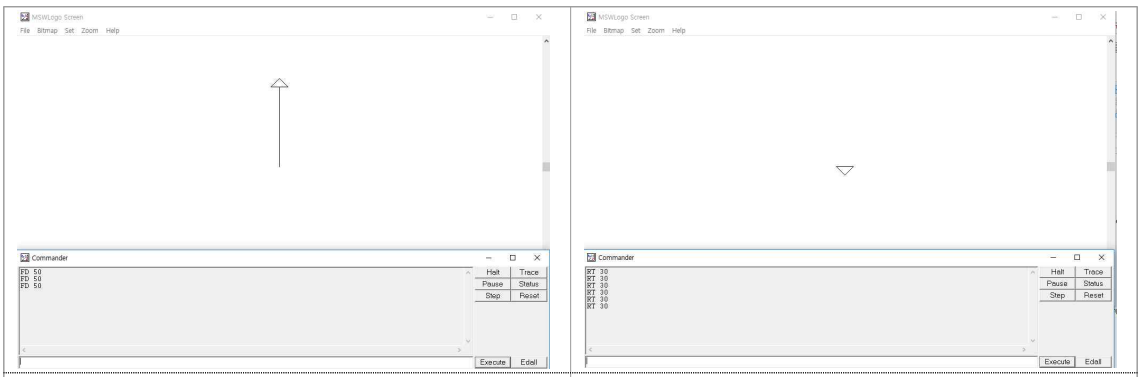
3) LOGO Foundation, https://el.media.mit.edu/logo-foundation/what_is_logo/logo_and_learning.html (최종검색일: 2019.9.22.)

있는 행동으로부터 얻어지는 것이며, 수학적 지식은 인간의 조작 활동에 근원을 두고 있으므로 수학 수업에서 수학적 지식의 발생적 근원이 되는 조작 활동을 강조해야 한다는 것이다(황혜정 외, 2016). Piaget의 구성주의가 인지이론에 가깝다면 이와 비교하여 Papert는 보다 실제적인 교육 방법에 관심을 두었는데, Papert의 구성주의(constructionism)는 LOGO와 같은 교육 환경을 구현하여 구성주의(constructivism)을 실현할 수 있는 실제적인 방법을 제시하였다. 즉, Papert는 학생들이 의미 있는 인공물을 구성하며 정신적 지식을 구성하는 과정에서 LOGO는 하나의 매체(media)로서 환경과 사고 체계의 의미 있는 상호작용을 촉진시켜 생물학적 인지 발달 단계의 한계를 뛰어넘을 수 있게 도울 수 있다고 보았다(김화경, 2006; Ackermann, 2001).

LOGO는 수학교육에서 다양하게 적용가능하지만 본 연구에서는 기하 교육에서의 LEGO 마인드스톰 활동 설계를 위한 연계 지점으로 기하 교육에서의 LOGO 관련 연구를 살펴보고자 한다. 기하교육에서 교수 학습을 학습자의 수준 상승을 위해 계획적으로 설계하거나 학습 효과를 분석하려면 학습자의 기하 학습 수준을 판단할 수 있어야 하는데, 이때 Van Hiele의 연구 결과는 훌륭한 기준이 될 수 있다. LOGO에서의 학습 활동을 Van Hiele 기하 학습 수준과 관련하여 연구한 연구물로는 Olson et al.(1987)의 연구가 대표적이며, 국내에서도 손은정(1991), 장혜원(1991), 황연주(2006) 등의 연구가 있다. 본 연구에서는 Olson et al.(1987)의 연구를 중심으로 LOGO 활동 수준을 정리하고, 각 수준별 활동 예시를 구체적으로 제시하였다.

1. LOGO 활동 제1수준

Van Hiele 기하 학습 수준 정의에서 제1수준의 학생은 평면기하에서 전체적인 모양새를 통해 대상을 인식하며 기하적 도형의 성질은 인식하지 못한다. 이에 대응하여 거북 기하에서 기본 LOGO 명령어는 독립된 개체로 사용된다. 예를 들어, 학생들은 'FD 50'을 반복적으로 사용하여 어떠한 일이 발생하는지를 확인하거나, 'RT 30'을 여러 번 사용하면서 더 큰 각도만큼 돌 수 있기를 기대한다. [그림 Ⅲ-1]과 같이 앞으로 150만큼 이동하기 위해 'FD 150'을 사용하지 않고 'FD 50'을 반복적으로 사용하여 어떠한 일이 발생하는지를 확인하거나, 180도만큼 돌기 위해 'RT 180'을 사용하지 않고 'RT 30'을 여러 번 사용하면서 더 큰 각도만큼 돌 수 있기를 기대한다. 이러한 의미에서, 기본 LOGO 명령어는 수정하거나 바꾸어서는 안 되는, 그 자체로 사용해야만 하는 대상으로 존재한다. 그리고 기본 LOGO 명령어들을 활용할 수 있는 효과적인 성질을 인지하지 못한다.

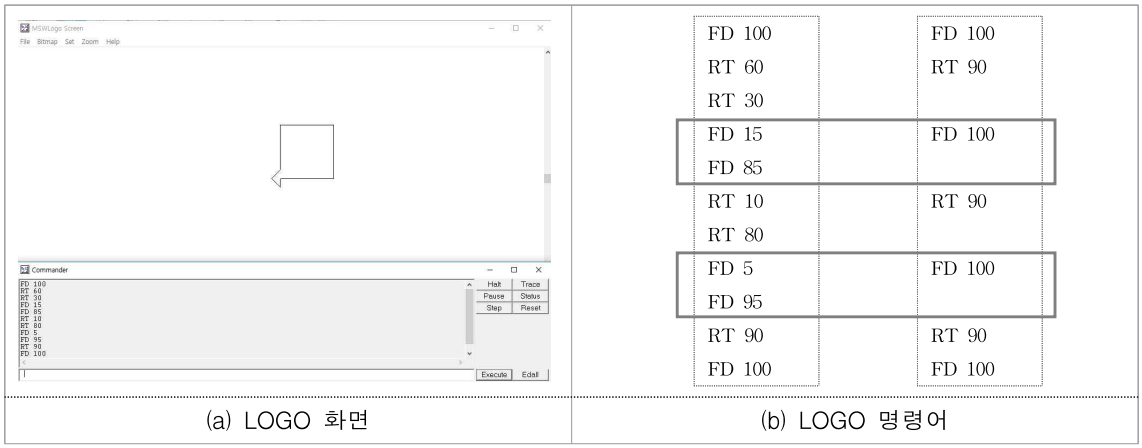


(a) FD 50을 3번 실시하여 150만큼 이동 | (b) RT 30을 6번 실시하여 180도만큼 회전

[그림 Ⅲ-1] LOGO 활동 제1수준 활동 예시

2. LOGO 활동 제2수준

Van Hiele 기하 학습 수준 정의에서 제2수준의 학생은 도형의 성질을 인식할 수 있지만 이 성질들 또는 도형들의 관계를 파악하지는 못한다. 이에 대응하여 거북 기하에서 제2수준의 학생은 기본 LOGO 명령어를 배열(sequence)하여 도형을 구성한다. 기본 LOGO 명령어들을 활용할 수 있는 효과적인 성질을 알고, 기본 LOGO 명령어들을 통제하면서 활용할 수 있다. 예를 들어, 정사각형은 일정 거리만큼 전진했다가 직각으로 회전한 후 다시 전진했다가 회전하는 방식으로 구성되는데, 제2수준의 학생들은 정사각형을 그리는 기본 LOGO 명령어들의 배열과 직사각형을 그리는 기본 LOGO 명령어들의 배열 사이의 유사성을 인지하지 못하고 [그림 Ⅲ-2]와 같이 각각의 기본 LOGO 명령어를 나열하는 방법으로 프로그래밍을 한다. 기본 LOGO 명령어들을 배열하는 계획을 세울 때 논리적 분석을 할 수 없기 때문에, 도형을 그리기 위해 기본 LOGO 명령어를 배열하는 것은 기본 LOGO 명령어들로 나타내어지는 시각적 이미지들을 매개로 나타내어진다.



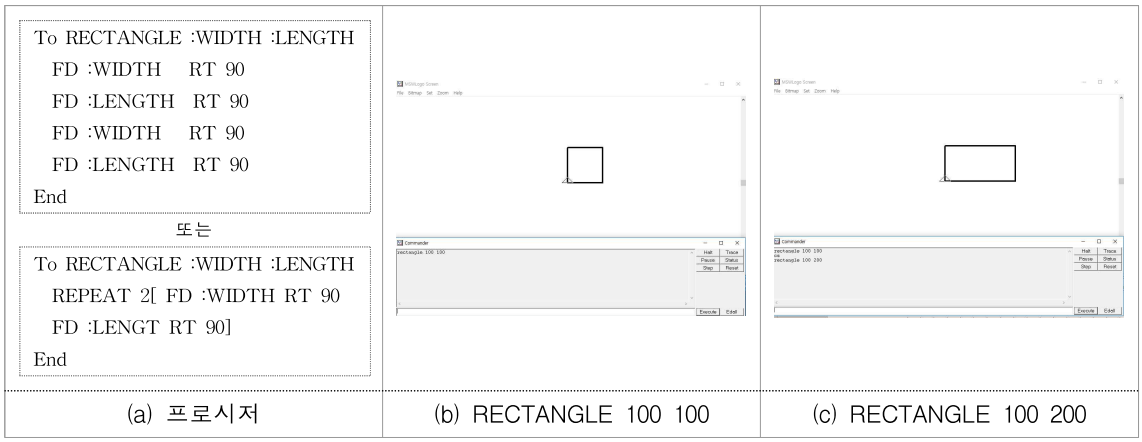
(a) LOGO 화면 (b) LOGO 명령어

[그림 Ⅲ-2] LOGO 활동 제2수준 활동 예시

3. LOGO 활동 제3수준

Van Hiele 기하 학습 수준 정의에서 제3수준의 학생은 도형의 성질들 간의 관계를 이해할 수 있다. 이에 대응하여 거북 기하에서 제3수준의 학생은 LOGO 명령어들을 이용하여 기하적 도형을 만드는 '프로시저(procedure)'를 만들 수 있다. 예를 들면, '직사각형을 그리는 프로시저'를 직사각형을 그리는데 필요한 필요조건들을 분석하여 만들 수 있다. '프로시저'를 만드는데 필요한 LOGO 명령어들은 시각적인 활동을 통해서가 아니라, 직사각형을 정의하는 기본 지식을 바탕으로 제시된다. 초기에 만든 '프로시저'는 기본 LOGO 명령어들을 개별화된 선형적인 순서로만 입력하여 작성되었고, 'REPEAT' 명령어는 사용되지 않았다. 이후, 기본 LOGO 명령어의 배열(sequence)에서 패턴을 관찰한 결과, 또는 그리고자 하는 기하적 도형을 분석한 결과를 바탕으로 'REPEAT' 명령을 사용한다. 'REPEAT' 명령은 다른 측면에서 영향을 미친다. 예를 들면, [그림 Ⅲ-3(a)]와 같은 기본 LOGO 명령어의 배열(sequence)은 직사각형을 그릴 것이다. 물론 이 '프로시저'는 REPEAT 2 [FD :WIDTH RT 90 FD

:LENGTH RT 90]로 다시 정리할 수 있다. 이러한 재정리는 기본 LOGO 명령어를 사용한 패턴의 반복을 인식하거나, 처음부터 직사각형의 회전 대칭성을 인식했기 때문에 가능하다. 어느 경우든, 제3수준에 해당하는 학생들은 각각의 기하적 모양을 구성하는 '프로시저'를 만들고, 이러한 '프로시저'의 특징을 인식하기 시작한다. 제3수준의 학생들은 또한 논리적으로 도형들을 연관 짓기 시작한다. 예를 들면, 학생들은 직사각형을 그리는 '프로시저'에서 너비와 길이의 값을 같게 하여 정사각형을 그릴 수 있다.



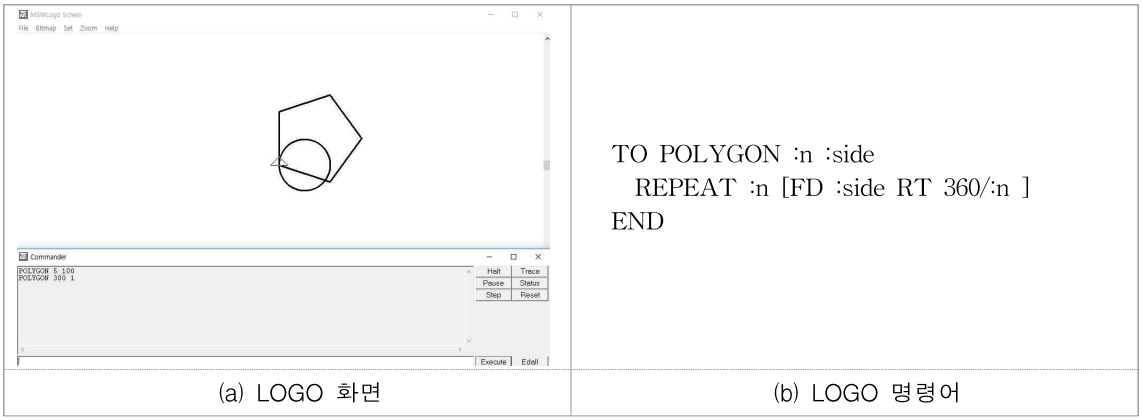
[그림 Ⅲ-3] LOGO 활동 제3수준 활동 예시

또한, 제3수준의 학생들은 새로운 '프로시저'를 완성하기 위해 다른 '프로시저'를 불러와 사용하기 시작한다. 예를 들면, 집을 그리는 새로운 '프로시저'를 완성하기 위해, 정사각형을 그리는 '프로시저'와 지붕을 그리기 위해 삼각형을 그리는 '프로시저'를 불러와 사용할 수 있다. 이 관계들이 결국은 연역적으로 이루어지기는 하지만, 이러한 '프로시저'들은 매우 국소적으로 만들어진다. 제3수준에서는 기하적 도형을 보다 크고 포괄적으로 분류하는 활동은 인식되지 않는다.

4. LOGO 활동 제4수준

Van Hiele 기하 학습 수준 정의에서 제4수준의 학생은 기하 이론에서 연역의 의미를 이해하는 수준에 도달한다. 이에 대응하여 거북 기하에서 제4수준의 학생들은 이전 수준(제3수준)에서 개별적으로 인식되던 '프로시저'들을 궁극적으로 포괄적으로 조직된 구조를 만들기 위해 보다 폭넓은 방식을 통해 분류하고 연관짓는다. 예를 들어, [그림 Ⅲ-4]와 같이 정삼각형부터 360개의 변으로 이루어진 정다각형(원으로의 유한 근사)까지, 모든 정다각형을 그릴 수 있는 LOGO '프로시저'를 적절한 변수에 적당한 값을 입력하는 방식을 사용하여 만들 수 있다. 나아가, 제4수준의 학생들은 정다각형을 그리는 '프로시저'가 닫힌 도형을 그린다는 것을 알고 있을 뿐 아니라, 왜 그렇게 되는지를 보여줄 수도 있다. 즉, 제4수준 학생들에게 연역은 거북 기하에서 '프로시저'를 만드는 과정의 일부로 인식된다. LOGO는 적절한 응용을 위해 논리적 연역을 필요로 하는 여러 언어적 기능을 가지고 있다. 재귀는 이러한 기능의 한 예이다. 재귀는 상위 수준의 언어의 강력한 기능이지만, 재귀가 매우 반(反)직관적이기 때문에 학생들은 일반적으로 처음에 재귀를 사용하는 것을 어려워한다. 어떻게 완성을 위해 자기 자신을 부르는 절차를 생각

할 수 있는지 재귀에 대해 형식적으로 이해하고, '프로시저'와 최종적으로 그려지는 거북 기하 도형을 연연적 분석을 통해 접근하지 않는다면 재귀 기능을 이해하기 어려울 수 있다. 재귀 기능을 통해 도달할 수 있는 결과를 통해 볼 때 재귀는 LOGO가 갖는 매우 독특하고 유용한 기능이라고 볼 수 있다.



(a) LOGO 화면 (b) LOGO 명령어

[그림 Ⅲ-4] LOGO 활동 제4수준 활동 예시

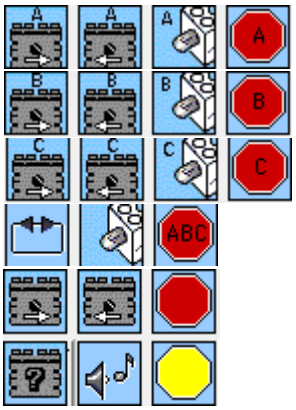
이상에서 살펴본 바와 같이, LOGO는 거북 기하에서 어떤 수준에서든 기하적 활동을 가능하게 한다. 학생들은 주어진 활동을 수행하기 위해 LOGO 명령어를 직접적으로 사용할 수도 있고, 특정 기하 과제를 수행하기 위해 LOGO 명령어 목록으로 구성된 '프로시저'를 작성할 수도 있다. 이렇듯 학생들은 컴퓨터 화면에서 LOGO 언어를 활용하여 거북 기하를 통해 주어진 과제를 수행할 수 있다.

Ⅳ. Van Hiele 기하 학습 수준에 따른 LEGO 마인드스톰 활동 수준 분석

1980년대에 Papert가 LEGO와 협력하면서, LOGO는 컴퓨터 스크린에서 움직이는 거북에 명령을 내리던 것에서 실제 로봇에 명령을 내릴 수 있는 LEGO/LOGO 시스템으로 발전하였다. 1998년에 LEGO 사는 LEGO 마인드스톰 RCX를 개발했으며, 이후 LGEO 마인드스톰 NXT, LGEO 마인드스톰 EV3로 업그레이드 되었다(Ucgul & Cagiltay, 2014).

LEGO 마인드스톰은 로봇 제작을 위한 다양한 블록과 로봇의 두뇌 역할을 담당하는 인텔리전트 브릭으로 구성된다. 인텔리전트 브릭은 로봇 프로그래밍이 가능한 외부의 프로그램과 무선으로 연결되며 다양한 센서와 연결되는 입력 포트와 로봇을 움직이기 위한 모터와 연결되는 출력 포트를 가진다. 학생들은 블록을 조립하여 목적에 부합하는 로봇을 제작하고, 프로그래밍 소프트웨어에서 프로그래밍 아이콘 또는 블록을 배열하여 프로그램을 작성, 로봇으로 전송하여 로봇을 작동시킨다. LEGO 마인드스톰 프로그래밍을 위한 프로그램 Robolab에서 사용되는 LEGO 마인드스톰의 프로그래밍 아이콘들을 정리하면 <표 Ⅳ-1>과 같다. LEGO 마인드스톰은 프로그램 실행 후 즉각적인 피드백을 받아, 프로그램을 수정하고 개선할 수 있다는 장점이 있으며, 센서로 데이터를 수집하여 수학적으로 분석할 수도 있어 수학교육 분야에서의 활용 가능성이 높다.

<표 Ⅳ-1> LEGO 마인드스톰 프로그래밍에서 사용되는 기본 아이콘

시작, 끝	기본 출력(Basic Output) 그룹	포크(Fork) 아이콘 그룹	컨테이너(Container) 아이콘 그룹
· 프로그램의 시작과 끝을 나타냄	· 모터, 램프, 사운드 등의 '출력'에 관련된 행동을 나타냄	· LOOP, 멀티태스킹 등 주어진 조건에 따라 다르게 행동하도록 하는 조건 분기와 관련된 행동을 나타냄	· 간단한 연산이나 처리과정을 나타냄 · 웨이트 포(Wait for), 뮤직(Music) 아이콘 그룹 등 로봇의 행동을 나타내는 다양한 아이콘들이 있음
· 시작 · 끝			

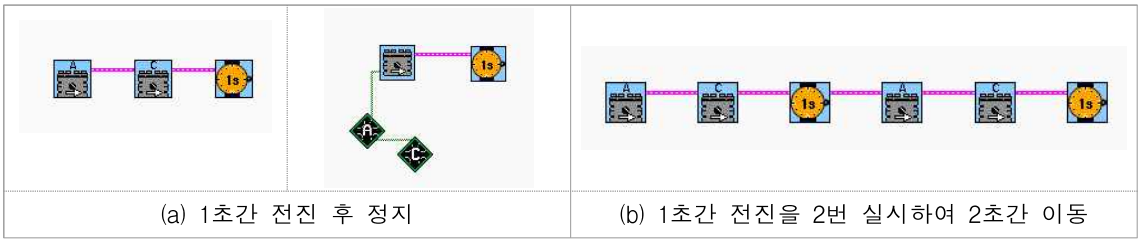
로봇의 교육적 효과는 여러 연구자들에 의해 규명되고 있다. 김철(2012)의 연구에서는 로봇을 활용한 교육은 미래 인재가 갖추어야 할 창의성, 문제해결능력, 논리적 사고력과 같은 고차원적인 사고력의 신장을 도울 수 있다고 하였으며, Yousuf, Montúfar & Cueva(2006)는 모바일 로봇, 팔을 움직이는 로봇 등의 산업 응용 프로젝트 등 로봇을 활용한 다양한 프로젝트에 참여한 학생들의 학습 참여도, 동기, 학습 역량 신장에 도움이 된다고 하였다. Whitman & Witherspoon(2003)은 마인드스톰을 활용한 프로젝트학습이 K-12학년의 STEAM 수업에 효과적이라는 연구 결과를 발표한 바 있다. 한편 Williams et al.(2012)는 학생들이 일상생활 속에서 다양한 테크놀로지를 사용하고 있지만 그 기저에 있는 수학, 과학 및 공학에 대한 기본적인 이해는 부족하며 STEAM 교육을 통해 이론적인 배경에 대한 학습이 요구된다는 연구 결과를 제시한 바 있다. 이는 LEGO 마인드스톰이 교육 분야에서 활용 가능성이 높아지고 있지만 학교 수학 수업에 적용하기에 앞서 수학교육 분야에서의 체계적인 교수 학습 설계, 교육 효과에 대한 분석 연구가 세밀하게 이루어질 필요가 있음을 시사한다.

이에 Ⅳ장에서는 앞서 Ⅱ장에서 제시한 Van Hiele 기하 학습 수준에 따라, Ⅲ장에서 LOGO 활동 수준을 분석한 내용과 연계하여 LEGO 마인드스톰 활동 수준을 정의하고자 한다. 이때 LEGO 마인드스톰의 활동 수준은 중등학교에서의 학생들의 학습 수준 및 수업 상황을 고려하여 Van Hiele 제1~4 수준에 대해서만 제시하였다.

1. LEGO 마인드스톰 활동 제1수준

Olson et al.(1987)은 Van Hiele 제1수준의 학생은 기본 LOGO 명령어를 독립된 개체로 사용하며, 기본 LOGO 명령어는 수정하거나 바꾸어서는 안 되는 그 자체로 사용해야만 하는 대상으로 존재하고, 기본 LOGO 명령어들을 활용할 수 있는 효과적인 성질을 인지하지 못한다고 하였다. 이를 토대로 한 LEGO 마인드스톰 활동 제1수준의 행동 특성은 다음과 같다.

제1수준의 학생은 LEGO 프로그래밍 블록을 독립된 개체로 사용한다. 동작 블록을 사용하여 로봇이 1초간 전진 후 정지하는지를 확인하거나([그림 Ⅳ-1-(a)]), 터치 센서의 기능을 기본적으로 확인하는 활동이 포함된다. 그러나 제1수준의 학생은 앞으로 2초간 전진하기 위해 시간 조건을 '2'초로 수정하지 못하고 1초간 전진하는 프로그램을 2번 반복하는 방식으로 로봇의 움직임을 확인한다([그림 Ⅳ-1-(b)]). 이러한 의미에서 제1수준의 학생에게 하나의 로봇의 움직임을 나타내는 LEGO 프로그래밍 블록은 수정하거나 바꾸어서는 안 되는 그 자체로 사용해야만 하는 대상으로 존재한다. 동일한 움직임을 나타내기 위해 활용할 수 있는 다른 LEGO 프로그래밍 블록을 인지하지 못한다.



(a) 1초간 전진 후 정지 | (b) 1초간 전진을 2번 실시하여 2초간 이동

[그림 Ⅳ-1] LEGO 마인드스톰 활동 제1수준 프로그램 예시

2. LEGO 마인드스톰 활동 제2수준

Olson et al.(1987)은 Van Hiele 제2수준의 학생은 기본 LOGO 명령어를 배열(sequence)하여 도형을 구성할 수 있다고 보았다. 기본 LOGO 명령어들을 활용할 수 있는 효과적인 성질을 알고, 기본 LOGO 명령어들을 통제하면서 활용할 수 있다. 또한 기본 LOGO 명령어들의 배열 사이의 유사성을 인지하지 못한다. 이러한 활동들은 각각의 기본 LOGO 명령어를 나열하는 활동으로 존재한다. 기본 LOGO 명령어들을 배열하는 계획을 세울 때 논리적 분석을 할 수 없기 때문에, 도형을 그리기 위해 기본 LOGO 명령어를 배열하는 것은 기본 LOGO 명령어들로 나타내어지는 시각적 이미지들을 매개로 나타내어진다. 이를 토대로 한 LEGO 마인드스톰 활동 제2수준은 다음과 같다.

제2수준의 학생은 일련의 LEGO 프로그래밍 블록을 사용하여 전진, 후진하거나 직선, 곡선으로 움직이는 기본적인 로봇의 동작을 통제할 수 있다. 예를 들어, 일정 시간만큼 전진했다가, 직각으로 회전한 후, 일정 시간만큼 전진하는 등의 프로그램을 구성할 수 있다. 제2수준의 학생들은 시각적 이미지를 매개로 정사각형이 4개의 변과 4개의 직각으로 구성된다는 것을 알고 로봇이 정사각형의 모양으로 움직이도록 하는 프로그램을 만들 수는 있지만, 로봇의 움직임을 나타내는 계획을 세울 때 논리적 분석을 할 수 없기 때문에 LEGO 프로그래밍 블록을 나열하는 방식으로 프로그램을 만든다. 즉, 제2수준의 학생은 로봇이 정사각형의 모양으로 움직이도록 프로그램을 만들 뿐, 로봇의 움직임을 논리적으로 분석하여 '일정 시간만큼 직진 후 직각으로 도는 움직임을 나타내는 프로그램'을 4회 반복하여

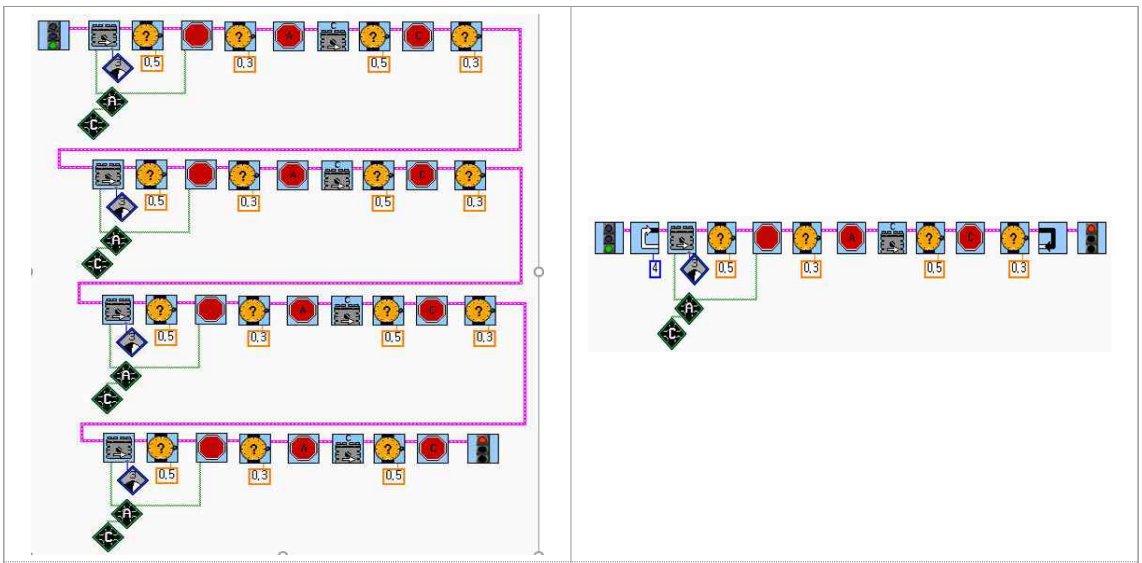
정사각형의 움직임을 나타내는 프로그램을 만들 수 있다는 것을 인지하지 못한다. 따라서 제2수준의 학생들은 정사각형의 움직임을 나타내는 절차와 직사각형의 움직임을 나타내는 절차의 유사성을 인지하지 못한다.

3. LEGO 마인드스톰 활동 제3수준

Olson et al.(1987)은 Van Hiele 제3수준의 학생은 기하적 도형의 성질을 분석하여 기하적 도형을 만드는 '프로시저(procedure)'를 만들 수 있다고 보았다. '프로시저'를 만드는데 필요한 LOGO 명령어들은 시각적인 활동을 통해서가 아니라, 직사각형을 정의하는 기본 지식을 바탕으로 제시된다. 또한 논리적으로 도형들을 연관 짓기 시작한다. 이를 토대로 한 LEGO 마인드스톰 활동 제3수준은 다음과 같다.

제3수준의 학생은 로봇의 움직임을 제어하는 프로그램을 구성할 수 있다. 예를 들면, [그림 Ⅳ-2]에서와 같이 직사각형의 모양으로 움직이는 프로그램을 만들기 위해 직사각형을 그리는데 필요한 필요조건들을 분석하여 프로그램을 만들 수 있다. 프로그램을 만드는데 필요한 LEGO 프로그래밍 블록들은 시각적인 활동을 통해서가 아니라, 직사각형을 정의하는 기본 지식을 바탕으로 제시된다. 처음에 LOOP 아이콘 를 사용하여 만든 프로그램은 단지 LEGO 프로그래밍 블록들을 개별화된 선형적 순서로 배열하여 작성된다. 이후, 학생들은 LEGO 프로그래밍 블록의 배열에서 패턴을 관찰한 결과, 또는 로봇의 움직임을 통해 나타내고자 하는 기하적 도형을 분석한 결과를 바탕으로 LOOP 아이콘을 사용한다. 이와 같이 LOOP 아이콘은 다른 측면에서 영향을 미친다.

예를 들어, [그림 Ⅳ-2]와 같이 제3수준의 학생들은 로봇을 LOOP 아이콘을 이용하여 유사한 방식으로 정사각형의 모양과 직사각형의 모양으로 움직이도록 하는 프로그램을 만들 수 있다. 시간을 조정하여 로봇이 크기가 다른 정사각형과 직사각형 등의 모양으로 움직이도록 하는 프로그램을 만들 수 있을 것이다. 또한 LOOP 아이콘을 이용하여 로봇이 직사각형 모양으로 움직이도록 하는 프로그램에서 이동 시간을 동일하게 조정하여 정사각형의 모양으로 움직이도록 할 수 있다.



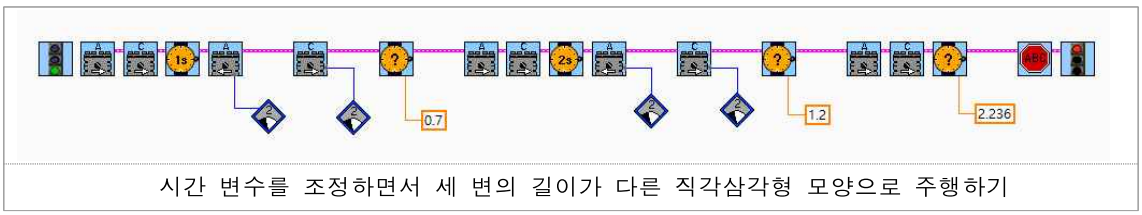
(a) Loop 아이콘을 사용하지 않음 (b) 4회 반복하는 Loop 아이콘을 사용함

[그림 Ⅳ-2] LEGO 마인드스톰 활동 제3수준 프로그램 예시

4. LEGO 마인드스톰 활동 제4수준

Olson et al.(1987)은 Van Hiele 제4수준의 학생은 제3수준에서 개별적으로 인식되던 '프로시저'들을 궁극적으로 포괄적으로 조직된 구조를 만들기 위해 보다 폭넓은 방식을 통해 분류하고 연관짓는다고 보았다. 나아가, 제4수준의 학생들은 정다각형을 그리는 '프로시저'가 닫힌 도형을 그린다는 것을 알고 있을 뿐 아니라, 왜 그렇게 되는지를 보여줄 수도 있으며, 적절한 응용을 위해 논리 연역적인 사고를 할 수 있다.

제4수준의 학생은 이전 수준(제3수준)에서 개별적으로 인식되던 로봇의 움직임을 나타내는 프로그램들을 포괄적으로 조직된 구조 속에서 로봇의 움직임을 나타내기 위해 보다 폭넓은 방식을 통해 각 LEGO 프로그래밍 블록들과 프로그램들을 분류하고 연관짓는다. 즉, 제4수준의 학생은 LEGO 프로그래밍 블록의 변수의 구조를 이해하고 로봇의 움직임이 가지는 논리적 구조를 파악한 후, 변수 수치 등을 조정하여 로봇의 움직임을 통제하면서 프로그램을 완성한다. 또한 프로그램을 왜 그렇게 작성하였는지를 설명할 수 있다. [그림 Ⅳ-3]은 세 변의 길이가 다른 직각삼각형 모양으로 주행하기 위해 시간 변수를 조정하면서 만든 프로그램의 예시이다.



[그림 Ⅳ-3] LEGO 마인드스톰 활동 제4수준 프로그램 예시

이상에서 살펴본 내용을 바탕으로, LEGO 마인드스톰 활동 제1~4수준의 수준별 특성을 Van Hiele 기하 학습 수준과 LOGO 활동 수준별 특징과 연계하여 정리하면 <표 Ⅳ-2>와 같다. LEGO 마인드스톰 활동의 제1~4수준에서 프로그래밍은 학생들이 머릿속에서 생각한 수학적 과정을 구체화할 수 있도록 돕는 구성 도구의 역할을 한다. 모든 수준에서 학생들은 주어진 문제 상황에 부합하는 프로그램을 작성하기 위해 사고의 순서대로 LEGO 프로그래밍 블록을 배열하고, 로봇을 실행시키는 절차를 경험하게 된다. 이후 로봇의 움직임을 관찰하여 자신이 작성한 프로그램에서 어떤 부분이 잘못 되었는지에 대한 반성적 사고를 하게 된다. 이후 오류 수정을 위해, 작성된 프로그램과 이에 따른 로봇의 움직임을 전반적으로 검토하는 과정을 거치면서 $n-1$수준에서 n수준으로 이행하게 된다. LEGO 마인드스톰 활동에서 프로그램을 작성하고 수정하는 절차를 반복하면서 학생들은 명확한 수학적 개념을 가지게 되며, 특히 기하와 관련하여 각, 거리, 방향, 위치 등과 관련하여 실세계에서 유용한 기하적 소양을 가지게 된다.

<표 Ⅳ-2> [Van Hiele]-[LOGO]-[LEGO 마인드스톰] 활동의 수준별 행동 특성

Van Hiele 제1수준 : 시각적 인식 수준(Recognition)		
Van Hiele	**LOGO**	**LEGO 마인드스톰**
제1수준의 학생은 전체적인 모양새를 통해 대상을 인식한다. 각각의 기하적 모양이 지닌 성질은 인식하지 못한다. • 도형은 그것의 외관에 의해 판단된다. • 학생은 그것의 형태, 모양으로 직사각형을 인식한다. • 직사각형은 정사각형과 다르게 생겼다는 것을 안다. • 마름모, 직사각형, 정사각형, 평행사변형을 기하판에 나타낼 수 있다. • 마름모가 평행사변형임을 인식하지 못한다. • 마름모는 평행사변형과 다르게 생겼기 때문에 평행사변형이 아니라고 생각한다.	▸제1수준의 학생은 기본 LOGO 명령어를 독립된 개체로 사용한다. 예를 들어, 앞으로 150만큼 이동하기 위해 'FORWARD 150'을 사용하지 않고 'FORWARD 50'을 반복적으로 사용하여 어떠한 일이 발생하는지를 확인하거나, 180도만큼 돌기 위해 'RIGHT 180'을 사용하지 않고 'RIGHT 30'을 여러 번 사용하면서 더 큰 각도만큼 돌 수 있기를 기대한다. ▸이러한 의미에서 기본 LOGO 명령어는 수정하거나 바꾸어서는 안 되는, 그 자체로 사용해야만 하는 대상으로 존재한다. ▸기본 LOGO 명령어들을 활용할 수 있는 효과적인 성질을 인지하지 못한다.	▸제1수준의 학생은 LEGO 프로그래밍 블록을 독립된 개체로 사용한다. 예를 들어, 동작 블록을 사용하여 로봇이 1초간 전진 후 정지하는지를 확인하거나, 터치 센서의 기능을 기본적으로 확인하는 활동이 포함된다. 그러나 제1수준의 학생은 앞으로 3초간 전진하기 위해 시간 조건을 '3'초로 수정하지 못하고 1초간 전진 후 정지하는 프로그램을 3번 반복하는 방식으로 로봇의 움직임을 확인한다. ▸이러한 의미에서 제1수준의 학생에게 하나의 로봇의 움직임을 나타내는 LEGO 프로그래밍 블록은 수정하거나 바꾸어서는 안 되는 그 자체로 사용해야만 하는 대상으로 존재한다. ▸동일한 움직임을 나타내기 위해 활용할 수 있는 다른 LEGO 프로그래밍 블록을 인지하지 못한다.
Van Hiele 제2수준 : 기술적/분석적 인식 수준(Anlaysis)		
Van Hiele	**LOGO**	**LEGO 마인드스톰**
제2수준의 학생은 도형의 성질을 인식할 수는 있지만, 도형이 지닌 성질이나 도형들을 서로 연관 짓지는 못한다. 도형의 구성 요소들과 구성요소들 사이의 관계에 의해 도형을 분석하고 도형의 성질을 확실히 알고 문제를 풀기 위해 성질을 사용한다. • 주어진 삼각형이 두 변의 길이가 같다는 것을 알고 이를 '이등변삼각형'이라는 이름과 연결 지을 수 있다. 또한 두 밑각의 크기가 같다는 결과를 이끌어낼 수 있다. • 마름모의 성질과 이름을 알고, 이등변 삼각형이 마름모의 절반이라는 것을 알 수 있다. • 도형은 성질을 갖는다. • 네 개의 직각을 갖는 도형을 직사각형이라고 말할 수 있다. • 도형을 그것의 성질로 구별할 수 있다. • 도형의 성질들을 서로 연관 짓지 못한다. 예를 들어 정사각형을 직사각형이라고 판단하지 못한다. • 학생들은 마름모를 네 변의 길이가 같고 마주보는 각이 같으며 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다는 것을 배운다.	▸제2수준의 학생은 기본 LOGO 명령어를 배열(sequence)하여 도형을 구성한다. 기본 LOGO 명령어들을 활용할 수 있는 효과적인 성질을 알고, 기본 LOGO 명령어들을 통제하면서 활용할 수 있다. 예를 들어, 정사각형은 일정 거리만큼 전진했다가 직각으로 회전한 후 다시 전진했다가 회전하는 방식으로 구성되는데, 제2수준의 학생들은 정사각형을 그리는 기본 LOGO 명령어들의 배열과 직사각형을 그리는 기본 LOGO 명령어들의 배열 사이의 유사성을 인지하지 못한다. 이러한 활동들은 각각의 기본 LOGO 명령어를 나열하는 활동으로 존재한다. ▸기본 LOGO 명령어들을 배열하는 계획을 세울 때 논리적 분석을 할 수 없기 때문에, 도형을 그리기 위해 기본 LOGO 명령어를 배열하는 것은 기본 LOGO 명령어들로 나타내어지는 시각적 이미지들을 매개로 나타내어진다.	▸제2수준의 학생은 일련의 LEGO 프로그래밍 블록을 사용하여 전진, 후진하거나 직선, 곡선으로 움직이는 기본적인 로봇의 동작을 통제할 수 있다. 예를 들어, 일정 시간만큼 전진했다가, 직각으로 회전한 후, 일정 시간만큼 전진하는 등의 프로그램을 구성할 수 있다. ▸제2수준의 학생은 시각적 이미지를 매개로 정사각형이 4개의 변과 4개의 직각으로 구성된다는 것을 알고 로봇이 정사각형의 모양으로 움직이도록 하는 프로그램을 만들 수는 있지만, 로봇의 움직임을 나타내는 계획을 세울 때 논리적 분석을 할 수 없기 때문에 LEGO 프로그래밍 블록을 나열하는 방식으로 프로그램을 만든다. 즉, 제2수준의 학생은 로봇이 정사각형의 모양으로 움직이도록 프로그램을 만들 뿐, 로봇의 움직임을 논리적으로 분석하여 '일정 시간만큼 직진 후 직각으로 도는 움직임을 나타내는 프로그램'을 4회 반복하여 정사각형의 움직임을 나타내는 프로그램을 만들 수 있다는 것을 인지하지 못한다. 따라서 제2수준의 학생들은 정사각형의 움직임을 나타내는 절차와 직사각형의 움직임을 나타내는 절차의 유사성을 인지하지 못한다.

Van Hiele 제3수준 : 관계적/추상적 인식 수준, 비형식적 연역(Informal deduction)		
Van Hiele	**LOGO**	**LEGO 마인드스톰**
제3수준의 학생은 도형과 도형이 지닌 성질 사이의 관계를 확립할 수 있다. 기하적 도형을 논리적으로 분류할 수 있는 것처럼, 도형의 성질을 논리적으로 나열할 수 있다. 학생은 정의를 형성하고 사용하며, 전에 발견된 성질에 순서를 주는 비형식적 논증, 연역적 논증을 제시한다. • 기하에서 증명의 의미를 이해한다. • 기하적 패턴 안에서 나타나는 특징들을 다룰 수 있다. • 성질들을 배열할 수 있다. 학생들은 서로 다른 성질로부터 성질을 이끌어낼 수 있다. 하나의 성질은 다른 성질에 선행하거나 후행한다. • 연역의 내적인 중요성을 학생들은 이해하지 못한다. • 정의를 토대로 정사각형을 직사각형으로 인식할 수 있다.	▸제3수준의 학생은 거북 기하에서 기하적 도형을 만드는 '프로시저(procedure)'를 만들 수 있다. 예를 들면, '직사각형을 그리는 프로시저'를 직사각형을 그리는데 필요한 필요조건들을 분석하여 만들 수 있다. ▸'프로시저'를 만드는데 필요한 LOGO 명령어들은 시각적인 활동을 통해서가 아니라, 직사각형을 정의하는 기본 지식을 바탕으로 제시된다. 초기에 만든 '프로시저'는 기본 LOGO 명령어들을 개별화된 선형적인 순서로만 입력하여 작성되었고, 'REPEAT' 명령어는 사용되지 않았다. 이후, 기본 LOGO 명령어의 배열(sequence)에서 패턴을 관찰한 결과, 또는 그리고자 하는 기하적 도형을 분석한 결과를 바탕으로 'REPEAT' 명령을 사용한다. ▸제3수준에 해당하는 학생들은 각각의 기하적 모양을 구성하는 '프로시저'를 만들고, 이러한 '프로시저'의 특징을 인식하기 시작한다. 제3수준의 학생들은 또한 논리적으로 도형들을 연관짓기 시작한다.	▸제3수준의 학생은 로봇의 움직임을 제어하는 프로그램을 구성할 수 있다. 예를 들면, 직사각형의 모양으로 움직이는 프로그램을 만들기 위해 직사각형을 그리는데 필요한 필요조건들을 분석하여 프로그램을 만들 수 있다. ▸프로그램을 만드는데 필요한 LEGO 프로그래밍 블록들은 시각적인 활동을 통해서가 아니라, 직사각형을 정의하는 기본 지식을 바탕으로 제시된다. 처음에 LOOP 아이콘 를 사용하여 만든 프로그램은 단지 LEGO 프로그래밍 블록들을 개별화된 선형적 순서로 배열하여 작성된다. 이후, 학생들은 LEGO 프로그래밍 블록의 배열에서 패턴을 관찰한 결과, 또는 로봇의 움직임을 통해 나타내고자 하는 기하적 도형을 분석한 결과를 바탕으로 LOOP 아이콘을 사용한다. 이와 같이 LOOP 아이콘은 다른 측면에서 영향을 미친다. ▸예를 들면, 제3수준의 학생들은 로봇을 LOOP 아이콘을 이용하여 유사한 방식으로 정사각형의 모양과 직사각형의 모양으로 움직이도록 하는 프로그램을 만들 수 있다. 시간을 조정하여 로봇이 크기가 다른 정사각형과 직사각형 등의 모양으로 움직이도록 하는 프로그램을 만들 것이다. 또한 LOOP 아이콘을 이용하여 로봇이 직사각형 모양으로 움직이도록 하는 프로그램에서 이동 시간을 동일하게 조정하여 정사각형의 모양으로 움직이도록 할 수 있다.
Van Hiele 제4수준 : 형식적 연역(Formal deduction)		
Van Hiele	**LOGO**	**LEGO 마인드스톰**
제4수준의 학생들은 연역을 생각하고 있는 모든 기하 이론들을 전개시키기 위한 수단으로 이해한다. 제4수준의 학생들에게 연역적 추론은 포괄적인 의미에서 유의미하다. 학생들은 공리체계와 정의 관계 간의 관계망을 형성한다. • 명제와 그 역을 구분할 수 있다. • 평행인 두 직선은 동위각과 엇각의 크기가 같다는 것을 함의한다. • 연역의 중요성, 정리의 역, 필요조건과 충분조건을 충분히 이해한다. • 공리에 의존해서 참 거짓을 판단할 수 있다는 것을 안다.	▸거북 기하에서, 제4수준의 학생들은 이전 수준(제3수준)에서 개별적으로 인식되던 '프로시저'들을 궁극적으로 포괄적으로 조직된 구조를 만들기 위해 보다 폭넓은 방식을 통해 분류하고 연관짓는다. 예를 들어, 정삼각형부터 360개의 변으로 이루어진 정다각형(원으로의 유한 근사)까지, 모든 정다각형을 그릴 수 있는 LOGO '프로시저'를 적절한 변수에 적당한 값을 입력하는 방식을 사용하여 만들 수 있다. ▸제4수준의 학생들은 정다각형을 그리는 '프로시저'가 닫힌 도형을 그린다는 것을 알고 있을 뿐 아니라, 왜 그렇게 되는지를 보여줄 수도 있다. 연역은 거북 기하에서 프로시저를 만드는 일부가 되었다. LOGO는 적절한 응용을 위해 논리적 연역을 필요로 하는 여러 언어적 기능을 가지고 있다. 재귀는 이러한 기능의 한 예로, LOGO의 흥미로운 특징이기도 하다.	▸제4수준의 학생은 이전 수준(제3수준)에서 개별적으로 인식되던 로봇의 움직임을 나타내는 프로그램들을 포괄적으로 조직된 구조 속에서 로봇의 움직임을 나타내기 위해 보다 폭넓은 방식을 통해 각 LEGO 프로그래밍 블록들과 프로그램들을 분류하고 연관짓는다. ▸제4수준의 학생은 LEGO 프로그래밍 블록의 변수의 구조를 이해하고 로봇의 움직임이 가지는 논리적 구조를 파악한 후, 변수 수치 등을 조정하면서 로봇의 움직임을 통제하면서 프로그램을 완성한다. 또한 프로그램을 왜 그렇게 작성하였는지를 설명할 수 있다.

Ⅴ. 결론 및 제언

로봇은 산업 분야에서 이미 다양하게 활용되고 있으며, 향후 학생들이 살아갈 미래에는 일상생활, 직업 현장 등에서 일상적으로 활용될 것으로 예측되고 있다. 학생들의 미래의 삶을 준비하는 차원에서 로봇 또는 로봇 프로그래밍은 학교에서 가르칠 필요가 있으며, 이를 효과적으로 도입하기 위한 교수학적 연구가 요구된다. 특히 로봇을 활용한 문제해결에서 필수적이라 할 수 있는 수학에 초점을 두어 수학 수업에서 로봇을 어떻게 도입할 것인지에 대한 구체적인 연구가 요구된다.

로봇 또는 로봇 프로그래밍은 어떤 문제를 해결하기 위한 것으로부터 시작된다. 주어진 문제를 해결하기 위해 로봇은 어떤 모습이어야 하며, 어떻게 움직여야 하는지를 고려하여 로봇을 물리적으로 조립하고, 필요한 경우 센서를 부착하며, 프로그래밍을 통해 로봇의 움직임을 제어한다. 이러한 과정에는 다양한 수학적 소양이 요구되는데, 직접적으로는 각, 거리, 방향, 위치 등에 대한 기하적 소양과 더불어 로봇의 움직임을 파악하고 계산하기 위한 카테시안 좌표계 및 극좌표 등에 대한 해석학적 지식, 프로그래밍 블록을 나열하기 위한 논리적인 사고, 프로그래밍 절차를 점검하기 위한 비판적 사고 등이 요구된다.

그렇다면 로봇을 활용한 수학 수업은 어떻게 설계하고 평가해야 하는가? 본 연구는 이에 대한 문제의식으로부터 출발하였다. 학생들에게 새로운 지식을 가르칠 때는 쉬운 내용부터 어려운 내용으로 수준을 높여가면서 수업을 설계해야 하며, 수업을 시작하는 시점의 학생 수준과 수업이 끝날 무렵의 학생 수준을 파악할 수 있어야 수업의 효과를 파악할 수 있다. 이러한 가장 일반적인 교수 학습과 평가의 원칙을 고려하여 본 연구에서는 로봇(여기서는 LEGO 마인드스톰)을 활용한 활동의 수준을 분석하고자 하였다. LEGO 마인드스톰 활동 수준이 구체화되면 이를 근거로 수준별 수업 활동지를 구성할 수 있으며, 학생의 수준을 파악하고 수준 변화를 통해 수업의 효과를 평가할 수 있을 것이다.

본 연구에서는 학생의 학습 수준에 대한 대표적인 연구인 Van Hiele의 기하 학습 수준 이론을 그 시작점으로 설정하였다. 그리고 로봇(여기서는 LEGO 마인드스톰) 활동 수준을 설정하기 위한 매개로 LOGO를 선택하였다. LOGO는 수학교육적으로 매우 의미가 있는 프로그램으로 이미 LOGO의 수학교육적 적용에 대해서는 다양한 선행 연구가 존재한다. 특히 이 가운데 Olson et al.(1987)의 연구에서는 Van Hiele의 기하 학습 수준에 대응하는 LOGO 활동 수준을 정의했는데, 본 연구에서는 LOGO와 LEGO 프로그래밍의 태생적인 유사점에 주목하여 Van Hiele의 기하 학습 수준과 LOGO 활동 수준에 다시 LEGO 마인드스톰 활동 수준을 연계하여 수준별 특성을 정의하였다.

본 연구는 로봇의 활동 수준을 정의한 최초의 시도로서 학술적 의미가 있다고 판단되며, Van Hiele의 기하 학습 수준은 기하 영역에 국한되지 않고 수학 학습 전반으로 확대 적용할 수 있다는 연구 결과를 고려할 때(우정호, 2017), 본 연구에서 정의한 로봇 특히, LEGO 마인드스톰의 활동 수준은 로봇을 도입한 수학 수업의 활동을 설계하고 평가함에 있어서 의미있게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

본 연구의 내용과 논의를 바탕으로 한 제언은 다음과 같다.

첫째, LEGO 마인드스톰 활동을 수학과 교육과정과 연계하여 실제 학교 현장에서 활용될 수 있는 교수 학습 관련 연구가 필요하다. LEGO 마인드스톰 활동이 수학교육에서 유의미하게 활용될 수 있음은 앞서 제시한 선행연구들을 포함하여 다양한 연구들을 통해 가능성이 제시되고 있다. 그러나, LEGO 마인드스톰 활동을 중등 수학과 교육과정과 직접적으로 연계하고 수학 교수 학습을 설계하는 연구는 미흡하며, 학교 수학교육의 실제적인 변화를 도모하는데 한계가 있다. 따라서 이와 관련하여 추후 수학교실에서 교육과정과 연계된 로봇을 활용한 수업 활동을 개발하고, 이에 대한 학생 활동의 분석을 통해 로봇을 수학교실에서 활용할 수 있는 구체적인 방안이 연구되어야 할 것이다.

둘째, 본 연구에서 제시된 LEGO 마인드스톰 활동과 같이 로봇을 활용한 미래형 수학 수업 모형 개발이 요구된다. 수학교실에서 LEGO 마인드스톰 활동은 학생들이 수동적으로 수학적 지식이나 개념을 받아들이는 것이 아니라, 능동적으로 문제 상황을 분석하고 합리적인 판단을 할 수 있도록 도와줄 수 있다. 문제 상황에 적합한 프로그램을 작성하고 로봇을 통해 확인하고 다시 프로그램을 수정하는 과정을 담은 수학 수업 모형을 통해, 학생의 인지적, 사회적 기술(skill) 개발을 포함하여 21세기 역량 신장을 위한 교수 학습 모형을 설계할 수 있을 것이다.

참고문헌

김철(2012). 로봇교육 관련 국내 연구동향 및 교육효과 분석. **한국정보교육학회 논문지, 16**(2), 233-243.

김화경(2006). '컴퓨터와 수학교육' 학습-지도 환경에 관한 연구. **수학교육연구, 16**(4), 367-386.

박경미 외 42인 (2015). **2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구 Ⅱ**. 교육부, 한국과학창의재단 연구보고 BD15110002.

손은정(1991). **LOGO학습이 VAN - HIELE수준과 문제해결에 미치는 영향**. 이화여자대학교 석사학위 논문.

우정호(2017). **학교수학의 역사-발생적 접근**. 서울: 서울대학교출판문화원.

임해미, 최인선, 노선숙(2014). 논리,비판적 사고 신장을 위한 로봇 프로그래밍의 수학교육 적용 방안. **수학교육, 53**(3), 413-434.

장혜원(1991). **LOGO 언어의 수학교육적 고찰: van Hiele의 기하 학습 수준과 장의존-장독립 인지 양식이 LOGO 학습에 미치는 영향을 중심으로**. 서울대학교 석사학위 논문.

조미옥(1991). LOGO 프로그래밍의 안내적 교수법을 통한 인지적 모니터링 전략의 발달. **교육공학연구, 7**(1), 161-180.

황연주(2006). **초등학교 기하도형 지도에서 van Hiele 수준이론을 근거로 하는 LOGO 프로그래밍 활용에 관한 연구**. 연세대학교 석사학위 논문.

황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽(2016). **수학교육학신론**. 서울: 문음사.

Ackermann, E. (2001). Piaget's constructivism, Papert's constructionism: What's the difference. *Future of learning group publication, 5*(3), 438.

Alimisis, D. (2013). Educational robotics: Open questions and new challenges. *Themes in Science and Technology Education, 6*(1), 63-71.

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In Mary. M. L. (Ed.) *Learning and Teaching Gemretry, K-12, 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp.1-16). Reston, Va.: National. Council af Teachers af Mathematics.

Eguchi, A. (2014). Educational robotics for promoting 21st century skills. *Journal of Automation Mobile Robotics and Intelligent Systems, 8*(1), 5-11.

Olson, A. T., Kieren, T. E., & Ludwig, S. (1987). Linking LOGO, levels and language in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 18*(4), 359-370.

Papert, S. (1980). *Mindstorm: children, computers, and powerful ideas*, NY: New York, Basic Books.

Pea, R. D. & Kurland, D. M. (1983). On the Cognitive Prerequisites of Learning Computer Programming.. *New Ideas in Psychology, 2*, 137 - 168.

Ucgul, M., & Cagiltay, K. (2014). Design and development issues for educational robotics training camps. *International Journal of Technology and Design Education, 24*(2), 203-222.

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. CDASSG Project*. Chicago: The University of Chicago.

Van Hiele, P. M. (1959). *The child's thought and geometry. English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele*, Washington DC: NSF.

Van Hiele-Geldof, D. (1957). *The didactics of geometry in the lowest class of Secondary School* (tesis doctoral). Universidad de Utrecht: Utrecht, Holanda).(Traducción al inglés en Fuys, 1-206.

Whitman, L. E., & Witherspoon, T. L. (2003). Using legos to interest high school students and imtrove k12 stem education. In *fie (pp. F3A6-10)*. IEEE.

Williams, K., Igel, I., Poveda, R., Kapila, V., & Iskander, M. (2012). Enriching K-12 Science and Mathematics Education Using LEGOs. *Advances in Engineering Education, 3*(2), 1-27.

Yousuf, M. A., Montúfar, R., & Cueva, V. (2006). Robotic projects to enhance student participation, motivation and learning. In *Fourth International Conference on Multimedia, Information and Communication Technologies in Education (Vol. 6, No. 1, p. 1989)*.

Analysis of LEGO Mindstorm Activity Levels Based on the Van Hiele Levels of Development in Geometry

Rim, Haemee[4] · Choi, Inseon[5]

Abstract

Technology-based convergence education is being emphasized for students in the era of the fourth industrial revolution. In math education, students need to increase their capabilities in the future by having them experience mathematical problems using robots and sensors, a key technology in the era of the fourth industrial revolution. To this end, it is necessary to present educational uses for educational robots in relation to math and curriculum from a 'mathematics education perspective' and analyze its educational use in relation to the mathematics and curriculum, considering the role of mathematics at the base of the process of exploring real-world phenomena and solving problems. Based on the analysis of Van Hiele levels of development in geometry and the LOGO activity level of Olson et al.(1987), this study analyzed and presented the level of LEGO Mindstorm activity, a representative educational Robot capable of collecting and analyzing data and programming in the form of block language, in the first to fourth level.

Key Words : Van Hiele Levels of Development in Geometry, Robot, LEGO Mindstorm, LOGO

Received August 11, 2019
Revised September 12, 2019
Accepted September 16, 2019

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C30, 97G10, 97P40
4) Kongju National University (rimhaemee@kongju.ac.kr)
5) Korea Institute of Curriculum and Evaluation (is1027@kice.re.kr), Corresponding Author