韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2019.33.4.471
제 33집 제 4호, 2019. 11. 471-488

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 33, No. 4, Nov. 2019. 471-488

2015 개정 교육과정에 따른 <수학 Ⅱ> 교과서에 나타난 수학사 활용 유형 분석

김 은 숙 (충북남성중학교 교사)
조 완 영 (충북대학교 교수)†

본 연구의 목적은 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서의 수학사 활용 실태를 분석하는 데 목적이 있다. 연구 목적을 달성하기 위해 Jankvist(2009)의 수학사 활용에 대한 이유와 방법에 따른 수학사 활용 유형을 토대로 2015 개정 교육과정에 따른 9종의 <수학Ⅱ> 교과서에 나타난 수학사 활용 유형의 분포와 특징을 분석하였다. 분석 결과 첫째, 수학교과서에 제시된 수학사 과제가 대부분 정의적 도구로 사용되었고, 인지적 도구나 목표에 해당하는 과제는 소수에 불과했다. 둘째, 정의적 도구로 분류된 수학사 과제 대부분이 수학사나 수학자의 일화를 소개하는 것이고 수학자가 겪었던 어려움 등을 통해 수학의 인간적 측면을 보여주는 수학자 과제는 1개이다. 셋째, 정의적 도구와 목표로 분류된 수학사 과제는 모두 설명 자료이고, 인지적 도구로 분류된 수학사 과제 10개 중 2개는 설명 자료, 8개는 모듈 자료이다. 수학교육에서 수학사 활용의 중요성과 가치를 고려할 때, 인지적 도구-모듈 자료, 목표-모듈 자료 형식의 수학사 과제를 개발하고 이를 교과서나 수학 수업에서 적극 활용할 필요가 있다.

Ⅰ. 서론

수학의 역사는 인류의 역사와 더불어 시작되었다고 할 만큼 오래되었다. 학교수학에서 학생들이 배우는 수학 개념이나 원리 등은 대부분 실세계에 대한 경험과 문제로부터 발생하여 역사적 발달 과정을 통해 점진적으로 형식화된 것이다. 수학의 역사 발달 과정을 보면 수학은 인간 활동의 산물이며, 수학자들도 어려움을 겪었음을 알 수 있다. 역사 발생적 원리에 따르면 수학의 역사적 발달 과정은 학교수학의 교재 구성의 근거가 되며, 수학자들이 경험한 어려움을 학생들도 경험할 것이라고 예측할 수 있다.

수학교육에서 수학사 활용의 중요성과 가치는 여러 가지 측면에서 생각할 수 있다. 수학사는 수학에 대한 흥미와 동기 유발은 물론 수학 개념의 역동적인 발전과정이나 창의적 문제해결 과정에 대한 이해를 통해 수학 개념과 원리의 이해 등에도 도움이 되고, 다양한 문화와 수학의 발달 사이의 상호 작용을 이해하는데도 도움이 된다. 허민(1997)은 흥미나 동기유발 외에 수학의 유용성과 문화적 가치, 수학은 발전하는 학문임을 인식시킬 수 있고, 수학의 '인간화'를 도모할 수 있으며, 수학학습의 어려움을 이해할 수 있고 교수방법을 개선할 수 있다는 점을 근거로 수학교육에서 수학사를 도입할 필요성을 주장하고 있다(우정호, 민세영, 정연준, 2003). 수학교육의 주요 이론인 Lakatos의 준경험주의, Freudental의 수학화 이론은 현대적인 역사 발생적 원리에 기반을 두고 있으며(민세영, 2002), Toeplitz(1963)가 수학의 역사 자체보다는 근원문제, 사실 및 그 증명의 발생과 이러한 발생의 결정적인 관점의 전환이 중요하다고 주장한 것에서도 수학교육에서 수학사 활용의 중요성을 찾을 수 있다(우정호, 2007, 재인용).

* 접수일(2019년 11월 11일), 심사(수정)일(2019년 11월 18일), 게재확정일(2019년 11월 18일)
* ZDM분류 : U24
* MSC2000분류 : 97U20
* 주제어 : <수학Ⅱ> 교과서의 수학사 활용, 정의적 도구, 인지적 도구, 목표, 설명 자료, 모듈 자료
† 교신저자 : wycho@cbu.ac.kr

수학사 활용에 대한 예비 수학교사와 수학교사의 인식 조사 연구(이계송, 2000;, 문현진, 1996; 김상화, 1999; 우정호·민세영·정연준, 2003; 심상길, 2010; 최은아, 2015)에서 수학교사들도 수학사의 교육적 가치에 대해 매우 긍정적으로 인식하고 있는 것으로 나타났다. 심상길(2010)은 예비교사 70명을 대상으로 한 설문조사에서 '3. 수학교사는 수학사에 대해 잘 알아야 된다고 생각한다.'라는 물음에 긍정적으로 응답한 예비교사가 92.9%(65명), '4. 수학사의 활용은 학생들의 수학학습에 도움이 된다고 생각한다.'에 88.6%(52명)가 긍정적으로 응답하였음을 보고하였다.

그러나 우리나라의 수학과 교육과정에서는 수학사에 대한 언급을 찾을 수 없으며, 교과서에 제시된 수학사는 단원의 도입이나 단원의 마무리 또는 보조 설명 자료로 제시되어 학생들의 흥미를 유발하기 위한 동기로서의 역할을 하는 것이 대부분이다(권오남, 박정숙, 김은지, 2013). 이러한 경향은 수학사를 활용하는 수학수업이 학생들의 수학학습태도에 미치는 긍정적 영향에 대한 연구(김기원, 감혜성, 2003), 수학교과서에 수학사를 도입하는 것이 학생들의 학습동기와 의욕을 높일 수 있다는 연구(이성철, 전상표, 2004) 등에서도 확인할 수 있다. 즉 수학교육에서 수학사를 활용하는 이유는 주로 정의적 측면을 중심으로 논의되어 왔다.

그러나 수학사는 수학교육 특히 수학 교과서나 수학 수업에서 정의적 측면 외에 보다 다양한 측면에서 활용될 수 있다. 우정호, 민세영, 정연준(2003, pp. 565-566)은 수학교육학 관련 강좌를 담당하고 있거나 수학사 강좌를 담당하고 있는 사범대학과 교육대학의 교수 33명을 대상으로 '교사가 수학사에 대한 지식을 가져야 하는 이유'에 대해 설문조사를 한 결과 정의적 도구 차원에서 응답을 한 교수가 15명, 인지적 도구 측면에서 답변한 교수가 17명으로 나타났다고 보고하였다. 즉 수학 교사교육자인 교수들은 수학사가 흥미와 동기유발과 같은 정의적 도구로 활용될 수도 있고, 학생들의 수학 개념 이해를 지원하기 위한 인지적 도구로 사용할 수도 있음을 인식하고 있는 것으로 해석된다. 한편 권오남, 박정숙, 김은지(2013)는 구체적 조작물 역할을 할 수 있는 수학기계를 활용한 수업 방법을 통해 수학사의 다양한 측면 자체가 수학학습의 대상이 될 수 있다는 목표로서의 수학사 관점에서 수학사를 활용한 예를 제시한 바 있다.

수학교육에서 수학사를 보다 충실히 활용하기 위해서는 수학사의 활용 유형을 범주화할 필요가 있다. Jankvist(2009)는 수학사 활용에 대한 선행연구를 분석하여 수학교육에서 수학사를 왜, 어떻게 활용하는가를 기준으로 범주화하였다. Jankvist(2009)는 수학사를 활용하는 이유를 도구로서의 수학사와 목표로서의 수학사, 수학사를 활용하는 방법을 설명자료(illumination), 모듈 자료(modules), 수학사 기반 자료로 구분하였다. 도구로서의 수학사 활용을 정의적 도구와 인지적 도구, 역사 발생적 도구로 구분하였다. 수학교육에서 수학사 활용에 대한 Jankvist(2009)의 범주화는 이유와 방법을 토대로 수학교육에서 수학사 활용의 다양한 측면을 정리했다는 점에서 의미가 있으며, 특히 인지적 도구와 목표로서의 수학사 활용은 수학교육에서 수학사를 보다 더 유연하고 다양하게 활용할 기회를 제공한다.

본 연구는 Jankvist(2009)의 수학사 활용에 대한 이유와 방법에 따른 수학사 활용 유형을 토대로 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서의 수학사 활용 실태를 분석하는 데 목적이 있다. 수학 교과서의 수학사 활용 실태 분석을 통해 궁극적으로 수학사를 보다 더 포괄적이고 유용하게 활용할 수 있는 방안을 탐색할 수 있을 것이다. 이러한 연구 목적을 달성하기 위해 '2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서에 나타난 수학사 활용 유형의 분포와 특징은 어떠한가?'를 연구문제로 설정하였다.

Ⅱ. Jankvist(2009)의 수학사 활용 유형[1]

---

1) Janvist(2009)의 논문「A categorijation of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education」에 제시된 수학사 활용 유형을 토대로 논의한 것이다.

수학 교육에서 수학사의 교육적 활용의 중요성과 가치에 대한 많은 논의에도 불구하고 수학사의 활용은 대부분 정의적 측면에 머물러 있으며, 교육과정 구성은 물론 실제 수학수업에 깊게 뿌리는 내리고 있지 못하다(우정호, 1998). 수학교육에서 수학을 보다 적극적으로 활용하기 위해서는 수학사를 왜, 어떻게 활용해야 하는지를 명확히 할 필요가 있다. 수학교육에서 수학사 활용에 대한 유형을 다양한 방법으로 범주화할 수 있다(Jankvist, 2009; Siu, 1997; 장혜원, 2015). Jankvist(2009)는 수학사 활용에 대한 선행연구를 분석하여 수학교육에서 수학사를 왜, 어떻게 활용하는가를 기준으로 범주화하였으며, Siu(1997)는 수업 시간(주로 대학에서)에 수학사를 활용하는 유형을 A(일화; Anecdotes), B(개요: Broad outline), C(내용: Content), D(개발: Development) 즉 ABCD로 구분하여 그 의미와 효과를 제시하였다(정현, 2015, 재인용). 또한 장혜원(2015)은 수학학습을 위한 부수적·소극적 접근과 본질적·적극적 접근으로 구분하여 중국의 수학 교과서에서 나타난 수학사 활용 실테를 분석하였다. Siu(1997)의 수학사 활용 범주 ABCD는 수학사를 '어떻게' 활용하는가를 기반으로 범주화한 것으로 해석되며, 활용 효과에 대한 설명에는 수학사를 활용하는 '이유'가 포함되어 있으며(정현, 2015, 재인용), 장혜원(2015)의 분류는 '어떻게'라는 방법적 측면에서 이루어졌다. 본 장에서는 Jankvist(2009)의 수학사 활용 유형을 구체적으로 논의한 후 Siu(1997)와 장혜원(2015)의 분류가 Jankvist(2009)의 수학사 활용 유형으로 재분류될 수 있음을 논의한다.

Jankvist(2009)는 수학사 활용에 대한 선행연구를 분석하여 수학교육에서 수학사를 왜, 어떻게 활용하는가를 기준으로 범주화하였으며, 수학사를 활용하는 이유를 도구로서의 수학사와 목표로서의 수학사, 수학사를 활용하는 방법을 설명자료(illumination), 모듈 자료(modules), 수학사 기반 자료로 범주화하였다. 수학교육에서 수학사를 활용하는 이유를 도구로서의 수학사와 목표로서의 수학사 두 가지로 구분하였다.

도구로서의 수학사란 수학사가 수학 교수·학습을 지원하기 위한 도구로 활용된다는 의미로 정의적 도구, 인지적 도구, 역사 발생적 도구로 구분된다. 정의(affect)는 '학습과정에서 학생들이 갖는 감정, 느낌, 흥미, 학습태도, 신념, 동기 등을 종합적으로 말하는 것으로 수학을 공부할 때 특히 낯설고 어려운 수학문제를 해결할 때 문제 자체에 대한 두려움이나 문제를 풀지 못하면 어쩌나 하는 걱정스러운 마음, 문제를 해결하지 못했을 때 오는 좌절감 등도 정의적 영역에 포함된다. 정의적 도구란 수학사가 수학 교수·학습에서 이러한 정의적 영역을 지원하기 위해 활용된다는 의미로, 수학사가 정의적 도구로 활용되는 예로는 동기 유발, 수학 주제에 대한 흥미와 열정 유지, 수학의 인간적 측면을 보여 주는 것 등이 있다. 수학의 발달 과정에서 수학자들이 경험했던 어려움을 알게 되면 같은 수학 개념을 학습하는 학생들도 자신들이 겪는 어려움에 대해 편안한 감정을 갖게 될 것이다.

'인지(cognition)는 '인간이 지식을 생각하고 배우고, 기억하고 판단하며 문제를 해결하는 과정에서 지식을 사용하는 인식과 관련된 정신적·의식적 과정 또는 구조에 대한 총칭'으로 인지적 영역은 환경이나 대상과 인지구조의 상호작용을 통해 발달해 가는 정신능력과 관련이 있다. 인지적 도구란 수학사가 수학 교수·학습에서 인지적 영역을 지원하기 위해 활용된다는 의미이다. 수학사가 인지적 도구로 활용되는 예로는 다양한 관점과 표현의 비교, 수학의 역사발생 과정을 토대로 가설학습 경로를 구성하는 것 등이 있다. 수학의 역사 발생과정에서 수학자들이 겪었던 인식론적 장애를 분석하여 학생들이 부딪힐 장애를 찾아내고 그것을 극복하도록 도와주는 것 또한 수학사를 인지적 도구로 활용하는 예이다. 수학의 역사에서 나타나는 아이디어의 발달 과정에 대한 인식론적 반성을 통해 수학 개념의 핵심 아이디어와 다양한 접근 방법을 제공함으로써 교수학적 분석을 보다 풍부하게 할 수 있다.

역사 발생적 도구는 정의적 도구, 인지적 도구와는 다른 차원의 구분으로 수학교육에서 역사발생 원리를 적용하는 방식으로 수학사를 활용하는 것을 의미한다. Jankvist(2009)는 고전적 역사발생 원리와 현대적 역사발생 원리를 구분하지 않고 제시했지만 본 논문에서는 현대적 역사발생 원리를 따른다. 현대적 역사발생 원리란 '개체발생은 계통 발생을 반복한다.'는 헤켈의 재현의 법칙 즉 수학의 역사 발달과 개인의 수학학습 사이의 완전하고 연속적인 평행성 대신 불연속적이고 비약이 있는 평행성을 가정한다. 역사발생 원리가 수학교재의 구성이나 수학 교수학습에 중요한 역할을 하는 것은 명확하지만 교과서 개발 과정에서 직접적으로 드러나지 않기 때문에

수학교과서 자체만을 보고 수학사 활용 유형을 분석하기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 역사 발생적 도구를 분석틀에 포함시키지 않았다.

목표로서의 수학사란 수학사의 여러 가지 측면들을 학습하는 것 자체가 목표라는 의미이다. 목표로서의 수학사는 수학사 자체를 학습하는 것이 아니라 학문으로서의 수학의 역사발생 과정의 다양한 측면에 초점을 둔다는 점에 주목해야 한다(Jankvist, 2009). 수학사를 이용하여 수학은 인간 활동의 산물이며 다양한 시대와 사회문화에서 수학이 존재하고 발달해 왔음을 보여주는 것, 이러한 문화가 수학발달에 영향을 끼쳤으며, 반대로 수학의 발달이 사회문화에 영향을 끼쳤음을 보여주는 것, 수학 발달에 수학 내·외적 요소가 어떤 영향을 끼쳤는지를 보여주는 것도 목표로서의 수학사에 포함된다. 수학의 역사를 아는 것이 결과적으로 수학을 더 잘 그리고 더 깊이 있게 이해하는데 긍정적인 역할을 하더라도 이것이 주요 목적이 아닌 경우는 목표로서의 수학사 활용으로 범주화할 수 있다.

한편 Jankvist(2009)는 수학사를 활용하는 방법을 설명 자료(illumination), 모듈(modules) 자료, 수학사 기반 접근 세 가지로 구분하였다. 설명 자료는 수학사 관련 정보를 보충자료로 활용하는 것이다. Tzanakis와 Arcavi(2000)가 ‘개별적인 사실적 정보’ 또는 ‘역사적 정보’라 언급한 것들은 설명 자료에 해당되며, 수학자 소개, 시대, 유명한 업적과 사건, 연대표, 전기, 역사적으로 유명한 문제와 질문, 일화와 수학사 이야기, 수학 개념의 발견에 관한 설명 등이 여기에 해당된다(Jankvist, 2009, 재인용).

모듈은 수학사 자료를 수업 단위로 제시하는 것을 말한다. Jankvist(2009)는 모듈 자료를 그 크기에 따라 1-2시간 분량의 교육과정의 수학 주제와 관련이 있는 모듈, 반드시 교육과정의 수학주제와 관련될 필요가 없는 10-20시간 분량의 모듈, 수학사에 관한 내용을 한 학기 동안 다루는 모듈로 구분한다. 모듈 자료로 분류될 수 있는 교과서의 수학사 자료들은 대부분 1시간 이내의 작은 크기이며 수학사 자체가 독립 과목으로 편성된 사례도 없다. 따라서 본 연구에서는 모듈을 교육과정의 수학 주제와 관련이 있고 학생의 수학적 이해를 위한 질문을 포함하고 있으며, 1시간 이내에 다룰 수 있는 것으로 정의한다.

수학사 기반 접근(history-based approaches)은 수학사의 발달에 기반을 둔 접근 방법으로 모듈 자료와 달리 수학사에 관한 내용을 직접 다루지 않고 간접적인 방법으로 다룬다. 수학사 기반 접근은 수학 주제가 제시되는 순서와 방법과 관련이 있으며 이러한 의미에서 역사 발생적 원리와 밀접하게 연결된다. 도구로서의 수학사 활용에서 역사발생 도구와 마찬가지로 수학사 기반 접근은 교과서 자체만으로는 분석하기 어렵기 때문에 교과서 분석틀에서 제외하였다.

<표 Ⅱ-1> Siu Man-Keung의 수학사 활용 범주(ABCD)의 의미 및 효과(정현, 2015, 재인용)

범주	의미	효과
A (Anecdotes)	· 수학의 일화 · 수학자의 일화	· 흥미유발 (촉매제) · 위대한 창조자들에 대한 존경심
B (Broad outline)	· 도입단계 : 전체적인 개요제시 · 마지막 단계 : 다시 한 번 정리 · 큰 역사적 흐름	· 배워야 할 내용의 동기유발과 새로운 관점을 제공 · 알고 있는 지식간의 관계 파악
C (Content)	· 수학 그 자체를 밝힘 · 기존 연구에 대한 비평	· 수학에 대한 이해를 고양 시킴
D (Development)	· 수학적 아이디어의 개발 · 교과서의 참고문헌을 선택한 주제에 따라 발표와 서면 제출 · (두 명씩)프로젝트 수행	· 강의가 좀 더 깊이 있는 토론식 수업 가능

Siu(1997)은 수학사의 활용 범주를 <표 Ⅱ-1>과 같이 요약할 수 있다(정현, 2015, 재인용). 범주 A는 수학이나 수학자 이야기를 소개하는 것을 의미하며 흥미유발이나 위대한 수학자들에 대한 존경심을 갖도록 하는 효과

가 있다. 범주 B는 단원의 도입 또는 마무리 단계에서 관련된 수학사의 개요를 제시하는 것으로 동기유발과 새로운 관점을 제공하고 알고 있는 지식 사이의 관계를 파악하는데 도움이 된다. 범주 C(내용: Content)는 수학 내용 자체나 수학자 연구에 대한 비평에 관한 것으로 수학에 대한 이해를 돕는 효과가 있다. 범주 D(개발: Development)는 수학적 아이디어의 개발, 프로젝트 수행 등에 관한 것으로 심도 있는 토론식 수업을 가능하게 하는 효과가 있다.

범주 A에서 의미 수학이나 수학자의 일화는 Jankvist(2009)의 방법 설명 자료에 해당되며, 효과는 정의적 도구로 분류된다. 범주 B에서 의미는 설명 자료로 분류되며, 효과에서 동기유발은 정의적 도구로 새로운 관점을 제공하거나 알고 있는 지식 사이의 관계를 파악하는 것은 인지적 도구로 분류될 수 있다. 범주 C에서는 방법은 드러나지 않지만 수학사를 활용하는 이유는 '수학에 대한 이해를 고양시킨다.'는 점에서 인지적 도구로 분류된다. 범주 D는 Siu가 대학생을 대상으로 1976년부터 강의해 온 교과목 「수학적 아이디어의 개발」에서의 수학사 활용 사례로, 수학의 역사에 대한 몇 가지 사료를 제시하고 이를 토대로 학생들이 프로젝트를 수행하고 그 결과를 발표하는 방식으로 강의가 진행된 것을 요약한 것이다. 수학을 강조하고 수학사 자체를 이해하는 것이 상당 부분 포함되어 있어 Jankvist(2009)의 범주화의 대상이 아니다.

장혜원(2015)은 수학교육에서 수학사를 활용하는 방안을 수학학습을 위한 부수적·소극적 접근과 본질적·적극적 접근으로 구분하였다. 전자에는 수학 학습 동기 유발, 수학의 문화적 가치 전달, 역사 속 수학적 일화에 대한 흥미를 현재로 전이시키는 것 등이 있고, 후자에는 학습 내용의 이해에 초점을 맞추어 수학 자체의 이해를 돕기 위한 수학사 활용이 포함된다(장혜원, 2015, p.18). 장혜원은 이를 토대로 중국 수학 교과서의 수학사 활용을 분석하는 연구에서 분석틀을 다음과 같이 제시하였다.

<표 II-2> 분석틀(장혜원, 2015)

활용 범주	유형	예	코드
적극적 활용 (개념, 문제상황, 정당화)	도입을 위한 역사적 맥락	분수의 필요성, 수의 발달과 확장	A1
	오늘날에 대응하는 수학사 속의 지식	산대로 표시한 숫자 미지수의 옛날 표시법	A2
	수학사 속의 방법 비교 및 대안적 방법	격자곱셈 헤론공식과 진구소공식의 동치	A3
	수학사 속의 문제 활용	구장산술, 해도산경, 손자산경의 문제	A4
	수학사 속의 정당화 사례	구고정리의 증명	A5
	수학사 속의 오개념, 오류 탐구	·	A6
소극적 활용 (동기유발, 흥미, 읽을거리)	관련 수학자의 업적, 일화 수학책 소개	가우스의 자연수 합 데카르트의 직각좌표계	P1
	수학적 개념 및 기호의 역사	방정식의 역사, 연산 기호의 유래 곱셈구구	P2
	수학사 속의 사실, 문제, 추측, 도구 등의 소개	칠교판, 물시계, 넓이 단위인 무	P3

장혜원(2015)은 부수적 접근과 본질적·적극적 접근이 공유되는 부분이 있어 정확한 분리는 어렵지만, 목적상 후자에서 수학적 지식에 대한 이해를 도모하는 인지적·인식론적인 측면의 활용과 전자에서 배경 지식을 확장함으로써 동기유발을 통한 흥미를 격려하는 부차적인 측면에서의 접근으로 구분할 수 있다고 하였다. 이러한 주장에 따르면 전자는 Jankvist(2009)의 정의적 도구로 후자는 인지적 도구로 분류할 수 있다.

결과적으로 수학교육에서 수학사 활용 이유와 방법을 토대로 Jankvist(2009)가 범주화한 수학사 활용 유형은 수학교육에서 수학사를 어떻게 활용하고 있는지 또는 어떻게 활용해야 하는지를 논의할 때 좋은 준거가 될 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 분석 대상

2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서는 함수의 극한, 미분법, 적분법 3개의 대단원으로 구성되어 있으며, 2009 개정 교육과정의 <미적분Ⅰ> 교과서에 포함되었던 수열의 극한 단원은 제외되었다. 2015 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서는 모두 9종이며, 수학사를 왜, 어떻게 활용하고 있는지를 알아보기 위하여 9종의 <수학Ⅱ> 교과서에 제시된 수학사 과제 모두를 분석하였다. 9종의 <수학Ⅱ> 교과서를 출판사 이름의 가나다순으로 정렬하여 A-H로 표기하였다.

9종의 교과서와 각 교과서에 제시된 수학사 과제의 개수는 <표 Ⅲ-1>과 같으며 저자들에 따라 수학사 과제의 개수가 차이가 남을 알 수 있다. B 교과서와 D 교과서는 수학사 과제 개수가 18개로 가장 많았으며, C 교과서와 E 교과서는 수학사 과제 개수가 3개로 가장 적었다. C 교과서는 대단원 도입 부분에서만 관련 개념의 역사적 사실과 활용 범위를 제시하였고, E 교과서는 개념 설명 과정에서만 관련된 수학자에 대한 정보를 단순히 제공하고 있었다(박교식 외, 2018; 김원경 외, 2018).

<표 Ⅲ-1> 수학교과서의 수학사 과제 개수

2015 개정 교육과정 <수학Ⅱ> 교과서			
출판사(가나다순)	저자	기호	수학사 과제 개수
㈜교학사	권오남 외 15인	A	8
㈜금성출판사	배종숙 외 6인	B	18
동아출판(주)	박교식 외 19인	C	3
㈜미래엔	황선욱 외 8인	D	17
㈜비상교육	김원경 외 14인	E	3
㈜좋은책신사고	고성은 외 6인	F	14
㈜지학사	홍성복 외 10인	G	8
㈜천재교과서	류희찬 외 10인	H	5
㈜천재교육	이준열 외 9인	I	5
계			81

2. 분석 도구

교과서에 제시된 수학사 자료는 일반적으로 동기 또는 흥미를 유발을 위한 수학자 소개, 읽기 자료, 내용 이해를 위한 보충 자료 등 다양한 의도를 가지고 있으며, 대단원 또는 중단원의 도입부분, 본문의 내용을 설명하는 과정, 단원의 마무리 부분 등 자료를 제시하는 위치도 다양하다. 그러나 저자들이 수학사 자료를 제시할 때 어떤 의도를 가지고 수학사 자료를 구성하고 배치한다고 해석할 수 있다. 또한 교사들은 저자들의 의도에 따르거나 재해석하여 교과서에 제시된 수학사 자료를 활용할 수 있다.

수학사를 활용하는 이유가 어떤 범주에 속하는가는 활용 당사자의 의도와 수학사 활용 사례를 해석하여 판단할 수 있다. 수학사를 수학과 다른 학문 사이의 연결고리로 활용할 때, 의도가 이것을 통해 학생들의 동기를 유발하는 데 있다면 정의적 도구로 활용된 것이고, 다른 학문 분야의 문제를 해결하는 과정에서 수학 개념이 발생

했음을 보여주는 데 의도가 있다면 목표로서의 수학사에 해당된다(Jankvist, 2009). 본 연구는 교과서에 제시된 수학사 자료를 Jankvist(2009)가 제시한 수학사를 활용하는 이유와 방법을 기준으로 분류한 수학사 활용 유형을 기준으로 분석하는데 있다. 따라서 수학사 자료가 실제로 수업에서 어떻게 활용될 수 있는지를 고려하지 않으며, 교과서에 제시된 수학사 자료를 토대로 저자의 의도가 어떤 것인지를 해석하는 것에 초점을 둔다.

Jankvist(2009)는 수학사를 활용하는 이유를 도구와 목표로 분류하였으며, 도구로서의 수학사 활용을 다시 정의적 도구, 인지적 도구, 역사 발생적 도구로 분류하였다. 또한 수학사를 활용하는 방법을 설명자료, 모듈자료, 수학사 기반 자료로 구분하였다. 이유와 방법을 종합하면 6가지의 유형이 나오지만 이러한 6가지 유형을 개별화하는 것은 큰 의미가 없다고 판단하여 본 연구에서는 수학사 자료를 활용한 이유와 방법을 중심으로 분류하였으며 이러한 분석틀을 <표 Ⅲ-2>와 <표 Ⅲ-3>과 같이 요약할 수 있다.

<표 Ⅲ-2> 분석틀(이유)

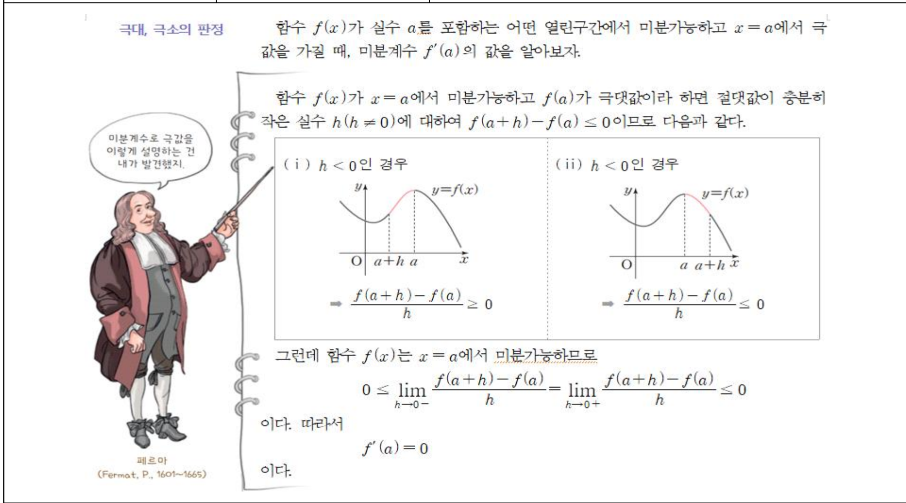
<table>
<tr><th colspan="4">이유(why)</th></tr>
<tr><th colspan="2">분류</th><th>내용</th><th>예</th></tr>
<tr><td rowspan="2">도구
(tool)</td><td>정의적
도구</td><td>-동기유발
-흥미와 열정 유지,
-수학의 인간적 측면</td><td>-수학 또는 수학자 소개
-연대표
-수학자의 어려움 등과 관련된 역사 이야기</td></tr>
<tr><td>인지적
도구</td><td>-다양한 관점과 표현 비교
-인지 장애의 확인과 극복</td><td>-수학사를 근거로 수학 이해
(문제 포함)</td></tr>
<tr><td colspan="2">목표(goal)</td><td>-시대와 지역에 따른 수학의 모습과 발전과정
-인간 활동의 산물로서의 수학 인식
-문화와 수학 발달의 상호 영향</td><td></td></tr>
</table>

<표 Ⅲ-3> 분석틀(방법)

<table>
<tr><th colspan="2">방법(how)</th></tr>
<tr><th>분류</th><th>내용</th></tr>
<tr><td>설명 자료
(illumination)</td><td>-유명한 연구결과와 사건
-연대표, 수학자 소개
-역사적 근원 문제와 같은 사실적 정보 제공</td></tr>
<tr><td>모듈 자료
(module)</td><td>-수업 단위
-수학사 자료와 학생활동 연결</td></tr>
</table>

3. 분석방법

9종의 <수학 Ⅱ> 교과서에 제시된 수학사 과제를 수집하여 [그림 Ⅲ-1]과 같은 방법으로 분석하였다. [그림 Ⅲ-1]에서 ‘과제 번호’는 교과서-단원-단원 내의 수학사 과제 번호를 나타낸 것으로 H-Ⅱ-3은 H 교과서의 Ⅱ 단원 즉 미분의 세 번째 수학사 자료임을 의미한다. ‘위치’는 수학사 자료의 교과서 상의 위치를 의미하며, 단원 도입부분, 본문, 단원 마무리로 구분하였다. ‘본문’은 수학사 과제가 내용 전개 과정에서 교과서의 ‘날개’에 제시되었음을 의미한다. [그림 Ⅲ-1]은 극대, 극소의 판정법을 설명하면서 이 방법을 발견한 사람이 수학자 페르마임을 소개하고 있어 ‘위치’는 본문에 해당한다. 위치는 본 논문의 연구문제와 관련이 없지만 수학사 활용 유형을 분류하는데 도움이 되기 때문에 분석방법에 포함하였다.

<table>
<tr><td rowspan="2">H 교과서</td><td>과제 번호</td><td>H-Ⅱ-3</td></tr>
<tr><td>대단원 명</td><td>미분(극대, 극소의 판정)</td></tr>
<tr><td colspan="3">
</td></tr>
<tr><td>수학사 활용 범주</td><td>분석 기준</td><td>특징</td></tr>
<tr><td>이유</td><td>정의적 도구</td><td>극대, 극소 판정법을 설명하는 과정에서 발견한 사람이 수학자 페르마임을 제시</td></tr>
<tr><td>방법</td><td>설명 자료</td><td>단순히 수학자 소개</td></tr>
<tr><td>위치</td><td colspan="2">본문</td></tr>
</table>

[그림 Ⅲ-1] 수학사 과제 분석 방법

2개 이상의 유형이 나타나는 수학과제가 있을 경우, 더 두드러지게 나타나는 유형으로 분류하되 그 정도가 유사한 경우는 중복해서 분류하였다. 예를 들어 [그림 Ⅲ-2]는 H 교과서 미분단원에 제시된 수학사 과제로 연속함수는 미분가능하다고 생각했던 수학자들이 모든 점에서 연속이지만 미분 불가능한 함수를 발견한 후 당황했던 역사적 사실과 더불어 연속함수지만 미분 불가능한 세 번째 함수인 블랑망제 함수를 소개하고 있다. 이 수학사 과제는 정의적 도구, 목표로서의 수학사는 물론 인지적 도구로도 해석이 가능하다. “난 연속함수이지만 미분 불가능한 함수로부터 공포와 증오를 느꼈다네.”라는 프랑스의 수학자 에르미트의 이야기는 수학의 인간적 측면을 보여주고 있으며 이를 통해 학생들은 수학에 대한 두려움이 감소되고 안도감을 느낄 수 있다는 점에서 정의적 도구로 분류할 수 있다. 또한 연속함수는 모든 점에서 기울기를 구할 수 있는 미분 가능한 함수라고 생각했었지만, 모든 점에서 연속이지만 모든 점에서 미분 불가능한 함수를 발견하여 수학의 발달이 이루어졌음을 보여주고 있고, ‘블랑망제 함수 곡선’이라는 이름에 문화가 영향을 끼치고 있음을 보여준다는 점에서 목표로서의 수학사 활용 예로 분류할 수 있다. 또한 이 자료를 연속이지만 미분가능하지 않은 함수의 예를 보여줌으로써 “함수 $y=f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하면 $y=f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.”는 정리의 역이 성립하지 않는다는 것을 설명할 수 있다는 의미에서 인지적 도구로 분류될 수도 있다. 그러나 교과서에서 읽기 자료로 제시되어 있고, 인지적 도구로서의 활용은 잘 드러나지 않기 때문에 이 자료는 정의적 도구와 목표로서의 수학사 활용으로 분류하였다. 또한 이와 같이 하나의 수학과제가 두 가지의 범주로 분류될 때 하나는 (1)과 같이 괄호로 표시하였다.

H 교과서	과제 번호	H-Ⅱ-1
	대단원 명	미분(미분가능성과 연속)

수학사 활용 범주	분석 기준	특징
이유	정의적 도구 목표	수학자의 당혹감 수학의 발전과 문화와의 관계
방법	설명 자료	블랑망제 함수에 관한 읽기자료
위치	소단원(미분계수) 마무리	

[그림 Ⅲ-2] 두 가지 유형으로 분류된 수학사 과제

분석 결과의 타당성을 높이기 위해 연구자 2명 외에 수학교육을 전공하는 박사과정 학생 1명과 석사과정 학생 2명 모두 5명이 개별적으로 분석한 후 4명 이상이 일치한 경우는 다수의 의견을 따라 이유와 방법을 결정하였으며, 그렇지 않은 경우는 토론을 통하여 합의 후 결정하였다.

Ⅳ. 결과 분석

본 연구에서는 Jankvist(2009)가 제시한 수학교육에서 수학사를 활용하는 이유와 방법에 따른 수학사 활용 유형을 이용하여 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서에 제시된 수학사 자료의 유형을 분석하였다. <수학Ⅱ> 교과서는 함수의 극한, 미분, 적분 3개의 대단원으로 구성되어 있다. 먼저 수학사 활용 유형의 분포를 분석한 후, 수학사 활용 유형별 특징을 분석한다.

1. 수학사 활용 유형의 분포 분석

2015 개정 교육과정에 따른 9종의 <수학Ⅱ> 교과서에 제시된 수학사 과제는 총 81개였으며, 수학사 활용 유형의 분포는 <표 Ⅳ-1>과 같다. <표 Ⅳ-1>에서 H 교과서의 정의적 도구와 목표에서의 (1)은 하나의 수학사 과제가 두 가지 유형으로 분류되었음을 의미한다. 9종의 <수학Ⅱ> 교과서에 제시된 과제는 81개이지만 유형별 분류된 과제는 중복 분석된 과제 2개를 포함하여 83개(81(2))로 나타났다.

<표 Ⅳ-1> 수학교과서의 수학사 과제 유형

교과서	이유				방법			수학사 과제 개수
	도구		목표	소계	설명 자료	모듈 자료	소계	
	정의적	인지적						
A	7	1	0	8	7	1	8	8
B	14	4	0	18	14	4	18	18
C	3	0	0	3	3	0	3	3
D	15	1	1	17	16	1	17	17
E	3	0	0	3	3	0	3	3
F	12	1	1	14	14	0	14	14
G	7	1	0	8	7	1	8	8
H	3(1)	1	1(1)	5(2)	5(2)	0	5(2)	5
I	4	1	0	5	4	1	5	5
계	68(1)	10	3(1)	81(2)	73(2)	8	81(2)	81

수학교육에서 수학사를 활용한 이유에서 도구로서의 수학사 활용이 전체 83개의 과제 중 79개(95%)로 대부분이고 목표로 분류된 과제는 4개(5%)에 불과한 것으로 나타났다[2]. 도구로서의 수학사 활용에서 정의적 도구가 79개 중 69개(87%)로 절대 다수를 차지하고 있으며, 인지적 도구로 분류된 과제는 10개(13%)에 불과하다. 이러한 결과는 교과서에 제시된 수학사가 흥미를 유발하기 위한 동기로서의 역할을 하는 것이 대부분이고(권오남, 박정숙, 김은지, 2013), 수학사를 활용하는 수학수업이 학생들의 수학학습태도와 학습동기에 긍정적인 영향을 미칠 것(김기원, 감혜성, 2003; 이성철, 전상표, 2004)이라는 연구 결과와 일치한다. 또한 교과서에 제시된 모든 수학사 과제가 교과서 내용 전개 과정에 포함되지 않고 단원의 도입부분이나 마무리 부분, 본문의 교과서 날개 부분에 별도로 제시되었음을 확인할 수 있었다.

정의적 도구로 분류된 수학사 과제는 수학사를 활용하는 방법이 모두 설명 자료로 분류되었고, 인지적 도구로 분류된 수학사 과제 10개 중 8개는 모듈 자료로, 2개는 설명 자료로 분류되었다. 목표로 분류된 수학사 과제는 D 교과서와 F 교과서가 각각 1개씩이고, H 교과서가 2개로 나타났으며, 4개 모두 설명 자료로 분류되었다. B, D, F 교과서는 수학사 과제를 비교적 많이 활용하였으며, C, E, I 교과서는 수학사 과제가 매우 적은 편이었다. B 교과서는 인지적 도구로 분류될 수 있는 수학사 과제가 4개로 가장 많았다. <수학 Ⅱ> 교과서가 세 개의 대단원 즉 함수의 극한과 연속, 미분, 적분으로 구성되었음을 고려할 때, C, E, I 교과서는 수학사 과제가 대단원별로 1개 정도 제시된 것이다. C 교과서는 대단원 도입 부분에 단원과 관련된 수학사를 소개하고 있으며([그림 Ⅳ-1]), E 교과서는 대단원 <함수의 극한과 연속>에서 사잇값 정리를 설명하는 과정에서 날개부분에 "보헤미아의 수학자 볼차노(Bolzano, B. P. J. N., 1781∼1848)는 사잇값 정리를 처음으로 증명하였다."와 같이 대단원의

2) 수학사 과제 81개에 중복 분류된 과제 2개가 포함되어 분류된 과제 수는 83개이다.

본문 날개 부분에 수학자 이야기를 1개씩 전체 3개의 수학사 과제를 제시하였다. 반면 H 교과서는 수학사 과제가 4개로 많지 않지만 유일하게 두 가지 유형으로 분류된 과제가 있었으며([그림 Ⅲ-2] 참조), 인지적 도구와 목표로 분류될 수 있는 수학사 과제를 포함하였다.

<table>
<tr><td rowspan="2">C 교과서</td><td>과제 번호</td><td>C-Ⅰ-1</td></tr>
<tr><td>대단원 명</td><td>함수의 극한과 연속</td></tr>
<tr><td colspan="3">함수는 기원전 고대 바빌로니아 시대부터 20세기에 이르기까지 여러 단계의 변화를 거쳐 발달해 왔다. 18세기경부터 함수는 현재 우리에게 익숙한 뜻으로 사용되기 시작했다. 함수 기호 f는 오일러와 달랑베르가 처음 사용했고, 이후 코시와 푸리에가 함수의 극한과 연속을 엄밀하게 다루면서 함수는 수학의 발전과 통합에 큰 역할을 했다. 함수는 물리학, 공학 등의 학문뿐만 아니라 우리가 사용하는 전자 제품의 설계부터 작동까지 많은 분야에서 활용된다.
출처 · Eves, H., 『수학사』 · 우정호, 『학교수학의 교육적 기초』 · 김남희 외 5인, 『수학교육과정과 교재연구』</td></tr>
<tr><td>수학사 활용 범주</td><td>분석 기준</td><td>특징</td></tr>
<tr><td>이유</td><td>정의적 도구</td><td>함수의 극한과 연속에 대한 역사 소개</td></tr>
<tr><td>방법</td><td>설명 자료</td><td>수학사 이야기</td></tr>
<tr><td>위치</td><td colspan="2">대단원 도입부분</td></tr>
</table>

[그림 Ⅳ-1] C 교과서의 수학사 과제

수학교육에서 수학사를 활용한 방법에서 설명 자료가 전체 83개의 과제 중 75개(90%)이고, 모듈 자료가 8개(10%)로 나타났다. 특히 인지적 도구로 분류된 과제 10개 중 2개, 목표로 분류된 수학사 과제 4개도 설명 자료로 분류되었다. 이러한 결과는 수학교과서에서 수학사를 대부분 읽기 자료로 활용되고 있고, 수업 단위나 수학사 자료와 학생들의 탐구 활동을 연결시키지 못하고 있음을 시사한다.

<수학Ⅱ> 교과서에 제시된 수학사 과제가 대부분 동기나 흥미 유발 등을 위한 정의적 도구로 분류되었고, 교과서 저자에 따라 수학사 과제의 활용 정도가 다양하며, 특히 수학 내용 전개 과정에 수학사 관련 내용이 포함되지 않았음을 확인할 수 있었다. 따라서 수학교육에서 수학사를 보다 다양한 이유와 방법으로 적극 활용하기 위해서는 수학과 교육과정에서 어떤 방식으로든 수학사 활용에 관한 내용이 포함될 필요가 있다. 장혜원(2015)에 따르면 중국의 교육과정 개정 표준 설명에 '수학에는 ≪구장산술≫을 교재의 내용에 끼워 넣도록 건의하였고'라는 표현이 포함되어 있으며, 중학교 교과서에서는 인지적 측면에서 수학적 이해를 돕기 위한 적극적 활용 사례가 많이 제시되어 있다. 우리나라에서도 수학교육 특히 수학과 교육과정이나 수학 교과서에서 수학사 활용을 보다 강조할 필요가 있다. 특히 수학 개념을 학습하거나 문제해결 과정에서 수학사 자료와 학생들의 활동을 연결시킬 수 있는 방안을 모색할 필요가 있다.

2. 수학사 활용 유형별 특징 분석

수학교육에서 수학사를 활용하는 이유에서 정의적 도구로 분류된 과제 69개 중 수학자를 소개한 과제가 44개(63%)로 나타났으며, 기호 이야기를 포함한 수학사 소개는 24개(36%)로 나타났다. 수학자의 당혹감을 표현하여 수학의 인간적 측면을 보여준 수학사 과제는 H 교과서에 제시된 '블랑망제 함수'([그림 Ⅲ-2]) 이야기 1개뿐이었다. 수학자를 소개하는 방법은 대부분 학습내용과 관련된 수학자의 업적을 사진과 함께 또는 글로서만 간단히 제시하였다([그림 Ⅳ-2]). 그러나 D 교과서의 경우는 단원의 수학내용과 관련하여 수학자가 한 명언과 함께 수학

자를 소개하고 있는데, 일반적으로 많이 알려지지 않은 수학자였고([그림 Ⅳ-3]) 그 중에는 옛 소련의 심리학자인 비고츠키(Vygotsky, L. S., 1896~1934)나 영국의 의학자 로스(Ross, R., 1857~1932)도 있다. 비고츠키는 “미분법을 발견하는 수준과 마찬가지로 사랑하는 것도 재능의 수준을 뛰어넘어 천재성의 수준까지 다다를 수 있다.”라고 말하였으며 이 말은 비고츠키가 인간의 행동 발달에서 감성이 중요함을 강조하며 한 말이다(황선욱 외, 2018). 여기서 비고츠키와 로스는 수학자는 아니지만 정의적 도구의 수학자 소개로 분류하였다. 특히 E 교과서는 수학사 과제가 모두 수학자를 소개하는 것으로 사이값의 정리를 설명하는 과정에서 볼차노, 미분을 정의할 때 뉴턴, 정적분을 정의하는 과정에서 리만을 간략하게 소개하고 있다(김원경 외, 2018).

독일의 수학자 리만 (Riemann, G. F. B., 1826~1866)은 정적분 이론의 발전에 지대한 공헌을 하였다.

[그림 Ⅳ-2] E 교과서

“금문교를 건설한 구조공학자들은 **정적분**에게 고맙다고 해야 한다. 왜냐하면 이 다리를 세울 때 콘크리트와 강철보다 정적분에 더 의존했기 때문이다.”

(출처: Kasner, E., Newman, J. R., 『Mathematics and the Imagination』)

캐스너(Kasner, E., 1878~1955), **뉴먼**(Newman, J. R., 1907~1966)
미국의 수학자

이 글은 함수의 정적분이 넓이의 개념은 물론 물리적 중요성도 갖고 있는데, 과학에서 함수가 무한히 더해지는 상황을 정적분으로 표현할 수 있으며 입체의 관성 모멘트를 계산하는 데에도 이용된다는 점을 강조하기 위한 것이다.

[그림 Ⅳ-3] D 교과서의 수학자 소개

수학사 소개는 기호([그림 Ⅳ-4])나 수학 개념의 발생 배경 또는 과정에 관한 이야기([그림 Ⅳ-5])가 대부분이었다. 특히 E교과서의 경우는 수학사 과제 3개가 모두 수학사 이야기로 대단원의 도입부분에 제시되었다([그림 Ⅳ-2]).

• 적분 기호 $\int$ 은 1675년 독일의 수학자 라이프니츠가 처음 사용한 것으로, 합을 뜻하는 라틴어 ‘Summa’의 첫 글자를 길게 늘여 쓴 것이다.

[그림 Ⅳ-4] B 교과서의 수학사 소개

적분은 곡선이나 곡면으로 둘러싸인 도형의 넓이나 부피를 구하는 문제로부터 시작되었다. 고대 그리스 시대에 도형의 넓이나 부피를 구할 때 사용했던 아이디어는 17세기 뉴턴과 라이프니츠 시대에 와서 적분으로 체계화되었다. 오늘날 적분은 건축물의 설계, 움직이는 물체의 속도나 위치 파악, 첨단 의료기기의 설계 등 현대인의 생활과 밀접한 문제를 해결하는 과정에서 널리 활용된다.

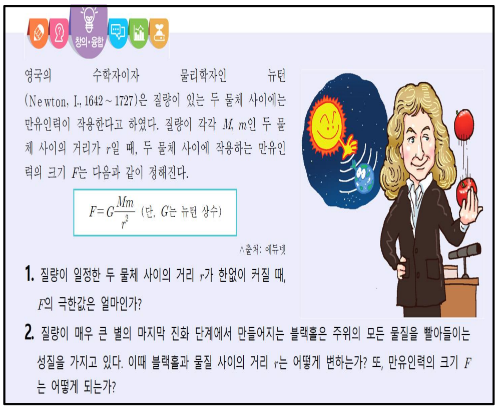
출처 • Eves, H., 『수학사』 • 김남희 외 5인, 『수학교육과정과 교재연구』

[그림 Ⅳ-5] C 교과서의 수학사 소개

Jankvist(2009)가 수학의 발달 과정에서 수학자들이 경험했던 어려움을 알게 되면 같은 수학 개념을 학습하는 학생들도 자신들이 겪는 어려움에 대해 편안한 감정을 갖게 될 것이기 때문에 이러한 측면을 정의적 도구로 분류하였다. 이와 관련된 자료는 H 교과서에 제시된 수학사 과제 1개뿐이었다([그림 Ⅲ-2]).

인지적 도구로 분류된 10개의 수학사 과제는 모두 수학사에 나타난 관점과 표현을 현재의 학습 내용과 비교하는 수학사 과제였으며, 인지장애의 확인과 극복에 관한 수학사 과제는 발견하지 못했다. 10개의 수학사 과제

중 모듈 자료로 분류된 8개의 과제는 수학사 자료와 더불어 학생들이 탐구할 문제를 제시하였다([그림 Ⅳ-6] 참조). 나머지 2개의 과제는 학생들이 탐구할 문제를 제시하지 않았지만 수학사에 나타난 관점과 표현을 현재의 학습 내용과 비교하는 수학사 과제로 판단되어 인지적 도구로 분류되었다([그림 Ⅳ-7] 참조). 인지적 도구로 분류된 수학사 과제 중 수학 내용의 전개 과정에 포함된 과제는 없었으며, 10개의 수학사 과제 모두 [그림 Ⅳ-6], [그림 Ⅳ-7]과 같이 별도의 읽기 자료 또는 탐구 활동 자료로 제시되었다. B 교과서에 제시된 [그림 Ⅳ-6]의 수학사 과제는 중단원 '함수의 극한의 뜻' 마무리 부분에서 '창의·융합' 활동으로 제시되었고, F 교과서에 제시된 [그림 Ⅳ-7]은 소단원 '방정식과 부등식에의 활용' 마무리 부분에서 '이야기 수학'으로 제시되었다. [그림 Ⅳ-7]은 도함수를 활용하여 방정식의 실근의 개수를 구하는 내용을 학습한 후, 방정식의 실근의 근삿값을 구하는 뉴턴의 방법을 소개한 것으로 인지적 도구로 분류되고, 학생들의 탐구 활동을 포함하고 있지 않기 때문에 설명 자료로 분류하였다.



창의·융합

영국의 수학자이자 물리학자인 뉴턴(Newton, I., 1642 ~ 1727)은 질량이 있는 두 물체 사이에는 만유인력이 작용한다고 하였다. 질량이 각각 M, m인 두 물체 사이의 거리가 r일 때, 두 물체 사이에 작용하는 만유인력의 크기 F는 다음과 같이 정해진다.

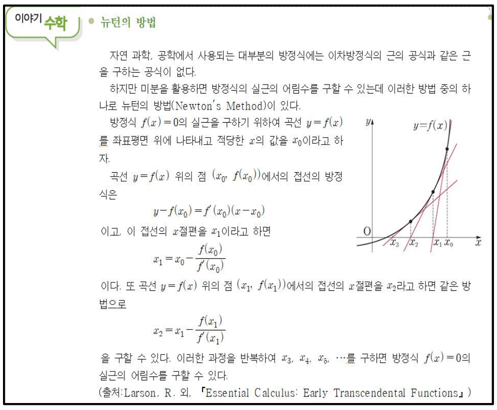
$$F=G\frac{Mm}{r^2} \text{ (단, } G\text{는 뉴턴 상수)}$$

∧출처: 에듀넷

1. 질량이 일정한 두 물체 사이의 거리 r가 한없이 커질 때, F의 극한값은 얼마인가?

2. 질량이 매우 큰 별의 마지막 진화 단계에서 만들어지는 블랙홀은 주위의 모든 물질을 빨아들이는 성질을 가지고 있다. 이때 블랙홀과 물질 사이의 거리 r는 어떻게 변하는가? 또, 만유인력의 크기 F는 어떻게 되는가?

[그림 Ⅳ-6] B 교과서의 인지적 도구 수학사 과제 (배종숙 외, 2018)



이야기 수학 • 뉴턴의 방법

자연 과학, 공학에서 사용되는 대부분의 방정식에는 이차방정식의 근의 공식과 같은 근을 구하는 공식이 없다.

하지만 미분을 활용하면 방정식의 실근의 어림수를 구할 수 있는데 이러한 방법 중의 하나로 뉴턴의 방법(Newton's Method)이 있다.

방정식 $f(x)=0$의 실근을 구하기 위하여 곡선 $y=f(x)$를 좌표평면 위에 나타내고 적당한 x의 값을 x_0이라고 하자.

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x_0, f(x_0))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$$

이고, 이 접선의 x절편을 x_1이라고 하면

$$x_1=x_0-\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

이다. 또 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x_1, f(x_1))$에서의 접선의 x절편을 x_2라고 하면 같은 방법으로

$$x_2=x_1-\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

을 구할 수 있다. 이러한 과정을 반복하여 x_3, x_4, x_5, …를 구하면 방정식 $f(x)=0$의 실근의 어림수를 구할 수 있다.

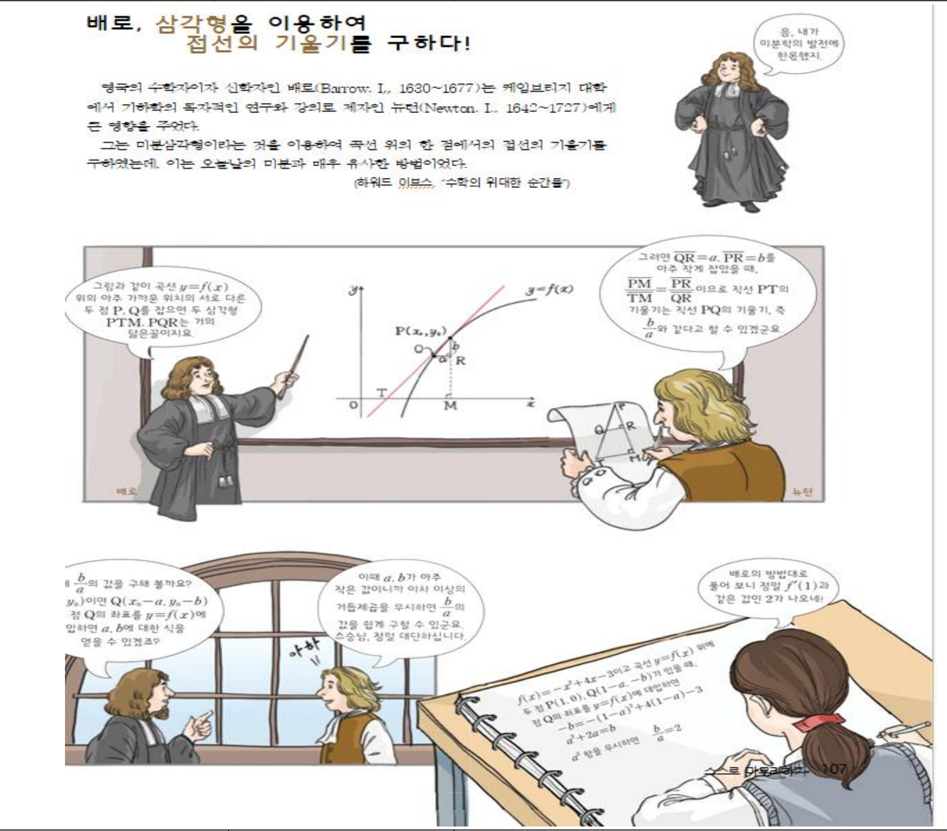
(출처: Larson, R. 외, 「Essential Calculus: Early Transcendental Functions」)

[그림 Ⅳ-7] F 교과서의 인지적 도구 수학사 과제 (고성은 외, 2018)

목표로 분류된 4개의 수학사 과제 중 2개는 미적분 개념을 누가 발견했는가에 대한 논쟁에 대한 것(D 교과서와 F 교과서)이고, 다른 1개는 [그림 Ⅲ-2]의 '블랑망제 함수 곡선'에서처럼 수학과 사회문화가 상호 영향을 주면서 발달한다는 측면을 보여주는 수학사 과제, 나머지 1개는 시대에 따른 수학의 모습과 발전 과정을 보여 주는 것이다([그림 Ⅳ-8]). [그림 Ⅳ-8]의 수학사 과제는 배로와 뉴턴이 삼각형의 닮음을 이용하여 접선의 기울기를 구하는 과정을 논의하고, 학생이 배로의 방법으로 접선의 기울기를 구해 보는 과정을 보여줌으로써 인지적 도구로서의 수학사 활용으로 분류될 수도 있고 목표로서의 수학사 활용으로 분류될 수도 있다.

수학사를 활용한 이유와 방법 사이의 상호 관계를 보면 정의적 도구와 목표로 수학사를 활용하는 과제는 모두 설명 자료로 제시되어 있으며, 수학사를 인지적 도구로 활용하고자 하는 경우도 10개의 수학사 과제 중 2개가 설명 자료로 제시되어 있다. 모듈 자료로 분류된 수학사 과제들도 수학교과서의 내용 전개에 포함된 것은 없으며, 단원의 마무리 부분에 제시되어 있어 실제로 수업에서 활용되고 있는지가 분명하지 않다. 이러한 결과에 따르면 수학교육에서 수학사 활용이 중요하다는 점을 인식하고 있음에도 불구하고, 수학교육에서 수학사를 주변적이고 부수적인 것으로 생각하고 있음을 알 수 있다.

H 교과서	과제 번호	H-Ⅱ-1
	대단원 명	미분



수학사 활용 범주	분석 기준	특징
이유	인지적 도구 목표	접선의 기울기에 대한 관점과 표현의 비교 시대에 따른 수학의 모습과 발전과정
방법	설명 자료	배로의 삼각형을 이용한 접선의 기울기에 관한 읽기자료
위치	대단원 마무리	

[그림 Ⅳ-8] 목표로 활용된 수학사 과제

Ⅴ. 결론

지금까지 수학교육에서 수학사의 교육적 활용의 중요성과 가치에 대해 거듭 논의가 되어 왔지만, 아직까지 수학사적인 관점은 교육과정 구성과 교과서는 물론이고 실제 수학수업에 깊게 뿌리를 내리고 있지 못하다. 본 연구에서는 이러한 문제의식을 바탕으로 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서의 수학사 활용 실태를 분석하는 데 목적이 있다. 연구 목적을 달성하기 위해 Jankvist(2009)의 수학사 활용에 대한 이유와 방법에 따른 수학사 활용 유형을 토대로 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서에 나타난 수학사 활용 유형의 분포와

특징을 분석하였다. 분석 결과로부터 도출한 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학교과서에 제시된 수학사 과제가 대부분 정의적 도구로서 활용될 수 있는 것이고 인지적 도구나 목표로 활용될 수 있는 수학사 과제는 매우 부족한 것으로 나타났다. 9종의 <수학 Ⅱ> 교과서에 제시된 수학사 과제 83개 중 정의적 도구가 69개(83%), 인지적 도구가 10개(12%)로 나타났으며, 목표로서의 수학사 과제는 4개(5%)에 불과했다. 수학사 과제를 활용하는 방법에서는 설명 자료가 75개(90%)로 대부분을 차지하고 있었고, 수학사 자료를 학생들의 탐구 활동과 연결시킨 모듈 자료는 8개(10%)에 불과했다. 수학사를 보다 적극적으로 활용하기 위해서는 모듈 자료 형식으로 인지적 도구나 목표로서 활용할 수 있는 수학사 과제를 개발하여 수학교과서에 반영할 필요가 있다.

둘째, 수학교육에서 수학사를 활용하는 이유에서 정의적 도구로 분류된 수학사 과제 대부분이 수학사나 수학자의 일화를 소개하는 것이고 수학자가 겪었던 어려움 등을 통해 수학의 인간적 측면을 보여주는 수학자 과제는 1개에 불과한 것으로 나타났다. 정의적 도구로 분류된 과제 69개 중 수학자를 소개한 과제가 44개(63%)로 나타났으며, 기호 이야기를 포함한 수학사 소개는 24개(36%), 수학자의 당혹감을 표현하여 수학의 인간적 측면을 보여준 수학사 과제는 1개로 나타났다. 인지적 도구로 분류된 10개의 수학사 과제는 모두 수학사에 나타난 관점과 표현을 현재의 학습 내용과 비교하는 수학사 과제였으며, 인지장애의 확인과 극복에 관한 수학사 과제는 발견하지 못했다. 목표로 분류된 4개의 수학사 과제 중 2개는 미적분 개념을 누가 발견했는가에 대한 논쟁에 대한 것이고, 수학과 사회문화가 상호 영향을 주면서 발달한다는 측면을 보여주는 수학사 과제가 1개, 시대에 따른 수학의 모습과 발전 과정을 보여 주는 수학사 과제가 1개로 나타났다.

셋째, 정의적 도구와 목표로 분류된 수학사 과제는 모두 설명 자료이고, 인지적 도구로 분류된 수학사 과제 10개 중 2개도 설명 자료이며, 나머지 8개만 모듈 자료이다. 모듈 자료는 수업 단위로 활용될 수 있고, 수학사 자료와 학생들의 활동을 연결시킬 수 있다. 따라서 수학사 자료를 개발할 때 수학사 과제를 활용하는 이유가 무엇이든 모듈 자료와 연결시켜 개발할 필요가 있다. 특히 목표로서의 수학사 활용이 수학사 자체가 아니라 학문으로서의 수학의 역사발생 과정의 다양한 측면을 학습할 기회를 제공한다는 의미를 갖고 있기 때문에 학생들이 수학사의 다양한 측면을 생각해 보고 토론할 수 있도록 모듈 자료로 개발할 필요가 있다.

본 연구를 통해 2015 개정 교육과정에 따른 9종의 <수학 Ⅱ> 교과서에 제시되어 있는 수학사 과제가 대부분 정의적 도구-설명 자료로 분류될 수 있음을 확인할 수 있었다. 수학교육에서 수학사 활용의 중요성과 가치를 고려할 때, 인지적 도구-모듈 자료, 목표-모듈 자료 형식의 수학사 과제를 개발하고 이를 교과서나 수학 수업에서 적극 활용할 필요가 있다. 또한 수학과 교육과정에 수학사 활용 방안을 포함시키고 이를 토대로 수학교과서에서 본문의 내용 전개 과정에 수학사 과제를 연결시킬 수 있는 방안에 대한 후속연구가 요구된다. 이러한 과정에서 하나의 수학사 과제가 정의적 도구, 인지적 도구, 목표로서의 수학사 활용 모두를 포괄할 수도 있을 것이다.

참 고 문 헌

고성은·이진호·이승우·차순규·김윤희·오택근·조성철 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 좋은책신사고.

Ko, S. E., Lee, J. H., Lee, S. W., Cha, S, G., Kim, Y. H., Oh, T. G., & Cho, S. C. (2018). *Math Ⅱ.* Seoul: Shinsago Company.

권오남·박정숙·김은지 (2013). 수학기계를 활용한 수학사 수업. 한국수학사학회지, 26(4), 301-320.

Gwon, O. N., Park,, J. S., & Kim, E. J (2013). Instructions of History of Mathematics with Mathematical Machines, *The Koran Journal for history of mathematics,* 26(4), 301-320.

권오남·신준국·전인태·김미주·김철호·김태홍 외 9인 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 교학사.

Kwon, O. N., Shin, J. K., Jeon, I. T., Kim, M. J., Kim, C. H., Kim, T. H., …, Hwang, S. M. (2018). *Math Ⅱ.* Seoul: Kyohaksa Publishing Company.

김기원·감혜성 (2003). 중학교 3학년 수학교육에서 수학사의 활용. 한국수학사학회지, 16(2), 71-86.

Kim, K. W., & Gam, H. S .(2003). Use of Mathematics in Middle School Mathematics Education. *The Koran Journal for history of mathematics,* 16(2), 71-86.

김상화 (1999). 수학사를 도입한 초등학교 수학교재 개발 및 적용에 관한 연구. 경인교육대학교 석사학위 논문.

Kim, S. H. (1999). *Development and Application of Mathematics Teaching Materials based on the History of Mathematics in Elementary School,* Master's thesis, Master's thesis, Gyeongin National University of Education.

김원경·조민식·방금성·윤종국·신재홍·임석훈 외 9인 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 비상교육.

Kim, W. K., Jo, M. S., Pang, G. S., Yoon, J. G., Shin, J. H., Lim, S. H., …, Jeong, J. H. (2018). *Math Ⅱ.* Seoul: Visang Company.

류희찬·선우하식·신보미·조정묵·이병만·김용식 외 5인 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 천재교과서.

Ryu, H. C., Seonwoo, H. S., Shin, B. M., Cho, J. M., Lee, B. M., Kim, Y. S., …, Jeong, S. Y. (2018). *Math Ⅱ.* Seoul: Chunjae textbook Company.

문현진 (1996). 수학사 지도에 관한 연구: 중학교 수학교육과정을 중심으로. 경상대학교 교육대학원 석사학위 논문.

Moon, H. J. (1996). *A Study on Teaching Mathematics History - In Middle School Mathematics Curriculum -,* Master's thesis, Gyeongsang National University.

민세영 (2002). 역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

Min, S. Y. (2012). A Study on the Historic-Genetic Principle of Learning and Teaching Mathematics. Doctoral thesis, Seoul National University.

박교식·이종희·김진환·남진영·김남희·임재훈 외 14인 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 동아출판.

Park, K. S., Lee, J. H., Kim, J. H., Nam, J. Y., Kim, N. H., Lim, J. H., …, Yang, J. E. (2018). *Math Ⅱ.* Donga Publishing Company.

배종숙·여태경·조보관·김민경·천화정·조성현·변도열 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 금성출판사.

Bae, J. S., Yeo, T. K., Cho, B. G., Kim, M. K., Cheon, H. J., Cho, S. H., & Byun, D. Y. (2018). *Math Ⅱ.* Seoul: Kumsung Publishing Company.

심상길 (2010). 수학사 활용에 대한 예비교사들의 인식 분석. 수학교육논문집, 24(3), 831-842.

Sim, S. G. (2010). Analysis of Pre-Service Teachers' Perceptions on Utilizing History of Mathematics, *Communications of mathematical education,* 24(3), 831-842.

우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교출판부.

Woo, J. H. (1998). *Educational Foundation of the School Mathematics,* Seoul: Seoul National University Press.

우정호 (2007). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부.

Woo, J. H. (2007). *Mathematics Teaching Principles and Methods,* Seoul: Seoul National University Press.

우정호・민세영・정연준 (2003). 역사발생적 수학교육 원리에 대한 연구, 2: 수학사의 교육적 이용과 수학교사 교육. 수학교육학연구, 5(4), 555-572.

Woo, J. H., Min, S. Y., & Jeong, Y. J.(2003). A Study on the Historic-Genetic Principle of Mathematics Education(2) - History of Mathematics in the Teaching of Mathematics and Mathematics Teachers Education. *The Journal of Educational Research in Mathematics,* 5(4), 555-572.

이계송 (2002). 수학사를 도입한 고교 수업방안 제시. 한양대학교 교육대학원 석사학위 논문.

Lee, G. S. (2002). *(The) enhancement of high school mathematics education with mathematical history,* Master's thesis, Hanyang University.

이성철・전상표 (2004). 수학사를 이용한 수학교육의 방법. 남서울대학교 논문집, 10(2), 163-176.

Lee, S. C., & Jeon, S. P. (2004). The Methods of Mathematical Education used on History of Mathematics. *The Journal of Namseoul Univ.,* 10(2), 163-176.

이준열・최부림・김동재・이정례・전철・장희숙 외 4인 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 천재교육.

Lee, J. Y., Choi, B. L., Kim, D. J., Lee, J. L., Cheon, C., Chang, H. S., ⋯, Kim, M. Y. (2018). *Math Ⅱ*. Seoul: Chunjae Education Company.

장혜원 (2015). 중국 수학 교과서의 수학사 활용 분석. 한국수학사학회지, 28(1), 15-29.

Chang, H. W. (2015). Analysis on Using the History of Mathematics in Chinese Mathematics Textbooks. *The Koran Journal for history of mathematics,* 28(1), 15-29.

정현 (2015). Siu Man-Keung의 수학사 활용 범주(ABCD)에 근거한 2009개정 초·중학교 수학교과서 비교 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.

Jeong. H. (2015). *Comparative study of the 2009 revised mathematics textbooks of elementary and middle-schools based on the Siu Man-Keung's ABCD categories of using history of mathematics,* Master's thesis, Ewha Woman University.

최은아 (2015). 예비 교사교육에서 수학사의 교육적 적용 : 조선산학 프로그램을 중심으로. 수학교육학연구, 17(2), 179-202.

Choi, E. A. (2015). Educational Application of Chosun Mathematics in Education of Prospective Elementary School Teachers, *The Journal of Educational Research in Mathematics,* 17(2), 179-202.

허민 (1997). 수학의 명작: 원전을 이용한 교육. 한국수학사학회지, 10(1), 39-45.

Huh, M. *(1997).* Mathematical Masterpiece: Teaching with Original Sources*, The Koran Journal for history of mathematics,* 10(1), 39-45.

홍성복・이중권・신태교・이채형・이병하・신용우 외 5인 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 지학사.

Hong, S. B., Lee, J. G., Shin, T. G., Lee, C. H., Lee, B. H., Shin, Y. W., ⋯, Kang, I. W. (2018). *Math Ⅱ*. Seoul: Jihaksa Publishing Company.

황선욱・강병개・윤갑진・이광연・김수영・이문호 외 3인 (2018). 수학 Ⅱ. 서울, 미래엔.

Hwang, S. W., Kang, B. G., Yoon, G. J., Lee, G. Y., Kim, S. Y., Lee, M. H., ⋯, Park, S. E. (2018). *Math Ⅱ*. Seoul: Mirae-n Company.

Jankvist, Uffe Thomas (2009). A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics,* 71(3), 235-261.

An Analysis of the Patterns of Using History in <Mathematics Ⅱ> Textbook Developed under the 2015-Revised Curriculum

Kim, Eun Suk
Namsung Middle School
Cheongju-si, Chungcheongbukdo, 28798, Korea
E-mail : eskim0913@hanmail.net

Cho, Wan Young†
Dept. of Mathematics Education, Chungbuk National Univeristy
Cheongju-si, Chungcheongbukdo, 28644, Korea
E-mail : wycho@cbu.ac.kr

This paper aims to examine how mathematical history is used in <Math II> textbooks according to the 2015-Revised Curriculum. We analyze the distribution and characteristics of making use of the mathematical history in the nine <Math II> textbooks, using the framework suggested by Jankvist (2009) on the whys and hows of using historical tasks. First, the tasks related to mathematical history in the textbooks are mostly used as an affective tool, while few tasks are used as a cognitive tool. Second, most of the historical tasks of the type of an affective tool are introducing the anecdotes of mathematicians or in the history of mathematics, and only one case is trying to show human nature of mathematics by illuminating the difficulties mathematicians were faced with. Third, all the mathematical history tasks used as affective tools and goals are illumination materials, while only two out of the ten tasks in the category of a cognitive tool are illumination materials, yet eight others are modular ones. Considering the importance and value of using mathematical history in the math education, this paper recommends that more modular materials on mathematical history tasks in the category of cognitive tools and goals should be developed and their deployment in the textbooks or courses should be promoted.

* ZDM Classification : U24
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20
* Key Words : Using history in Math Ⅱ textbooks, History as a tool, History as a goal, Illumination, Modules
† Corresponding author