

상하단이 자유롭게 수평동요하는 수중 조파판에 의해 생성된 수면파의 근사해석

김효철¹·오정근^{2,†}·권종오³·류재문⁴

서울대학교 조선해양공학과·서울대학교 공학연구원¹

군산대학교 조선해양공학과²

특허청³

충남대학교 선박해양공학과⁴

Linear Analysis of Water Surface Waves Generated by Submerged Wave Board Whose Upper and Lower Ends Oscillate Horizontally Freely

Hyochul Kim¹·Jungkeun Oh^{2,†}·Jongoh Kwon³·Jae-Moon Lew⁴

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University·Institute of Engineering Research¹

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Kunsan National University²

Korea Intellectual Property Office³

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chungnam National University⁴

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

To derive a simplified analytic solution which can be utilized as a fundamental solution for the wave maker design, a segment of the wave board has been idealized as a submerged line segment in a two dimensional domain of a wave flume. The lower end of the line segment could be located at arbitrary depth of the wave flume and the upper end of the board could be also submerged to any depth from the free surface. The freely oscillating motion of the wave board is assumed to be defined by determining the condition of horizontal oscillation on both ends differently. The submerged wave board oscillating in horizontal direction could be specified by selecting the amplitude, frequency and the phase lag differently on lower and upper ends of the board. The simplified two dimensional wave generated by the wave board segment has been obtained by the first order perturbation method. It is found that the general solution of the freely oscillating wave board in two dimensional domain could be decomposed into the solution of flap motion with lower end hinge and swing motion with upper end hinge. The case study of the analytic solutions has been carried out to evaluate the effect on the wave height due to the difference of oscillation frequency, phase difference and variation of stroke between for the motion of both ends. It is found that the solution of the freely oscillating wave board could be utilized for the development of high performance wavemaker especially for irregular waves.

Keywords : Wave board(조파판), Submerged segment(수중요소), Free oscillation(자유 동요), Analytic solution(이론해), Wavemaker design(조파기 설계)

1. 서론

파랑 중에서 선박의 성능을 실험하기 위하여 파도를 발생시키는 문제는 고전적인 문제일 뿐 아니라 현재에도 당면한 주요

문제로 대두되고 있다. 초기의 조파기 설계에서는 기계장치로 물에 규칙적인 교란을 주고, 발생하는 파도를 계측하여 교란과 파도의 상관관계를 찾아내어 원하는 파도가 발생하도록 경험적으로 기계장치를 운전하는 방법이 사용되었다(Takezawa, 1980).

따라서 조파기 설계에서는 파도의 유체 입자 운동이 일어나도록 유체를 교란하는 기계장치를 설계하는 것을 우선 생각하였다. 동력장치와 연동되는 왕복운동 기구를 설계하는 것이 조파기 설계의 주요 내용이 되었다. 많은 유체역학 연구자들은 단순한 조파판의 운동으로 인한 이론적 근사해를 구하고 이를 근거로 조파기를 설계하게 되었다(Liao and Roddier, 1998).

이론적 해석방법이 발전되었으나 조파기에서는 충분히 신뢰할 수 있는 정밀한 정현파를 발생시키지 못하고 있다. 이론적으로 구한 파형과 실제 발생한 파도가 같아지려면 근사계산에서 무시하였던 고차 항까지를 포함하는 이론계산이 필요하다(Hughes, 1993). 하지만 불규칙파는 정현파를 중첩하여 발생시킬 수 있다는 것이 이론적 배경이 되고 있다.

우리나라에서는 1963년 서울대학교 공과대학에 중력식 예인 수조 바닥에 힌지로 고정된 조파판을 크랭크 레버 방식으로 왕복 운동시키는 조파기가 최초로 도입되었다. 당시의 조파기는 감속기로 구동되는 순수한 기계식 조파기로 규칙파만을 발생하도록 설계되었고 제한된 범위에서 파장과 파고를 변화시킬 수 있었다.

1970년대 후반부터 선형시험 수조가 연이어 건설되며 조파판을 서보모터 제어하여 2차원 파도를 발생하고 있다. 해양 수조에서는 다분할 조파기를 활용하여 불규칙 해양파를 발생시킬 수 있게 되었다. 보편적으로 사용되고 있는 조파기로는 플랩 조파기, 피스톤 조파기 그리고 플러저 조파기 등이 있다,

이들 조파기 문제의 이론해석에서는 고전적인 섭동 이론에 근거한 1차 선형 근사해법이 사용된다(Khalilabadi and Bidokhti, 2012). 수면 근처에 부분적으로 잠긴 조파판 하단이 힌지이고, 상단이 조화 왕복운동 하는 플랩 조파기 문제를 Hyun(1976)이 다룬 바 있다. Vera et al. (2015)은 삼중 플랩 조파기 문제를 같은 해석법으로 해석하였다. 수중에 잠긴 조파판 요소가 수평 방향으로 조화 병진 왕복운동 하는 피스톤 조파기 문제를 Kwon et al. (2017B)해석하였다. Wang(1974)은 수직 방향으로 일어나는 플러저 조파기 문제를 등각 사상기법으로 해석하였다.

이와 같은 선형 근사해석법을 적용한 조파기 문제에서는 조파판을 조화 왕복운동 하는 하나의 판으로 취급하고 있다. Kwon et al. (2017A & 2017B)은 수중에서 조화 왕복운동 조파판으로 해석하여 일반해를 구하였다. 이 일반해는 판이 잠기는 조건과 스트로크를 바꾸어 주면 피스톤 또는 플랩 조파기로 설치 조건과 관계없이 적용할 수 있는 일반해가 된다.

본 연구에서는 하나의 수중 조파판 요소의 상단과 하단이 자유롭게 독립적으로 조화 왕복운동 하는 기본적인 조파기 문제의 일반해를 구하였다. 일반해로부터 조파판의 운동은 상단이 동요하는 플랩 운동과 하단이 동요하는 그네 운동으로 구성되었음을 확인하였다. 이들 요소는 스트로크와 동요 주파수 그리고 위상차와 관계없이 적용할 수 있다.

새로이 얻어진 일반해는 지금까지 사용되고 있는 조파기와 달리 조파판의 상단과 하단을 독립적으로 구동할 수 있는 신형식 조파기의 기본해가 된다. 신형식 조파기는 운전자가 필요에

따라 플랩 조파기, 그네 조파기 또는 피스톤 조파기로 운전할 수 있으며 우수한 불규칙 파 발생이 가능하고 운전 중 파형의 위상변화와 파고의 조정에 활용할 수 있음을 확인하였다.

2. 수중 조파판 운동의 일차 근사해

Fig. 1에 보인 것과 같이 깊이가 h 인 이차원 유체영역에 잠긴 조파판의 상단 및 하단이 서로 다른 주파수, 위상차 및 진폭으로 수평 방향으로 조화 왕복운동을 하는 문제를 생각하자. 이는 이차원 유체영역에서 기대할 수 있는 가장 일반적인 조파 문제이다.

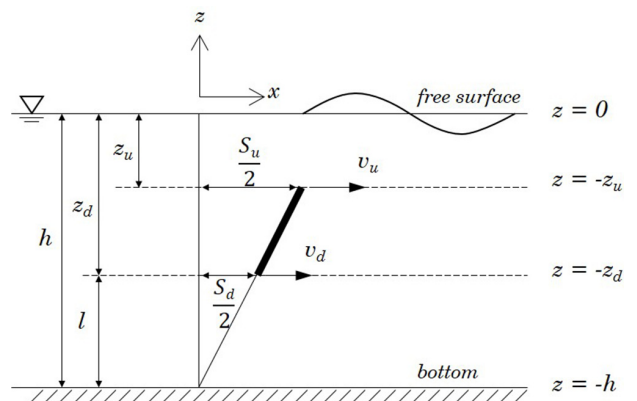


Fig. 1 Dual oscillation of submerged wave board

상단은 수면으로부터 z_u 만큼 잠기고, 하단은 z_d 만큼 잠긴 조파판 양단의 동요 주파수를 σ_u, σ_d , 위상차를 α_u, α_d 라 정의하고, 스트로크를 각각 S_u, S_d , 속도 성분을 v_u 와 v_d 로 표시하자.

생각하는 문제는 라플라스 방정식을 만족하고 경계조건을 만족하는 속도 퍼텐셜을 구하는 문제로 선형화된 자유수면 경계조건과 수조 바닥에서의 경계조건 및 조파판에서의 경계조건을 만족해야 하며, 수중 조파판의 상단과 하단에서는 동요로 인한 교란 속도는 식(1),(2)로 나타낼 수 있다.

$$v_u = \frac{S_u}{2} \sigma_u \cos(\sigma_u t + \alpha_u) \tag{1}$$

$$v_d = \frac{S_d}{2} \sigma_d \cos(\sigma_d t + \alpha_d) \tag{2}$$

조파판 상단과 하단의 스트로크를 조파판의 길이로 무차원화하면 조파판 상·하단의 무차원 진폭 C_u 및 C_d 는 식(3)과 식(4)으로 각각 표시할 수 있다.

$$\frac{S_u}{2(z_d - z_u)} = C_u \tag{3}$$

$$\frac{S_d}{2(z_d - z_u)} = C_d \quad (4)$$

이상의 관계를 사용하면 깊이가 h 인 유체영역에서 $x = 0$, $t = 0$ 일 때 조파판의 상단과 하단이 각기 다른 조화 왕복 운동할 때의 경계조건을 식(5)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} v_{-z_u}^0 &= 0 \\ v_{-z_d}^- &= C_u(z+z_d)\sigma_u \cos(\sigma_u t + \alpha_u) \\ &\quad - C_d(z+z_u)\sigma_d \cos(\sigma_d t + \alpha_d) \\ v_{-h}^- &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

위의 경계조건을 만족하는 조파판의 수중운동에 대한 속도 퍼텐셜은 섭동 해석법으로 구할 수 있다. 일차 섭동 인지만을 고려한 근사해에는 정재파(standing wave)성분이 포함되지만 조파판으로부터 멀어질수록 급격히 줄어들어 수심의 3배 정도 멀어지면 99%이상 소멸되므로 이를 무시하고 조파판에서 발생하여 진행하는 파의 성분만을 사용하였다(Oh et al., 2017). 즉 속도 퍼텐셜로부터 얻어지는 수평방향 속도는 수평방향 유속을 나타내는 경계조건 식(5)과 같아야 하므로 식(6)이 성립해야 한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{-z_u}^0 &= 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{-z_d}^- &= C_u(z+z_d)\sigma_u \cos(\sigma_u t + \alpha_u) \\ &\quad - C_d(z+z_u)\sigma_d \cos(\sigma_d t + \alpha_d) \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{-h}^- &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

유한수심 유체영역에서 발생하는 파도를 나타내는 속도 퍼텐셜을 식(7)과 같이 상단과 하단의 퍼텐셜, ϕ_1 과 ϕ_2 로 나누어 표기하면 상단과 하단의 조화 왕복운동으로 인한 속도 성분은 식(8)과 식(9)으로 나타낼 수 있다.

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = C_u(z+z_d)\sigma_u \cos(\sigma_u t + \alpha_u) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = -C_d(z+z_u)\sigma_d \cos(\sigma_d t + \alpha_d) \quad (9)$$

한편 유한수심의 유체영역에서 분산관계식을 만족하는 속도 퍼텐셜은 Dean and Dalrymple(2007)의 방법으로 식(10)과 같이 파수 k_{u3} 과 k_{d3} 그리고 무한급수의 계수 C_{u_n} 과 C_{d_n} 로 표시된다.

$$\begin{aligned} \phi(x, z, t) &= A_u \cosh[k_u(h+z)] \sin(k_u x - \sigma_u t - \alpha_u) \\ &\quad + A_d \cosh[k_d(h+z)] \sin(k_d x - \sigma_d t - \alpha_d) \\ &\quad + \cos(\sigma_u t) \sum_{n=1}^{\infty} C_{u_n} e^{-k_{u3_n} x} \cos[k_{u3_n}(z+h)] \\ &\quad + \cos(\sigma_d t) \sum_{n=1}^{\infty} C_{d_n} e^{-k_{d3_n} x} \cos[k_{d3_n}(z+h)] \end{aligned} \quad (10)$$

식(10)으로부터 수평 방향 속도를 구하여 식(5)의 경계조건을 적용하면 $0 > z > -h$ 에서는 다음 식들이 성립하여야 한다.

$$\begin{aligned} k_u A_u \cosh[k_u(h+z)] \cos(k_u x - \sigma_u t - \alpha_u) \\ - \cos(\sigma_u t) \sum_{n=1}^{\infty} C_{u_n} k_{u3_n} e^{-k_{u3_n} x} \cos[k_{u3_n}(z+h)] \\ = C_u(z+z_d)\sigma_u \cos(\sigma_u t + \alpha_u) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} k_d A_d \cosh[k_d(h+z)] \cos(k_d x - \sigma_d t - \alpha_d) \\ - \cos(\sigma_d t) \sum_{n=1}^{\infty} C_{d_n} k_{d3_n} e^{-k_{d3_n} x} \cos[k_{d3_n}(z+h)] \\ = -C_d(z+z_u)\sigma_d \cos(\sigma_d t + \alpha_d) \end{aligned} \quad (12)$$

이들은 $x = 0$ 일 때 $z \in (-h, 0)$ 에서 만족해야 하며, 이 식들의 양변에 $\cosh[k(h+z)]$ 를 곱하고 z 에 대하여 적분하면 식(11)과 식(12)의 무한급수를 포함하는 항들은 Strum-Liouville 이론, 즉 고유함수의 직교성에 의하여 모두 0이 되어 식(13)과 식(14)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} A_u &= \frac{4\sigma_u C_u}{\sinh 2k_u h + 2k_u h} \\ &\quad \times \left(+ \frac{1}{k_u} [(z_d - z_u)] \sinh k_u (h - z_u) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k_u^2} (\cosh k_u (h - z_u) - \cosh k_u (h - z_d)) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} A_d &= \frac{4\sigma_d C_d}{\sinh 2k_d h + 2k_d h} \\ &\quad \times \left(- \frac{1}{k_d} (z_d - z_u) \sinh k_d (h - z_d) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k_d^2} [\cosh k_d (h - z_u) - \cosh k_d (h - z_d)] \right) \end{aligned} \quad (14)$$

발생파의 파고를 선형중첩으로 구하면 파형은 파수, 진동수, 위상차를 사용하여 식(15)와 같이 표시할 수 있다. 다른 한편으로 속도 퍼텐셜을 사용하여 자유표면 파고에 대한 일차 근사해를 구하면 식(16)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \eta(x, t) &= \frac{H_u}{2} \cos(k_u x - \sigma_u t - \alpha_u) \\ &\quad + \frac{H_d}{2} \cos(k_d x - \sigma_d t - \alpha_d) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \eta(x, t) &= \frac{A_u \sigma_u}{g} \cosh(k_u h) \cos(k_u x - \sigma_u t - \alpha_u) \\ &\quad + \frac{A_d \sigma_d}{g} \cosh(k_d h) \cos(k_d x - \sigma_d t - \alpha_d) \end{aligned} \quad (16)$$

유한수심에서의 분산관계식과 식(13) 및 식(14)의 관계를 이용하면 조파판 상단의 동요로 발생하는 파고는 식(17)으로 표시되고 하단의 동요에 따른 파고는 식(18)으로 표시된다. 즉 조파판에서 발생한 파도의 파고는 하단한지-상단플랩 상태에서 발생하는 파고와 상단한지-하단그네 상태에서 발생하는 파고로 구성된다.

$$H_u = \frac{8C_u \sinh k_u h}{\sinh 2k_u h + 2k_u h} \times \left(\begin{aligned} &+(z_d - z_u) \sinh k_u (h - z_u) \\ &-\frac{1}{k_u} [\cosh k_u (h - z_u) - \cosh k_u (h - z_d)] \end{aligned} \right) \quad (17)$$

$$H_d = \frac{8C_d \sinh k_d h}{\sinh 2k_d h + 2k_d h} \times \left(\begin{aligned} &-(z_d - z_u) \sinh k_d (h - z_d) \\ &+\frac{1}{k_d} [\cosh k_d (h - z_u) - \cosh k_d (h - z_d)] \end{aligned} \right) \quad (18)$$

식(17)과 식(18)을 식(15)에 대입하고 식(3)과 식(4)를 사용하면 조파판에서 발생하는 파형은 식(19)으로 표시된다.

$$\eta(x, t) = \frac{4S_u \sinh k_u h \times \cos(k_u x - \sigma_u t - \alpha_u)}{\sinh 2k_u h + 2k_u h} \times \left(\begin{aligned} &+\sinh k_u (h - z_u) \\ &-\frac{\cosh k_u (h - z_u) - \cosh k_u (h - z_d)}{k_u (z_d - z_u)} \end{aligned} \right) + \frac{4S_d \sinh k_d h \times \cos(k_d x - \sigma_d t - \alpha_d)}{\sinh 2k_d h + 2k_d h} \times \left(\begin{aligned} &-\sinh k_d (h - z_d) \\ &+\frac{\cosh k_d (h - z_u) - \cosh k_d (h - z_d)}{k_d (z_d - z_u)} \end{aligned} \right) \quad (19)$$

3 조파판 운동에 대한 이론해의 검토

3.1 상단과 하단이 다르게 동요하는 조파판의 파 발생 성분

상단과 하단이 다르게 동요하는 조파판에 의하여 발생하는 파도의 파고를 나타내는 식(19)의 첫 번째 항을 살펴보자. 첫 번째 항에서 파의 전파특성을 나타내는 성분 $\cos(k_u x - \sigma_u t - \alpha_u)$ 와 스트로크 S_u 를 제외한 나머지는 물의 깊이와 조파판의 설치위치 그리고 파수로 결정되는 상수항으로 조파판 상단의 스트로크와 파고 사이의 전달함수가 된다. 식(17)에 $k_u = k$, $z_u = 0$, $z_d = h - l$ 등을 대입하면 식(20)이 얻어진다. 이는 스트로크 S_u 로 동요하는 일부가 잠긴 플랩 조파기에 대한 Hyun(1976) 및 Kwon et al.(2017B)의 해와 같다.

$$\frac{H}{S_u} = \frac{4 \sinh kh}{(\sinh 2kh + 2kh)} \times \left(\sinh kh - \frac{\cosh kh - \cosh kl}{k(h-l)} \right) \quad (20)$$

식(19)의 두 번째 항에 대하여서도 같은 조건을 식(18)에 적용하면 식(21)이 얻어지는데 이는 상단에 힌지가 있고 하단이 스트로크 S_d 로 동요하는 조파판에 대한 Kwon et al.(2017B)의 결과와 일치한다.

$$\frac{H}{S_d} = \frac{4 \sinh kh}{(\sinh 2kh + 2kh)} \times \left(-\sinh kl + \frac{\cosh kh - \cosh kl}{k(h-l)} \right) \quad (21)$$

다른 한편으로 조파판의 상단동요에 따르는 파형과 하단동요로 인하여 얻어지는 파형을 합성하여 상단과 하단이 독립적으로 작동하는 조파판이 형성하는 파형을 얻을 수 있다. 따라서 식(17)과 식(18)을 사용하면 조파판이 형성하는 파고는 식(22)으로 표현되고 파고-스트로크 비 H/S는 식(23)으로 나타낼 수 있다. 상단과 하단의 스트로크가 다른 조파판이 식(22)와 식(23)을 만족하려면 전체 조파판의 스트로크는 식(24)로 표현할 수 있다.

$$H = H_u + H_d \quad (22)$$

$$\frac{H}{S} = \frac{H_u}{S_u} + \frac{H_d}{S_d} \quad (23)$$

$$S = \frac{S_u S_d (H_u + H_d)}{H_u S_d + H_d S_u} \quad (24)$$

따라서, 식(23)에 식(17)과 식(18)을 이용하여 상단과 하단 각각의 스트로크 비를 넣고 정리하면 식(25)과 같이 표현할 수 있다. 이 식은 파고와 식(24)으로 표현된 전체 조파판의 스트로크와의 비로 표현한 것으로, 상단과 하단이 서로 다르게 움직이고 있을 때의 파고-스트로크 비가 어떤 인자들에 의하여 결정되는지를 쉽게 파악할 수 있는 특징이 있다.

$$\frac{H}{S} = \frac{4 \sinh k_u h}{\sinh 2k_u h + 2k_u h} \times \left(\begin{aligned} &+\sinh k_u (h - z_u) - \frac{\cosh k_u (h - z_u) - \cosh k_u (h - z_d)}{k_u (z_d - z_u)} \end{aligned} \right) + \frac{4 \sinh k_d h}{\sinh 2k_d h + 2k_d h} \times \left(\begin{aligned} &-\sinh k_d (h - z_d) + \frac{\cosh k_d (h - z_u) - \cosh k_d (h - z_d)}{k_d (z_d - z_u)} \end{aligned} \right) \quad (25)$$

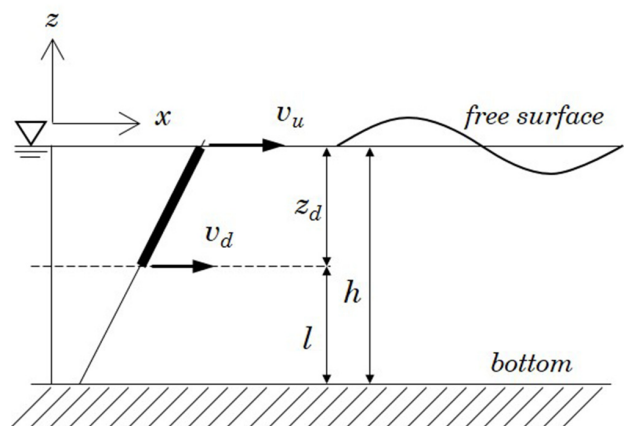


Fig. 2 Partly submerged wave board

일반적인 조파판은 상단이 노출되어 있으므로 물에 잠긴 부분에 대한 수중운동은 Fig. 2에서 보인 것과 같이 나타낼 수 있다. 위의 조파판 운동은 하단이 힌지로 고정되고 상단이 S_u 로

동요하는 성분과 상단이 힌지로 고정되어 하단이 S_d 로 동요하는 성분으로 나누어진다. 특수한 경우로서 피스톤 조파기일 때는 $S = S_u = S_d$ 의 관계가 성립하며 $k = k_d = k_u$ 로 표현할 수 있으므로, 식 (25)에 포함된 \cosh 항이 소멸하여 Kwon et al.(2017B)의 결과와 같이 식(26)으로 간략하게 표시된다.

$$\frac{H}{S} = \frac{4 \sinh kh [\sinh k(h - z_u) - \sinh k(h - z_d)]}{\sinh 2kh + 2kh} \quad (26)$$

수심이 일정한 실험실에서는 수심과 파수를 곱하여 얻어지는 무차원 파수인 kh 값과 H/S , H_u/S_u , H_d/S_d 등으로 표시되는 파고-스트로크 비의 관계를 조사한 것이 Fig. 3이다.

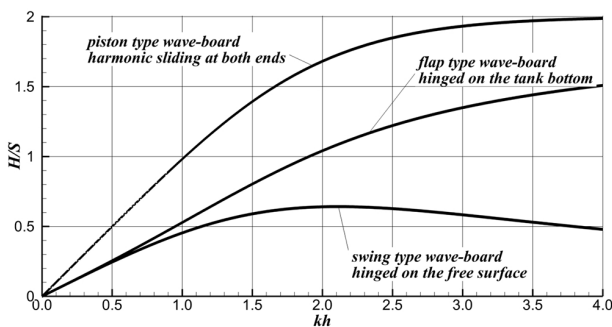


Fig. 3 Wave height-to-stroke-ratio of Piston type wave board and flap type wave board

이 결과로부터 특정 무차원 파수에서의 조파판의 피스톤 운동으로 얻어지는 파고-스트로크 비는 하단힌지 조파판이 플랩 운동할 때의 파고-스트로크 비와 상단힌지 조파판이 플랩 운동할 때의 파고-스트로크 비의 합이 되는 것을 확인할 수 있다.

3.2 상단과 하단의 동요가 다른 조파판요소의 수심영향

실험실에서 파도 발생을 목적으로 사용하고 있는 조파판을 보면 수면으로부터 바닥까지 전체에 걸쳐 조파판을 설치하기도 하지만 대부분의 수면 근처의 일정 깊이까지만 조파판을 설치하고 있다. 조파판을 구성하는 판 요소가 수면으로부터 잠기는 깊이에 따라 발생 파고에 미치는 영향을 알아보기 위하여 판 요소의 길이($z_u - z_d$)가 수심의 20% 정도($0.2h$)인 조파판 요소에 대하여 계산을 수행하였다. 조파판 요소가 잠기는 깊이 ($z_d - z_u$)/2를 h 로 무차원화하고 무차원 깊이가 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9인 5 가지 경우를 대상으로 하였다. 즉 상단이 수면과 일치하는 판 요소로부터 잠기는 깊이를 수심의 20%씩 증가시켜 판 요소의 하면이 수조 바닥과 일치할 때까지 잠기는 깊이를 바꾸어가며 계산을 수행하여 Fig. 4에 종합하여 표기하였다.

Fig. 4를 살펴보면 조파판 구성요소가 수면으로부터 잠기는 깊이가 증가하면 할수록 파고-스트로크 비가 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 또한, 조파판의 힌지 점이 수조 바닥에 있고 위

쪽 부분이 플랩 운동할 때의 파고-스트로크 비를 나타낸 Fig. 4의 제일 위쪽 결과와 그다음에 표시한 조파판의 힌지 점이 자유 수면에 있고 아래쪽이 플랩 운동을 일으킬 때의 파고-스트로크 비를 합하여주면 제일 아래쪽에 표시된 피스톤 운동으로 인한 파고-스트로크 비가 얻어지는 것을 확인할 수 있다. 다른 한편으로 피스톤 운동을 하는 조파판이 수면으로부터 수조 바닥까지 설치되었을 때는 조파판의 상단과 하단을 $z_u = 0$, $z_d = h$ 로 표시할 수 있다. 조파판의 상단을 부분 절단하여 조파판 상단이 z_u 만큼 수중에 잠기도록 바꾸어 z_u/h 가 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 인 5가지 경우에 대하여 무차원 파수의 변화에 대한 파고-스트로크 비를 계산하고 Fig. 5의 위쪽에 보였다. 그리고 조파판의 하단 부분을 절단하여 조파판이 z_d 보다 아래 쪽으로는 조파판을 개방하여 z_d/h 가 1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2 인 다섯 가지 경우에 대하여 계산하여 무차원 파수의 변화에 대한 파고-스트로크 비를 Fig. 5의 아래쪽에 나타내었다.

Fig. 4에 높이가 수심의 20%이고 잠기는 깊이에 따른 파고-스트로크 비를 무차원 파수 kh 에 대하여 조사하였다. 따라서 피스톤 조파판을 예로 들면 Fig. 4의 아래쪽에 있는 피스톤 운동을 하는

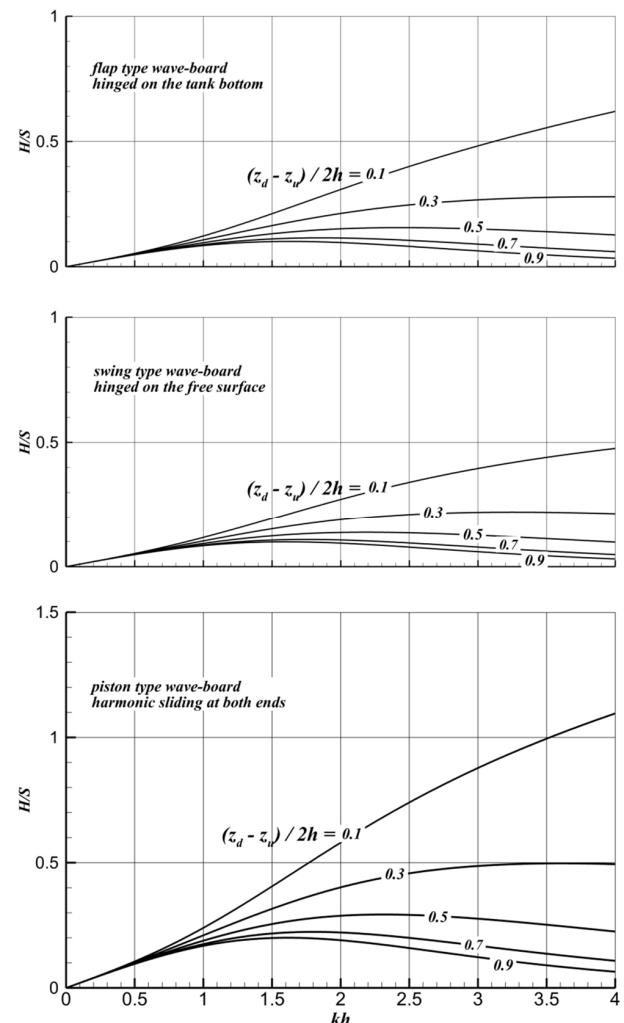


Fig. 4 Submergence effect of wave board segment

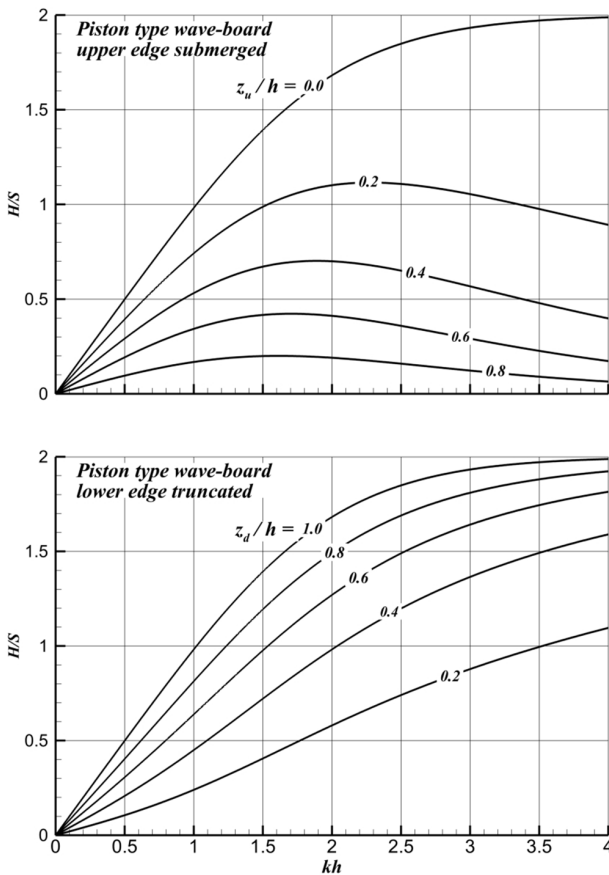


Fig. 5 Submergence effect of piston type wave board on wave height-stroke ratio vs kh

수중 조파판들을 서로 연결하면 수면으로부터 바닥까지 설치된 피스톤 조파판의 상단 또는 하단 일부를 제거하고 직접 계산한 Fig. 5의 결과를 나타낼 수 있다. Fig. 4의 판 요소들에 대한 무차원 파수의 변화에 대한 파고-스트로크 비를 계산한 결과들을 합산하여 단일 조파판으로 직접 계산한 Fig. 5의 결과를 얻을 수 있다.

3.3 조파판 상단과 하단의 동요 파수 변화의 영향

조파판의 상단과 하단의 동요 파수 변화가 파형에 미치는 영향을 알아보기 위하여 Fig. 2에 표기된 것과 같이 수심의 50%까지 잠겨있는 조파판을 대상으로 선정하였다. 파수 변화의 영향을 조사하기 위하여 상단과 하단이 동일한 스트로크와 동일한 파수로 운전하는 상태 즉 피스톤 조파판으로 운전하는 경우를 비교의 기준으로 하였다. 피스톤 조파판의 무차원 파수가 $kh \cong 1.0$ 일 때를 계산 대상으로 선정하였다. 그리고 장차 실험하는 경우를 고려하여 단면의 폭이 400mm이고 수심이 250mm인 이차원 수조를 대상으로 하였다. 계산 편의상 $x = 0$ 이고 $\alpha_u = \alpha_d = 0$ 인 경우를 비교검토의 대상으로 하였다.

식(15)에 식(17)과 식(18)을 대입하면 원하는 파형을 구할 수 있다. 여기서 파수와 주파수, 파장과 파주기 그리고 전파속도 사이에는 식 (27)의 관계가 성립된다.

$$\frac{\sigma}{k} = \frac{\lambda}{t} = c \tag{27}$$

위의 관계를 생각하면 주파수 변화의 영향, 파장 변화의 영향, 파 전파속도 변화의 영향에 대하여도 표기를 바꾸고 계산하는 것으로 검토할 수 있다.

조파판이 Table 1에 보인 것과 같이 조파판의 상단과 하단이 세 가지 서로 다른 조건으로 운동을 일으켰을 때 파형을 계산하고, 계산 결과를 Fig. 6에 나타내었다.

Table 1 Condition of wave profile calculation

	oscillation part	generated wave		
		length (m)	number (rad/m)	frequency (rad/s)
piston type	upper end	1.5	4.19	5.66
	lower end	1.5	4.19	5.66
lower hinged flap type	upper end	1.125	5.59	6.99
	lower end	1.5	4.19	5.66
upper hinged swing type	upper end	1.5	4.19	5.66
	lower end	1.125	5.59	6.99

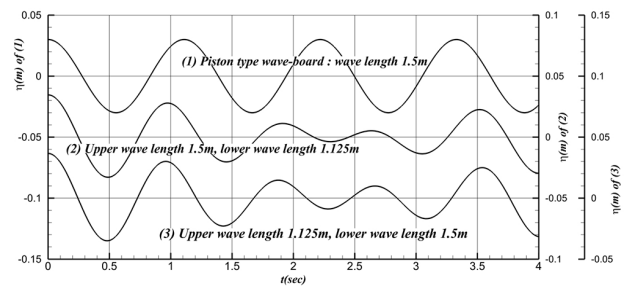


Fig. 6 Effect of the variation of dual mode oscillation on generated wave profile

Table 1에 보인 바와 같이 피스톤형 조파기를 운전하여 형성되는 파장이 1.5 m인 파도를 비교계산의 기준으로 설정하였다. Fig. 6에서 확인할 수 있는 바와 같이 조파판의 동요 특성을 같이 하며 피스톤 조파기로 운전하였을 때는 규칙파가 얻어진다.

이에 대하여 상단 또는 하단의 동요특성을 바꾸어 파장이 1.125m인 파도가 발생하도록 운전하면 상단동요에 의한 파도와 하단동요로 인하여 발생하는 파형이 바뀌므로 이들 파형의 합성으로 Fig. 6과 같이 맥놀이 현상을 일으키며 변화되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 조파판 상단의 동요 특성과 하단의 동요 특성을 독립적으로 제어하는 조파기를 활용하면 보다 많은 성분 파를 발생시킬 수 있어서 불규칙 파의 특성을 보다 확실하게 생성시킬 수 있을 것으로 기대할 수 있다.

3.4 조파판 상단과 하단의 동요의 위상차에 따른 영향

조파판 상단과 하단의 횡 동요 운동이 위상 차이가 있을 때는 상단 운동으로 발생한 파형과 하단의 운동으로 인하여 발생

한 파형에도 변화가 나타난다. 즉 성분 파형을 합성한 식 (15)에서 위상차가 $\alpha_u \neq \alpha_d$ 이면 위상차의 영향이 파형에 나타난다. 예컨대 $\alpha_u = 0$ 이고 $\alpha_d = 0, 0.5\pi, \pi, 1.5\pi$ 일 때는 식 (15)는 식 (28) ~ 식 (31)로 바뀌게 된다. Fig. 2에 주어진 조파판에서 상단과 하단의 횡 동요 운동의 위상차가 파형에 미치는 영향을 계산하여 Fig. 7에 비교하였다.

$$\eta(x, t) = \frac{H_u}{2} \cos(k_u x - \sigma_u t) + \frac{H_d}{2} \cos(k_d x - \sigma_d t) \quad (28)$$

$$\eta(x, t) = \frac{H_u}{2} \cos(k_u x - \sigma_u t) + \frac{H_d}{2} \sin(k_d x - \sigma_d t) \quad (29)$$

$$\eta(x, t) = \frac{H_u}{2} \cos(k_u x - \sigma_u t) - \frac{H_d}{2} \cos(k_d x - \sigma_d t) \quad (30)$$

$$\eta(x, t) = \frac{H_u}{2} \cos(k_u x - \sigma_u t) - \frac{H_d}{2} \sin(k_d x - \sigma_d t) \quad (31)$$

조파판이 피스톤 운동하는 경우를 Fig. 7의 곡선 중에서 가장 위의 곡선으로 나타내었다. 위에서 두 번째 곡선은 위상차가 0.5π 인 경우이고, 세 번째 곡선은 위상차가 π 인 경우이며, 제일 아래쪽의 곡선은 위상차가 1.5π 인 경우이다. 이들 곡선을 살펴보면 조파판 상단동요와 하단동요의 위상차에 따라서 파형의 변화와 파형의 위상이동이 생기는 것을 확인할 수 있다. 위상차가 0.5π 일 때는 파정이 전방으로 옮겨지고 1.5π 인 경우에는 파정이 후방으로 옮겨지며 파고가 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 그리고 위상차가 π 일 때는 역 위상이 되므로 파고가 상쇄되어 조파판이 운동하더라도 발생 파형 대부분이 소멸하는 것이 나타났다. 수치 계산 예에서는 무차원파수 $kh = 1.0472$ 일 때 $H_u/S_u = 0.3041$ 이고 $H_d/S_d = 0.2713$ 이므로 $(H_u/S_u)/(H_d/S_d) \approx 1.1$ 가 되어 상쇄 효과가 크게 나타난다. 그런데 $kh = 4.0$ 인 경우를 생각하면 $(H_u/S_u)/(H_d/S_d) \approx 3.0$ 정도가 되어 상쇄 효과가 크게 줄어들며 kh 가 커질수록 감쇄효과는 줄어들게 된다.

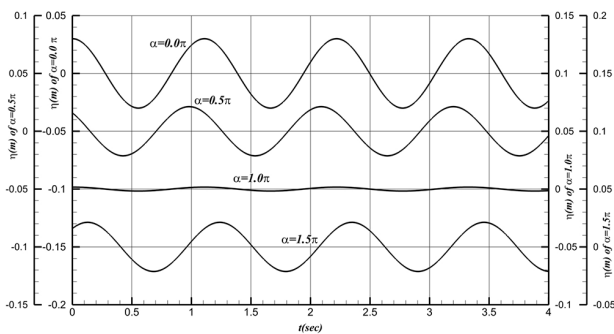


Fig. 7 Effect of phase lag of the dual mode oscillation

3.5 상단과 하단의 스트로크 차이와 발생파고의 관계

조파판의 운동으로 발생하는 파도의 파고는 식 (19)와 같이 표시되고 식(3)과 식(4)의 관계를 사용하여 계산할 수 있다. 즉, 조파판 운동으로 인한 파형은 식(19)에 표시한 바와 같이 조파

판 하단을 힌지 점으로 플랩 운동할 때의 파형인 첫 번째 항과 상단을 힌지 점으로 조파판이 그네 운동을 할 때의 파형을 나타내는 두 번째 항의 합으로 나타내진다. 이들 두 개의 항은 서로 컬레를 이루는 식(17)과 식(18)을 사용하여 계산되는 항으로 스트로크에 비례하여 변한다. 따라서 조파판 하단의 스트로크가 줄어들면 하단 운동으로 발생하는 파형도 스트로크에 비례하여 줄어들어 하단 부분의 스트로크가 없다면 피스톤 조파기는 하단에 힌지 점이 있는 통상의 플랩 조파기 문제가 된다. 특수한 경우로서 조파기의 상·하단 스트로크가 역 위상일 때는 식 (32)과 같이 조파판 중간 위치에 스트로크가 0인 가상의 힌지 점이 나타난다.

$$z_h = z_u + \frac{S_u}{S_u + S_d} (z_d - z_u) = 0.125 \frac{S_u}{S_u + S_d} \quad (32)$$

Fig. 6와 Fig. 7에 표기된 계산 예와 같은 피스톤 조파판 상단과 하단의 조화 왕복운동이 π 만큼의 위상차를 가질 때 하단 스트로크의 값이 상단의 스트로크 값의 1.0, 0.6667, 0.3333, 0.0 배가 되는 네 가지 경우에 대하여 계산한 결과를 Fig. 8에 나타내었다.

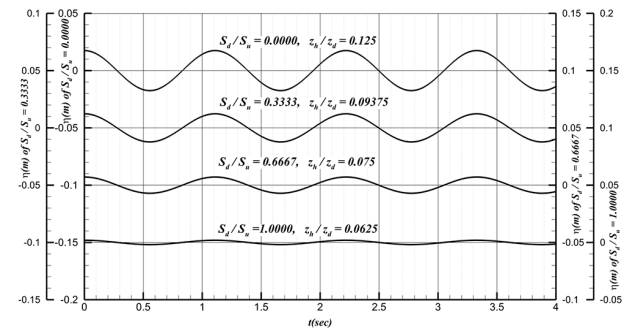


Fig. 8 Wave profile vs variation of lower end stroke of wave board with 180° phase lag

계산에서는 조파판이 $z_u = 0, z_d = 0.125$ 로 직립 상태에서 스트로크를 $S_u = S_d = 0.115$ 로 피스톤 운동으로 작동하는 상태를 표준으로 하였다. 따라서 $S_u/(S_u + S_d)$ 가 1.0, 0.75, 0.6, 0.5인 경우를 식(32)에 대입하면 가상의 힌지 점 위치의 z_h/z_d 는 0.125, 0.09375, 0.075, 0.0625에 해당한다.

이상에서는 조파판의 이론 해에서 하단 스트로크를 변화시키는데 따르는 파형의 변화를 살펴보았다. 이론 해에서 컬레를 이루는 상단의 스트로크를 변화시켜주면 Fig. 3에 주어진 바와 같이 상단동요 경우와 하단동요 경우에 파고-스트로크 비가 달라지는데 따른 영향이 나타날 뿐이며 유사한 성향의 변화가 일어나는 것을 쉽게 유추할 수 있다.

4. 조파기 이론해 적용의 제약조건

2차원 유체영역에 Fig. 1에 표시된 것과 같이 잠겨있는 판

요소의 상단과 하단이 서로 다른 운전 조건으로 단순 조화 왕복 운동을 하는 문제에 대한 제1차 근사해석을 섭동 이론으로 해석하였다. 조파판의 상단과 하단이 스트로크와 주파수 그리고 위상차가 있는 가장 일반적인 조건을 적용하였다. 얻어진 해는 선형해로서 2차원 유체영역에서 적용되지만, 선형 해를 적용하여 설계한 조파기의 실험결과들에서는 파고-스트로크 비는 이론값과 10% 정도의 오차가 나타나는 것으로 밝혀져 있다. 따라서 조파 문제에 적용하려면 몇 가지 제약조건을 이해할 필요가 있다.

두 번째, 물리적으로 유체 입자 운동이 이론해석 결과를 구현할 수 없을 때가 있다. 물 깊이의 영향과 파면 경사를 더 이상 유지할 수 없어서 파형이 붕괴하는 물리적인 한계가 나타나기 때문이다. 즉 파고와 수심 사이에는 $H/h \leq 0.78$ 의 관계가 성립하고 파면의 경사는 $H/L \leq 0.142$ 의 관계가 성립하는 경우에만 파형의 붕괴를 피할 수 있다(Dean & Dalrymple 2007).

마지막으로 이론해석에 사용한 조건에 부합하는 기구학적으로 타당한 조파기를 만들 수 있어야 한다. 직립 상태에 있던 조파판의 상단 또는 하단이 수평 방향으로 조화 왕복운동을 일으키면 어느 한끝은 수평 위치를 유지하며 수직 방향으로 변위가 허용될 수 있어야 한다. 따라서 조파판의 길이가 정하여져 있으므로 조파기가 기구적으로 적합하기 위하여서는 별도의 링크기구를 도입하여야 한다. 또 기구를 도입하였을 때 기구적으로 신뢰할 수 있는 선형 왕복운동을 얻기 위하여서는 동작 허용범위를 미리 결정할 수 있어야 한다(Kim et al., 2018A & Kim et al., 2018B).

5. 결 언

임의의 깊이에 잠겨있는 2차원 평판요소가 수평 방향으로 조화 왕복운동을 하는 경우의 유동을 라플라스 방정식으로 정식화하고 섭동 해석법을 적용하여 1차 근사해를 구하였다. 이론해석에서는 조파판의 상단과 하단의 스트로크가 서로 다를 뿐 아니라 주파수와 위상차를 독립적으로 지정할 수 있도록 하였다.

얻어진 해는 수중에 잠겨있는 평판요소의 상단과 하단을 독립적으로 제어할 수 있는 조파판 운동에 관한 선형 해에 해당한다. 따라서 판 요소의 상단과 하단의 잠긴 깊이를 다르게 지정할 수 있을 뿐 아니라 상단과 하단의 운동 특성을 지정하여 다양한 조파판 운동을 나타낼 수 있다.

본 연구에서 도출한 해에서 상단과 하단의 주파수를 조절하여 2성분 합성 파를 생성할 수 있음을 확인하였다. 위상차를 조절하면 합성 파의 위상변화를 있음이 확인되었으며 역 위상인 상태에서는 파를 상쇄시킬 수 있음이 확인되었다. 스트로크를 조절하며 위상차를 함께 조절하면 보다 다양한 파도의 발생이 가능할 것으로 판단된다.

이론해석으로 얻어진 해는 가장 일반화된 해로서 본문에서 예시한 것과 같이 피스톤 운동이나 플랩 운동 또는 그네 운동에 무관하게 적용되고 조파판 전체 또는 일부분이 수중에 잠겨있

거나 수면을 관통하는 조파판의 상단과 하단을 독립적으로 제어하여 얻어지는 모든 형태의 조파 운동에 대하여서도 적용이 가능한 일차 근사해로써 공학적 가치가 매우 높다.

선형 해는 본질적으로 중첩할 수 있으므로 수치계산을 통하여 이론해석이 불가능하다고 생각되는 다양한 운동을 일으키는 조파기의 해석에도 중첩하여 손쉽게 수치적 근사해를 구하는데 활용할 수 있을 것이다. 또한, 불규칙 파 특성을 보다 우수하게 발생시키는데 활용될 수 있을 것이 기대된다.

현재의 이론에 따라서 새로운 형식의 조파기(Kim et al., 2018A & 2018B)를 설계 제작하여 설치하고 이론해석과 실험 계측 결과를 비교 검증하는 후속 연구를 계획하고 있다.

후 기

본 연구는 서울대학교 공학연구원이 지원하는 공과대학 명예교수의 연구 성과 정량화와 학문수준 제고를 위한 사업의 지원을 받아 수행된 것으로서 2017년도 한국연구재단 이공분야기초연구사업(NRF-2017R1D1A1B03036478)으로 실험 장비를 설계 제작하고, 선박해양시스템기술연구조합의 지원으로 충남대학교의 2차원 수조에서 실험을 수행할 예정임을 밝힙니다. 본 연구를 지원해주신 서울대학교 공학연구원, 군산대학교 공과대학 및 충남대학교 공과대학에 감사드립니다.

Reference

- Dean, R.G. & Dalrymple, R.A., 2007, *Water wave mechanics for engineers and scientists*, World Scientific (Advanced series on Ocean Engineering), New Jersey.
- Hughes, S.A., 1993, *Physical Model and Laboratory Techniques in Coastal Engineering*, USA.
- Hyun, J.M., 1976, Theory for Hinged Wavemakers of Finite Draft in water of Constant Depth, *Journal of Hydrodynamics*, Vol 10, No. 1, pp.2-7.
- Kim, H., Lew, J.M., Oh, J., Kim, J.S., Kim, W.S., Kim, I.H. & Kim, W.J., Wave generator for ship model test with wave board which oscillating in dual mode, *KR Patent 10-2018-0019183*, filed Feb. 19, 2018A.
- Kim, H., Lew, J.M., Oh, J., Kim, J.S., Kim, W.S., Kim, I.H. & Kim, W.J., Wave generator composed with wave board and appended reinforcing flap for ship model test, *KR Patent 10-2018-000296*, filed Jan. 2, 2018B.
- Khalilabadi, M.R. & Biddokhti, A.A., 2012, Design and construction of an optimum wave flume, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 5(3), pp.99-103.
- Kwon, J.O., Kim, H., Lew, J.M. & Oh, J., 2017A, Analytic solution of oscillating submerged vertical board segment by

perturbation method and its characteristics, *Korean Towing Tank Conference Spring Meeting*, Inha University.

Kwon, J.O., Kim, H., Lew, J.M. & Oh, J., 2017B, Simplified analytic solution of submerged wave board motion and its application on the design of wave generator, *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 54(6), pp.461-469.

Liao, S.W. & Roddier, D., 1998, Simulation of breaking waves—Theory and Experiments, *Society of Naval Architects and Marine Engineers(SNAME) North California Section*.

Oh, J., Kim, J.Y., Kim, H., Kwon, J.O. & Lew, J.M., 2017, Approximate solution of vertical wave board oscillating in submerged condition and its design application, *2017 Annual Autumn Conference, The Society of Naval Architects of Korea, Yeosu EXPO*.

Wang, S., 1974, Plunger-type wavemakers: Theory and experiment. *Journal of Hydraulic Research*, 12(3), pp.357-388.

Takezawa, S., 1980, Waves of the wave basin for the offshore structure experiments, *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 613, pp.376-387.

Halfiani, V., Muraif & Ramli, M., 2015, Triple-flap wavemaker based on linear wave theory, *Bulletin of Mathematics*, Vol. 07, No. 01.

