한국학교수학회논문집 제 22 권, 제 3 호 Journal of the Korean School Mathematics Society Volume 22, Number 3, 183-197, September 2019 http://doi.org/10.30807/ksms.2019.22.3.001

한국 초등수학 교과서의 도량형 서술 내용에 대한 분석

이종학1) · 전영주2)

본 연구는 초등 교사들의 도량형 관련 교수·학습과 차기 초등수학 교과서의 도량형 내용 집필 시참고 자료로서 도움을 주고자 한다. 이를 위해 도량형에 관한 초등수학 교육과정의 내용 체계를 참고하여 정의 및 개념, 측정단위, 연산 등 세 가지 관점으로 교과서의 서술 내용을 분석하였다. 그 결과첫째, 도량형 정의의 도입은 명시적 표현보다 예시적인 방법을 선택하고 있다. 둘째, 도량형 내용요소와 단위 도입 순서에 몇 가지 문제점이 발견되었다. 셋째, 측정 단위 사이의 연산은 절차적 지식의 접근보다는 연산처리에 집중하고 있다. 넷째, 이수 학년과 이수 학기에 따른 도량형의 학습내용과 학습량에서 차이가 발생하고 있으며, 이 부분에 대한 이유와 근거 제시가 필요하다는 결론을 도출하였다.

주요용어 : 초등수학 교과서, 도량형

Ⅰ. 서론

우리나라를 비롯한 세계 거의 모든 국가는 미터법으로 살아가고 있다. 미터법은 간단하다. 1790년 프랑스의 탈례랑(C. M. Talleyrand)이 제안하고 파리과학아카데미가 만든 미터(m) 및 킬로그램(kg)을 기본으로 한 십진법의 국제적 도량형 3 단위계이다. 단위는 지구자오선 길이의 1/4000만을 1 m, 각모서리의 길이가 1/10 m 인 정육면체와 같은 부피의 4 C 물의 질량을 1 kg, 그 부피를 1l로 하고, 배량(倍量)에는 그리스어, 분량(分量)에는 라틴어에서 따온 접두어 등을 각각 붙인다(한국과학창의재단, 2019). 이후 몇 번의 기본단위의 재정의를 거쳐 지난 2018년 11월 16일 프랑스 베르사유에서 개최된 제26차 국제도량총회(Conference General des Poids et Measures, CGPM)에서 질량(kg), 전류(A), 온도(K), 물질량(mol) 등 4개 단위의 재정의를 의결하면서 새로운 단위 정의의 패러다임을 맞이하게되었다. 예를 들어, 길이(m)는 1983년 총회에서 진공에서의 빛의 속력인 $c=299792458\,\mathrm{ms}^{-1}$ 로, 질량(kg)은 이번 총회에서 플랑크 상수 $h=6.62607015\times10^{-34}\,\mathrm{Js}$ 로 고정하여 새롭게 이용하기로 한것이다. 이러한 미터법은 국가 간의 무역이 확대되고 있는 글로벌 경제의 여러 산업에서 중요한 지표로서 유용하게 활용되고 있다. 뿐만 아니라 우리 생활에도 미터법은 생각보다 가까이 있다. 바로 미터법의 기원이라 할 수 있는 어른 엄지손가락 폭을 말하는 인치(inch), 신체의 발을 가리키는 피트(feet),

- * MSC2010분류 : 97-01, 97F70
- 1) 대구교육대학교 교수 (mathro@dnue.ac.kr)
- 2) 전북대학교 교수 (jyj@jbnu.ac.kr), 교신저자
- 3) 도량형(度量衡)은 본래 길이(度), 부피 및 들이(量), 무게(衡)만을 가리키나 본 연구에서는 수학과 교육과정의 "측정 영역"의 넓이(面積)까지 포함하여 사용하고자 한다.

코에서부터 한쪽 팔을 쭉 뻗은 손가락 끝까지의 거리인 야드(yard) 등은 익숙하게 들어본 단위들이다. 그리고 서울에서 어느 지역까지의 거리를 가리키는 킬로미터(km), 음료수의 양을 나타내는 밀리리터 (mL), 진열대에 놓여 있는 상품마다 표시되어 있는 질량으로서의 그램(g), 전용면적을 나타내는 제곱 미터(m²) 등도 우리생활 깊숙이 들어와 있다. 이처럼 미터법은 언제 어디서나 만나는 실재(實在)이다. 그러므로 교육당국은 이러한 미터법 세계에서 학생들이 살아 나아갈 수 있도록 교육정책을 수립하고, 그에 따른 철저한 안내가 이루어져야 한다. 이번 재정의된 질량(kg), 전류(A), 온도(K), 물질량(mol) 등 4개 단위의 정의와 국제단위계(International System of Units, SI⁴))에 대해서도 정부는 학생들에게 정확한 내용을 가르칠 수 있도록 교육부 등 관련 부처와 물리학회 등의 단체를 통해 전파할 예정이다. 또한 현재 한국표준과학연구원(Korea Research Institute of Standards and Science, KRISS)에서는 중·고등학교 교사들을 대상으로 측정표준 연수를 개최하고 학회 행사와 학술지를 통해 단위 재정의를 알리고 있다(문화일보, 2019)는 것은 반가운 소식이 아닐 수 없다.

본고는 이러한 미터법 가운데 도량형과 관련된 교육과정의 내용 체계와 교과서의 서술 내용을 살펴보고자 한다. 이는 현장 초등 교사들의 관련 교수·학습과 차기 초등수학 교과서 집필 시 도량형 서술과정에 대한 참고 자료로서 도움을 주고자 함이다.

Ⅱ. 이론적 배경

도량형은 길이, 부피, 무게 등의 단위를 재는 법 또는 이러한 단위를 계량하는 기구를 의미한다(이 규철, 전봉희, 2009). 단위는 어떤 수량을 수치로 나타낼 때 표준이 되는 기준으로 과학과 일상생활 속에서 쉽게 접할 수 있다. 片桐重男(1992)는 이러한 단위에 대해 무엇을 '1', '단위', '기준', 또는 '구성요소'로 볼 것인지 그리고 이것의 크기 또는 관계에 주목하려는 사고를 단위사고로 보고 있다. 예를 들면 수와 도형에서 단위사고에 대해 찾아볼 수 있는데, 이를테면 십진법은 10의 묶음마다 새 단위를 정하고, 그 단위의 개수를 나타내는 숫자를 사용하여 수로 나타내는 것이다. 도형의 경우는 다각형, 다면체를 구성하는 구성요소인 변, 면과 그 사이의 관계를 의미한다. 기원전 221년 일찍이 중국을 통일한 진시황도 단위사고가 있었던 것으로 보인다. 그는 정복한 주변 국가인 위, 조, 초, 연, 한, 제 등 6개국에서 사용하던 말(斗), 되(升), 홉(合)과 같은 쌀과 물을 재는 계량 단위와 용기의 크기가 다르다는 것, 보(步), 장(丈) 등 길이를 재는 단위 역시 달라 사회적으로 큰 혼란을 겪는다는 것을 잘 알고 있었다. 이러한 이유로 진시황은 전국의 도량형을 천하통일 원년에 바로 실시하였다(김경은, 2019).

우리의 경우도 도량형 통일의 필요성은 조선후기부터 줄곧 제기되어 왔으며, 외국의 도량형 제도와 국제적인 표준으로 자리 잡은 미터법도 일본을 통해 개항 이후 알게 되었다. 근대적인 도량형 제도의 필요성과 그 구체적인 내용을 일찍부터 알고는 있었으나 그 제도를 법제화하고 시행에 이르기까지는 상당한 시간이 소요되었다(이규철, 전봉희, 2009). 그런 가운데 1894년 갑오개혁을 맞아 도량형을 통일하였으며, 서양의 경우에는 1789년 프랑스 대혁명 때 민중들이 요구했던 사항 중 하나가 새로운 도량형의 제정이었고 그렇게 탄생한 것이 미터법이다. 이듬해인 1790년 프랑스 국민회의는 반주기(半週期)가 1초인 진자의 길이를 길이의 기본단위로 정하였다. 다시 1년 뒤인 1791년 과학연구기관인 프랑스 아카데미에서파리를 지나는 사분자오선(자오선의 1/4에 해당하는 길이로 북극점에서 지구표면을 따라 적도에 이르는최단경로)의 천만 분의 일을 길이의 기본단위로 제안했다. 이후 1870년 국제미터위원회가 출범했고 그후 5년 뒤인 1875년 5월20일은 지금도 세

⁴⁾ SI(le Système International d'Unitès)

계 측정의 날로 기념하고 있다. 이때 국제도량형국(International Bureau of Weights and Measures, BIPM)을 설립하기로 합의하고, 1889년 제1차 국제도량형총회를 개최하였다(이종필, 2019).

도량형은 2015 개정 초등교육과정에서 측정 영역에 해당된다. 그 내용 체계는 양의 측정과 어림하기 등 2개의 핵심개념과 각 학년군별 내용 요소로 구성되어 있는데, 구체적으로 1~2학년군은 양의비교, 시각과 시간, 길이(cm, m), 3~4학년군은 시간, 길이(mm, km), 들이, 무게, 각도를, 그리고 5~6학년군은 원주율, 평면도형의 둘레, 넓이, 입체도형의 겉넓이, 부피 등이 있다. <표 Ⅱ-1>은 이러한 측정 영역에 대한 내용 체계를 보여준다. 본 연구와 관련된 서술 내용의 분석 내용 요소는 길이,부피 및 들이, 무게, 넓이로 제한한다.

<표 Ⅱ-1> 측정 영역 내용 체계

영역	핵심 개념	학년(군)별 내용 요소				
		1~2학년	3~4학년	5~6학년		
측정	양의 측정	양의 비교시각과 시간길이(cm, m)	• 시간, 길이(mm, km), 들이, 무게, 각도	원주율 평면도형의 둘레, 넓이 입체도형의 겉넓이, 부피		
	어림하기.		수의 범위어림하기(올림, 버림, 반올림)			

산업통상자원부는 계량에 관련 법률(2015.01.01. 시행)을 통해 법정계량단위 사용을 권장하고 비법정단위의 사용을 금지하였다. 교육과정에서는 당연히 법정계량단위만 다룬다. <표 Ⅱ-2>는 법정계량단위와 사용금지 단위(비법정계량단위)를 나타낸 것이다.

<표 Ⅱ-2> 법정계량단위

구분	법정계량단위	사용금지 단위(비법정계량단위)		
길이	-센티미터(cm), 미터(m), 킬로미터(km)	-자, 미, 리(里), 피트, 인치, 마일, 야드		
부피	-세제곱센티미터 (cm^3) , 세제곱미터 (m^3) , 리터 $(L$ 또는 $l)$	-흡, 되, 말, 석(섬), 가마, 갤런		
무게	-그램(g), 킬로그램(kg), 톤(t)	-근(斤), 관(貫), 파운드, 온스, 돈, 냥		
넓이	-제곱센티미터 (cm^2) , 제곱미터 (m^2) , 제곱킬로미터 (km^2) , 헥타르 (ha)	-평, 마지기, 정보, 단보, 에이커		

이와 같은 도량형은 매우 흥미로운 연구 소재로, 관련 국내 연구 방향을 살펴보면 다음과 같다. 한국의 전통적 거리 단위를 통해 근대 건축 변화를 이해하는데 도움을 주고자 한 이규철, 전봉희(2009) 의「개화기 근대적 度量衡의 도입과 尺度 단위의 변화」, 실버수학 활성화와 이를 통해 노인들의 인지적, 정서적, 신체적 변화를 연구한 김재효, 고호경(2011)의「전통 도량형을 활용한 수학교육이 노인학습자의 정의적 영역에 미치는 영향」은 교육적 시각에서 바라보는 연구이고, 그 외 노중국(2004)의「백제의 度量衡과 그 運用」과 이종봉(2014)의「韓・中・日 古代時期 度量衡制 比較 研究」등 여러편이 있으나 이는 대다수 인문학 시선의 도량형 연구들이다. 국외 연구의 동향은 20세기 초 연구들, 예를 들면 미터법 시스템을 재평가하고 다양한 직종에 종사하는 사람들의 미터법과 관련한 증언을 위

한 NCTM(1948)의 연보「The Metric System of Weights and Measures」와 길이·면적·부피·질량·온도 및 시간에 대한 국제단위(SI)의 설명과 측량 체계에 관한 간단한 내력을 중심으로 소개한 Leffin(1975)의「Going Metric: Guidelines for the Mathematics Teacher, Grades K-8」을 필두로 학교수학에 도움이 되는 도량형 연구들이 활발하게 이루어졌으나 2000년 이후에는 국내와 마찬가지로 해당 분야의 연구가 침체되어 있어 학교수학 관련 도량형 연구가 절실히 요구되고 있는 상황이라 할수 있다.

Ⅲ. 연구방법

1. 분석 대상 및 범위

수학과 교육과정에서 초등학교 수학 내용은 5개 영역 '수와 연산', '도형', '측정', '규칙성', '자료와 가능성'으로 구성되어 있다. 측정 영역은 양의 비교, 시간, 길이, 들이, 무게, 각도, 넓이, 부피 등 양의 측정과 어림의 내용을 다루며, 도량형(度量衡)은 이 영역에 포함된다. 따라서 본 연구는 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 초등학교 1~2학년군 수학, 초등학교 3~4학년군 수학, 초등학교 5~6학년군 수학총 12권의 초등학교 국정 수학교과서 가운데 측정 영역에 해당되는 <표 III-1>에 제시된 학년과 학기별 교과서를 분석대상(*)으로 선정하였다. 구체적으로, 교과서 1-1의 길이, 무게, 넓이, 들이 비교하기로부터 6-2 교과서 내용인 원기둥의 겉넓이와 부피, 원뿔의 높이와 모선의 길이, 구의 반지름을 구하기까지를 분석 범위(<표 III-1>의 소단원)로 지정하였다. 분석대상의 학년과 학기별 교과서는 이하, 1-1, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2, 5-1, 6-1, 6-2로 표기한다.

<표 Ⅲ-1> 분석대상 및 범위

교과서	길이	부피 및 들이	무게	넓이	소단원명
1-1*	0	0	0	0	4. 비교하기
1-2					-
2-1*	0				4. 길이 재기
2-2*	0				3. 길이 재기
3-1*	0				5. 길이와 시간
3-2*		0	0		5. 들이와 무게
4-1					_
4-2					_
5-1*				0	6. 다각형의 둘레와 넓이
5-2					_
6-1*		0		0	2. 각기둥과 각뿔
					6. 직육면체의 부피와 겉넓이
					4. 비례식과 비례배분
6-2*	0	0		0	5. 원이 넓이
					6. 원기둥, 원뿔, 구

2. 분석관점 및 내용

초등수학 교과서에서는 길이, 들이, 무게, 넓이, 부피가 지닌 속성을 비교하고, 재고, 어림하는 방식으로 학습내용을 전개하고 있다. 다만, <표 Ⅲ-1>의 소단원에서 볼 수 있듯이 하나의 학습 요소를 여러 학년으로 나누어 펼쳐 놓고 있다. 길이를 예로 들면, 1-1에서는 길이 비교하기, 2-1과 2-2는 길이 재기, 3-1은 길이의 여러 단위, 6-2에서는 모선의 길이를 소단원으로 구분하여 제시하고 있다. 따라서 교과서의 서술 내용을 효과적으로 다루기 위해 길이(unit 1), 부피 및 들이(unit 2), 무게(unit 3), 넓이 (unit 4)의 순으로 unit을 설정하고 그 순서에 따라 분석하였다([그림 Ⅲ-1]).



[그림 Ⅲ-1] 교과서 분석 순서 unit

본 연구에서는 이러한 분석 unit 기준으로 학습 요소의 정의와 개념 설명 방식, 측정 단위의 도입 순서, 그리고 도량형의 연산을 중심으로 서술 내용을 살펴보고자 한다. 이 연구의 분석관점과 내용을 정리하면 <표 Ⅲ-2>와 같다.

〈五	III−2>	분석관점	미	내용

분석 unit	분석관점	분석내용
	정의 및 개념	·도량형의 정의 및 개념을 어떻게 다루고 있는가?
unit 1~4	측정단위	· 도량형의 단위 도입은 어떠한 순서로 이루어지는가?
	연산	· 같은 측정단위, 다른 측정단위 사이의 연산을 다루는가?

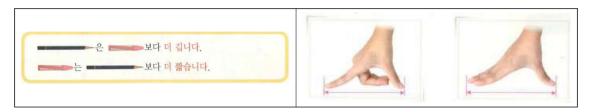
Ⅳ. 분석 결과

1. 길이(Unit 1)

길이의 정의 및 개념에 관한 초등수학 교과서의 내용을 살펴보면, 1-1에서는 구체물을 상대적으로 비교하여 '길다', '짧다'로 구별하여 말할 수 있는가, 2-1에서는 길이를 뼘과 몸으로 '잰다'는 것을 소개하면서 여러 가지 물건의 예로 수학책의 길이를 재어보도록 하고 있다. 그리고 3-1에서 비로소 수학적 용어인 선분이란 "두 점을 곧게 이은 선"이라 설명하고 이 용어를 사용하여 6-2에서 원기둥과 원뿔의 높이를 각각 "두 밑면에 수직인 선분의 길이", "꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이"로 설명하고 있다. 이와 달리 6-1에서는 각기둥의 높이를 "두 밑면 사이의 거리", 각뿔은 "꼭짓점에서 밑면에

수직인 선분의 길이"로 정의하고 있어 높이 정의에서 거리와 길이를 혼용하고 있음을 알 수 있다.

한편 어림에 대해서도 다루고 있는데 2-2에서는 길이에 대한 어림, 3-1에서는 길이와 거리의 어림을 학습요소로 담고 있다. 이와 같은 내용으로만 보면 길이에 대한 수학적 정의는 초등수학 단계에서는 도입하고 있지 않고 있다. 다만 시각적인 그림을 통해 정의로부터가 아닌 직관으로 길이 개념을 익히도록하고 있으며, '곧게 이은 선'이라는 은유적 표현으로 선분으로서의 길이를 설명하고 있음을 알 수 있다. 다음 [그림 WI-1]은 1-1과 2-1 수학 교과서에서 다루는 길이의 속성과 측정 뼘에 관한 것이다.



[그림 VI-1] 길이에 대한 속성과 뼘

길이(length)는 물체의 한 끝에서 다른 끝까지의 공간적 거리로 1차원적 속성을 지닌다. 따라서 길이를 깰 때 '한끝'인 기준점(시작점)에 대한 설명이 있어야 하는데 이 또한 시각적으로만 접근하고 있다. [그림 VI-2]는 1-1의 비교하기 단원의 일부분으로 길이를 어떻게 재어야 하는가를 보여주고 있다.



[그림 VI-2] 길이 측정에 대한 교과서 표현

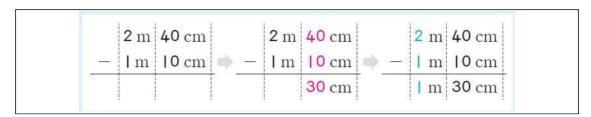
길이는 학생들이 이해하기 가장 쉬운 측정 개념이다. 이러한 이유로 수학 학습에서도 첫 번째로 도입하고 있으며, 그 기본 단위는 m이다(Leffin, 1975). 이는 국제단위체계 'SI'라 불리는 국제규준으로 세계적으로 통용되고 있는 기본 단위이다. 그렇지만 우리나라 초등교육과정(2-1)에서는 'cm'를 먼저 도입하고([그림 VI-3]), 이후 2-2에서 'cm'보다 더 큰 단위를 알아보자는 내용으로 '100 cm = 1 m'를, 그리고 3-1에서는 cm 보다 작은 단위인 mm와 m보다 더 큰 단위인 km를 각각 '1 cm = 10 mm', '1000 m = 1 km'로 정의하고 이에 따른 학습이 이루어지도록 하고 있어 국제규준과는 다른 행보를 보이고 있다.



[그림 VI-3] 2-1 교과서의 1cm 정의

한국 초등수학 교과서의 도량형 서술 내용에 대한 분석

길이의 연산은 사칙연산 가운데 합과 차를 구하는 것으로 2-2에서 다루고 있다. 연산 단위는 m와 cm를 취급하지만 합과 차를 구할 때 동류항의 의미로서 계산하도록 안내하고 있다. [그림 VI-4]는 2-2 교과서의 길이의 차를 구하는 예시이다.



[그림 VI-4] 'm'와 'cm'를 포함한 길이의 뺄셈

2. 부피 및 들이(Unit 2)

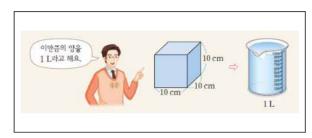
부피 및 들이에 대해서는 1-1, 3-2, 6-1, 6-2에서 다루고 있다. 먼저 1-1을 살펴보면, 컵이나 그릇 2개 또는 3개를 놓고 담을 수 있는 양을 "~은 ~보다 담을 수 있는 양이 더 많다/적다"와 같이 비교하는 내용으로 부피 개념을 처음 도입하고 있다. 3-2에서는 '들이'라는 용어를 사용하여 주변에 있는 물건의 여러 가지 단위로 비교해 보도록 하고 있다. 6-1에서는 직육면체 모양의 상자 크기를 비교하도록 하면서 이때 부피를 "물건이 차지하는 공간의 크기"로 설명하고, 쌓기나무를 이용한 부피 비교방법을 이어서 학습하도록 하고 있다.

이러한 교육과정 전개에는 두 가지 문제점을 안고 있다. 하나는 저학년 과정인 1-1, 3-2에서는 부피 및 들이에 대한 어떠한 정의나 개념에 대한 직접적인 설명은 없다. 이는 학생들이 그 정의나 개념을 알고 있다는 가정 하에 주어진 문제를 해결하도록 한다는 오해를 불러일으킨다. 다른 하나는 부피와 들이 용어에 대한 도입 순서이다. 들이는 '통이나 그릇 따위의 안에 넣을 수 있는 물건 부피의 최 댓값'이다(국립국어원, 2019). 따라서 부피의 정의나 개념이 들이보다 먼저 도입되어야 한다. 그러나실제 교육과정으로는 6-1에 이르러서야 부피를 다루게 되어 있어 용어 정의에서 전후가 바뀌는 모순이 발생된다. 아래 그림은 들이와 부피에 대한 교과서 소개 내용이다([그림 VI-5]).



[그림 VI-5] 들이와 부피

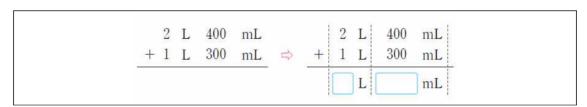
부피와 들이의 단위 도입에 대해 살펴보면 다음과 같다. 3-2에서는 들이의 단위를 종이컵, 요구르트 용기 등 여러 가지로 사용해보도록 하고 있다. 그러면서 자연스럽게 들이를 비교할 때 사용하는 단위 가 다르면 불편한 점이 있다는 것을 느끼게 하며, 들이를 쉽고 정확하게 비교하는 방법이 무엇이 있는지 생각하도록 유도하고 있다. 들이의 단위로 'L'와 'mL'를 문장으로 소개하고, 1L는 아래 그림처럼 설명하고 있다([그림 VI-6]). 또한 '1L=1000mL'와 같다는 것을 학습하도록 안내하고 있다.



[그림 VI-6] 교과서의 '1L' 단위 도입

6-1에서도 들이의 단위를 도입할 때와 마찬가지로 여러 가지 단위 물건을 사용하여 두 상자의 부피를 비교하도록 하면서 부피를 구할 때 불편한 점이 무엇이 있는지, 누가 재어도 같은 결과가 나오려면 부피의 단위를 어떻게 정해야 하는지 알아보도록 하고 있다. 그런 다음 한 모서리가 $1 \, \mathrm{cm}$ 인 정육면체의 부피를 $1 \, \mathrm{cm}^3$, 한 모서리가 $1 \, \mathrm{m}$ 인 정육면체의 부피를 $1 \, \mathrm{m}^3$ 로 부피의 단위를 설명하고 있다. 그리고 두 단위 $\, \mathrm{cm}^3$ 와 $\, \mathrm{m}^3$ 의 관계를 $1000000 \, \mathrm{cm}^3 = 1 \, \mathrm{m}^3$ 로 친절하게 알려주고 있다. 그러나 여기서도 단위 도입에 있어서 전술한 내용과 같은 똑같은 순서 문제가 생긴다. 그것은 3-2에서 들이 단위 'L'를 학습한 후 6-1에서 부피의 단위 $\, \mathrm{cm}^3$ 를 학습하게 되는데, 3-2에서 이미 $1000 \, \mathrm{cm}^3 = 1 \, \mathrm{L}$ 라 설명하면서 부피의 단위인 $\, \mathrm{cm}^3$ 를 언급했기 때문이다([그림 $\, \mathrm{VI}$ -6]).

부피와 들이의 연산은 부피에서는 다루지 않고 들이에서만 합과 차에 대해 다루고 있다. 그러면서 길이의 연산과 유사하게 합과 차를 구하면서 단위 L와 mL를 동류항처럼 계산하도록 하고 있다. 다음 [그림 VI-7]은 이에 대한 교과서의 예이다.



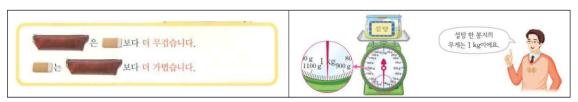
[그림 VI-7] 들이의 덧셈

3. 무게(Unit 3)

무게를 다루고 있는 초등 교육과정은 1-1, 3-2이다. 구체적인 교육과정의 내용을 살펴보면, 1-1에서는 동물, 학용품, 그리고 시이소 등 학생들에게 친근한 소재를 통해 물건 또는 사람의 무게를 비교하도록 하고 있다. 두 개의 물건 비교([그림 VI-8])는 "~은 ~보다 더 무겁다/가볍다"로, 세 개의 물건 비교에서는 "어느 것이 가장 무거울까?"로 무거운 정도를 알아보도록 하고 있다. 3-2에서는 윗접시저울을 사용하여 과일의 무게를 비교하도록 하고 있다. 이 때, 저울을 사용하려면 저울의 '영점을 맞추

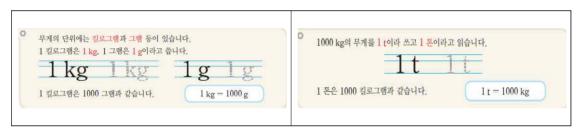
한국 초등수학 교과서의 도량형 서술 내용에 대한 분석

어야 한다.'는 그림 설명을 덧붙이고 있다. 그리고 여러 가지 물건의 무게를 어림하고 재어보는 학습 과정으로 이어져 있다. 이처럼 1-1과 3-2의 어디에서도 무게에 대한 정의나 개념에 대한 설명 없이 '무게'용어를 도입하여 사용하고 있는 것으로 나타났다. 다만, 3-2에서 '설탕 한 봉지의 무게는 1kg 이에요'처럼 예시적 정의로 무게에 대한 설명을 하고 있음을 볼 수 있다([그림 WI-8]).



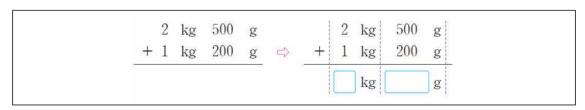
[그림 VI-8] 무게의 속성과 윗접시저울 사용법

무게 단위는 3-2에서 처음 도입하고 있다. 과일의 무게를 여러 가지 단위로 재어보게 한 후 무게를 비교할 때 사용하는 단위가 다르면 불편한 점이 무엇인지, 그리고 무게를 쉽고 정확하게 비교할 수 있는 방법은 무엇이 있는지 사고해 보도록 이끌고 있다. 그 후 과정으로 무게의 단위는 'kg'과 'g'을 사용하고 '1 kg = 1000 g이다.'라는 것을 학습하도록 안내하고 있다. 또한 'kg'보다 더 큰 무게 단위인 't'을 언급하며 1000 kg = 1 t으로 소개하고 있다([그림 VI-9]).



[그림 VI-9] 교과서에 소개된 무게의 단위

무게의 연산은 길이, 부피와 같이 덧셈과 뺄셈만 다루도록 하고 있다. 그리고 길이의 단위인 'm'와 'cm', 부피의 단위 'L'와 'mL'를 동류항과 같은 의미로 이해하고 계산하도록 한 것처럼 무게의 단위 'kg'과 'g'도 똑같은 방법으로 계산하도록 하고 있다. 이에 대한 교과서의 예를 들면 [그림 VI-10]과 같다.



[그림 VI-10] 무게의 덧셈

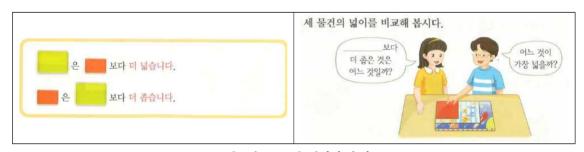
다만, 무게의 연산은 길이와 부피에서 다룬 덧셈과 뺄셈의 사칙연산을 벗어나 6-2의 비례식과 비례 배분 단원에서 문장제 문제 두개를 짧게 추가하여 제시하고 있는데, 이는 Lamon(1993)이 주장한 4가지 유형의 비례 문제(proportion problems) 가운데 잘 알려진 내포량 이용하기 유형(well-known measures)과 비율에 따라 늘이거나 줄이기 유형(growth: stretching and shrinking situations)에 해당된다. 6-2 교과서에 실린 무게연산에 관한 문장제(文章題)의 예를 보면 [그림 VI-11]과 같다.



[그림 VI-11] 무게연산의 교과서 문장제 예시

4. 넓이(Unit 4)

초등에서 넓이를 다루는 교육과정은 1-1, 5-1, 6-1, 6-2로 4학기에 걸쳐 학습하도록 하고 있다. 세부 내용을 살펴보면, 1-1에서는 구체적인 물건을 두고 어느 쪽이 더 넓은지 알아보도록 하고 있다([그림 VI-12]). 두 물건의 넓이 비교는 "~은 ~보다 더 넓다/좁다"로, 세 개의 물건 비교에서는 "어느 것이 가장 넓을까?"로 마당이나 책상 위 등 일정한 평면에 걸친 공간의 크기를 알아보도록 하고 있다. 5-1에서는 단위넓이와 넓이의 여러 단위를, 6-1에서는 직육면체의 겉넓이, 그리고 6-2에서는 원의 넓이를 학습하도록 하고 있어 교육과정상 넓이의 정의나 개념에 대해서는 규정하고 있지 않음을 알 수 있다.



[그림 VI-12] 넓이의 속성

넓이의 단위에 대해서는 5-1에서 한 변이 1 cm 인 정사각형의 넓이를 1 cm^2 , 한 변이 1 m 인 정사각형의 넓이를 1 m^2 라 쓰고, $10000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2$ 로 설명하고 있다. 또한 한 변이 1 km 인 정사각형의 넓이는 1 km^2 임을 학습하도록 하고 있다([그림 VI-13]). 또 다른 넓이 단위인 'a'와 'ha'는 2009 개정

교육과정에서는 다루었으나 내용감축 차원에서 이번 개정 교육과정에서는 삭제되어 법정계량단위에서 'ha'만 다루지 않게 되는 아쉬움을 남기게 되었다. 이는 m^2 , km^2 와 함께 넓이 단위 사이의 관계 등을 통해 다양한 넓이 단위의 학습 기회를 사라지게 만들었다.



[그림 VI-13] 교과서에 소개된 넓이의 단위

넓이에 대한 연산은 길이, 부피, 무게의 사칙연산과 달리 5-1에서처럼 직사각형의 넓이, 평행사변형의 넓이, 삼각형의 넓이, 마름모의 넓이, 사다리꼴의 넓이, 다각형의 넓이를 구하는 방법을 알아보도록하고 있다. 또 6-1에서는 전개도를 이용하여 직육면체의 겉넓이를 구하도록 하고 있으며, 6-2에서는 원의 넓이를 어림할 수 있는지, 원의 넓이를 구하는 방법을 설명해 볼 수 있는지 등 넓이에서의 연산은 단순 계산보다는 넓이를 구하는 방법을 다양하게 추론하고, 이와 관련된 문제를 해결할 수 있도록하고 있다는 것이 특징이다.

Ⅴ. 결론 및 제언

인간의 창의적 사물인 수학은 물질세계와 비물질 세계를 동시에 이해하는데 유용한 도구로서 활용된다. 특히, 물질을 다루는 하나의 방법으로 셈을 하거나 재거나 하는데 있어 표준화된 '그 무엇' 즉, 단위가 요구된다. 그리고 이 단위는 중요한 계량의 척도가 된다. 계량의 척도로서 일반적으로 가장 많이 사용되는 것은 길이(度), 부피(量), 무게(衡), 넓이(面積) 등이 있다. 이와 같은 도량형에 대해 초기교육이 어떻게 이루어지는지 2015 개정 초등 수학 교과서를 중심으로 살펴보고 그 서술 내용을 분석하였다. 그리고 이를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 정의에 관한 것으로, 부피를 제외하고 길이, 무게와 넓이에 대한 직접적인 정의나 표현은 찾아볼 수 없었다. 다만, 그림을 통해 예시적 정의로 다루려는 시도는 여러 곳에서 엿볼 수 있었다. 정의에 대해서는 이미 그리스 수학자 Euclid가 그의 저서 「Elements」에서 기본적인 수학적 대상을 23개의 정의로서 기술하고, 이와 더불어 9개의 공리와 5개의 공준으로부터 수학의 모든 명제들을 체계적으로 이끌어 내고자 하였다. 관련하여 수학자 Proklos는 유클리드 주석서 제1권에서 '학생에게 제시된 것이 그 자체로 수긍이 간다고 이해되지 못하지만 그럼에도 불구하고 그것을 가정으로 선택하는데 동의할 때, 그런 가정을 정의'라 하며, 정의에 대한 설명을 내놓았다(Eves, 1997).

그렇다면 초등수학에서도 이런 수학적 정의가 필요한가?, 필요하다면 Euclid의 「Elements」에서처럼 엄밀해야 하는가? 라는 두 가지 질문을 할 수 있을 것이다. 이 두 질문을 이렇게 '초등 교과서에 실린 도량형과 넓이의 정의를 어느 수준 정도로 표현하는 것이 바람직한가?'로 바꾸어 볼 수 있을 것이다. 이에 대해, 수직선상에서의 길이란 '물체의 한 끝에서 다른 끝까지의 공간적 거리를 의미하며, 좌표로 결정되는 직선 위의 두 점 A, B를 양 끝으로 하는 선분 AB의 길이 d는 그 두 점의 좌표를 각각 a,b라 하면 d=|a-b|이다.'와 같이 굳이 엄밀하고 명확한 수학적 정의는 아니더라도 '한끝에서

다른 한끝까지의 거리'처럼 초등학교 학생들이 이해할 수 있는 언어를 사용한 평면식 정의(定義) 수준 정도는 교육과정에 포함시키는 것을 신중하게 고려할 필요가 있다. 그래야 학생들이 수학학습을 통해 익힌 정의나 개념으로 용어를 비교하고 그 차이를 쉽게 이해할 수 있다. 예를 들어, 각뿔의 높이, 원기둥과 원뿔의 높이를 각각 "꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이", "두 밑면에 수직인 선분의 길이", "두 밑면에 수직인 선분의 길이", 그리고 "꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이"로 설명하고 있다. 그러나 각기둥 높이는 "두 밑면 사이의 거리"로 표현하고 있다. 이처럼 높이를 길이와 거리를 혼용하여 사용하고 있다. 여기서 용어의 정의와 개념을 학습한 학생이라면 길이와 거리, 길이와 높이, 길이와 선분 등 길이, 거리, 선분, 높이라는 용어의 의미가 어떻게 다른지, 또 들이의 단위는 'L', 부피의 단위는 'cm³'와 같이 유사 개념에 대해 왜 서로 다른 단위를 구분하여 사용해야 하는지를 알 수 있을 것이다.

둘째, 교육과정에서의 도량형 내용 전개와 단위 도입 순서이다. 먼저, 내용 도입 순서의 경우 1-1에서 살펴보면 '어느 것이 더 길까요?'. '어느 것이 더 무거울까요?', '어느 쪽이 더 넓을까요?', '어느 것에 더 많이 담을 수 있을까요?'인 길이, 무게, 넓이, 부피(들이) 순으로 되어 있다. 이후 길이(2-1, 2-2, 3-1), 들이와 무게(3-2), 넓이(5-1), 부피(6-1) 순으로 심화내용을 재학습하게 된다. 이러한 전개방식으로 두 가지 문제가 드러났다. 하나는 개념 설명의 문제이고, 다른 하나는 단위 도입의 문제이다. 앞서 분석 결과에서 언급하였듯이 3-2에서 배우게 되는 들이의 정의는 '통이나 그릇 따위의 안에 넣을 수 있는 물건 부피의 최댓값'으로 부피의 의미를 이해하고 있어야 들이의 개념을 받아들일 수 있다. 그리고 [그림 VI-6]처럼 들이의 단위인 '1L'를 설명하면서 $1000\,\mathrm{cm}^3$ 만큼의 양을 1L, 즉 ' $1L=1000\,\mathrm{cm}^3$ '로 부피의 단위인 '1L'를 잡자기 가져와 사용하고 있어 학생들에게 단위 혼란을 가져다 줄 가능성을 배제할 수 없게 된다. 따라서 이러한 문제점을 개선하기 위한 방안 찾기가 요구된다.

그리고 단위 도입 순서의 경우는, 길이(2-1, 2-2, 3-1), 넓이(5-1), 부피(6-1) 순이다. 이것은 학습 순서 측면에서 보면 길이 1차원, 넓이 2차원, 그리고 부피 3차원으로 이어져 유클리드 공간적 사고 개념의 발달 순서를 충실히 따르고 있다고 볼 수 있다. 다만, 2009 개정 교육과정의 6-1에서는 '직육면체의 겉넓이와 부피'단원으로 되어 있던 것이 2015 개정 교육과정에서는 '직육면체의 부피와 겉넓이'로 재구성되어 있어 부피 cm³를 학습한 후 넓이 cm²을 배우게 되는 단위 학습에서의 역현상이 나타난다. 그러므로 이 문제 또한 어떻게 해결할 것인가 고민해야 한다. 같은 맥락에서 이 부분에 대한 현재의 교육과정과 2009 개정 교육과정 사이의 서술 방식의 장·단점 비교 연구가 반드시 필요하다.

셋째, 측정 단위 사이의 연산이다. 연산은 수학 문제해결에 필요한 알고리즘으로 개념지식 이외의 매우 중요한 수학적 지식의 일부분이다. 이는 보통 수학의 외형적 언어인 기호를 사용하게 되는데 단계적, 선형적 순서로 이행된다는 특징이 있다(Hiebert & Lefevre, 1986). 그렇지만 초등에서 다루어지는 길이, 부피, 무게의 연산은 이러한 절차적 지식보다는 [그림 VI-4], [그림 VI-7], 그리고 [그림 VI-10]처럼 복명수의 계산으로 한정하면서 같은 단위를 동류항으로 처리하는 연산에 머무르고 있다. 그러나 부분적으로나마 같은 측정 단위에서의 단위와 단위 사이의 관계 인식과 연산의 편리성을 위해 복명수를 단명수로 환산하여 자연스러운 연산을 해보도록 하는 활동을 제시하고 있다. 이는 교육부 (2015)의 요구인 '1 cm 와 1 mm, 1 km 와 1 m의 관계를 이해하고, 길이를 단명수와 복명수로 표현할수 있다.', '1 L와 1 m L의 관계를 이해하고, 들이를 단명수와 복명수로 표현할수 있다.', '1 kg 과 1 g의 관계를 이해하고, 무게를 단명수와 복명수로 표현할수 있다.'를 반영하기 위한 노력으로 보인다.

이외에도 '길이를 잰다.', '부피를 잰다.', '무게를 잰다.', '넓이를 잰다.'에서 '잰다'는 것은 기준량에 대한 비교하는 양의 크기인 비율을 의미하는 것으로서 '잰다'는 '길다/짧다, 많다/적다, 무접다/가볍다, 넓다/좁다'는 식의 표현으로 받게 된다. 이는 6-1의 비와 비율 단원에서 다루는 내용으로 수체계로는 유리수에 해당된다. 따라서 인지적 발달 측면에서 분수를 접하지 못한 초등 저학년의 경우 '잰다'는 용

어가 다소 어렵게 받아들여질 수 있어 교사의 적절한 안내가 필요한 부분이다.

넷째, 이수 학년과 이수 학기에 따른 도량형의 내용과 학습량의 차이이다. 우선 이수학년을 살펴보면 길이의 경우, 1학년은 길이의 비교, 2학년과 3학년에서는 길이 재기 그리고 6학년에서 높이, 반지름 등 도형의 구성 요소에서 길이를 다루게 되는데 주로 저학년에서 배우도록 구성되어 있다. 부피및 들이는 1학년은 양의 비교, 3학년은 들이, 그리고 6학년에서는 부피에 관한 내용으로 저학년과 고학년에 고루 나누어 편성하고 있다. 무게의 경우는 1학년에서 무게의 비교, 3학년에서는 무게의 단위를 학습하게 되어 모두 저학년에서 이수하도록 되어 있다. 넓이 학습은 1학년에서 넓이 비교하기, 5학년에서 다각형의 넓이, 6학년에서 직육면체의 겉넓이와 원의 넓이로 고학년에 집중 편성되어 있다. 이러한 이수학년을 근거로 길이와 무게의 수학적 개념이 부피와 넓이의 개념보다 쉽다는 것을 추정하게만든다. 길이에 대해서는 길이가 학생들이 가장 이해하기 쉬운 측정 개념이라는 Leffin(1975)의 주장을 재삼 떠오르게 하나 실제로 학생들이 체감하는 길이, 부피 및 들이, 무게, 넓이의 개념 난도에 대한전문가들의 활발한 연구와 논의를 통해 교육과정의 이수학년 배당의 근거 마련이 필요해 보인다. 또한 각 측정단위가 배당된 학기를 살펴보면, 길이는 5학기(1-1, 2-1, 2-2, 3-1, 6-2), 부피 및 들이는 4학기(1-1, 3-2, 6-1, 6-2), 무게는 2학기(1-1, 3-2), 넓이는 4학기(1-1, 5-1, 6-1, 6-2)에 걸쳐 학습하게되어 있어 무게에 대한 교수·학습량이 상대적으로 적은 것으로 나타났다. 따라서 이러한 교육과정을 편성하게 된 그 이유와 근거가 제시되어야 할 것이다.

우리는 일상을 살아가면서 구체적으로 알아차리지는 못하지만 길이, 부피, 무게, 넓이 등 많은 단위와 만난다. 실제로 도량형은 이미 오래전부터 조세제도와 경제활동의 기본적인 규범으로 그 위치를 자리매김해왔다. 이러한 도량형에 대한 본 졸고가 여러 부분에서 부족함이 있지만 차기 교육과정 개정에 따른 교과서의 서술 방식과 도량형에 관한 교수·학습에서 작은 도움이라도 되길 기대한다.

참고 문헌

- 계량에 관한 법률 시행령(시행 2015. 1. 1. 대통령령 제25923호).
- 교육부 (2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].
- 교육부 (2017). 수학 1-1. 수학 1-2. 수학 2-1. 수학 2-2. 서울: ㈜천재교육.
- 교육부 (2018). 수학 3-1. 수학 3-2. 수학 4-1. 수학 4-2. 서울: ㈜천재교육.
- 교육부 (2019). 수학 5-1. 수학 5-2. 수학 6-1. 수학 6-2. 서울: ㈜천재교육.
- 국립국어원. (2019). 표준국어대사전. https://stdict.korean.go.kr/main/main.do
- 김경은. (2019). 새로운 도량형 정의 기념우표로 만난다. http://weekly.khan.co.kr
- 김재효, 고호경 (2011). 傳統 度量衡을 활용한 數學敎育이 勞人학습자의 情意的 領域에 미치는 영향.

THE JOURNAL OF KOREAN MEDICAL HISTORY, 24(1), 1-8.

- 노중국 (2005). 백제의 度量衡과 그 運用. 한국고대사연구, 40, 73-136.
- 문화일보. (2019). kg·A·K·mol 기본단위, 특정물질서 불변상수로 변경… 미세오차 없애. http://www.munhwa.com
- 이규철, 전봉희 (2009). 개화기 근대적 度量衡의 도입과 尺度 단위의 변화. **大韓建築學會論文集 計劃 系, 25**(11), 227-236.
- 이종봉 (2016). 韓・中・日 古代時期 度量衡制 比較 研究. 지역과 역사, 38(4), 215-268.
- 이종필. (2019). 진시황은 왜 도량형을 통일했을까. http://dongascience.donga.com/news/view/29331
- 한국과학창의재단. (2019). 미터법. https://www.scienceall.com
- 片桐重男 (1992). **수학적인 생각의 구체화**(이용률, 성현경, 정동권, 박영배 공역). 서울: 경문사. (원 저 1988년 출판)
- Euclid (1997). **기하학원론** (이무현 역). 서울: 교우사.
- Eves, H. (1997), 수학의 기초와 기본 개념 (허민 외 역), 서울: 경문사, (원저 1990년 출판)
- Hiebert, J., Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (ed.). Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and Proportion: Connecting Content and Children's Thinking. Journal for Research in Mathematics Education, Vol 24(1), 41–61.
- Leffin, W. W. (1975). Going Metric: Guidelines for the Mathematics Teacher, Grades K-8, The National Council of Teachers of Mathematics, INC., Washington, D. C.
- NCTM (1948). The Metric System of Weights and Measures. National Council of Teachers of Mathematics, Yearbook 20 [1948]. The National Council of Teachers of Mathematics, INC., Washington, D. C.

An Analysis about Narrative of Weights and Measures in Korean Elementary Mathematics Textbooks

Lee, Jong-hak⁵⁾ · Jeon, Youngju⁶⁾

Abstract

The purpose of this study is to support elementary teachers to use the teaching of weights and measures. To help the author of the next elementary mathematics textbook to be used as a reference for the quantitative narrative process. For this purpose, I focused on the contents of textbooks in terms of definition, a unit of measure, and calculation. As a result, first, as for the definition of weights and measures, it is taken as an example rather than as an explicit statement. Second, several problems were found in the metrology content and metric unit introduction order. Third, the computation between measurement units stood in simple computation rather than procedural knowledge. Fourth, it was concluded that the reason and groundbreaking of the grade-specific differences and the amount of a student's education are necessary.

Key Words: Elementary Mathematics Textbooks, Weights and Measures

Received July 05, 2019 Revised August 10, 2019 Accepted August 12, 2019

^{* 2010} Mathematics Subject Classification: 97-01, 97F70

⁵⁾ Daegu National University of Education (mathro@dnue.ac.kr)

⁶⁾ Jeonbuk National University (jyj@jbnu.ac.kr), Corresponding Author