

# 제한적 평균가낙찰제 경매방식의 균형분석

서용모<sup>1</sup>, 이병채<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>유원대학교 교양융합학부 조교수, <sup>2</sup>충남대학교 경제학과 부교수

## An Equilibrium Analysis of the Constrained Mean-Price Sealed Bid Auction

Yong-Mo Seo<sup>1</sup>, Byungchae Rhee<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Assistant Professor, Dept. of Humanities and Social Science, U1 University

<sup>2</sup>Associate Professor, Dept. of Economics, Chungnam National University

요 약 우리나라 정부 당국은 주로 최저가낙찰제도를 이용하여 조달을 시행해왔으나, 과거 일정 시기 동안은 제한적 평균가 낙찰제 경매방식(일명 부찰제)을 이용하여 시설공사부문 조달을 실시했다. 부찰제란 각 입찰자들이 서로 모르게 공급가격을 적어 내면 그 가격을 평균하여 그 평균값에 가장 가까우면서 평균값보다는 낮은 공급가격을 부른 사람이 승자가 되며, 그가 부른 가격에서 낙찰가가 결정되는 제도이다. 본 논문은 제한적 평균가낙찰제 경매방식을 자원배분기구설계(mechanism design)의 관점에서 정형화하고, 고려할 문제를 제시한다. 나아가  $n$ 명의 일반적 상황 하에서 사적 정보를 가지고 있는 입찰자들의 전략을 일양 분포 가정과 선형전략의 가정을 도입하여 구하고, 이를 통해 부찰제 경매방식의 균형을 제시한다. 또한 이러한 균형전략을 최저가낙찰제도와 비교함으로써 우리나라에서 자주 사용되는 두 제도의 효율성과 기대수입의 측면을 살펴본다. 끝으로 부찰제를 실시하는 경매인(정부)의 현실적 목적성이 어느 정도 달성되고 있는가를 비판적으로 고찰한다.

주제어 : 제한적 평균가 낙찰제도, 부찰제, 최저가낙찰제도, 효율성, 수입균등화 정리

**Abstract** In Korea, the first-price sealed bid auction and the constrained mean-price sealed bid auction(buchal-je in Korean) have been used alternatively as procurement auctions. In this paper, we characterize the constrained mean-price sealed bid auction in the context of mechanism design. We consider the general  $n$ -bidder case in which each bidder has private information. Under the assumptions of uniformly distributed valuations and linear strategies, we derive the equilibrium of the constrained mean-price sealed bid auction. Furthermore, we analyze the efficiency and the expected revenue of this auction mechanism in comparison with the first-price sealed bid auction. Finally, we conclude with the critical remarks on the practical intention of the government which uses this auction.

**Key Words** : constrained mean-price sealed bid, first-price sealed bid auction, efficiency, revenue equivalence theorem

### 1. 서론

경매제도는 특정 재화의 배분에 있어서, 참가자들의 입찰가(bidding)를 통해 그 재화의 배분과 가격을 결정하는 제도이다. 경매제도는 매우 오랜 역사를 지니는데 기

원전부터 사용되었다는 기록이 있으며, 현재 전 세계 각국에서 자원배분의 방법으로 가장 많이 사용되는 제도 중 하나다. 이러한 상황에 비추어 1960년대 이후 경제학은 자원배분의 한 형태인 경매제도의 중요성을 본격적으로 고찰하기 시작했다[1,2]. 기존 연구는 크게 두 가지 방

\*Corresponding Author : Byungchae Rhee (brhee@cnu.ac.kr)

Received October 31, 2018  
Accepted January 20, 2019

Revised December 21, 2018  
Published January 28, 2019

향으로 전개되어 왔는데, 첫째로, 기존에 사용되고 있는 각종 경매제도를 게임이론(theory of game)의 내용과 연관시켜 그 제도의 이론적 특징을 밝히는 것이었고[3], 다른 한 방향은 자원배분기구설계(mechanism design)의 이론적 성과를 접목시켜 여러 조건들을 만족시키는 새로운 경매제도를 고안해 내는 것이었다. 특히 후자의 접근 방법은 최적 경매제도(optimal auction)라는 형태로 나타났다[4,5].

현재 세계 각국에서 사용되는 경매제도의 종류는 수백 종을 넘고 있는 실정이다[2,6,7]. 하지만 조금씩의 차이를 고려한다면 실시되고 있는 경매제도는 크게 네 종류로 대표할 수가 있다.<sup>1)</sup> 첫째, 영국식 경매제도(English auction)<sup>2)</sup>가 있는데, 이 제도는 경매인(auctioneer)이 낮은 가격에서 시작하여 점점 높은 가격을 불러가면서 마지막까지 남은 참가자(bidder)가 승자가 되며, 마지막 부른 가격이 낙찰가가 되는 제도다. 둘째, 네덜란드식 경매제도(Dutch auction)<sup>3)</sup>는 경매인이 매우 높은 가격에서 시작하여 점점 낮은 가격을 불러가며, 어떤 입찰자(bidder)에 의해 멈춰질 때 승자와 가격이 결정 나는 제도다. 셋째, 최고가낙찰제도(first-price sealed bid auction)는 말 그대로 각 입찰자들이 서로 모르게 가격을 적어내, 그 중 가장 높은 가격을 부른 사람에게 그 가격으로 물건을 주는 제도이다. 마지막으로, 차선가낙찰제도(second-price sealed bid auction)는 각 입찰자가 적어낸 가격 중에서 가장 높은 가격을 부른 사람이 승자가 되지만 가격은 두 번째로 높은 가격에서 결정되는 제도다. 이외에도 양측경매제도(double auction), 복수지불경매제도(all-pay auction)등도 있다[7].

우리나라에서도 경매제도는 여러 분야에서 널리 사용되고 있다. 건설, 전기, 통신, 주택, 골동품, 서비스 등 다양한 분야에서 각종 형태의 물건과 권리 등이 경매를 통해 거래되고 있다. 정부조달부문 역시 경매(경쟁입찰)를 통해 필요한 각종 물자와 시설물들을 공급받고 있으며, 또한 국유물 사용권과 같은 각종 권리를 배분하는 경우에도 경매를 이용하고 있는 실정이다. 각종 자원을 경매를 통해 거래할 때 어떤 경매방식을 선택하는가는 매우

중요한 문제라 하겠다. 우리나라의 경우 정부조달부문이 공공시설물을 공급받기 위해 주로 사용해 온 경매방식은 최저가낙찰제와 제한적 평균가낙찰제(일명 부찰제)를 들 수 있다.

부찰제란 각 입찰자들이 서로 모르게 공급가격을 적어 내면 그 가격을 평균하여 그 평균값에 가장 가까우면서 평균값보다는 낮은 공급가격을 제시한 사람이 승자가 되며, 그가 제시한 가격에서 낙찰가가 결정되는 제도이다. 이 제도는 공공시설공사 부문에서 1960.7-1961.3, 1972.1-1977.3, 1981.3-1983.6의 기간 중에 사용되었고, 최저가낙찰제도와 병행된 시기(1983.7-1990.3)도 있었다. 1983.7-1990.3 기간 중, 초기에는 공사예정가가 30억 이하인 공사에 부찰제가 사용되다가 차츰 작은 규모의 공사에 적용되었다. 또한 기타 부문에서도 종종 사용된 예를 찾아 볼 수 있다. Table 1.은 위 기간들에 해당하는 공공시설공사계약 규모를 보여주고 있다.<sup>4)</sup> 하지만 이러한 현실적 중요성에 비해 부찰제의 전략 형태와 균형 분석은 아직 이루어지지 못한 형편이다. 본 논문의 목적은 우리나라 공공조달부문의 중요한 부분을 차지하는 부찰제의 균형 분석을 통해 부찰제의 본질과 그 목적에 대한 이론적 분석을 시도하려는 것이다. 또한 타 경매제도와의 비교를 통해서 이 제도의 적실성을 설명하고자 한다.

Table 1. Facility construction scale by the constrained mean-price sealed bid auction  
(unit : billion won)

Year	Facility construction scale		
	competition Contract	No.	Total Contract Amount
1972	151	780	360
1973	146	699	405
1974	154	616	499
1975	424	1,038	856
1976	606	1,203	1,255
1981	5,440	1,336	8,596
1982	4,895	1,675	9,385
1983	6,895	1,925	12,236
1984	9,363	1,667	15,791
1985	6,308	1,644	13,992
1986	7,010	1,644	12,081
1987	7,523	1,750	13,663
1988	8,582	1,740	13,863
1989	8,801	1,980	13,888

자료 : 조달청, 조달40년사, 1989, 및 조달행정통계, 각호.

1) 이외에도 양측경매제도(double auction), 복수지불경매제도(all-pay auction)등도 있다.  
 2) 또는 상승식 경매제도(ascending auction), 구두식 경매제도(oral auction)이라고도 불리워진다.  
 3) 또는 하강식 경매제도(descending auction)라고도 불리운다. 네덜란드의 꽃시장 경매에서 주로 사용된다.

4) 부찰제가 사용된 기간이 연속적이지 않고 최근에는 공식적으로 사용되고 있지 않아 과거자료만을 제시한다. 최근 자료에 관해서는 ‘조달정보개방포털’ <http://data.g2b.go.kr>를 참조.

이후 논문의 전개는 다음과 같다. 제 2장에서는 부찰제 모형을 제시하고, 제 3장에서는 균형의 형태를 살펴본다. 제 4장에서는 다른 경매제도와의 비교를 통해, 부찰제의 특징을 살펴본다. 제 5장에서는 부찰제의 평가와 이 논문의 한계를 논함으로써 결론을 맺고자 한다.

## 2. 모형과 가정

다음과 같은 부찰제 경매 상황을 고려해 보자. 한 명의 경매인(auctioneer or buyer)이 부찰제 경매방식을 이용해서 건물 하나를 공급받으려고 한다. 건설업자인  $n$  명의 입찰자(bidder or seller)가 존재하여 경매인에게 건물을 공급하려 한다. 각 입찰자들은 사적 정보(private information) 상황 하에서 행동하게 된다. 다시 말해, 입찰자  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ )는 자신의 건물에 대한 공급비용수준  $c_i$ 는 알고 있지만, 다른 입찰자들의 비용수준들은 모르는 상황이고, 다만 그 확률적 특성만을 알고 있다고 가정한다. 또한 이러한 상황은 모든 경매 참가자들에게 공통 지식(common knowledge)<sup>5)</sup>이라고 가정한다. 흔히 경매이론에서는 각 입찰자들을 자신의 사적 정보에 따라 행동하는 베이지안 입찰자(Bayesian bidder)로, 이 경우 사용될 수 있는 균형의 개념을 베이지안-내쉬 균형(Bayesian Nash equilibrium)<sup>6)</sup>으로 모형화하고 있다.

이 상황에서 부찰제 경매방식은 다음과 같이 진행된다. 각 입찰자  $i$ 는 경매인에게 동시에 자신들의 공급가격인 입찰가,  $b_i$ 를 보고하고, 경매인은 이들의 평균을 구해 이 평균에 아래로부터 가장 가까운 입찰가를 제출한 입찰자에게 그 입찰가격으로 건물을 공급받게 된다. 위와 같은 부찰제하의 경매결과는 다음과 같은 결과 함수(outcome function)로 나타낼 수 있다. 먼저  $b = (b_1, \dots, b_n)$ 이라 두자. 그러면 입찰자  $i$ 가 경매에 승리할 확률  $p_i(b)$ 와 그가 건물공급 시 지불받게 되는 제화의 가격  $x_i(b)$ 는 다음과 같다. 각 입찰자  $i$ 에 대해

$$(p_i(b), x_i(b)) \text{ 는, } \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i \text{ 라 두면,}$$

$$\begin{aligned} \circ p_i(b) &= \begin{cases} 1 & \text{단, } b_i \leq \mu \text{ 과 } b_j \leq \mu \text{ 인 모든 } \\ & j(\neq i) \text{에 대해 } b_i > b_j \text{ 이면} \\ 0 & \text{다른 상황이면} \end{cases} \\ \circ x_i(b) &= \begin{cases} b_i & \text{단, } b_i \leq \mu \text{ 과 } b_j \leq \mu \text{ 인 모든 } \\ & j(\neq i) \text{에 대해 } b_i > b_j \text{ 이면} \\ 0 & \text{다른 상황이면} \end{cases} \end{aligned}$$

이다. 위의 결과 함수에서 주의할 점으로 첫째, 경매에 승리하는 사람이 2인 이상인 경우 경매는 유찰이 된다는 점이다. 이 조건은 각 입찰자의 비용수준변수  $c_i$ 의 분포가 연속적 확률밀도함수(continuous p.d.f.)를 갖는 경우 결과 함수(outcome function)에 전혀 영향을 주지 못하므로, 앞으로의 전개에서 고려치 않으려 한다.<sup>7)</sup> 둘째, 낙찰자의 결정이 평균가에 가장 가까우면서 평균가보다는 낮은 입찰가에서 결정된다는 것이다. 먼저 평균가보다 높은 입찰가에서 결정되는 경우라면, 각 입찰자  $i$ 는 자신의 입찰가를 계속 증가시킬 유인이 생기고 결국 입찰제한가 또는 입찰상한가(reservation price)에서 균형이 이루어지는 단순한 문제로 귀결된다. 또한 높고 낮음에 무관하게 평균가에 절대적으로 최근접한 입찰가로 낙찰이 되는 경우는 입찰자의 공급비용중 가장 높은 비용수준 이상의 모든 가격이 내쉬균형(Nash equilibrium)이 되는 단순한 형태가 된다. 셋째, 부찰제하에서 결과 함수의 특징은 각 입찰자의 승리확률  $p_i(b)$ 와 낙찰가격  $x_i(b)$ 가 다른 모든 입찰자들의 입찰가격과 하나하나 비교되어 결정된다는 것이다.

이상과 같은 부찰제 경매방식의 모형을 고려하면, 입찰자  $i$ 의 기대 보수(expected payoff)는

$$(b_i - c_i) \cdot \Pr[\text{입찰자 } i \text{ 가 승리하는 경우}]$$

로 표현할 수 있다. 결국 입찰자  $i$ 는 이 기대 보수를 극대화함으로써 자신의 전략을 선택할 것이므로, 입찰자  $i$ 의 극대화문제는

$$\text{Max}_{b_i} (b_i - c_i) \cdot \Pr[\text{입찰자 } i \text{ 가 승리하는 경우}]$$

로 나타낼 수 있다.

5) 공통 지식(common knowledge)에 대해선 [8]를 참조.  
6) 베이지안 입찰자에 대해선 [9]을 참조. 또한 베이지안-내쉬 균형의 정의에 대해선 [10]을 참조.

7) 일반적인 경매제도의 분석에서와 같이  $b_i$ 는  $c_i$ 만의 함수라고 가정된다. 따라서  $c_i$ 의 확률적 특성은  $b_i$ 에 그대로 영향을 미친다.

### 3. 균형분석

각 입찰자  $i(i=1, \dots, n)$ 는 자신의 공급비용수준  $c_i \in [0, 1]$ 는 알고 있지만 다른 입찰자들의 비용수준에 대해선 그 확률분포함수,  $F(\cdot)$ 만을 알고 있고, 이 때 자신의 기대 보수를 극대화함으로써 균형전략을 선택할 것이다. 건물 구매자인 경매인의 건물공급비용은 1이라 가정하자. 또한 다음 가정을 도입한다.

**가정1 (강단조성):**  $b'(c_i) > 0$ .

**가정2 (거래계약):**  $b_i(c_i) \leq 1 \quad \forall i \quad \forall c_i \in [0, 1]$ .

각 입찰자간의 대칭적 상황에 의해, 입찰자 1의 문제만을 고려해도 일반성을 잃지 않는다. 이제, 문제의 핵심인 입찰자 1의 기대승리확률을 구하기 위해 다음의 두 경우로 나누어 생각해 보자.

**<경우1>**  $b_2, b_3, \dots, b_i \leq \mu$  와  $b_{i+1}, \dots, b_n > \mu$ .

단,  $i=2, \dots, n-1$ .

이 경우, 다음 조건, (1) ~ (n+1)이 만족되면,  $p_1(b) = 1$  이다.

$$(1) \quad b_1 \leq \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq 1} b_j$$

$$(2) \quad b_i \leq \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} b_j \quad \text{와} \quad b_1 > b_i$$

$$(3) \quad b_{i-1} \leq \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i-1} b_j \quad \text{와} \quad b_1 > b_{i-1}$$

⋮

$$(i) \quad b_2 \leq \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq 2} b_j \quad \text{와} \quad b_1 > b_2$$

$$(i+1) \quad b_{i+1} > \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i+1} b_j$$

$$(i+2) \quad b_{i+2} > \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i+2} b_j$$

⋮

$$(n-1) \quad b_{n-1} > \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq n-1} b_j$$

$$(n) \quad b_n > \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq n} b_j$$

$$(n+1) \quad b_2 < b_3 < \dots < b_i < b_1 < b_{i+1} < \dots < b_{n-1} < b_n \leq 1$$

이 조건들 중에서 (1)과 (n+1)이면 (2) ~ (i)이고, (i+1)과 (n+1)이면 (i+2) ~ (n)이므로, 실제 각 입찰가를 제약하는 조건은 (1), (i+1)과 (n+1)뿐이다. 따라서 각각의 입찰가에 대한 변화구간을 구해보면 위의 조건들은 다음과 같이 줄어들 수 있다.

$$(n-1)b_1 - \sum_{j \neq 1,2} b_j \leq b_2 < b_3$$

$$b_2 < b_3 < b_4$$

⋮

$$b_{i-2} < b_{i-1} < b_i$$

$$b_{i-1} < b_i < b_1$$

$$\frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i+1} b_j < b_{i+1} < b_{i+2}$$

$$b_{i+1} < b_{i+2} < b_{i+3}$$

⋮

$$b_{n-2} < b_{n-1} < b_n$$

$$b_{n-1} < b_n \leq 1$$

위의 (n+1)개의 부등식은 입찰자 1의 입장에서 기대승리구간이라 할 수 있는데, 서로가 중첩되어 있으므로, 각 입찰가 사이의 관계를 명시하기 위하여 통계학의 합성법(convolution method)을 사용하여 다시 적어보면 다음과 같은 (n+1)개의 부등식으로 나타낼 수 있다.<sup>8)</sup>

$$(n-1)b_1 - \sum_{j \neq 1,2} b_j \leq b_2 < b_3$$

$$\frac{1}{2} \left( (n-1)b_1 - \sum_{j \neq 1,2,3} b_j \right) < b_3 < b_4$$

⋮

8) 이 때 주의할 것은 실제로 각 입찰가를 제약하는 조건은 두 가지 뿐이므로, 이 두 가지 제약 조건으로 서로 중첩되지 않는 부등식을 만든다는 것이다. 이렇게 함으로써 기대승리확률을 구할 때 적분을 용이하게 할 수 있다.

$$\frac{1}{i-2} \left( (n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i-1} b_j \right) < b_{i-1} < b_i$$

$$\frac{1}{n-1} \sum_{j \neq 2} b_j < b_2 < b_3$$

$$\frac{1}{i-1} \left( (n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i} b_j \right) < b_i < b_1$$

$$b_2 < b_3 < b_4$$

⋮

$$(n-i)b_1 - \sum_{j=i+2}^n b_j < b_{i+1} < b_{i+2}$$

$$b_{n-2} < b_{n-1} < b_n$$

$$b_{n-1} < b_n \leq 1 .$$

$$\frac{1}{2} \left( (n-i)b_1 - \sum_{j=i+3}^n b_j \right) < b_{i+2} < b_{i+3}$$

위의 부등식들도 <경우1>의 합성법(convolution method)을 사용하여 다시 적어보면,

⋮

$$\frac{1}{n-i-1} \left( (n-i)b_1 - b_n \right) < b_{n-1} < b_n$$

$$\frac{1}{n-1} \sum_{j \neq 2} b_j < b_2 < b_3$$

$$b_1 < b_n \leq 1 .$$

$$\frac{1}{n-2} \sum_{j \neq 2,3} b_j < b_3 < b_4$$

⋮

결국, 이 조건들이 성립할 때  $p_1(b) = 1$ 이 만족된다.

$$\frac{1}{2}(b_1 + b_n) < b_{n-1} < b_n$$

<경우2>  $b_2, b_3, \dots, b_n > \mu$

$$b_1 < b_n \leq 1$$

이 경우,<sup>9)</sup> 다음 조건이 만족되면,  $p_1(b) = 1$  이다.

$$(1) \quad b_1 \leq \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq 1} b_j$$

이 된다. 결국, 이 조건들이 성립할 때  $p_1(b) = 1$ 이 만족된다.  $b_i$ 의 분포함수  $\hat{F}(\cdot)$ 를,  $\beta = b_i^{-1} \quad \forall i = 1, \dots, n$ 으로 놓으면,  $F(\beta(\cdot))$ 이 되며, 따라서 입찰자가  $n$ 명인 경우, 입찰자 1의 기대승리확률은 위의 각 경우를 고려하면,

$$(2) \quad b_2 > \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq 2} b_j$$

$\Pr[\text{입찰자 1이 승리하는 경우}] =$

$$(3) \quad b_3 > \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq 3} b_j$$

⋮

$$(n) \quad b_n > \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq n} b_j$$

$$(n+1) \quad b_1 < b_2 < \dots < b_{n-1} < b_n \leq 1 .$$

$$\begin{aligned} & (n-1)! \int_{\frac{b_1}{n-1}}^1 \int_{\frac{b_2}{n-1}}^1 \dots \int_{\frac{b_{n-1}}{n-1}}^1 \frac{dF(\beta(b_1))}{\beta} \dots \frac{dF(\beta(b_{n-1}))}{\beta} \\ & \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j=2}^n b_j}{n-1}}^1 \frac{dF(\beta(b_1))}{\beta} \dots \frac{dF(\beta(b_{n-1}))}{\beta} \\ & \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i-1} b_j}{n-1}}^1 \dots \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i} b_j}{n-1}}^1 \frac{dF(\beta(b_1))}{\beta} \dots \frac{dF(\beta(b_{n-1}))}{\beta} \\ & \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i-1} b_j}{n-1}}^1 \dots \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i} b_j}{n-1}}^1 \frac{dF(\beta(b_1))}{\beta} \dots \frac{dF(\beta(b_{n-1}))}{\beta} \\ & \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i-1} b_j}{n-1}}^1 \dots \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j=1, \dots, i} b_j}{n-1}}^1 \frac{dF(\beta(b_1))}{\beta} \dots \frac{dF(\beta(b_{n-1}))}{\beta} \\ & + (n-1)! \int_{\frac{b_1}{n-1}}^1 \int_{\frac{b_2}{n-1}}^1 \dots \int_{\frac{b_{n-1}}{n-1}}^1 \frac{dF(\beta(b_2))}{\beta} \dots \frac{dF(\beta(b_{n-1}))}{\beta} \end{aligned}$$

이 조건들 중에서 (2)와 (n+1)이면 (3) ~ (n)이므로 실제로 입찰가들을 제약하는 조건은 (1), (2)와 (n+1) 뿐이다. 따라서 위의 조건을 고려한 각 입찰가들의 변화구간을 구해보면 다음식과 같다.

9) 이 경우는 <경우1>의 일반적인 형태와 승리확률을 구하는 방법에 차이가 있어서 구별하였다. 이후 부찰제의 효율성(efficiency) 문제를 다룰 때에도 이 경우는 중요하게 사용된다.

가 된다. 일양 분포(uniform distribution) 가정과 선형 전략 가정을 도입해보자. 이 경우  $\beta : b \mapsto \frac{1}{p}b - \frac{q}{p}$  (단,  $p > 0$  과  $p, q \in R$ ) 이고,  $F(\beta(b_i)) = \beta(b_i)$  가 되므로, 위의 기대승리확률을 구해 보면 다음과 같다.<sup>10)</sup>

$$\frac{(n-1)!}{p^{n-1}} \left\{ \sum_{i=2}^{n-1} \frac{(n-i)^{n-1}}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) \left( \prod_{k=1}^{n-i} k(i+k-1) \right)} + \frac{1}{\prod_{k=1}^{n-1} k(n-k)} \right\} \cdot (1-b_1)^{n-1}.$$

위 식의 앞부분을  $A$  라고 놓으면, 입찰자 1의 극대화 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Max}_{b_1} (b_1 - c_1) \cdot A \cdot (1-b_1)^{n-1}.$$

극대화 일계조건(F. O. N. C)에 의해 균형전략은  $b_1(c_1) = \frac{n-1}{n}c_1 + \frac{1}{n}$  이 된다. 결국, 각 입찰자간에 대

칭적 상황이므로  $b_i(c_i) = \frac{n-1}{n}c_i + \frac{1}{n} \quad \forall i$  라는 결과를 얻을 수 있다.

#### 4. 다른 경매제도와의 비교

기본적인 네 가지 경매제도(영국식 경매제도, 네덜란드식 경매제도, 최고가낙찰제도, 차선가낙찰제도)의 여러 특징들은 기존의 경매연구들을 통해서 많이 밝혀져 있다. 특히, 전략적 행동의 측면에서 이 제도들을 살펴보면 다음과 같다.<sup>11)</sup> 차선가낙찰제도(second-price sealed bid auction)는 자원배분기구설계(mechanism design)분야에서 많이 다루어지고 있는데, 이 경매제도는 진실을 말하는(truth-telling) 전략이 우월전략(dominant strategy)이 되며 자원배분기구설계분야에서 자주 사용되고 있는 유

인합치성(incentive compatibility)을 만족시킨다.<sup>12)</sup> 또한 네덜란드식 경매제도(Dutch auction)는 전략적 행동이 최고가낙찰제도(first-price sealed bid auction)와 동일하게 되어 두 경매제도는 동일한 전략균형을 갖는다고 말할 수 있다. 영국식 경매제도(English auction)는 차선가낙찰제도(second-price sealed bid auction)와 전략행동은 유사하나, 구두경매(oral auction)라는 점에서 차이가 있다. 이 논문에서는 우리나라에서 자주 사용되는 경매제도인 최저가낙찰제도와 부찰제의 전략형태와 예상낙찰가를 비교해 보고, 그 극한적 특징을 살펴봄으로써 부찰제의 특징을 보다 명확히 하려 한다.

#### 4.1 균형전략의 비교

앞 장에서 밝힌 것과 같이 입찰자가  $n$ 명인 부찰제는 각 입찰자의 공급비용이  $[0,1]$ 에서 일양 분포(uniform distribution)를 따를 때, 자신의 가치에서  $1/n$  만큼을 줄인 값에  $1/n$ 을 더하여 입찰하는 형태였다. 반면 최저가낙찰제도는 입찰자가  $n$ 명인 상황에서 비용변수들의 확률분포에 상관없이 다음과 같은 일반적 베이저안-내쉬 균형을 갖는다.<sup>13)</sup>

$$b_i(c_i) = c_i + \frac{\int_{c_i}^{c_u} 1 - F(x)^{n-1} dx}{1 - F(c_i)^{n-1}}.$$

단,  $c_u$ 는 공급비용의 상한(upper bound). 이 때, 부찰제와의 비교를 위해 최저가낙찰제도의 기대승리확률을 고려해 보자. 입찰자간의 문제가 대칭적 상황일 때 최저가낙찰제도 또한 입찰자 1의 기대승리확률만을 고려해도 일반성을 잃지 않으므로 입찰자 1의 기대승리확률을 제 3장의 가정 하에서 구해 보면,

$$(n-1)! \int_{b_1}^1 \int_{b_1}^{b_2} \dots \int_{b_1}^{b_i} \int_{b_1}^{b_n} dF(\beta(b_2)) dF(\beta(b_3)) \dots dF(\beta(b_{n-1})) dF(\beta(b_n))$$

10) 기대승리확률의 구체적인 계산 과정은 부록 참조.

11) 각 경매제도의 전략형태는 [2,7,11]을 참조. 특히 후자는 입찰자들의 가치 사이에 상관관계가 존재하는 경우에 각 경매형태의 결과가 어떻게 변화하는지도 분석되어 있다.

12) 한 자원배분기구가 갖추어야 할 기본적 성질 또는 제약들에 관해선 [12]에 나와 있다. 또한 시현원칙(revelation principle)에 의하면 베이저안-내쉬 균형(Bayesian Nash equilibrium)을 갖는 모든 게임은 유인합치성(incentive compatibility)을 만족하는 새로운 베이저안 게임(Bayesian game)으로 만들 수 있다[13,14].

13) 비용변수의 확률분포를 제외한 일반적 가정은 제 3장의 경우와 같다. [7]을 참조.

이 된다. 여기에 일양 분포의 가정을 추가하여 위 확률을 구해 보면,

$$\frac{(n-1)!}{p^{n-1}} \frac{1}{\prod_{k=1}^{n-1} k} (1-b_1)^{n-1} = \frac{1}{p^{n-1}} (1-b_1)^{n-1}$$

이 되어 입찰자 1의 극대화문제는  $\frac{1}{p^{n-1}}$ 을  $B$ 라 놓으면,

$$\text{Max}_{b_1} (b_1 - c_1) \cdot B \cdot (1-b_1)^{n-1}$$

로 표현되고, 극대화 일계조건(F.O.N.C.)에 의해 균형전략은  $b_1(c_1) = \frac{n-1}{n}c_1 + \frac{1}{n}$ 이 된다[15]. 결국 균형전략

이 선형전략 가정 하에서 부찰제의 경우와 같아지게 된다.<sup>14)</sup>

다음으로, 입찰자의 수가 무한이 늘어나는 경우 ( $n \rightarrow \infty$ )에 두 경매제도간 균형전략의 극한적 특징을 살펴보자. 경매에 참가한 입찰자의 수가 무한대에 다가갈 때, 두 경매제도의 균형전략은 각 입찰자의 실제 비용 수준에 수렴하게 되는데( $\lim_{n \rightarrow \infty} b_i(c_i) = c_i$ ), 이것은 두

경매제도가 극한에서 진실을 말하는(truth telling) 유인 합치성(incentive compatibility)을 만족시킨다는 것을 알려준다.

#### 4.2 예상낙찰가의 비교

다음으로 경매인의 예상낙찰가수준을 살펴보자. 우선 기본적인 네 가지 경매제도 사이에는 일정한 조건이 만족된다면 수입 균등화 정리(revenue equivalence theorem)에 의해 경매인의 기대수입은 같아진다.<sup>15)</sup> 따라서 여기서는 최저가낙찰제도와 부찰제 간의 예상낙찰가 수준을 비교해 본다. 먼저 최저가낙찰제에서 기대승리확률은  $(1-c_1)^{n-1}$ 이 되므로 입찰자 간의 대칭적 상황을 고려하면 결국 예상낙찰가수준은

$$\int_0^1 (1-c_i)^{n-1} \left( \frac{n-1}{n}c_i + \frac{1}{n} \right) dc_i = \frac{2}{n(n+1)}$$

이고, 반면에 앞에서 살펴본 바와 같이 부찰제하에서 입찰전략은 최저가낙찰제도의 그것과 동일하게 구사된다. 또한 각 입찰자의 비용수준이  $[0,1]$ 구간에서 연속적으로 존재한다고 가정되어 있으므로, 부찰제하의 예상낙찰가 수준은 최저가낙찰제도하의 그것에 비해 두 배가 될 것임을 알 수 있다.<sup>16)</sup> 입찰자의 수가 무한대로 다가갈 경우 최저가낙찰제하에서는 예상낙찰가가 0으로 수렴하고, 부찰제하에서는 위와 같은 이유로 1/2로 수렴할 것이다.

### 5. 부찰제의 평가와 결론

부찰제 경매방식은 우리나라의 독특한 제도로서, 실제 공공조달부문에 부찰제를 사용하는 당국은 경쟁원칙을 따르지 않는 이 제도의 사용목적으로 다음과 같은 이유를 든다. 첫째, 공사비용 산출이 어려운 공공시설물 공급에 있어서 부찰제를 사용함으로써 적정비용을 추정할 수 있고, 이를 통해 공급자에게 적정이윤을 보장하여 부실공사를 방지할 수 있다. 둘째, 건설 경기의 하락 시 발생하는 덤핑입찰을 방지하자는 주장이다.

하지만 이러한 주장은 자원의 효율적 배분(efficient allocation)이라는 측면에서 바라봤을 때 많은 문제점을 안고 있다. 앞에서 언급한 기본적인 네가지 경매제도(영국식 경매제, 네덜란드식 경매제, 최고가경매제, 차선가 경매제)는 각각 가장 높은 가치를 지닌 또는 가장 낮은 비용수준을 지닌 입찰자가 경매에서 승리하게 되므로 사후적 효율성(ex post efficiency)을 만족하게 된다[16].<sup>17)</sup> 반면 부찰제에 있어서는 가장 낮은 공급비용을 지닌 입찰자가 제 3장 <경우2>를 제외하고는 경매에서 승리하지 못하게 되므로 결국 사후적 효율성을 만족시키지 못하게 된다. 다시 말해, 제 3장의 분석에 따르면 가장 낮은 공급비용을 지닌 입찰자가 경매에서 승리할 확률은

14) 두 경매제도의 균형전략이 같아지는 것은 선형전략(linear strategy)과 일양 분포의 가정에 깊게 관련이 있다. 비선형 전략과 보다 일반적인 분포 함수-예를 들어 정규분포(normal distribution)-를 사용했을 때는 다른 전략균형이 나올 것이라 예상할 수 있다.

15) 수입 균등화 정리(revenue equivalence theorem)에 대해서는 [7]을 참조.

16) 이 경우 입찰자의 수는 3인 이상이어야 한다.

17) 입찰제한(reservation price or entry fee)을 통한 제약이 없다면 네 가지 기본 경매제도는 가치가 가장 높은 사람에게 목적물이 돌아간다. 입찰제한을 통한 경매 결과의 변화는 최적 경매제도(optimal auction)를 구성하는 기본적 요소라고 할 수 있다. 이에 대해선 [4,11]을 참조.

$$\frac{1}{\prod_{k=1}^{n-1} k(n-k)} < 1$$

$$\sum_{i=2}^{n-1} \frac{(n-i)^{n-1}}{\left(\prod_{k=1}^{i-1} k^2\right) \left(\prod_{k=1}^{n-i} k(i+k-1)\right)} + \frac{1}{\prod_{k=1}^{n-1} k(n-k)}$$

이 되므로 효율적 배분을 달성하지 못하는 것이다.

공공조달당국의 주장대로 부실시공 방지를 위해 부찰제와 같은 비효율적 방법을 통해 자원을 배분한다면, 그 비효율의 결과는 사회적 후생손실로 나타나게 되는 것이다. 또한 시공업체에게 적정이윤을 보장함으로써 부실시공을 막으려는 것은 별 효과를 거두기 힘든 방법이라 하겠다. 부실시공의 큰 원인중의 하나인 하도급 관행을 생각해 보자. 건설업법상 시공권의 재판매시장(resale market)형성을 막기 위해 일괄 하도급금지규정을 두고 있는데, 원도급업자들은 부분 하도급을 통해 변형된 재판매시장을 형성하고 있다. 재판매시장의 형성은 원도급계약의 비효율성(inefficiency)을 나타내는 주요한 지표다. 이와 같이 적정이윤의 보장을 통한 부실공사 방지는 부찰제의 목적은 그 실효성을 거두지 못한 채 비효율만을 일으키는 것을 알 수 있다.

이상과 같은 비효율의 문제에도 불구하고 공공조달당국이 부찰제를 자주 사용했던 이유로는 위에서 언급한 두 번째 이유인 덤핑입찰방지라는 현실적 고려가 주된 이유인 것 같다. 우리는 종종 신문지상에서 매우 낮은 값으로 시설공사들이 낙찰되는 경우를 볼 수 있다.<sup>18)</sup> 이것은 경매 당시에는 손해를 볼지라도, 공급과정에서 시장 점유율을 높일 수 있거나 신기술을 습득할 수 있는 경우,<sup>19)</sup> 또는 경기불황 시에 기업의 생존전략<sup>20)</sup> 등 여러 가지 요인들에 의해 경매낙찰가가 왜곡될 수 있음을 보여주는 것이다.

공공조달정책은 그 안정성과 안전성이 큰 비중을 차지하기 때문에, 경매를 통한 많은 수익창출보다는 적절한 비용조건을 만족시키는 기업에게 공공조달을 맡기는 것이 더 좋을 수 있다는 현실적 고려가 부찰제를 계속 실

18) 시설공사는 아니지만 인공위성용 카메라공급이 1원에 낙찰된 예를 들 수 있다.

19) 실제 공공조달을 위한 경매에서 정부가 보유하고 있는 신기술이나 해외로부터 신기술을 도입하는 권리를 함께 경매하기도 한다.

20) 가변 비용보다 낮은 가격으로 생산하는 기업 등을 생각해 볼 수 있다.

시도록 만드는 요인이라 할 수 있다. 하지만 이러한 현실적 목적성을 부찰제 경매방식이 얼마나 만족시킬지는 의문시된다. 경매외적 상황이 모든 입찰자들에게 동일하다면 각 입찰자는 자신의 장기적 이윤극대화를 위해 모든 시장정보를 고려한 후 경매에 참가하여 전략적으로 행동할 것이고, 이 경우 효율성 조건을 만족시키는 경매제도를 사용하는 것이 바람직한 방향이라고 할 수 있다. 게다가 비효율적인 부찰제를 사용함으로써 입찰기업 간 담합에 대한 유인을 증가시킬 수도 있음을 생각해 보면 오히려 부실공사를 부추기는 결과를 낳을 수도 있다. 결국 덤핑입찰의 방지를 통해 부실시공을 막아보려는 목적은 부찰제하에서도 쉽게 충족되지 못하는 것을 알 수 있다.

이 연구는 우리나라에서 사용했던 특징적 제도인 제한적 평균가 낙찰제 경매방식을 엄격히 모형으로 표현하고 이 모형에 근거하여 균형을 도출하고 있다. 하지만 구체적인 균형의 형태를 도출하기 위해 개별 참가자의 비용에 대해 일양분포 가정과 사용하는 전략이 선형이라는 가정을 도입하고 있다. 이를 보다 포괄적인 분포와 전략 형태로 발전시키지 못한 한계가 있으며 이를 추후 과제로 남겨 둔다.

### 부록

입찰자  $n$ 명의 경우 입찰자 1의 기대승리확률은 일양분포를 가정하면 다음과 같게 된다.

$$\frac{(n-1)!}{2^{n-1}} \left[ \int_{b_1}^{b_2} \int_{b_2}^{b_3} \dots \int_{b_{n-1}}^{b_n} \frac{(n-1)b_1 - b_2 \dots}{n-1} \dots \right]$$

$$+ \int_{b_1}^{b_2} \int_{b_2}^{b_3} \dots \int_{b_{n-1}}^{b_n} \frac{(n-1)b_1 - b_2 \dots}{n-1} \dots$$



적분값들을 단계적으로 계산해 보자.

<경우1>

$$\circ \int_{(n-1)b_1 - \sum_{j \neq 1,2} b_j}^{b_3} db_2 = 2b_3 + \sum_{j \neq 1,2,3} b_j - (n-1)b_1$$

$$\circ \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j \neq 1,2,3} b_j}{2}}^{b_4} \left\{ 2b_3 + \sum_{j \neq 1,2,3} b_j - (n-1)b_1 \right\} db_3$$

$$= \frac{1}{2^2} \left\{ 3b_4 + \sum_{j \neq 1,2,3,4} b_j - (n-1)b_1 \right\}^2$$

⋮

$$\circ \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j \neq 1, \dots, i-1} b_j}{i-2} \prod_{k=1}^{i-3} k^2}^{b_i} \frac{1}{\prod_{k=1}^{i-3} k^2}$$

$$\left\{ (i-2)b_{i-1} + \sum_{j \neq 1, \dots, i-1} b_j - (n-1)b_1 \right\}^{i-3} db_{i-1}$$

$$= \frac{1}{\prod_{k=1}^{i-2} k^2} \left\{ (i-1)b_i + \sum_{j \neq 1, \dots, i} b_j - (n-1)b_1 \right\}^{i-2}$$

$$\circ \int_{\frac{(n-1)b_1 - \sum_{j \neq 1, \dots, i} b_j}{i-1} \prod_{k=1}^{i-2} k^2}^{b_i} \frac{1}{\prod_{k=1}^{i-2} k^2}$$

$$\left\{ (i-1)b_i + \sum_{j \neq 1, \dots, i} b_j - (n-1)b_1 \right\}^{i-2} db_i$$

$$= \frac{1}{\prod_{k=1}^{i-1} k^2} \left\{ b_{i+1} + \sum_{j \neq i+2} b_j - (n-i)b_1 \right\}^{i-1}$$

$$\circ \int_{(n-i)b_1 - \sum_{j \neq i+2} b_j \prod_{k=1}^{i-1} k^2}^{b_{i+2}} \frac{1}{\prod_{k=1}^{i-1} k^2}$$

$$\left\{ b_{i+1} + \sum_{j \neq i+2} b_j - (n-i)b_1 \right\}^{i-1} db_{i+1}$$

$$= \frac{1}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) i} \left\{ 2b_{i+2} + \sum_{j \neq i+3} b_j - (n-i)b_1 \right\}^i$$

$$\circ \int_{\frac{(n-i)b_1 - \sum_{j \neq i+3} b_j}{2} \left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right)}^{b_{i+3}} \frac{1}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) i}$$

$$\left\{ 2b_{i+2} + \sum_{j \neq i+3} b_j - (n-i)b_1 \right\}^i db_{i+2}$$

$$= \frac{1}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) 2i(i+1)}$$

$$\left\{ 3b_{i+2} + \sum_{j \neq i+4} b_j - (n-i)b_1 \right\}^{i+1}$$

⋮

$$\circ \int_{\frac{(n-i)b_1 - b_n}{n-i-1} \left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) \left( \prod_{k=1}^{n-i-2} k(i+k-1) \right)}^{b_n} \frac{1}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) \left( \prod_{k=1}^{n-i-2} k(i+k-1) \right)}$$

$$\left\{ (n-i-1)b_{n-1} + b_n - (n-i)b_1 \right\}^{n-3} db_{n-1}$$

$$= \frac{1}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) \left( \prod_{k=1}^{n-i-1} k(i+k-1) \right)}$$

$$\left\{ (n-i)b_n - (n-i)b_1 \right\}^{n-2}$$

$$\circ \int_{b_1 \left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) \left( \prod_{k=1}^{n-i-1} k(i+k-1) \right)}^1 \frac{1}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) \left( \prod_{k=1}^{n-i-1} k(i+k-1) \right)}$$

$$\left\{ (n-i)b_n - (n-i)b_1 \right\}^{n-2} db_n$$

$$= \frac{1}{\left( \prod_{k=1}^{i-1} k^2 \right) \left( \prod_{k=1}^{n-i} k(i+k-1) \right)} (1-b_1)^{n-1}$$

<경우2>

$$\circ \int_{\frac{\sum_{j \neq 2,3} b_j}{n-1}}^{b_3} db_2 = \frac{1}{n-1} \left\{ (n-2)b_3 - \sum_{j \neq 2,3} b_j \right\}$$

$$\circ \int_{\frac{\sum_{j \neq 2,3} b_j}{n-2}}^{b_4} \frac{1}{n-1} \left\{ (n-2)b_3 - \sum_{j \neq 2,3} b_j \right\} db_3$$

$$= \frac{1}{2(n-1)(n-2)} \left\{ (n-3)b_4 - \sum_{j \neq 2,3,4} b_j \right\}^2$$

⋮

$$\begin{aligned} & \circ \int_{\frac{b_1+b_n}{2}}^{b_n} \frac{1}{\prod_{k=1}^{n-3} (n-k)k} \\ & \{2b_{n-1} - b_1 - b_n\}^{n-3} db_{n-1} \\ & = \frac{1}{\prod_{k=1}^{n-2} (n-k)k} \{b_n - b_1\}^{n-2} \\ & \circ \int_{b_1}^1 \frac{1}{\prod_{k=1}^{n-2} (n-k)k} \{b_n - b_1\}^{n-2} db_n \\ & = \frac{1}{\prod_{k=1}^{n-1} (n-k)k} (1 - b_1)^{n-1} \end{aligned}$$

따라서, 본문의 기대승리확률값을 얻게 된다.

## REFERENCES

- [1] J. J. Laffont. (1995). Game Theory and Empirical Economics: The Case of Auction Data. *IDEI working paper No. 55*. Institute of Industrial Economics.
- [2] P. Klemperer. (2004). *Auctions: Theory and Practice*. Princeton University Press.
- [3] W. Vickrey. (1961). Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders. *Journal of Finance*, 16, 8-37.
- [4] R. B. Myerson. (1981). Optimal Auction Design. *Mathematics of Operation Research*, 6, 58-73.
- [5] J. Bulow & J. Roberts. (1989). The Simple Economics of Optimal Auctions. *Journal of Political Economy*, 97, 1060-1090.
- [6] P. McAfee & J. McMillan. (1987). Auctions and Bidding. *Journal of Economic Literature*, 25, 699-738.
- [7] V. Krishna. (2009). *Auction Theory*. Academic Press.
- [8] R. J. Aumann. (1976). Agreeing to Disagree. *Annals of Statistics*, 4, 1236-1239.
- [9] J. Harsanyi. (1967-68). Games of Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players, Parts I, II, III. *Management Science*, 14, 159-182, 320-334, 486-502.
- [10] A. Mas-Colell, M. D. Whinston & J. R. Green. (1995). *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.
- [11] P. R. Milgrom & R. J. Weber. (1982). A Theory of Auctions and Competitive Bidding. *Econometrica*, 50, 1089-1122.
- [12] T. Groves & J. Ledyard. (1987). Incentive Compatibility

Since 1972. in *Information, Incentives, & Economic Mechanisms - Essays in Honor of Leonid Hurwicz*, ed. by T. Groves, R. Radner & S. Reiter, University of Minnesota Press.

- [13] L. Hurwicz. (1972). On Informationally Decentralized Systems. in *Decision and Organization: A Volume in Honor of Jacob Marschak*, ed. by R. Radner & C. B. McGuire, North-Holland Publishing Co.
- [14] R. B. Myerson, Roger. (1985). Bayesian Equilibrium and Incentive Compatibility: An Introduction. in *Social Goals and Social Organization*, ed. by L. Hurwicz, D. Schmeidler, & H. Sonnenschein, Cambridge University Press.
- [15] D. Fudenberg & J. Tirole. (1991) *Game Theory*. MIT Press.
- [16] R. B. Myerson & M. A. Satterthwaite. (1983). Efficient Mechanisms for Bilateral Trading. *Journal of Economic Theory*, 29, 265-281.

이 병 채(Byungchae Rhee)

[정회원]



- 2006년 6월 : 서울대학교 대학원 경제학부(경제학석사)
- 2004년 8월 : 펜실베이니아주립대학교 대학원 경제학과(경제학박사)
- 2008년 9월 ~ 현재 : 충남대학교 경제학과 조교수, 부교수
- 관심분야 : 공공선택, 수리경제, 소비자 선택
- E-Mail : brhee@cnu.ac.kr

서 용 모(Yong-Mo Seo)

[정회원]



- 2016년 4월 ~ 현재 : 유원대학교 교양융합학부 조교수
- 2010년 10월 ~ 2015년 10월 : 충남대학교 경영학부 초빙교수
- 관심분야 : 신제품 마케팅, 소비자 행동, 디자인경영, 비즈니스 모델
- E-Mail : yongmo@ul.ac.kr