

물제트의 노즐 입구온도변화에 따른 증발특성 해석

김부상 · 김학덕 · 임희창 · 송주현[†]

부산대학교 기계공학부

An Analysis of Flashing Jet Behavior of Pressurized Water

BOOSANG KIM, HAKDEOK KIM, HEECHANG LIM, JUHUN SONG[†]

School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busandaehak-ro 63beon-gil, Geumjeong-gu, Busan 46241, Korea

[†]Corresponding author :
jxs704@pusan.ac.kr

Received 1 October, 2019
Revised 11 December, 2019
Accepted 30 December, 2019

Abstract >> In this study, a flashing boiling phenomenon of pressurized water jet was numerically studied and validated against an experimental data in the literatures. The volume of fluid (VOF) technique was used to consider two-phase behavior of water, while the homogeneous relaxation model (HRM) model was used to provide the velocity of phase change. During the flashing boiling through a nozzle, a mach disk was observed near nozzle exit because of pressure drop resulting from two-phase under-expansion. The flashing jet structure, local distributions of temperature/vapor volume fraction/velocity, and position of the mach disk were examined as nozzle inlet temperature changed.

Key words : Flash boiling(급속비등), Pressurized water(고압 물), Homogeneous relaxation model(균일 완화모델, HRM), Multiphase flow(다상유동), Mach disk(마하디스크), Nozzle inlet temperature(노즐입구온도)

Nomenclature

θ	: time scale where x is relaxed to \bar{x} [s]	ρ	: density [kg/m ³]
x	: instantaneous quality(vapor mass fraction)	p	: pressure [Pa]
\bar{x}	: equilibrium quality(vapor mass fraction)	\vec{v}	: velocity [m/s]
ψ	: dimensionless pressure difference between local pressure and saturation pressure	T	: temperature [K]
h	: enthalpy [kJ/kg]	τ	: shear stress [N/m ²]
α	: vapor volume fraction	S	: vapor generation rate(source term) [kg/s]
		y	: properties
		k	: thermal conductivity [W/m-K]
		μ	: viscosity [kg/m-s]
		C_p	: heat capacity at constant pressure [J/kg-K]

a,b	: exponents
d	: nozzle diameter [m]
L	: length of Mach disk [m]
$\Gamma_{h,eff}$: effective diffusion coefficient [m ² /s]
\dot{S}_h	: source term in a scalar transport equation

Subscripts

g	: vapor phase
l	: liquid phase
sat	: saturated phase
i	: inlet condition
o	: standard condition
m	: mach disk
atm	: atmospheric condition
eff	: effective
h	: conserved scalar (enthalpy)

Superscripts

*	: metastable phase
---	--------------------

1. 서론

고압 고온의 조건에 있는 액체가 노즐을 통해 포화압력보다 낮은 저압으로 분출될 경우, 그 액체는 가스 상태로 바뀔 수 있는데, 이같은 상변화를 급속비등증발(flash boiling or evaporation)이라고 부른다. 이 경우 기존의 압력차와 속도에 따른 유체역학적 제트 분무형태와 다른 분무형태 및 액적분열 특성을 보이게 된다. 이같은 다상 증발분무는 먼저 화력발전 소나 원자력 발전소 내 고압 액체물이 흐르는 관이 파열되는 상황에서 나타날 수 있다. 또한 엔진에서 고압 액상 가스연료(LPG, LNG)를 사용할 경우 나타나며, 최근에는 이산화탄소를 액화시킨 후 수송하는 동안에 대기압으로 분출되는 경우에 압력조건에 따라 다상 증발분무가 일어날 수 있다¹⁾.

먼저 Reitz²⁾는 노즐 내에서 일어나는 물의 급속비등 현상을 새도우 기법을 가지고 실험적으로 가시화한 연구결과를 발표하였다. Park과 Lee³⁾는 분무조건

에 따라 두 가지 다른, 내부와 외부 급속비등 모드가 존재함을 실험적으로 확인하였다. 노즐이 길고 과열도가 높은 경우 노즐 내부에서 기포형성으로 인한 급속비등이 일어나고 이 경우 액적의 크기도 작고 보다 균일하다는 것을 발견하였다. Rossmeissl과 Wirth⁴⁾는 입구온도의 변화에 따른 증발분무의 변화를 살펴 보았고 단공 일반 노즐에서 서로 다른 두 개의 온도에서 flashing이 일어나는 하부챔버 압력이 차이가 남을 실험적으로 확인하였다.

상기 물을 이용한 실험과 달리 Gopalakrishnan⁵⁾은 고압에서 분출되는 물의 제트분열 및 분무특성을 균일 완화모델(homogeneous relaxation model, HRM)을 사용하여 수치해석적으로 분석하였다. 특히 Reitz²⁾ 논문에서 나타나는 입구온도에 따른 질량유량의 변화를 잘 예측할 수 있었다. Duan 등⁶⁾은 HRM 모델을 사용하여 입구온도 즉, 증기과열도에 따른 증발분무 및 액적분포의 변화를 수치해석적으로 살펴보았다. Negro와 Pelloni⁷⁾는 1차원 전산해석을 통해 Rossmeissl과 Wirth⁴⁾의 실험결과와 비슷한 수치해석 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 액체 이산화탄소(liquid CO₂)의 액적 분열 및 급속비등에 대한 연구는 비교적 많이 수행되지 않았다. 대부분의 연구는 cutting에 응용되거나⁸⁾, 세정⁹⁾ 및 이산화탄소 수송^{1,10)}에 관련된 연구가 대부분이었다.

본 연구는 단일물질인 물의 두 가지 상태를 고려하기 위해 volume of fluid (VOF) 기법을 이용하고, 상변화속도를 주기 위해서 HRM 모델을 사용하였다. 그리고 난류모델로는 realizable k-ε 모델을 적용하였다. 따라서 Rossmeissl과 Wirth⁴⁾의 연구에서 사용된 것과 똑같은 수치를 가지는 단공 노즐에서 나오는 고압 물의 급속 비등현상을 user-defined scalar transport equation과 열역학 상태량 표를 이용하는 향상된 수치해석기법을 적용하여 해석하고 이를 상기 논문의 실험치와 비교하여 검증하였다. 또한 이상 급속비등의 경우 압력강하에 의한 과소팽창의 결과로 노즐출구에 마하 disk가 발생하는 것으로 알려져 있다. 따라서 노즐 입구온도를 변화시켜 가면서 노즐 출구별 위치에 따른 제트크기, vapor fraction과 마하 disk

의 위치변화를 추가적으로 살펴보고자 하였다.

$$y = \alpha y_g + (1 - \alpha)y_l \quad (6)$$

2. 수치해석

2.1 이상유동 해석모델

이상유동(two phase) 해석모델은 일반적인 3개의 방정식, 즉 질량보존, 모멘텀 보존, 에너지 보존방정식에 추가하여 vapor volume fraction (α)을 푸는 증기 질량보존 방정식으로 구성되어 있다. 여기에 두 개의 난류방정식(k- ϵ) 모델을 추가하여 본 계산을 수행하였다.

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial[\rho(h + \frac{\vec{v}^2}{2})]}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \vec{v}(h + \frac{\vec{v}^2}{2})] \\ = \nabla \cdot [k \nabla T + \tau \cdot \vec{v}] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\alpha \rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho \vec{v}) = \dot{S} \quad (4)$$

여기서 식 (4)와 같이 물의 두 가지 상태, 증기(phase 1)와 액체상태(phase 2)를 고려하기 위해 VOF기법을 이용하여 α 를 계산하였다. 이때 vapor generation rate (\dot{S})는 다음 2.2절에 설명되는 HRM 모델을 가지고 계산될 수 있다.

$$\dot{S} = \rho \frac{dx}{dt} \quad (5)$$

또한 이같은 α 를 이용하여 가중치 평균을 써서 상기 식에 사용되는 각종 물의 물성치(y), 예를 들면, ρ , C_p , k , μ 등을 식 (6)과 같이 계산하였다. 이때 사용된 액체와 기체상태의 물성치는 Table 1에 잘 나타나 있다.

2.2 상변화 해석모델

기존의 전산해석 프로그램에 있는 cavitation현상을 모사하는 모델들(Zwart-Gerber-Belamri model, Schnerr and Sauer model 등)을 현재 압력변화에 따른 급속비등 현상을 예측하는 데 사용하기는 어렵다. 따라서 압력이 포화압력보다 낮아지는 경우에 나타나는 급속비등 상변화의 경우에 널리 사용하는 HRM 모델을 적용하였다^{5,11,12}. 이 모델은 아래 식 (7)과 같이 증기의 질량분율, 즉 건도에 대한 시간 미분형태(상변화 속도)로 표현된다.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\bar{x} - x}{\theta} \quad (7)$$

이 식 (7)은 시간스케일(θ) 동안 평형건도에 대한 순간건도의 기하급수적인 완화 또는 이완(relaxation) 정도를 나타내주고 있다. 이때 평형건도(\bar{x})는 엔탈피와 압력(p)에 따른 포화 엔탈피들의 함수로 아래 식 (8)과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{h - h_l}{h_g - h_l} \quad (8) \\ \text{where} \\ h &= x h_g + (1 - x) h_l^* \end{aligned}$$

Table 1. Properties of liquid and gas phase

Items	Liquid @ 7 bar, 162°C	Gas @ 1 bar, 110°C
Density (kg/m ³)	905.66	Ideal-gas model
Viscosity (μPa · s)	168	13.4
Specific heat (kJ/kg · K)	4382	2014
Conductivity (W/m · K)	0.6	0.0261

결국 이같은 상기 식(4)의 \dot{S} 즉, vapor volume fraction 방정식의 소스 term은 건도(x)와 압력의 함수로 표시된다는 것을 알 수 있다. 이때 건도(x)는 vapor volume fraction 방정식을 풀어서 나오는 vapor volume fraction (α)에 추가하여 증기와 액체의 밀도를 고려하면 아래 식 (9)와 같이 구할 수 있다.

$$x = \frac{\rho_g}{\rho} \alpha \quad (9)$$

한편 식 (7)에 사용되는 시간스케일(θ)은 아래 식 (10)과 같이 Downar-Zapolski 등¹²⁾이 긴 원통관에서 물의 급속증발의 경우 실험적으로 결정된 인자를 사용하였다. 특히 압력이 10 bar 이하인 경우 시간상수 ($\theta_o = 6.51 \times 10^{-4} \text{s}$)와 두 개의 지수들($a = -0.257, b = -2.24$)을 사용하였다.

$$\theta = \theta_o \alpha^a \psi^b \quad (10)$$

where

$$\psi = \frac{p_{sat}(T_i) - p}{p_{sat}(T_i)}$$

이때 ψ 는 무차원화된 local 압력과 증기압력의 압력차이를 나타낸다.

2.3 수치해석조건

Rossmessl과 Wirth⁴⁾의 연구에서 사용된 것과 똑같은 수치를 가지는 단공 노즐에서 나오는 고압 물의 비등현상을 수치적으로 해석하였다. 본 연구에 사용한 노즐과 상/하부 챔버의 직경과 길이는 Table 2에

Table 2. Dimension of nozzle and chambers

Items	Values
Nozzle diameter/length (mm)	0.7/10
Upstream chamber diameter/length (mm)	5.0/4.0
Downstream chamber diameter/length (mm)	8.0/5.0

잘 나타나 있고, Fig. 1은 계산격자를 보여주고 있으며 격자정보는 Table 3에 요약되어 있다.

Table 4에서 보듯이 상부 챔버 입구조건은 7 bar, 노즐 입구온도가 7 bar의 포화온도(165°C)보다 3°C 적은 162°C를 포함하여 140°C, 120°C, 103°C 등 4가

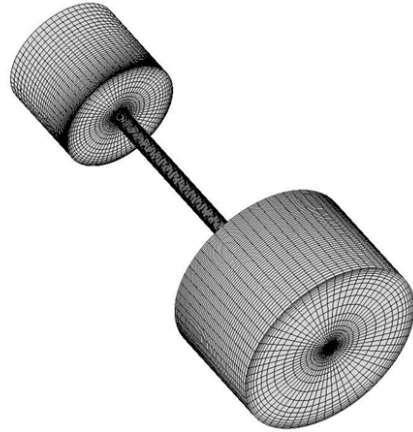


Fig. 1. Meshes of upstream chamber, nozzle and downstream chamber used for this numerical simulation

Table 3. Key features of computational mesh

Items		Values
Mesh shape		Hexahedron
Mesh number	Upper chamber	234,060
	Nozzle	70,100
	Lower chamber	780,200
	Total	1,084,360
Quality	Max skewness	0.93894
	Orthogonal quality	0.29212

Table 4. Inlet and outlet conditions

Parameters		Values
Inlet	Pressure	7 bar
	Temperature	103, 120, 140, 162 °C
	Saturation temperature	165 °C
Outlet	Pressure	1 bar
	Temperature	110 °C

지 입구 온도조건에 대하여 계산을 수행하였다. 이때 하부 챔버는 1 bar, 110°C의 물증기로 채워져 있다고 가정한다.

3. 해석결과 및 고찰

3.1 급속비등 제트특성

먼저 과열도가 높은 경우, 즉 노즐 입구온도가 7 bar의 포화온도보다 3°C 적은 162°C인 경우에 대하여 수치해석을 수행하고 이를 기준조건으로 사용하였다. Fig. 2(a)의 압력분포에서 보듯이 노즐출구를 따라서 압력이 7 bar에서 0.5 bar까지 감소하였다가 다시 대기압으로 증가되는 경향을 보여주고 있다. 이같은 과소팽창(under-expansion)의 결과로 Fig. 2(b)의 속도분포를 보면 노즐 출구에 상변화로 인한 기체발생으로 가속되다가 마하 disk가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 마하 disk의 위치는 1.1 mm 정도로서 실험적 경험식 (11)에 의해 계산된 1.2 mm와 거의 비슷한 것을 확인할 수 있다.

$$\frac{L_m}{d} = \left(\frac{p}{p_{atm}} \right)^{0.5} \quad (11)$$

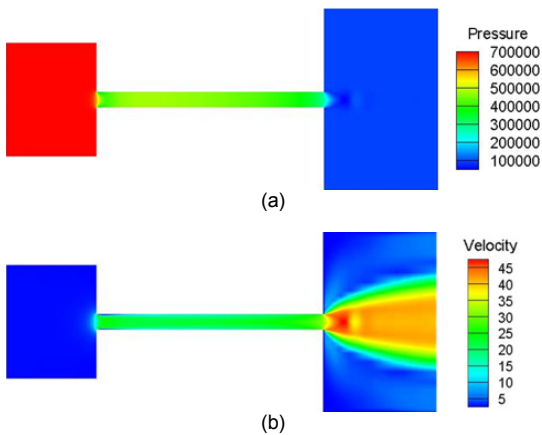


Fig. 2. (a) Pressure and (b) velocity distribution for inlet temperature of 162°C

이같은 마하 disk는 Simoes-Moreira 등¹³⁾이 물의 비등증발의 경우에 실험적으로 관찰하였고, 이를 Negro와 Pelloni⁷⁾에 의해 수치해석적으로도 구현할 수 있었다.

Fig. 3의 vapor volume fraction 결과를 볼 때 노즐 내에서부터 증기가 발생하여 마하 disk 이후에는 0.8-0.9의 값을 가지는 이상유동의 특징을 볼 수 있다. 그리고 액주 형태의 분무보다는 bowl 형태의 분무형태 및 제트 크기를 보여주고 있고 이는 Reitz²⁾의 논문에 나와있는 액체물의 급속비등 제트 가시화 사진과도 잘 일치한다.

Fig. 4는 두 가지 다른 계산방법에 따른 급속비등 시의 온도결과를 보여주고 있다. Fig. 4(a)의 경우는 수치해석 프로그램에 탑재되어 있는 기존 에너지 방정식을 그대로 이용하여 계산한 경우이다. 이 경우 온도로 변환하기 위해서는 정압비열(C_p)이 필요한

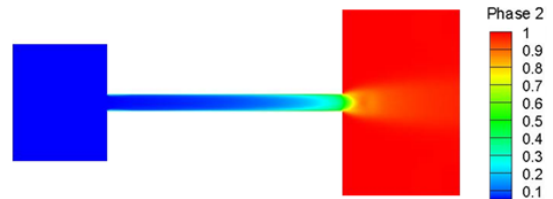


Fig. 3. Vapor volume fraction distribution for inlet temperature of 162°C

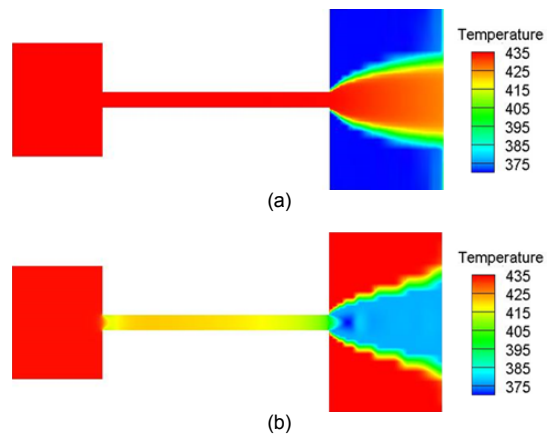


Fig. 4. Temperature distribution for inlet temperature of 162°C using (a) default energy balance equation, and (b) user defined scalar transport equation and look up table for thermodynamic properties.

데 이는 기체상의 경우와 액체상의 경우 각각 상수 값을 사용한 경우로 그 결과 압력이나 온도에 따른 비열변화를 고려하지 않았다. 따라서 가속팽창으로 인한 온도강하가 1.1 mm 근처 마하 disk 주위에서 나타나지 않고 중심축을 따라 전체 온도강하도 3°C 정도밖에 일어나지 않음을 볼 수 있다. 이같은 경향은 실제 온도 분포를 잘 예측하지 못하는 것으로 판단된다. Fig. 4(b)는 다른 방법을 사용하여 온도를 계산하였다. 기존 에너지 방정식을 푸는 대신에 아래 식 (12)와 같이 user-defined scalar transport equation을 엔탈피(h)에 대해 풀고, 주어진 압력(p)과 엔탈피(h)를 가지고 열역학적 상태량 표를 참조하여 온도를 결정하는 방법을 적용하였다.

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} h) = \nabla \cdot (\Gamma_{h,eff} \nabla h) + \dot{S}_h \quad (12)$$

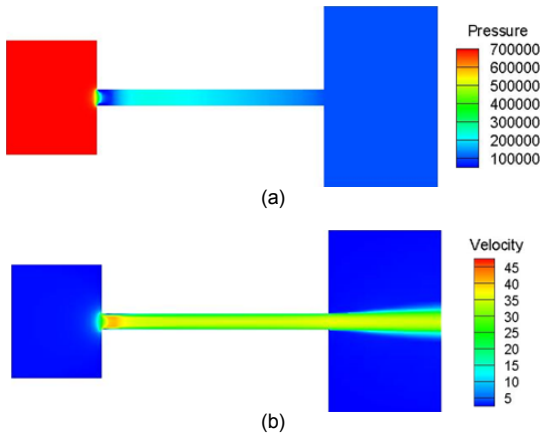


Fig. 5. (a) Pressure and (b) velocity distribution for inlet temperature of 103°C

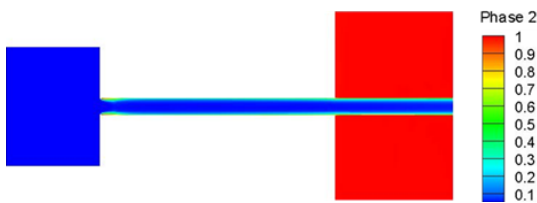


Fig. 6. Vapor volume fraction distribution for inlet temperature of 103°C

이때 소스항(\dot{S}_h)은 세 개의 영향을 고려하는데, 자세한 수식은 Smolka 등¹⁴⁾의 논문을 참조하였다.

표(look up table)로 만들어진 열역학적 상태량, 즉 온도가 파일로 저장되어 있다가, 각 시간단계에서 압력과 엔탈피를 가지고 보간법을 이용하여 이상 물질의 온도를 계산하는 방법이다. 이 방법은 Peng-Robinson이나 calorific 상태방정식을 사용하는 것에 비해 훨씬 더 정확하고 빠른 것으로 알려져 있다^{15,16)}. 그 결과 중심축을 따라 노즐출구로부터 온도는 마하 disk 근처에서 80°C까지 떨어진 후(82°C 온도강하) 다시 100°C 정도로 상승하는 결과를 얻을 수 있었다. 이는 Rossmeißl과 Wirth⁴⁾에서 측정된 기존 노즐출구에서의 온도분포와 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

3.2 노즐 입구온도 변화

이제 과열도를 감소시켜 노즐 입구온도가 103°C 인 경우에 분무 제트특성의 차이를 예측해 보고자 하였다.



Fig. 7. Temperature distribution for inlet temperature of 103°C

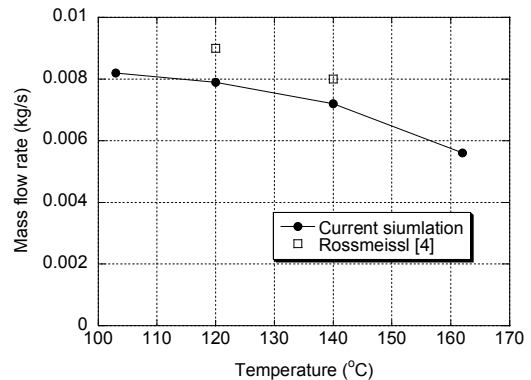


Fig. 8. Variation of mass flow rate with nozzle inlet temperature

먼저 Fig. 5 (a)에서 보듯이 압력은 과열도가 높은 경우와 비교해 볼 때, 노즐 출구 근처에서의 압력강하와 이후 상승은 보이지 않고, 노즐 내에서 지속적인 압력강하만 나타나고 있다. 따라서 속도는 Fig. 5(b)에 보듯이 마하 disk 없이 노즐 내와 출구 근처에 걸쳐 거의 일정한 속도(20-30 m/s)를 유지하고 있는 액주형태의 제트형태를 보여주고 있다. 이같은 제트형태는 Fig. 6의 vapor volume fraction 결과에서도 잘 나타나고 있으며, 거의 0-0.05 근처의 일정한 값을 가지며, 단일 액체상태를 가진다는 사실을 알 수 있다. 물론 노즐입구 목에서 압력강하로 인한 증발이 약간 발생하는 것도 관찰할 수 있다. 이 조건에서 온도는 거의 변하지 않고 입구온도 103°C를 유지하는 것을 Fig. 7에서 확인할 수 있다. 이같은 경향은 이상 급속비등이 일어나는 경우 압력강하로 인한 온도강하가 마하 disk 전에 일어나고 다시 온도가 상승하는 경향(Fig. 4[b])과는 차이가 있다는 것을 알 수 있다.

본문에는 결과가 보이지 않지만 노즐 입구온도가 120°C와 140°C인 경우를 추가적으로 계산해 보았다. 그 결과, 본문에 나타난 두 가지 극단적인 조건(103/162°C)의 중간 정도의 속도 및 온도분포를 보이는 것을 확인할 수 있었다.

Fig. 8은 노즐 입구온도에 따른 질량유량의 변화를 보여주고 있다. 162°C인 경우에 비해 온도가 감소함에 따라 질량유량이 증가하는 경향을 보여주고 있으며, 이는 이상유동(two phase)에서 단상유동(one phase)으로 변화하기 때문으로 판단된다. 마지막으로 본 연구에서의 해석 결과는 Rossmeissl과 Wirth⁴⁾에서 측정된 120°C, 140°C에서의 질량유량값에 비해 다소 낮게 예측하는 것을 확인할 수 있었다. 이는 실험에서 사용한 노즐관의 재질과 거칠기가 수치해석에서 사용한 것과 달라서 발생하는 것으로 판단된다. 이에 대한 향후 추가 연구가 필요할 것으로 보인다.

4. 결론

1) 과열도가 높은 경우, 즉 노즐 입구온도가 7 bar의 포화온도보다 3°C 적은 162°C인 경우 과소팽창

(underexpansion)의 결과로 압력 및 온도강하가 마하 disk 근처에서 발생하는 bowl 형태의 다상 급속비등 제트특성을 보여주고 있다. 특히 정확한 온도강하 예측을 위해 user-defined scalar transport equation과 열역학 상태량 표를 이용하는 등 향상된 수치해석기법을 적용하였다.

2) 과열도를 감소시켜 노즐 입구온도가 103°C인 경우에는 마하 disk 없이 노즐 내와 출구 근처에 걸쳐 거의 일정한 속도와 온도를 유지하는 단일상태를 가지는 액주형태의 제트특성을 보여 주고 있다.

3) 노즐 입구온도에 따른 질량유량의 변화는 162°C인 경우에 비해 온도가 감소함에 따라 질량유량이 증가하는 경향을 보여주고 있는데 이는 이상유동과 단상유동의 차이 때문으로 판단된다.

후 기

이 논문은 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 연구되었습니다.

References

1. S. Toesse, K. Vaagsaether, J. Lundberg, A. V. Gaathaug, D. Bjerketvedt, S. Nilsen, and C. K. Jayarathna, "Experimental study of CO₂ releases from a saturated liquid reservoir", *Energy Procedia*, Vol. 37, 2013, pp. 4818-4824, doi: <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2013.06.391>.
2. R. D. Reitz, "A photographic study of flash-boiling atomization", *Aerosol Sci. Technol.*, Vol. 12, No. 3, 1990, pp. 561-565, doi: <https://doi.org/10.1080/02786829008959370>.
3. B. S. Park and S. Y. Lee, "An experimental investigation of the flash atomization mechanism", *Atomization and Sprays*, Vol. 4, 1994, pp. 159-179, doi: <https://doi.org/10.1615/AtomizSpr.v4.i2.30>.
4. M. Rossmeissl, K. E. Wirth, "Critical mass-flow in orifice-nozzles at the disintegration of superheated liquids", in: *Spray 2006 Workshop über Sprays, Erfassung von Sprühvorgängen und Techniken der Fluidzerstäubung*, 2008, pp. 1381-1388, doi: <https://doi.org/10.1115/FEDSM2006-98043>.
5. S. Gopalakrishnan, "Modeling of thermal non-Equilibrium in superheated injector flows", Ph.D Thesis, University of Massachusetts Amherst, 2010. Retrieved from <https://scholarworks.umass.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1183&context=theses>

- n-text=open_access_dissertations.
6. R. Q. Duan, S. Koshizuka, S. Y. Jiang, Y. Oka, A. Yamaguchi, and T. Takata, "Numerical analyses of flashing jet structure and droplet size characteristics", *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 43, No. 3, 2006, pp. 285-294. Retrieved from <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/18811248.2006.9711091>.
 7. S. Negro and P. Pelloni, "The prediction of flash evaporation in superheated fuel injections for automotive applications", Presented at University of Bologna, Available Online. Retrieved from https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/54862114/neshunam.PDF?response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DThe_Prediction_of_Flash_Evaporation_in_T.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20191230%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4_request&X-Amz-Date=20191230T002706Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=83e509f125db1369072dffa6efa705217c21f0bc35760cd8f6a03c1af5412d57.
 8. L. Engelmeier, S. Pollak, E. Weidner, "Investigation of superheated liquid carbon dioxide jets for cutting applications", *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 132, 2018, pp. 33-41, doi: <https://doi.org/10.1016/j.supflu.2017.01.008>.
 9. T. C. Lin, Y. J. Shen, and M. R. Wang, "Effects of superheat on characteristics of flashing spray and snow particles produced by expanding liquid carbon dioxide", *Journal of Aerosol Science*, Vol. 61, 2013, pp. 27-35, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jaerosci.2013.03.005>.
 10. M. Pursell, "Experimental investigation of high pressure liquid CO₂ release behaviour", *Hazards XXIII, Symposium series No. 158*, 2012, pp. 164-171. Retrieved from <https://www.icheme.org/media/9029/xxiii-paper-22.pdf>.
 11. H. Zhao, S. Quan, M. Dai, E. Pomraning, P. K. Senecal, Q. Xue, M. Battistoni, and S. Som, "Validation of a three-dimensional internal nozzle flow model including automatic mesh generation and cavitation effects", *J. Eng. Gas Turbines Power*, Vol. 136, No. 9, 2014, pp. 092603, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4027193>.
 12. P. Downar-Zapolski, Z. Bilicki, L. Bolle, and J. Franco, "The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 22, No. 3, 1996, pp. 473-483, doi: [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(95\)00078-X](https://doi.org/10.1016/0301-9322(95)00078-X).
 13. J. R. Simoes-Moreira, M. M. Vieira, and E. Angelo, "Highly expanded flashing liquid jets", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 16, No. 3, 2002, pp. 415-424, doi: <https://doi.org/10.2514/2.6695>.
 14. J. Smolka, Z. Bulinski, A. Fic, A. J. Nowak, K. Banasiak, and A. Hafner, "A computational model of a transcritical R744 ejector based on a homogeneous real fluid approach", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 3, 2013, pp. 1208-1224, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.03.044>.
 15. Y. Fang, M. D. Lorenzo, P. Lafon, S. Poncet, and Y. Bartosiewicz, "An accurate and efficient look-up table equation of state for two-phase compressible flow simulations of carbon dioxide", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 57, No. 22, 2018, pp. 7676-7691, doi: <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.8b00507>.
 16. M. D. Lorenzo, P. Lafon, M. D. Matteo, M. Pelantia, J. M. Seynhaevec, and Y. Bartosiewicz, "Homogeneous two-phase flow models and accurate steam-water table look-up method for fast transient simulations", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 95, 2017, pp. 199-219, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.06.001>.