

두 타원체 사이의 최단 접근 거리를 구하는 안정적이며 효율적인 방법

최민규
광운대학교 컴퓨터과학과
mgchoi@kw.ac.kr

A Robust and Efficient Method to Compute the Closest Approach Distance between Two Ellipsoids

Min Gyu Choi
Dept. of Computer Science, Kwangwoon University

요 약

본 논문에서는 두 타원체 사이의 중심 간 방향으로의 최단 접근 거리를 구하는 방법을 다룬다. 이는 타원체 사이의 충돌 검사 및 반응에 있어서 핵심 기술이다. 외부에서 서로 접하는 두 타원체의 중심 사이의 거리와 접촉점, 접촉방향에 관한 조건식을 세우고, 해를 포함하는 구간을 유지하는 이분법과 도함수를 이용하는 Newton 방법의 혼합을 통해 최단 접근 거리를 항상 안정적이며 효율적으로 구할 수 있게 한다. 또한 다양한 실험을 통해 제안된 방법의 안정성 및 효율성을 보인다.

ABSTRACT

This paper addresses a method to compute the closest approach distance between two ellipsoids in their inter-center direction. This is the key technique for collision detection and response between ellipsoids. We formulate a set of conditions with the inter-center distance, the contact point and the contact normal vector of the two externally-contacting ellipsoids. The equations are solved robustly and efficiently using a hybrid of Newton's method and the bisection method with root bracketing. We demonstrate the robustness and efficiency of the proposed method in various experiments.

Keywords : Collision Handling(충돌 처리), Closest Approach distance(최단 접근 거리), Ellipsoid(타원체), Inter-Center Direction(중심 간 방향)

Received: Nov. 12. 2019 Revised: Dec. 05. 2019
Accepted: Dec. 06. 2019
Corresponding Author: Min Gyu Choi (Kwangwoon University)
E-mail: mgchoi@kw.ac.kr

ISSN: 1598-4540 / eISSN: 2287-8211

© The Korea Game Society. All rights reserved. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>), which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서 론

컴퓨터 게임, 가상현실 등의 실시간 컴퓨터 그래픽 응용 분야에서 타원체 집합을 이용하여 강제 및 변형체의 물리기반 시뮬레이션 속도를 향상시키는 연구들이 제안되고 있다[1,2,3,4]. 본 논문에서는 타원체들 사이의 충돌 검사 및 반응에 있어서 핵심 기술인 두 타원체 간 최단 접근 거리를 안정적이며 효율적으로 구하는 방법을 제안한다.

두 타원체의 충돌 여부는 사차 특성 방정식의 해가 가지는 부호의 패턴에 의존적이므로 해를 직접 구하지 않고 해의 부호만으로 판단할 수 있다 [5,6,7,8]. 하지만 이미 교차한 두 타원체의 충돌을 해결하는 것은 보다 까다로운 문제이다. 이를 해결하기 위하여 [1]에서는 두 타원체의 중심 간 방향 (inter-center direction)으로 최단 접근 거리만큼 타원체를 서로 반대로 이동시켜 외부에서 접하게 만들었다. 최단 접근 거리를 구하기 위해 두 타원체가 외부에서 접할 때의 중심 사이의 거리, 타원체 상의 접촉점, 접촉점에서의 기울기 벡터에 관한 조건식을 직관적인 방식으로 세웠지만 풀이 과정에 오류가 있었다. [4]에서는 이러한 오류를 정정하여 고정점 반복법(fixed-point iteration)과 Steffensen 방법을 이용하여 사용자가 지정한 오차 허용 한도 이내에서 최단 접근 거리를 올바르게 구하는 실용적인 방법을 제안하였다. 하지만 해를 포함하는 구간을 유지하는(root-bracketing) 구간법이 아니기 때문에 최단 접근거리를 항상 안정적으로 구할 수 있다는 보장이 없다.

최단 접근 거리는 액정 및 콜로이드계의 시뮬레이션에서도 중요하다[9,10,11,12,13]. [11]에서는 ECF(elliptic contact function)[9,10]의 최적화를 이용한 간접적인 방식으로 최단 접근 거리를 공식화하였다. 하지만 해를 구하는 수치적인 방법에 대해서는 언급하지 않았다. [13]에서는 두 타원체의 중심을 포함한 평면과 타원체의 이차원 절편은 타원이라는 점에 착안하여 두 타원 간 최단 접근 거리를 구하는 해석적 방법[12]을 이용하여 두 타원

체 간 최단 접근 거리를 구하였다. 하지만 이 방법은 [4]에서 제안된 방법보다 50배 정도 느리다.

본 논문에서는 두 타원체 사이의 최단 접근 거리를 항상 안정적으로 또한 효율적으로 구할 수 있는 방법을 제안한다. 먼저 [1,4]에서 도입된 직관적인 방식의 최단 접근 거리 공식화를 살펴본 후, 해를 포함하는 구간을 유지하는 근 찾기 법 (root-finding method)을 적용할 수 있는 재공식화를 제안한다. 이는 안정성을 보장하기 위한 것이다. 또한 도함수를 이용하는 Newton 방법과 이분법의 혼합을 통해 최단 접근 거리를 보다 효율적으로 찾을 수 있게 한다.

2. 방 법

2.1. 문 제

충분히 멀리 떨어져 있는 두 타원체는 어느 한 타원체를 중심 간 방향으로 이동시켜 다른 타원체와 외부에서 접하게 할 수 있다. 이때 두 타원체 중심 사이의 거리가 중심 간 방향 최단 접근 거리 d 이다. 두 타원체 e_1 과 e_2 에서 e_i 의 세 축은 크기가 작아지는 순서대로 반지름 a_i , b_i , c_i 를 가지며 방향은 단위벡터 \mathbf{e}_i^a , \mathbf{e}_i^b , \mathbf{e}_i^c 로 표현된다고 가정한다. 또한 타원체의 형상을 기술하기 위하여 타원체에 관한 다음 이차 함수를 사용한다:

$$e_1(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{E}_1 \mathbf{x} \quad \text{and} \quad e_2(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{E}_2 \mathbf{x}. \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{E}_i = \mathbf{R}_i \text{diag}(a_i^{-2}, b_i^{-2}, c_i^{-2}) \mathbf{R}_i^T$ 이며 3×3 행렬 $\mathbf{E}_i = [\mathbf{e}_i^a | \mathbf{e}_i^b | \mathbf{e}_i^c]$ 는 회전행렬이다. 그렇다면 원점에 놓인 타원체 e_i 의 형상은 $\mathbf{x}^T \mathbf{E}_i \mathbf{x} = 1$ 을 만족하는 \mathbf{x} 의 자취로 기술될 수 있다.

두 타원체의 상대적인 위치 관계를 유지한 이동 변환은 그 둘 사이의 최단 접근 거리에 영향을 끼치지 않는다. 따라서 일반성을 잃지 않고 두 타원체의 최단 접근 상태를 보다 편리하게 기술하기

위하여 타원체 e_1 의 중심이 원점에 놓여있고 e_1 의 중심에서 e_2 의 중심으로 향하는 단위 방향벡터를 \mathbf{n} 이라고 가정한다. 두 타원체가 \mathbf{n} 방향으로 최단 접근하여 접점 \mathbf{x} 에서 접하고 중심 사이의 거리가 d 라면 e_2 의 중심은 e_1 의 중심으로부터 $d\mathbf{n}$ 만큼 떨어져 있어야 한다. 또한 \mathbf{x} 는 e_1 및 e_2 위의 점이어야 한다. 따라서 \mathbf{x} 와 d 는 식 (1)에 주어진 이차 함수를 이용하여 표현된 다음 두 조건을 만족해야 한다:

$$e_1(\mathbf{x}) = 1, \quad (2)$$

$$e_2(\mathbf{x} - d\mathbf{n}) = 1. \quad (3)$$

두 타원체가 \mathbf{x} 에서 접하기 위해서는 \mathbf{x} 에서 e_1 의 접면과 e_2 의 접면이 같아야 한다. 즉 \mathbf{x} 에서 e_1 및 e_2 의 기울기 벡터(gradient vector)가 서로 반대 방향으로 평행해야 한다. 따라서 기울기 벡터는 다음 조건을 만족해야 한다:

$$\nabla e_1(\mathbf{x}) = \left(\frac{u-1}{u}\right) \nabla e_2(\mathbf{x} - d\mathbf{n}), \quad \text{for } u \in (0,1]. \quad (4)$$

여기서 ∇ 는 \mathbf{x} 에 대한 공간 도함수(spatial derivative)를 의미하며, $(u-1)/u \in (-\infty, 0]$ 은 기울기 벡터가 반대 방향이 되게 하기 위한 것이다.

$\lambda \in (-\infty, 0]$ 를 이용하여 $\nabla e_1(\mathbf{x}) = \lambda \nabla e_2(\mathbf{x} - d\mathbf{n})$ 과 같은 조건식을 공식화한 [1,4]에서와 달리, 본 논문에서는 $\lambda = (u-1)/u$ 을 만족하는 $u \in (0,1]$ 를 도입하여 식 (4)를 재공식화함으로써 해를 포함하는 구간을 유지하는 근 찾기 법을 사용가능하게 하였다.

2.2. 해 법

두 타원체의 중심 간 방향 최단 접근 거리 d 를 구하기 위해서는 식 (2), (3), (4)를 만족하는 \mathbf{x} 와 $u \in (0,1]$ 를 구해야 한다. 먼저 식 (1)에 주어진 두

타원체의 이차 함수로부터 구한 기울기 벡터를 식 (4)에 적용하면 다음과 같다:

$$\mathbf{E}_1 \mathbf{x} = \left(\frac{u-1}{u}\right) \mathbf{E}_2 (\mathbf{x} - d\mathbf{n}). \quad (5)$$

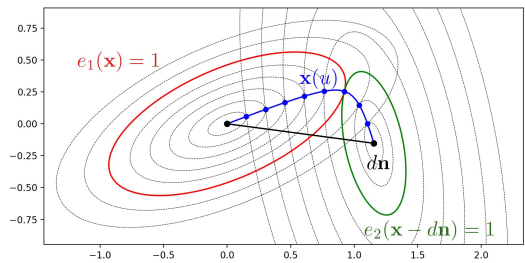
위 식을 \mathbf{x} 에 관해서 정리하면 다음과 같다:

$$\mathbf{x}(u) = (1-u) d \mathbf{w}(u). \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{w}(u)$ 는 \mathbf{x} 를 간결하게 표현하기 위해 도입되었으며 다음과 같다:

$$\mathbf{w}(u) = [u\mathbf{E}_1 + (1-u)\mathbf{E}_2]^{-1} \mathbf{E}_2 \mathbf{n}. \quad (7)$$

식 (6)에서 \mathbf{x} 는 실제로 u 와 d 에 의존적이지만 당분간 d 를 알고 있다는 가정하에 u 에만 의존하는 함수로 간주하겠다. [Fig. 1]에 예시된 것 처럼 u 가 1에서 0으로 변함에 따라 $\mathbf{x}(u)$ 는 e_1 의 중심인 원점에서 시작하여 e_2 의 중심인 $d\mathbf{n}$ 에서 끝나는 곡선을 따라 움직인다. 이 곡선 상에서 기울기 벡터 $\nabla e_1(\mathbf{x})$ 와 $\nabla e_2(\mathbf{x} - d\mathbf{n})$ 은 서로 반대 방향이다.



[Fig. 1] Two contacting ellipsoids $e_1(\mathbf{x}) = 1$ and $e_2(\mathbf{x} - d\mathbf{n}) = 1$ with the closest approach distance d in their inter-center direction \mathbf{n} and their concentric ellipsoids contacting along the curve $\mathbf{x}(u)$ (Reinterpretation of [Fig. 1] in [4]).

접점은 또한 두 타원체 위에 놓여야 한다. 식 (6)을 식 (2)와 (3)에 대입하면 u 와 d 에 관한 다음 두 식을 얻을 수 있다:

$$(1-u)^2 \mathbf{w}(u)^T \mathbf{E}_1 \mathbf{w}(u) = 1/d^2, \quad (8)$$

$$u^2 \mathbf{w}(u)^T [\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^{-1} \mathbf{E}_1] \mathbf{w}(u) = 1/d^2. \quad (9)$$

식 (9)와 같은 간결한 형태를 얻기 위해 식 (5)를 $(\mathbf{x} - d\mathbf{n}) = u/(u-1)\mathbf{E}_2^{-1}\mathbf{E}_1\mathbf{x}$ 로 변형하고 이를 $\mathbf{E}_i^T = \mathbf{E}_i$ 와 함께 식 (3)에 적용하였다. 식 (9)의 양변을 식 (8)의 양변에서 각각 빼면 d 를 제거할 수 있고, 이제 d 를 알고 있다는 가정이 더 이상 필요하지 않다. 따라서 최단 접근 거리를 구하는 것은 u 에 관한 다음과 같은 단변수 방정식의 해를 구하는 문제로 귀결된다:

$$f(u) = (1-u)^2 \mathbf{w}(u)^T \mathbf{E}_1 \mathbf{w}(u) - u^2 \mathbf{w}(u)^T [\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^{-1} \mathbf{E}_1] \mathbf{w}(u) = 0. \quad (10)$$

이제 위 식에서 $u \in (0,1)$ 를 찾기 위하여 해를 포함하는 구간을 유지하는 근 찾기 법을 적용할 수 있다. u 를 구하고 나면 식 (8)과 (9)로부터 d 를 구할 수 있으며 식 (7)을 이용하여 \mathbf{w} 를 구할 수 있고 마지막으로 식 (6)을 이용하여 \mathbf{x} 를 구할 수 있다.

방정식 (10)의 수치적 해를 구하기 위해 $f(u)$ 의 함수 값만 필요로 하는 Steffensen 방법을 사용할 수도 있지만, 수렴성 향상을 위해 함수 값뿐만 아니라 도함수 값 $f'(u)$ 도 사용하는 Newton 방법을 사용할 수 있다[14]. Newton 방법을 사용하기 위해서는 $f'(u)$ 의 해석적 형태(analytic form)가 필요하다. 미분 규칙 $\partial(\mathbf{A}^{-1}) = -\mathbf{A}^{-1}(\partial\mathbf{A})\mathbf{A}^{-1}$ [15]를 $f(u)$ 에 적용하면 $f'(u)$ 를 다음과 같이 해석적으로 구할 수 있다:

$$f'(u) = -2(1-u)\mathbf{w}^T [\mathbf{I} + (1-u)\mathbf{E}_{12}\mathbf{E}_u^{-1}] \mathbf{E}_1 \mathbf{w} - 2u\mathbf{w}^T [\mathbf{I} + u\mathbf{E}_{12}\mathbf{E}_u^{-1}] \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^{-1} \mathbf{E}_1 \mathbf{w}. \quad (11)$$

여기서 $\mathbf{E}_{12} = (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)$ 이며 $\mathbf{E}_u = [u\mathbf{E}_1 + (1-u)\mathbf{E}_2]$ 이다. Newton 방법을 단독으로 사용하는 경우에는 해에 항상 수렴하지 않을 수 있기 때문에 해를 포함하는 구간을 유지하는 이분법과의 혼합(hybrid)을 택하였다[14].

2.3. 초기값 및 종료 조건

수치적 근 찾기 법의 반복 횟수를 줄이기 위해서는 좋은 초기값이 필요하다. 두 타원체가 같은 크기의 구일 때 $u_0 = 0.5$ 이기 때문에 이를 좋은 초기값으로 간주할 수 있다. 따라서 본 논문의 모든 실험에서는 $u_0 = 0.5$ 를 초기값으로 사용하였다.

반복 종료 조건으로는 u 의 변화가 사용자가 지정한 한도 ϵ 이내인지 판단하는 다음 조건을 사용할 수 있다:

$$|u_{i+1} - u_i| \leq \epsilon. \quad (12)$$

또한 [4]에서와 같이 실제 오차에 대한 허용 한계를 반복 종료 조건으로 줄 수도 있다:

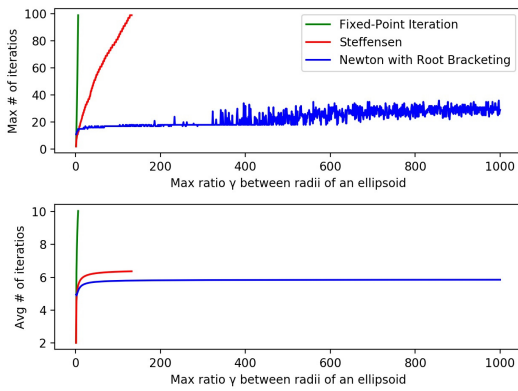
$$\|\mathbf{x}_1^{(i)} - \mathbf{x}_2^{(i)}\| \leq \epsilon r_{\min}. \quad (13)$$

여기서 r_{\min} 은 두 타원체의 최소 반지름이며, $\mathbf{x}_1^{(i)}$ 와 $\mathbf{x}_2^{(i)}$ 는 u_i 를 통해서 구한 두 타원체 위의 접점이다.

3. 실험 결과

본 논문에서는 [4]에서 제안된 두 타원체 사이의 최단 접근 거리를 구하는 공식화를 해를 포함하는 구간을 유지하는 구간법을 사용할 수 있도록 제공식화하였다. 이를 통해 식 (10)에 주어진 단변수 방정식의 근 찾기 법으로 이분법 및 Newton 방법의 혼합을 적용할 수 있게 함으로써 해에 항상 수렴하는 효율적이며 안정적인 방법을 제안하였다.

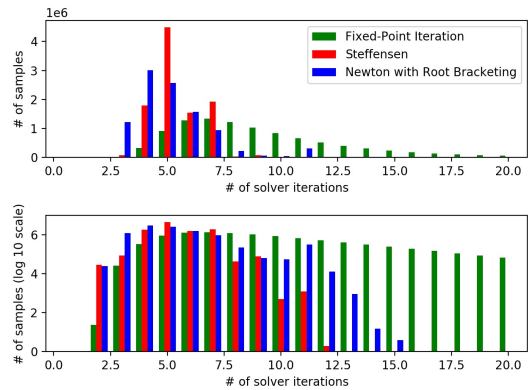
본 절에서는 다양한 상황에서 [4]에서 제안된 방법들과 본 논문에서 제안된 방법을 비교 분석하고자 한다. 본 논문에서 제안된 방법은 C++ 및 Eigen 라이브러리(eigen.tuxfamily.org)를 이용하여 구현되었다. 모든 실험에는 2.3GHz Intel 제온 W 프로세서와 128GB 메인 메모리를 장착한 iMac Pro 컴퓨터를 사용하였으며 속도 측정에는 단일 CPU 코어만을 사용하였다.



[Fig. 2] Maximum and average numbers of iterations for 1,000,000 samples generated for each γ increasing from 1 to 1000 by 1.

첫 번째 실험은 [4]에서 제안된 고정점 반복법 및 Steffensen 방법에서 수렴성이 낮아지거나 불확실해지는 문제를 확인하고, 본 논문에서 제안한 해를 포함하는 구간을 유지하는 재공식화를 적용한 경우의 수렴성 향상을 살펴보기 위한 것이다. [4]에서 언급된 바와 같이 최단 접근 거리를 구하는 수치적 근 찾기 방법들의 반복 횟수는 두 타원체의 최대 반지름 사이의 최대 비율 Γ 와는 큰 상관없이 각 타원체 반지름 사이의 최대 비율 γ 에 따라 크게 달라진다. [Fig. 2]는 Γ 는 3으로 고정하고 γ 를 1에서 1000까지 1씩 변화시키며 백만 쌍의 무작위 표본을 생성하여 최단 접근 거리를 구한 실험 결과를 보여준다. 반복 종료 조건은 $|u_{i+1} - u_i| < 10^{-8}$ 및 최대 반복 횟수 100을 사용하였다. 고정점 반복법 및 Steffensen 방법에서

γ 가 각각 7, 133보다 커지면 반복 횟수가 100을 넘게 되어 해에 수렴하지 않고 반복이 종료되는 경우가 발생한다. 이에 반하여 해를 포함하는 구간을 유지하는 성질을 가지도록 이분법과 혼합된 Newton 방법은 γ 가 1000이 될 때까지 최대 반복 횟수가 100을 넘지 않으며 평균 반복 횟수는 5.84 정도이다. $\gamma = 1000$ 은 타원체의 최소 반지름과 최대 반지름의 비율이 1000배 차이 나는 것을 의미하기 때문에 게임 등에서의 물리기반 동적 시뮬레이션뿐만 아니라 보다 복잡한 다른 시뮬레이션에 있어서도 충분한 정도의 비율이다. 따라서 γ 가 일정 값 이상으로 커지면 본 논문에서 제안된 방법을 사용하여야만 수렴성이 낮아지거나 불확실해지는 문제를 해결할 수 있음을 확인할 수 있다.

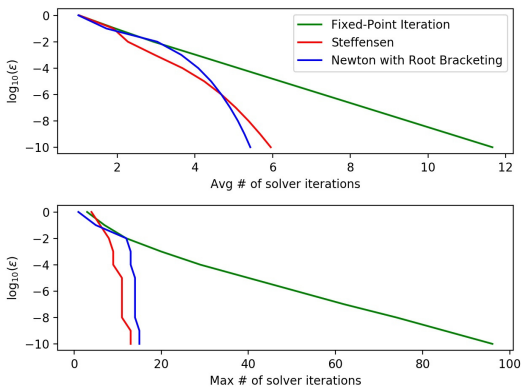


[Fig. 3] Distribution of the number of iterations required to satisfy $|u_{i+1} - u_i| < 10^{-8}$ for 10,000,000 pairs of ellipsoids with $\gamma=5$ and $\Gamma=3$.

두 번째 실험은 보다 현실적인 상황에서 임의의 두 타원체 사이의 최단 접근 거리를 구하는데 필요한 반복 횟수 및 계산 시간을 살펴보기 위한 것이다. [1]에서는 시뮬레이션의 안정성을 위하여 $\gamma=2$ 를 사용하였으며 [2,3]에서는 $\gamma=5$ 를 사용하였다. [Fig. 3]은 $\gamma=5$, $\Gamma=3$ 을 사용하여 무작위로 생성한 천만 쌍의 타원체에 대한 반복 횟수의 분포를 보여준다. 고정점 반복법, Steffensen 방법, 이분법과 혼합된 Newton 방법의 평균 반복 횟수

는 각각 9.5, 5.4, 5.1이었으며, 최대 반복 횟수는 81, 12, 15 평균 소요 시간은 $0.504\mu s$, $0.320\mu s$, $0.305\mu s$ 이었다. 고정점 반복법만 상대적으로 너무 많은 반복 횟수를 필요로 하기 때문에 변별력 향상을 위하여 반복 횟수 20까지만 도식화하였다. 평균 소요 시간 측면에서 이분법과 혼합된 Newton 방법이 가장 좋음을 확인할 수 있다.

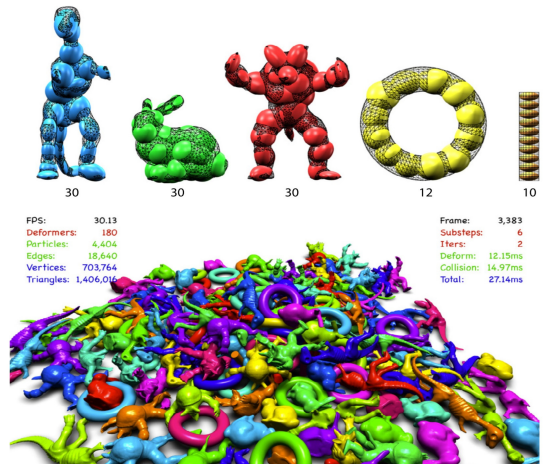
다음 실험은 반복 종료 조건의 한도 ϵ 에 따른 반복 횟수를 살펴보는 것이다. [Fig. 4]는 $\gamma=5$, $\Gamma=3$ 인 백만 쌍의 무작위 표본에 대해서 종료 조건 $|u_{i+1}-u_i| < \epsilon$ 에서의 ϵ 을 1에서 10^{-10} 까지 1/10씩 줄여가며 최단 접근 거리를 구했을 때의 평균 반복 횟수 및 최대 반복 횟수를 보여준다. 고정점 반복법은 평균 반복 횟수가 각각 1.0에서 11.7로 선형적으로 늘어가는 일차 수렴성을 보인다. 이에 반하여 Steffensen 방법 및 이분법과 혼합된 Newton 방법은 1.0에서 각각 6.0, 5.4로 늘어가는 이차 수렴성을 보인다.



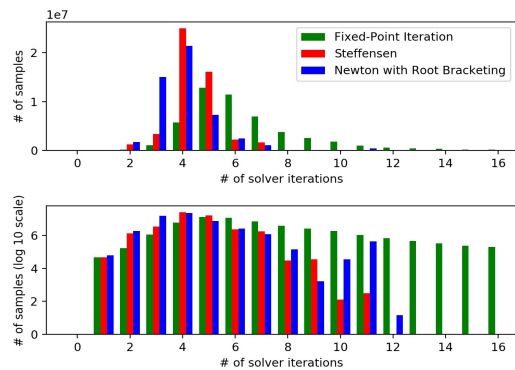
[Fig. 4] Average and maximum numbers of iterations for 1,000,000 samples when ϵ of the stopping condition $|u_{i+1}-u_i| < \epsilon$ decreases from 1 to 10^{-10} by 10^{-1} .

마지막 실험은 [Fig. 5]에서와 같이 $\gamma=4.86$, $\Gamma=2.55$ 인 4,404개의 타원체로 구성된 180개의 변형체를 60초 동안 시뮬레이션하는 동안 필요한 49,716,944번의 충돌 검사[3,4]에 대한 것이다.

[Fig. 6]은 반복 종료 조건으로 $|u_{i+1}-u_i| < 10^{-8}$ 을 사용한 고정점 반복법과 Steffensen 방법, 이분법과 혼합된 Newton 방법의 반복 횟수 분포를 보여준다. 고정점 반복법에서의 평균 반복은 6.5회, 최대 반복은 76회, 평균 소요 시간은 $0.391\mu s$ 이었다. Steffensen 방법에서는 각각 4.4회, 11회, $0.302\mu s$ 이었다. 이분법과 혼합된 Newton 방법은 각각 4.0회, 12회, $0.288\mu s$ 이었다. 고정점 반복법만 상대적으로 너무 많은 반복 횟수를 필요로 하였기 때문에 변별력 향상을 위하여 [Fig. 6]에서는 반복 횟수 16까지만 도식화하였다.

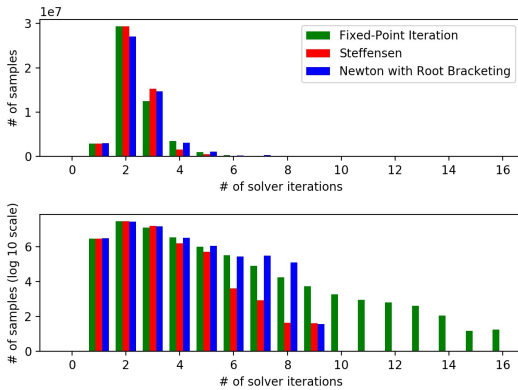


[Fig. 5] 180 deformable models with 4,404 ellipsoids simulated using [3].



[Fig. 6] Distribution of the number of iterations for 49,716,944 pairs of ellipsoids with $|u_{i+1}-u_i| < 10^{-8}$.

이 실험에서와 같이 시각적 사실성이 더 중요한 경우에는 식 (13)에 기술된 실제 오차에 대한 허용 한계를 사용하는 것이 더 효율적이다. [Fig. 7]은 $\epsilon = 10^{-2}$ 즉 타원체가 최소 반지름의 1% 정도 교차하는 것을 허용하는 경우의 반복 횟수를 보여준다. 고정점 반복법에서의 평균 반복은 2.4회, 최대 반복은 16회, 평균 소요 시간은 $0.221\mu s$ 이었으며, Steffensen 방법에서는 각각 2.3회, 9회, $0.216\mu s$ 이었으며, 이분법과 혼합된 Newton 방법은 각각 2.5회, 9회, $0.203\mu s$ 이었다.



[Fig. 7] Distribution of the number of iterations for 49,716,944 pairs of ellipsoids with $||\mathbf{x}_1^{(i)} - \mathbf{x}_2^{(i)}|| < 10^{-2} r_{\min}$.

첫 번째 실험과 마지막 실험을 통해, 각 타원체 반지름 사이의 최대 비율 γ 가 충분히 작고 시각적 사실성이 더 중요하여 실제 오차에 대한 허용 한계를 사용할 수 있는 경우에는 고정점 반복법, Steffensen 방법, 이분법과 혼합된 Newton 방법 모두 사용될 수 있지만, 그렇지 않을 경우에는 이분법과 혼합된 Newton 방법을 사용해야 하는 것을 알 수 있다. 또한 평균 수행 시간 측면에서도 이분법과 혼합된 Newton 방법이 가장 효율적이다. 따라서 본 논문에서 제안한 방법이 어떤 상황에서도 수렴성이 낮아지거나 불확실해지는 문제가 없는 안정적인 방법이며 수행 시간도 빠른 효율적인 방법임을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 두 타원체 사이의 최단 접근 거리를 항상 안정적으로 또한 효율적으로 구할 수 있는 방법을 제안하였다. 이는 타원체들 사이의 충돌을 처리하는 핵심 기술이다[1,2,3,4,9,10,11,12,13]. 본 논문에서는 [1,4]에서 도입된 직관적인 방식을 바탕으로, 외부에서 접한 두 타원체의 중심 사이의 거리, 타원체 상의 접촉점, 접촉방향에 관한 조건식을 세우고, 해를 포함하는 구간을 유지할 수 있는 근 찾기 법을 적용할 수 있게 함으로써 안정성을 보장하였다. 또한 포함수를 이용하는 Newton 방법과 이분법의 혼합을 통해 최단 접근거리를 보다 효율적으로 찾을 수 있게 하였다.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korean Government (NRF-2017 R1D1A1B03035685) and the Research Grant of Kwangwoon University in 2018.

REFERENCES

- [1] M. Müller and N. Chentanez, "Solid simulation with oriented particles", ACM Transactions on Graphics, Vol. 30, No. 4, Article 92, 2011.
- [2] M. G. Choi, "Real-time simulation of ductile fracture with oriented particles", Computer Animation and Virtual Worlds, Vol. 25, pp. 455-463, 2014.
- [3] M. G. Choi and J. Lee, "As-rigid-as-possible solid simulation with oriented particles", Computers and Graphics, Vol. 70, pp. 1-7, 2018.
- [4] M. G. Choi, "A practical method to compute the closest approach distance of two

- ellipsoids”, Journal of Korea Game Society, Vol. 19, No. 1, pp. 5-14, 2019.
- [5] W. Wang, J. Wang, and M.-S. Kim, “An algebraic condition for the separation of two ellipsoids”, Computer Aided Geometric Design, Vol. 18, No. 6, pp. 531-539, 2001.
- [6] Y.-K. Choi, J.-W. Chang, W. Wang, M.-S. Kim, and G. Elber, “Continuous collision detection for ellipsoids”, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol. 15, No. 2, pp. 311-324, 2009.
- [7] X. Jia, Y.-K. Choi, B. Mourrain, and W. Wang, “An algebraic approach to continuous collision detection for ellipsoids”, Computer Aided Geometric Design, Vol. 28, pp. 164-176, 2011.
- [8] L. Gonzalez-Vega and E. Mainar, “Solving the separation problem for two ellipsoids involving only the evaluation of six polynomials”, In Proc. Milestones in Computer Algebra 2008.
- [9] J. W. Perram and M. S. Wertheim, “Statistical Mechanics of Hard Ellipsoids. I. Overlap Algorithm and the Contact Function”, Journal of Computational Physics, Vol. 58, 409-416, 1985.
- [10] J. W. Perram, J. Rasmussen, E. Præstgaard, and J. L. Lebowitz, “Ellipsoid contact potential: Theory and relation to overlap potentials”, Physical Review E, Vol. 54, No. 6, pp. 6565-6572, 1996
- [11] L. Paramonov and S. N. Yaliraki, “The directional contact distance of two ellipsoids: Coarse-grained potentials for anisotropic interactions”, Journal of Chemical Physics, Vol. 123, No. 19, Article 194111, pp. 1-11, 2005.
- [12] X. Zheng and P. Palffy-Muhoray, “Distance of closest approach of two arbitrary hard ellipses in two dimensions”, Physical Review E, Vol. 75, Article 061709, pp. 1-6, 2007.
- [13] X. Zheng, W. Iglesias and P. Palffy-Muhoray, “Distance of closest approach of two arbitrary hard ellipsoids”, Physical Review E, Vol. 79, Article 057702, pp. 1-4, 2009.
- [14] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, 3rd edition, Cambridge University, 2007.
- [15] K. B. Petersen and M. S. Pedersen, “The

Matrix Cookbook”, Technical University of Denmark, 2012.



최민규 (Choi, Min Gyu)

약력 : 1992-1996 한국과학기술원 전산학과 학사
1996-1998 한국과학기술원 전산학과 석사
1998-2003 한국과학기술원 전산학과 박사
2003-2005 서울대학교 전기컴퓨터공학부
박사 후 연구원
2005-현재 광운대학교 컴퓨터과학과 교수

관심분야 : 물리 기반 모델링 및 시뮬레이션, 게임 물리,
캐릭터 애니메이션