



Correlation analysis between energy indices and source-to-node shortest pathway of water distribution network

Lee, Seungyub^a · Jung, Donghwi^{b*}

^aDepartment of Civil and Environmental Engineering, University of Utah

^bDepartment of Civil Engineering, Keimyung University

Paper number: 18-072

Received: 25 August 2018; Revised: 13 September 2018; Accepted: 13 September 2018

Abstract

Connectivity between water source and demand node can be served as a critical system performance indicator of the degree of water distribution network (WDN)' failure severity under abnormal conditions. Graph theory-based approaches have been widely applied to quantify the connectivity due to WDN's graph-like topological feature. However, most previous studies used undirected-unweighted graph theory which is not proper to WDN. In this study, the directed-weighted graph theory was applied for WDN connectivity analyses. We also proposed novel connectivity indicators, Source-to-Node Shortest Pathway (SNSP) and SNSP-Degree (SNSP-D) which is an inverse of the SNSP value, that does not require complicate hydraulic simulation of a WDN of interest. The proposed SNSP-D index was demonstrated in total 42 networks in J City, South Korea in which Pearson Correlation Coefficient (PCC) between the proposed SNSP-D and four other system performance indicators was computed: three resilience indexes and an energy efficiency metric. It was confirmed that a system representative value of the SNSP-D has strong correlation with all resilience and energy efficiency indexes (PCC = 0.87 on average). Especially, PCC was higher than 0.93 with modified resilience index (MRI) and energy efficiency indicator. In addition, a multiple linear regression analysis was performed to identify the system hydraulic characteristic factors that affect the correlation between SNSP-D and other system performance indicators. The proposed SNSP is expected to be served as a useful surrogate measure of resilience and/or energy efficiency indexes in practice.

Keywords: Water distribution network (WDN), Graph theory, Source-to-node shortest pathway, Resilience, Energy management

상수도관망 수원-절점 최소거리와 에너지 지표 상관성 분석

이승엽^a · 정동휘^{b*}

^a유타대학교 토목환경공학과, ^b계명대학교 토목공학과

요 지

수원과 수용가 간 연결성은 비정상상황 시 상수도관망의 기능 유지 정도를 나타내는 시스템 특성 중 하나이다. 상수도관망은 점과 선으로 구성된 그래프로 간략화 될 수 있기 때문에, 연결성 평가를 위해 주로 그래프 이론이 적용되었다. 하지만, 대부분의 연구는 상수도관망에 적합하지 않은 무방향-가중 그래프 이론을 적용하였다. 본 연구에서는 유향-가중 그래프 이론을 상수도관망에 적용하였으며, 이를 기반으로 복잡한 수리해석 없이 상수도관망 연결성을 평가할 수 있는 지표인 SNSP (Source to Node Shortest Pathway)와 이의 역수인 SNSP-Degree (SNSP-D)를 제안하였다. 국내 J시 42개의 상수도관망을 이용하여 개발된 SNSP와 기존 상수도관망 성능평가지표 사이의 상관성 분석을 수행 및 검증하였다. 기존 상수도관망 성능평가지표는 수리해석 결과를 지표 계산에 이용하는 3개의 회복력(Resilience) 지표와 에너지 효율 지표이다. 분석 결과, SNSP의 역수인 SNSP-D의 합과 기존 상수도관망 성능지표 사이에 평균적으로 0.87 이상의 높은 피어슨 상관계수(Pearson Correlation Coefficient, PCC) 값이 도출되었다. 특히, 회복력 지표 중 하나인 Modified Resilience Index (MRI)와 에너지 효율 지표의 경우 PCC 0.93 이상의 높은 상관관계를 가지는 것으로 나타났다. 또한 다중 회귀 분석을 통해 SNSP-D와 회복력 및 에너지 효율 간의 상관성에 영향을 미치는 수리학적 변인을 확인하였다. 본 연구에서 제안한 SNSP 지표가 상수도관망의 대략적인 회복력 및 에너지 효율 수준을 알려줄 수 있는 지표로 실무에서 널리 활용될 것으로 기대된다.

핵심용어: 상수도관망, 그래프이론, Source-to-node shortest pathway, 회복력, 에너지 관리

*Corresponding Author. Tel: +82-53-580-5706

E-mail: donghwiku@gmail.com (D. Jung)

1. 서론

상수도관망은 수원에서 취수, 정수 처리장에서 정수 처리된 물을 각 수용가에 일정 압력 및 수질을 유지하며 공급 및 분배하는 역할을 하는 사회기반시설물 중 하나이다(Ministry of Environment, 2010). 안정적인 물 공급을 위해 상수도관망은 관, 펌프, 터빈, 밸브와 같이 흐름을 제어하는 요소와 탱크와 같이 물을 일시적으로 저장하는 요소들로 구성된다. 이처럼 다양한 요소들로 구성되는 상수도관망은 궁극적으로는 수원과 수용가를 연결해주는 연결 고리가 되어 준다. 즉, 상수도관망은 어떤 구조로 요소를 위치하고 어떤 경로로 물을 운반하는가가, 즉 연결성(connectivity)이 상수도관망의 설계로부터 운영 및 관리 시까지 중요한 고려사항이 된다.

상수도관망은 매설되는 지형에 따라 실제로는 수용가가 가지는 고도를 높이로 하는 3차원 망(network)이지만, 수리해석 시 그림 1과 같이 평면도로 나타낼 수 있다. Fig. 1은 상수도관망의 수리 해석에 가장 많이 사용되는 프로그램인 EPANET2.0의 기본 화면으로, 프로그램에서 제공하는 예제 중 Net1으로 명명된 상수도관망의 평면도를 보여준다. Fig. 1에서 상수도관망을 나타낸 화면을 보면, 좌측 끝의 수원(Reservoir), 수용가(Node), 그리고 가운데 상단 탱크(Tank)와 같은 지점 요소들은 점으로, 각 점을 이어주는 관(Pipe)과 좌측 수원에서 수용가를 이어주는 펌프(Pumps) 같은 연결 요소들은 변으로 표현한다. 이와 같이 점과 변으로 구성되는 그래프와 같은 기하적 구조로 인해 상수도관망은 종종 평면 그래프(planar graph)로 간주되며, 이런 이유로 그래프의 구조해석을 하는 연구인 그래프 이론(graph theory)이 상수도관망에도 적용되었다(Yazdani and Jeffrey, 2011).

그래프 이론은 점과 선으로 구성되는 다양한 구조 및 연결

간의 관계를 규명하는 학문이다(Alenazi and Sterbenz, 2015). 그래프 이론에는 여러 정량화법들이 있으며, 점 사이의 변의 여러 다른 구조적 연결에 따른 연결성을 정량화하여 그 크기로 더 나은 연결을 판단하는데 도움을 준다. 그래프 이론은 이러한 정량화법을 토대로 수용가 간의 그리고 수원과 수용가 간의 연결성을 평가 및 이를 극대화하기 위한 상수도관망에 설계에 적용되었다. Kessler *et al.* (1990)과 같이 그래프 이론을 통해 상수도관망 내 물의 이동 경로를 확인하고, 각 경로별로 최적 관경을 설계하거나, Sonak and Bhave (1993)과 같이 루프형 상수도관망에 그래프 이론을 적용하여 최적 관경을 결정하는 것이 대표적인 예시라고 할 수 있다. 국내에서도 Park and Han (1998)의 연구에서 그래프 이론의 이러한 연결성을 이용하여 유량 해석을 실시한 바 있다. Jung and Kim (2018)은 그래프 이론에 기반한 연결성지수와 수리해석에 기반한 신뢰도 지수를 이용한 설계안을 비교하였다.

그래프 이론이 상수도관망에 광범위하게 적용된 계기는 회복력(resilience)과도 연관이 깊다. 상수도관망의 회복력은 2000년대 초반부터 지금까지 여러 연구에서 다양하게 정의되고 제안되어 여러 정량화법이 존재한다. 그중 가장 많이 알려진(그리고 사용된) 방법은 Todini (2000)가 제안한 여분 에너지를 통한 회복력 지표(resilience index; RI)이다. Todini가 이를 회복력 지표로 정의는 하였지만, 이는 신뢰도의 대체 정량화법(surrogated measure)이라고 할 수 있다. 다만 회복력 지표로 정의한 배경은 각 수용가의 여분 에너지가 충분할 경우 상수도관망 내 요소(들)의 파손에서 발생할 피해가 최소화된다는 가정 때문이다. 한편, Bruneau *et al.* (2003)은 상수도관망의 최대 성능(potential maximum functionality)에 대해 현재(혹은 교란 시) 성능을 그래프로 나타내어 시간에 대한 적분 값(그래프 아래의 면적)으로 회복력을 산정하였다. 이 방법 또한 여러 연구자들이 다양한 성능으로 적용한 바 있으며, 때에 따라 가로축의 총 회복에 소요되는 시간을 결정하는 연구도 소개되었다. 또한 Bruneau *et al.* (2003)은 회복력이 네 가지 특성을 가진다고 소개하였다. 이 네 가지 특성은 4R로도 통용되며, 강건성(Robustness), 가외성(Redundancy), 신속성(Rapidity), 자원동원성(Resourcefulness)이다. 이 중 구조적 특성 즉 그래프 이론과 연관이 깊은 것은 강건성과 가외성이다(Yazdani and Jeffrey, 2010).

가외성은 연결성과도 유사한 개념으로 상수도관망 내에 수원과 수용가가 관의 파손 시에도 지속적으로 물을 공급 받을 수 있는 능력으로 정의된다(Yazdani and Jeffrey, 2010). 강건성의 경우 수리학적 결함 혹은 요소의 파손에 따른 상수도관망 성능 저하를 최소화하는 최적 연결성으로 정의할 수

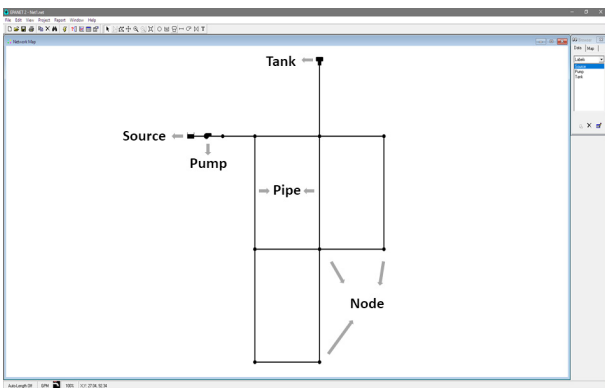


Fig. 1. A planer view of “Net1” water distribution network in EPANET2.0 examples (Rossman, 2000)

있다(Yazdani and Jeffrey, 2011). 이러한 구조적 특성을 이용한 회복력 산정은 Yazdani and Jeffrey (2010)의 연구에서 상수도관망의 구조적 가외성과 강건성을 토대로 회복력 산정을 위한 여러 정량화법을 체계화하고 후속 연구들에서 수정 보완 및 적용한 바 있다(Yazdani and Jeffrey, 2011; Yazdani *et al.*, 2011). 후에 Herrera *et al.* (2016)와 Di Nardo *et al.* (2017)은 그래프 이론과 Todini (2000)가 제안한 RI와의 관계를 규명하는 연구를 발표하였다. Davidson *et al.* (2005)와 Price and Ostfeld (2016)의 연구들은 회복력과도 연관이 있는 오염물의 확산에 대비 및 발생 시 피해를 줄이기 위한 방안을 그래프 이론의 이용 제공한 바 있다(Davidson *et al.* 2005; Price and Ostfeld, 2016). Jun (2006) 또한 밸브를 이용한 관 파괴 지역의 격리로 인한 피해 범위를 산정한 바 있다.

이처럼 그래프 이론은 설계로부터 회복력에 이르기까지 다양하게 상수도관망에 적용되었다. 다만, 상수도관망에 그래프 이론을 적용한 대부분의 연구들은 무향-비가중 그래프 이론을 사용하였다. 그래프 이론의 종류에 대해서는 뒤에서 상세히 기술할 것이나 총 네 가지로 분류할 수 있으며, 이 중 무향-비가중 그래프 이론은, 모든 변이 양방향임을 가정하고 해당 변 혹은 점의 존재가 중요한 것으로 단순히 개수를 세어서 다양한 정량화법을 측정하는 그래프 이론의 종류를 일컫는다. 그러나 상수도관망의 경우 관, 펌프, 그리고 밸브에서의 유량 흐름의 방향은 양방향이지 단방향이며 관의 통수능 역시 관경, 관의 길이, 노후도 등 다양한 요인에 따라 상이하다. 이에 상수도관망은 무향-비가중 그래프 이론이 아닌 유향-가중 그래프 이론이 더 적합하다고 할 수 있다. 실제로 Jung and Kim (2018)의 연구에서 양방향-비가중 그래프 이론을 설계에 반영하였으나, 수리해석에 기반한 설계와 상이한 결론을 나타냄을 증명하는 바 있다. 상수도관망에 유향-가중 그래프 이론은 수리해석의 결과를 토대로 유량의 흐름 방향과 가중치를 결정하고 적용하였다. Yazdani and Jeffrey (2012)의 연구에서는 취약성(Vulnerability)을 고려하기 위해 이를 적용한 바 있다. Yoo *et al.* (2015)는 유향-가중 그래프 이론을 통해 센서의 최적 위치를 결정하였다. Herrera *et al.* (2016)의 경우 K-th shortest pathway의 개념을 소개하고 이와 수리해석 기반 회복력 인자들과 상관성을 분석한 바 있다.

본 연구에서는 기존에 상수도관망에 적용된 무향-비가중 그래프 이론을 유향-가중 그래프 이론으로 확장하고, 이를 기반으로 수원-절점 최소 거리(Source-to-Node Shortest Pathway; SNSP) 개념을 소개하고자 한다. SNSP는 수원과 각 수용가까지의 최소 거리를 산정하는 정량화법으로 정의하며, 수원과 수용가까지의 총 거리가 길어질수록 상수도관망의 전반적인

에너지 손실 및 회복력과 연관된 특성이 변동하는 것에서 기인한 개념이다. 본 연구에서 소개하는 SNSP는 기존 연구들과는 달리 복잡한 수리해석 없이 비교적 간단한 구조적 해석을 통해 현재 상수도관망의 상태를 간략하게 예측할 수 있는 유용한 지표이다. 또한 SNSP가 상수도관망에서 분리된 수용가에서 그 값이 0이 되어 에너지 손실 면에서 이익을 갖는 단점을 극복하기 위해 SNSP의 역수 값인 SNSP-Degree (SNSP-D)를 사용한다. 본 연구에서 제안하는 SNSP-D는 42개의 J시 소재 상수도관망에 적용하여 총 네 가지 수리해석 기반 회복력 및 에너지 효율 지표와 그 상관성을 입증하고자 한다. 이를 통해 SNSP-D 분석 결과가 상수도관망의 다른 구조적 위상에서 오직 구조해석만으로 수리 거동 예측이 어느 정도 가능한지를 밝히고자 한다. 또한 다중 회귀 분석을 통해 SNSP-D와 회복력 및 에너지 효율 간의 상관성에 영향을 미치는 수리학적 변인을 확인하였으며, 마지막으로 수용가 수준에서의 SNSP-D와 수용가의 압력 및 수두 간의 상관성 분석을 실시하였다.

2. 유향-가중 그래프 이론

본 연구의 목적은 기존 무향-비가중 그래프 이론을 유향-가중 그래프 이론으로 확장하고 SNSP의 개념을 소개하여 이와 수리해석에 기반한 다양한 회복력 및 에너지 효율과의 상관성을 분석하는 것이다. 본 절에서는 먼저 그래프 이론에 대한 전반적인 배경 소개, SNSP 정량법 소개, 마지막으로 기존 상수도관망의 수리해석 기반 회복력 및 에너지 효율 정량법들을 소개한다. 여러 연구에서 그래프 이론 기반의 다양한 정량법을 소개하였으나, 본 연구의 방향과는 맞지 않아 전반적인 그래프 이론 소개 및 SNSP 개념 소개만 요약하며 다른 정량화법은 본 연구에서 참고한 문헌에서 확인할 수 있다.

2.1 그래프 이론 배경

그래프 이론은 수학에서 객체(주로 점) 간에 짝을 이루는 관계를 규명하기 위해 사용되는 수학 구조인 그래프에 대한 연구이다(Alenazi and Sterbenz, 2015). 가장 일반적인 의미에서 그래프는 순서쌍 $G=(V, E)$ 로 생각할 수 있으며, V 는 모든 점(Vertex), E 는 모든 변(Edge)이다. 이를 상수도관망과 연관해서 생각해보면, 점은 수용가, 수원, 탱크 등 물의 출발 혹은 도착지를 대변하며, 변은 관, 펌프, 밸브, 터빈과 같이 점의 연결고리 역할을 해주는 요소를 포함한다. 그래프 이론에서 중요한 것은 “점과 점이 인접해있는가(연결되어 있는가)?” 그리고 인접해있으면 “어느 정도로 인접해 있는가(연결 강

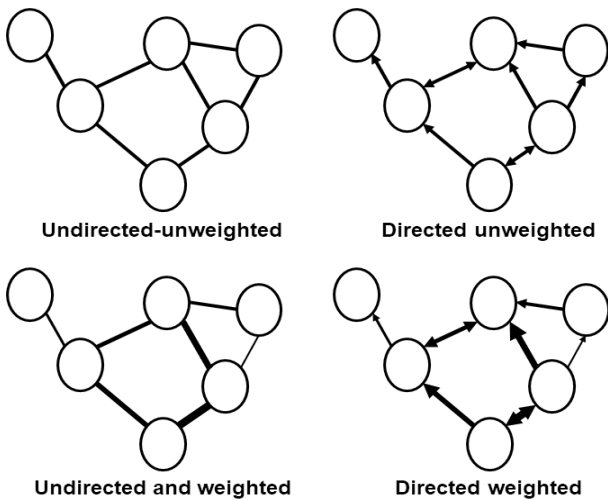


Fig. 2. Illustration of different types of graph theory

도)?" 두 가지를 꼽을 수 있다. 이 두 가지 질문은 Fig. 2와 같이 그래프 이론을 총 네 가지 종류로 나눈다.

점과 점의 연결성은 방향과 관계된 것으로 예를 들어 1번 점과 2번 점이 변으로 연결되어 있더라도, 흐름이 한 방향으로 제한된다면 역방향은 연결되어 있지 않는 것으로 간주한다. 연결의 개수를 얘기할 때 그래프 이론에서는 차수(degree)라는 용어를 사용한다. 참고로 이때 연결성 여부는 흐름이 도착하는 점(in degree; 입력 차수)과 출발하는 점(out degree; 출력 차수) 두 가지 측면으로 나누어서 고려할 수 있다. 이는 Fig. 2에서 무향 그래프 이론과 유향 그래프 이론을 구별하는 기준이 되며, 무향의 경우 양방향 흐름이 존재하는 경우이다. 어느 정도로 인접해 있는가는 연결의 강도로 생각할 수 있다. 연결의 강도는 무선 인터넷(와이파이)의 수신강도와 같이 핸드폰의 위치에 따라 그 강도가 변정되는 것으로 설명할 수 있다. 연결강도의 고려 여부는 Fig. 2에서 미가중 그래프와 가중 그래프를 구별하는 기준이 된다.

그래프 이론은 그래프의 어떤 특성을 정량화하는가에 따라 다양한 정량화법이 존재한다. 이러한 정량화법은 대개 상수도관망 내의 점 혹은 변의 개수, 루프(loop)의 개수 등 실질적인 개수를 세어 그 숫자를 대입해서 산정하거나 이러한 숫자로 구성된 행렬을 이용하여 산정한다. 참고로, 점 혹은 변의 개수를 셀 때 미가중 그래프의 경우 이들의 유무가 중요한 것으로 물리적인 개수를 구하나, 가중 그래프의 경우 각 점과 변이 다른 가중치를 가질 수 있으며 이들 가중치의 합이 점 혹은 변의 총 개수가 된다.

그래프 이론에 사용되는 행렬은 인접행렬(adjacency matrix; A)과 라플라시안 행렬(Laplacian matrix; L) 그리고 각 점 간

연결차수(node degree; D)를 대각 행렬 형태로 저장하는 연결차수행렬이다. 이들 행렬은 그래프 이론의 종류에 따라 다양한 방법으로 산정된 숫자로 구성된다. 여기서 말하는 숫자는 미가중 그래프에서 점 혹은 변의 개수를 의미하고 가중 그래프에서는 가중치의 합을 의미한다. 다음은 인접행렬을 구축하는 규칙이다.

- 인접행렬은 $n \times n$ 의 구조를 가지며, n 은 점(수원, 수용가, 탱크를 포함한)의 총 개수이다.
- 인접행렬의 요소인 a_{ij} 는 점 i 에서 j 로의 변의 유무 정보를 저장한다.
- 미가중 그래프의 경우 a_{ij} 는 점 i 와 j 사이 변이 존재하면 1 그 외에는 0을 배정한다. 단, 가중 그래프의 경우 변의 가중치(w_{ij})를 배정한다.
- 무향 그래프에서 $a_{ij}=a_{ji}$ 이지만(symmetric), 유향 그래프에서는 해당 관계가 성립되지 않는다.

연결차수행렬은 각 점과 인접한 점을 개수를 저장하는 행렬이다. 여기에서 말하는 인접한 점이란 두 점 간에 직접 이어주는 변의 존재 유무, 즉 서로 연결된 두 점을 의미를 의미하며 연결 차수란 인접해 있는 점의 개수를 의미한다. 연결차수행렬은 아래와 같은 규칙으로 구축된다.

- 연결차수행렬은 $D=diag(k_i)$ 로 표현되는 대각행렬(diagonal matrix)이다.
- k_i 는 i 점의 연결 차수 정보를 저장한다.
- 미가중 그래프의 경우 k_i 는 i 점을 출발 혹은 도착하는 변의 총 개수를 저장하며, 가중 그래프의 경우 i 점을 출발 혹은 도착하는 변의 가중치(w_{ij}) 합을 저장한다.
- 단, 무향 그래프의 경우 i 점에 물리적으로 연결되면 미가중과 가중 여부에 따라 해당하는 숫자를 저장하지만, 유향 그래프의 경우 i 점을 향해 도착할 때(in degree)와 출발 때(out degree)를 구분하여 배정한다.

라플라시안 행렬은 본 연구에서는 사용되지 않지만, 수학적으로 연결정도행렬과 인접행렬의 차($L=D-A$)로 정의한다. 라플라시안 행렬의 고유치(eigenvalue)들은 구조적 강건성과 가외성 산정에 사용된다. 앞서 언급한 바와 같이 그래프 이론의 여러 정량화법을 본 연구에서 소개하진 않지만, Yazdani and Jeffrey (2010, 2011), 그리고 Yazdani et al. (2011)의 연구에서 구체적인 내용을 확인할 수 있다.

2.2 수원-절점 최소거리(SNSP; Source-to-Node Shortest Pathway)

본 절에서는 본 연구에서 제안하는 SNSP의 정의 및 정량법을 소개한다. SNSP는 수원에서 각 수용가까지의 최소거리를 산정하는 정량법으로, 해당 값이 커질수록 에너지 손실이 증가한다는 가정에 기반한다. 상수도관망의 에너지 소비는 매우 중요한 설계 및 유지 관리 고려 사항이다. 상수도관망 내 수원의 수두가 상수도관망 내의 모든 수용가에서의 최소 요구 수압(minimum pressure/head)을 만족하여 물을 공급할 수 있다면, 해당 상수도관망은 에너지의 추가 공급 없이 자연유하식으로 운영이 가능하다. 그렇지 않을 경우, 수용가의 최소 요구 수압을 만족하도록 펌프를 통한 가압이 이루어져야 이론적으로 각 수용가에서 소비하고자 하는 수요량을 만족할 수 있다. 다만, 자연유하식으로 운영되는 상수도관망의 경우도 관의 노후와 같이 상수관망의 생애주기(life-cycle) 동안 필연적으로 발생하는 교란(disturbance)으로 인해 에너지 손실이 증가하여 때에 따라 최소 수압 조건이 만족하지 않는 경우가 발생할 수 있다.

SNSP는 이러한 종합적인 상수도관망 내 에너지 손실을 간접적으로 평가하고자 제안한 정량법이며, 복잡한 수리해석 없이 상수도관망의 기본 연결 정보를 토대로 산정할 수 있는 것이 장점이다. 또한 SNSP는 유량-가중 그래프 이론을 택하여 산정한다. 기본적인 토대는 그래프 이론에서 쓰이는 정량법 중 그래프 내 모든 점들 사이의 평균 거리를 산정하는 평균 경로 길이(average path length)와 동일하나, 모든 점들이 아닌 수원과 수용가 사이의 거리만을 구하는 것에서 차이가 있다.

SNSP를 구하는 절차는 다음과 같다. 가장 먼저 인접행렬을 구축해야 한다. 앞서 언급한 것과 같이 인접행렬에 저장되는 정보는 그래프 이론의 종류에 따라 다르며, SNSP의 경우 유량-가중 그래프 토대이기에 같은 연결이어도 유량에 따라 상이한 정보가 저장되며 그 수치는 가중치에 따라 선택한다. 유량은 수원에서의 거리에 가까운 수용가에서 먼 수용가로 흐르는 것을 원칙으로 하며, 이는 SNSP 산정 과정에서 자동으로 선택된다. 가중치의 선정 시 수리학적으로 관내 에너지 손실과 관련된 요인들 중 수리해석과 별도로 알고 있는 혹은 유추할 수 있는 정보를 고려한다. 참고로 본 연구에서는 SNSP의 첫 소개 및 적용인 만큼, 효율성을 확인하기 위해 여러 종류의 변 중 오직 관만을 고려하였으며 본 절에서 아래에서 소개하는 가중치는 관에 적용된다. 수리해석 프로그램 중 가장 많이 사용되는 EPANET2.0의 에너지 손실(수두손실; headloss)을 산정하는 식은 아래와 같다.

$$h_L = Aq^B \quad (1)$$

여기서, h_L 은 에너지 소비, A 는 저항 계수(resistance coefficient), q 는 유량, 그리고 B 는 유량 지수(flow exponent)이다. EPANET2.0에는 A 와 B 의 값에 따라 총 3가지 방법의 에너지 소비를 구하는 방법을 제공하고 있지만, 본 연구에서는 Hazen-Williams 방법을 채택하였으며, 해당 방법의 경우 A 는 아래와 같이 산정한다.

$$A = 4.727 C^{-1.852} d^{-4.871} L \quad (2)$$

여기서, C 는 Hazen-Williams 거칠기 계수이며, d 는 관경, L 은 관의 길이이다. 유량의 경우 수리해석을 수반한 결과 값으로 SNSP의 취지에는 맞지 않아 가중치로 부여하지 않지만, Hazen-Williams 방법의 경우 B 는 1.852를 사용한다. Hazen-Williams 거칠기 계수의 경우 매설 연수에 따른 영향을 간접적으로 반영하기 위해 Sharp and Walski (1988)의 산정식을 사용하였다.

$$C = 18.0 + 37.2 \log \left(\frac{e_0 + at}{d} \right) \quad (3)$$

여기서, e_0 는 초기 조도계수, a 는 조도 성장 계수이며 t 는 매설 연수이다.

SNSP는 위의 A 를 가중치로 택하여 인접행렬을 구축한다. 다만, A 산정에 필요한 Hazen-Williams 거칠기 계수, 관경, 관의 길이는 모두 상수도관망 내 최대값으로 0과 1의 사이 값으로 정규화(normalized)한 후 적용한다. 이때 Hazen-Williams 거칠기 계수의 경우 매설 연수가 0인 신관의 경우가 최대 값이다. 해당 절차를 통해서 인접행렬을 구축한 뒤, 이 행렬을 토대로 수원부터 각 수용가에 이르는 최소거리를 산정한다. 여기서 말하는 최소거리는 실제 거리와는 다른 것으로 수원에서 각 수용가에 이르기까지 손실되는 에너지 정도(degree)로 해석할 수 있다. 즉, 길이가 늘어날수록 에너지 손실량은 늘어난다. 본 연구에서는 최소 거리 산정 시 Dijkstra의 최소 거리 알고리즘을 사용하였다(Dijkstra, 1959). 만약 상수도관망이 단일 수원이 아닌 다중 수원인 경우 여러 개의 수원 중 각 수용가에 이르는 SNSP가 더 짧은 것을 선택한다. 상수도관망의 에너지 손실은 SNSP 역수의 총 합에 반비례한다고 가정한다. 역수를 취한 것은 SNSP의 경우 수원에서 분리된 수용가의 경우 경로가 존재하지 않기에 0으로 산정되어 수원에서 거리가 가까운 것으로 산정되어 더 유리한 결과를 나타내는 것을 예방하기 위함이며 SNSP의 역수를 SNSP-Degree (SNSP-D)로 정의한다. SNSP-D는 SNSP가 0인 경우 0이 되고 0 이외의

SNSP들을 역수를 취하여 SNSP-D 값을 계산하여 SNSP-D가 클수록 에너지 손실이 줄어들음을 확인할 수 있게 하였다.

2.3 상수도관망 수리해석 기반 회복력

앞서 SNSP는 수원에서 수요지까지의 최소거리를 산정하는 정량법으로, 이는 SNSP-D의 합을 고려할 시 그 값이 증가할수록 에너지 손실은 감소한다는 가정에 기반한다고 소개했다. 다만, SNSP 및 SNSP-D 산정 시 수리해석이 진행되지 않기에, 실제 수리 거동에 따른 에너지 손실과 경향이 같은지 알기가 어렵다. 따라서 본 절에서는 본 연구에서 제안하는 SNSP 및 SNSP-D의 상수도관망 수리 거동 반영 정도를 평가를 위해 사용된 회복력 및 에너지 효율을 정리한다.

본 연구에서 총 네 가지 정량법들을 통해 수리 거동에 따른 에너지 소비를 산정한다: (1) Todini (2000)의 회복력 계수 (RI), Eq. (4); (2) Prasad and Park (2004)의 네트워크 회복력 계수(NRI), Eq. (5); (3) Jayaram *et al.* (2008)의 수정 회복력 계수(MRI), Eq. (7); 그리고 (4) 에너지 효율, Eq. (8)이다. 총 세 가지 회복력 계수들은 모두 여분 에너지(surplus energy) 기반으로 회복력을 산정하는 방법들로, 여분 에너지가 많을수록 상수도관망의 회복력이 높다고 가정한다. 여분 에너지를 높이는 방법은 크게 공급 에너지를 높이거나 소산되는 에너지(에너지 손실)를 줄이는 두 가지 방법이 있다. 후자의 경우 SNSP의 가정과 부합하기에 SNSP의 수리 거동 예측 정도를 평가하기 위해 이들 회복력들을 고려하였다. 본 연구에 사용된 식들은 아래 Eqs. (4)~(8)과 같다.

$$RI = \frac{\sum_{i=1}^n q_i^* (h_i - h_i^*)}{\sum_{j=1}^r Q_j H_j + \sum_{k=1}^p (P_k / \gamma) - \sum_{i=1}^n q_i^* h_j} \tag{4}$$

$$NRI = \frac{\sum_{i=1}^n C_i q_i^* (h_i - h_i^*)}{\sum_{j=1}^r Q_j H_j + \sum_{k=1}^p (P_k / \gamma) - \sum_{i=1}^n q_i^* h_j} \tag{5}$$

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_{p,i}} d_j}{N_{p,i} \times \max\{d_j\}} \tag{6}$$

$$MRI = \frac{\sum_{i=1}^n q_i^* (h_i - h_i^*)}{\sum_{i=1}^n q_i^* h_j} \tag{7}$$

$$E_{eff} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i^* h_i}{\sum_{j=1}^r Q_j H_j + \sum_{k=1}^p (P_k / \gamma)} \tag{8}$$

여기서, q_i^* 와 h_i^* 는 각각 i번째 수용가의 설계 수요량과 최소 요구 수두이며, h_i 는 i번째 수용가의 실제 수두, Q_j 와 H_j 는 각각 j수원의 유량과 수두, P_k 는 펌프k에서 공급된 총 에너지, C_i 는 균일성(uniformity), γ 는 물의 단위 중량, 그리고 n, r, p는 각각 수용가, 수원, 펌프의 총 개수이다.

3. 연구 대상 네트워크

본 연구에서 제안한 SNSP는 국내 J시의 42개 상수도관망에 적용하였으며, 수리해석 기반 회복력과 결과를 비교하였다(Fig. 3). 42개 상수도관망은 관의 개수와 수용가의 개수 그리고 형태가 모두 다르나 모두 단일 수원에서 물을 공급 받는다. 또한 앞서 언급한 것과 같이 본 연구는 다양한 종류의 변중 오직 관에 대한 가중치를 부여하여 처음 소개되는 SNSP 개념의 효용성 검증하기 위함으로, 선택된 42개의 상수도관망은 모두 펌프와 밸브가 없는 관으로만 이루어져 있다. 모든 관의 정보는 실제 정보를 사용하였으나, 관들의 노후도 정보의 경우 모든 관들을 매설 직후 상태인 신관으로 가정하고 모의하였다.

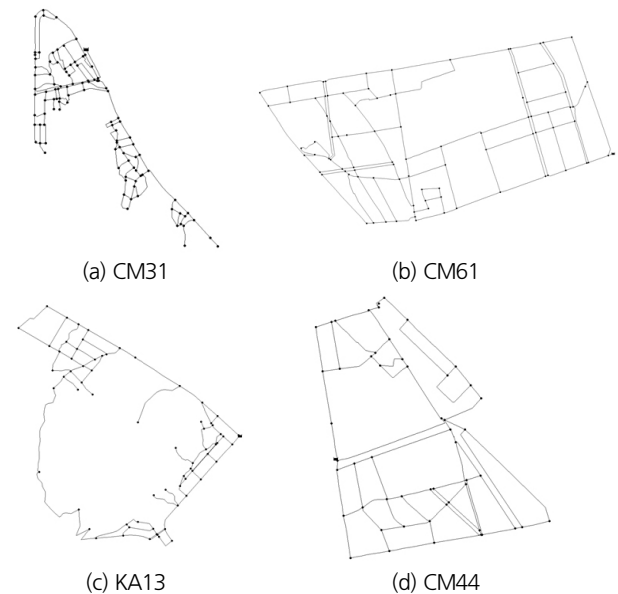


Fig. 3. Schematic of few representative study networks of total 42 networks in J City, Korea considered

본 연구에서는 42개 상수도관망 각각에서 구조적 위상을 바꾸어가며 SNSP 분석(SNSP 산정과 SNSP-D 산정을 일컫음)을 할 때 이러한 변화로 인한 수리 거동 예측이 수리해석과 별개로 가능anz이를 판단하고자 한다. 구조적 위상의 변화는 단일 관 파괴 모의를 통해 모의하였다. 단일 관 파괴 모의는 매 모의마다 관의 상태(EPANET에서 Status 변수)를 닫힘(closed)로 두고 수리 해석을 하는 방법이다. 해당 모의의 결과를 통해 회복력과 에너지 효율을 산정한다. SNSP 분석은 수리 해석과 별개로 실시하며, 닫힌 관의 경우 해당 연결이 무시한다. SNSP 값을 산정하고 그 값의 역수를 취해 SNSP-D 산정한다. SNSP-D의 총 합과 회복력, 에너지 효율 간의 상관성 분석 결과는 피어슨 상관 계수(Pearson Correlation Coefficient; PCC)를 사용하여 정량화한다. SNSP-D의 합은 시스템 수준의 에너지 손실을 정량화하는 것으로 System-SNSP-Degree(S-SNSP-D)로 정의된다. PCC 값은 각 상수도관망 별로 단일 관 파괴에 따른 각 지표들 변화 간에 산정했다. 상수도관망 간 비교를 하지 않는 것은 다른 상수도관망은 다른 수용가에서 수요량 및 고도를 가지며 수원 역시 다른 수두를 갖기에 이러한 수리학적 변인 차이에 따라 공평한 비교가 어렵기 때문이다. 즉, 단일 관 파괴 모의는 동일한 수원-절점의 조건 하에서 다른 위상 간의 공평한 비교를 위함이다. 또한 각 지표와 S-SNSP-D 간의 상관성에 영향을 주는 수리학적 변인을 규명하기 위해 다중 회귀 분석을 실시했다. 마지막으로, SNSP-D의 공간 분포에 따른 수리 거동 예측 가능성을 평가하기 위해, 각 수용가 별로 단일 관 파괴 모의 시 수리해석 결과 산정된 압력 및 수두와 각 수용가별 산정된 SNSP-D 간에 상관성 분석을 진행하였다.

수리해석이 필요한 경우 수리해석 프로그램인 EPANET을 사용하여 진행하였다. 본 연구에서 사용한 EPANET 모형은 비정상 상황(abnormal condition)에서 모의를 위해 소스코드가 압력기반해석(pressure dependent analysis; PDA)으로 수정된 모형을 사용하였다. SNSP는 Python 언어를 통해 구축한 모형을 기반으로 각 42개 상수도관망의 기본 정보(관의 길이, 관경)만 가지고 산정하였다. Dijkstra의 최소 거리 알고리즘은 Python 프로그램 내 SciPy 패키지를 통해 수용가의 연결 정보만 가지고 산정할 수 있다.

4. 적용 결과

S-SNSP-D와 각 회복력 및 에너지 효율에 대한 상관성 분석 결과는 각 상수도관망 별로 개별적인 값이 산정되었으며, 최대값, 최소값, 평균값, 그리고 PCC의 표준편차의 값을 Table 1

Table 1. Pearson correlation coefficient results for 42 study networks

	RI	NRI	MRI	E_Eff
Max	0.998	0.998	1.000	1.000
Min	0.374	0.412	0.624	0.739
Average	0.876	0.870	0.934	0.955
Standard Deviation	0.160	0.163	0.082	0.061

에 정리하였다. Table 1에서와 같이, 42개 적용 상수도관망 모두 상당히 높은 PCC 값을 가졌다. 특히 MRI와 에너지 효율의 경우 전체 42개의 상수도관망 PCC 평균이 0.93 이상으로 상당히 높은 상관성을 보임을 알 수 있다. 이러한 높은 상관성은 수리해석이 힘든 경우 S-SNSP-D가 상수도관망의 회복력 및 에너지 효율과 같은 수리거동을 예측할 수 있음을 시사하며, 이를 통해 상수도관망의 설계, 유지 및 관리 계획을 수립하는데 있어 도움이 될 것으로 예상할 수 있다.

PCC 값이 양수인 것은 S-SNSP-D의 역수가 회복력 및 에너지 효율과 같은 방향성을 가짐을 의미한다. 즉, 대부분의 경우 S-SNSP-D 값이 커질 때 회복력 및 에너지 효율도 높아진다. 다만 이러한 경향은 같은 상수도관망 내에서만 적용 가능한 것으로, 다른 상수도관망과의 비교 시 수용가의 고도, 수요량, 저수지의 수두와 같은 각 상수도관망의 수리학적 변인에 따라 그 값이 일관적이지 않음을 확인했다. 예를 들어, CM31 상수도관망(Fig. 3(a))의 경우 총 151개의 관과 105개의 절점을 가지며 관의 총 길이가 12,147 km, 총 수요량 36.4 LPS이지만 S-SNSP-D는 2.38 km 정도로 측정된다. CM61 상수도관망(Fig. 3(b))은 총 140개의 관, 93개의 절점, 관의 총 길이는 11,300 km, 총 수요량은 37.75 LPS로 CM31과 매우 유사한 특징을 가지지만, S-SNSP-D는 24.77 km로 약 10배 이상 차이가 난다. 이러한 차이는 상수도관망의 고도 혹은 저수지의 위치와 같이 전반적인 상수도관망의 위상 차이로 인한 결과이다(Fig. 3 참고). 다만 앞서 확인한 바와 같이 동일한 상수도관망에서는 경향성이 뚜렷하기에, 어떤 구조로 관을 매설하여 수용가들을 수원으로부터 이어주는 것이 회복력 및 에너지 효율 측면에서 효과적인지를 결정할 수 있다.

전반적으로 PCC가 높은 수치를 보이지만, RI와 NRI 기준으로 42개 중 6개(대략 14%) 상수도관망에서 0.7 이하의 PCC 결과를 나타내었으며 그 중 2개(42개 관망 중 대략 5%) 상수도관망에서 0.5 이하의 낮은 수치를 나타냈다(Fig. 4). RI와 NRI의 PCC 분석 결과는 대체로 각 상수도관망에서 관을 하나씩 닫을 때 산정된 RI와 NRI의 평균과 유사한 결과를 나타냈다. RI의 경우 각 상수도관망 별로 산정된 S-SNSP-D와의 PCC 결과와 RI의 평균값사이에 PCC 값이 0.79 정도로 높은 상관성

을 나타낼 수 있다. 절대적인 지표가 될 수는 없지만, 대체로 RI값이 낮은 경우 S-SNSP-D를 사용하여 설계, 유지 및 운영에 사용하는 것은 한계가 있을 수 있다.

마찬가지로, NRI의 경우도 S-SNSP-D와의 PCC 결과와 관망별 NRI 평균 간의 PCC가 0.7 정도로 산정되었다. 이러한 오차 및 낮은 상관성은 흐름이 있는 관 결정이 실제 수리해석과 SNSP 분석 시 차이가 있기 때문이다. Fig. 4에 분석대상인 상수도관망 중 가장 규모가 작은 JK35의 수리해석 결과상 흐름과 SNSP 분석 시 최소 흐름 경로에 포함되지 않는 관(Fig. 4에 X로 표시된 관)에 대한 정보를 보여주고 있다. Fig. 4에 나타나 있듯이, SNSP 분석 시 총 3개의 관은 그 가중치 때문에 어떠한 수용가으로도 물을 전달하는 경로로 사용되지 않는다. 그러나 수리해석에서는 이 경로들도 모두 물의 흐름에 관여하며, 때에 따라서 많은 유량이 흐름 경우 에너지 손실량이 SNSP 분석보다 월등히 높아짐을 확인하였다. 이러한 오차는 결국은 수리해석이 포함되지 않는 S-SNSP-D의 한계점을 보여주는 것이기도 하지만, S-SNSP-D는 이러한 상황에서도 MRI와 에너지 효율에 비교적 일관적인 상관성을 가지므로 에너지 관리 측면에서 효과적으로 사용될 수 있다.

앞서 상수도관망 별 S-SNSP-D와 회복력 및 에너지 효율 사이의 상관성 결과가 상수도관망의 수리학적 변인에 의한 차별성과 흐름 경로에 따라 PCC와 S-SNSP-D가 차이남을 설명했다. 구체적으로 어떤 상수도관망의 수리학적 변인이 영향을 미치는지 알아보기 위해 총 관과 절점의 개수, 상수도관망의 총 길이, 수요량, 평균 관경, 그리고 수원 의 수두, 수용가의 평균 고도 및 고도의 표준 편차 총 8개의 인자들을 상수도관망 별 PCC 결과와 다중회귀 분석을 실시하였다. 그 결과 RI와 NRI의 경우 다중회귀분석 결정 계수가 0.80에 근접한 수치를

나타내었으며, MRI의 경우 약간 낮은 0.70, 에너지 효율의 경우 0.45 정도로 산정되었다. 이는 에너지 효율의 경우 다른 회복력들에 비해서 사용한 8 개의 수리학적 변인의 영향을 덜 받음을 시사하며, 동시에 회복력 인자들은 이러한 변인들의 영향을 많이 받아 수리해석이 없는 SNSP와의 차이가 발생함을 알 수 있다. P-Value 분석 결과, RI와 NRI의 경우 총 수요량(각각 0.0003, 0.0006), 관의 개수(각각 0.0019, 0.0020), 그리고 절점의 개수(각각 0.0052, 0.0059) 순으로 그 상관성이 높은 것으로 나왔으며, MRI의 경우 관의 개수(0.0004), 절점의 개수(0.0005), 그리고 총 수요량(0.0091) 순으로 상관성이 높은 것으로 나타났다. 에너지 효율의 경우는 결정 계수가 낮아 큰 의미는 없지만, 평균 관경(0.0706)이 가장 상관성은 높은 것으로 나타났다. 다중회귀분석 결과, RI와 NRI의 PCC 결과가 낮은 이유는 MRI와 에너지 효율에 비해 선택된 8개 수리학적 변인에 의해 좀 더 민감하게 반응하기 때문이다.

마지막으로 각 상수도관망에서 수용가 별로 최소 거리와 해당 수용가에서의 압력과 수두 변화에 대한 상관성 분석을 실시하였다. 이는 앞서 분석한 것과 같이 S-SNSP-D와 회복력 및 에너지 손실에 대한 분석과는 다르게, 각 수용가 수준에서 SNSP-D와의 수리 거동을 살펴보기 위함이다. 압력과 수두 모두 모든 수용가에서 0.79와 0.78의 PCC 값을 나타내며, 높은 확률로 압력 및 수두의 크기 및 변화를 예측할 수 있음을 확인하였다. PCC 값은 상수도관망 수준에서의 상관성 결과보다 상대적으로 낮은 값을 가지지만, 값들의 표준편차는 0.06 정도로 비교적 일관적인 상관성을 가짐을 알 수 있다. Fig. 4 우측 상수도관망에서 각 수용가 별 PCC 값을 표시하였다. PCC의 분포를 살펴보면, 그 경향성이 SNSP 분석 시 흐름 경로에 포함하지 않은 관과 인접한 수용가에서 비교적 낮은

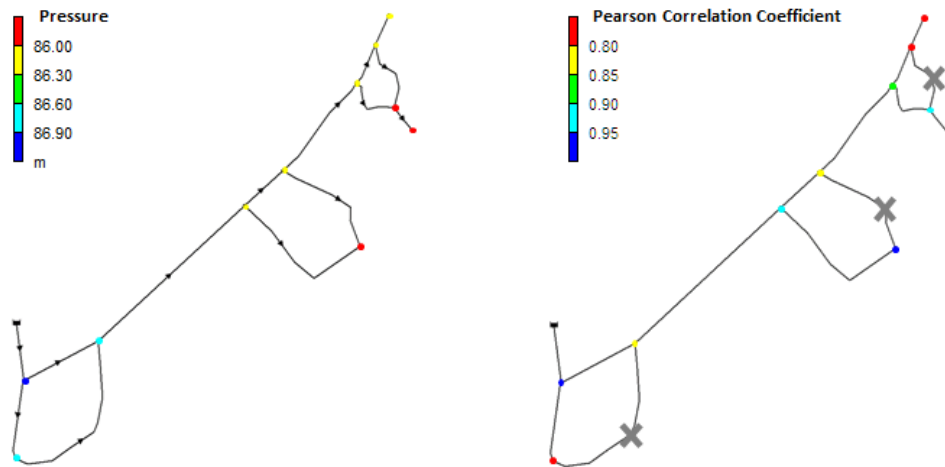


Fig. 4. Actual flow direction in pipes (left) and nodal PCC values between pressure and SNSP (right). The mark “X” indicates a pipe not considered in the SNSP analysis

PCC 값이 기록됨을 확인할 수 있다. 이러한 PCC 경향 역시 SNSP 분석이 수리해석을 포함하지 않아, 분석 시 상대적으로 SNSP-D 값이 커지는 관은 고려 대상으로 하지 않기에 발생하는 오차이다. 다만, 이러한 오차 및 한계에도 SNSP 분석은 높은 상관성으로 그 크기에 따라 압력과 수두를 예측하는 것에 사용될 수 있을 것으로 기대한다.

5. 결론

본 연구는 아직 상수도관망에는 적용이 활발히 되지 않았던 유형-가중 그래프 이론의 적용 예시를 SNSP의 개념을 통해 소개하였으며, 이의 역수인 SNSP-D를 통한 수리거동 예측 정도를 분석했다. SNSP의 장점은 복잡한 수리해석이 필요하지 않아, 수리해석이 불가하거나 오래 걸리는 경우에 적용이 비교적 간단하고 빠르다는 점이다. SNSP-D는 국내 J시 42개의 상수도관망을 대상으로 적용 산정하였으며, 이들 결과를 총 4개의 회복력 혹은 에너지 효율과 상관성을 분석했다. 이는 회복력과 에너지 효율은 모두 수리해석이 필요한 지표들로 이들과의 상관성이 높을 시 SNSP-D와 S-SNSP-D의 경향에 따라 상수도관망의 회복력 혹은 에너지 효율의 정도를 알 수 있을 것이라는 가정에서 분석했다.

이들 지표들과 S-SNSP-D에 대해 상관성 분석을 한 결과, 모든 에너지지표가 높은 PCC 값을 가짐을 확인하였으며, 특히 MRI와 에너지 효율의 경우 0.93를 상회하는 상당히 높은 평균값을 나타냈다. RI와 NRI의 경우 MRI와 에너지 효율에 비해 상대적으로 수리학적 변인에 영향을 많이 받음을 확인하고 이로 인해 MRI와 에너지 효율에 비해 낮은 PCC 값이 산정됨을 증명했다. 추가적으로 실시한 수용가 수준에서의 압력 및 수두와 SNSP의 상관성 분석 결과 역시 평균적으로 0.8에 가까운 상관성과 0.06 정도의 낮은 표준편차를 가짐을 확인하였으며, 결과를 통해 상수도관망 수준의 회복력 및 에너지 효율 예측뿐만 아니라, 각 수용가 별 압력 및 수두와 같은 수리거동 또한 높은 상관성으로 예측 가능함을 의미한다. 다만, 수리해석이 없이 산정된 S-SNSP-D는 SNSP 분석에서 흐름이 존재하지 않는 관으로 수리해석 결과 많은 유량이 흐름 경우 회복력 및 에너지 효율과 상관성이 낮아지는 단점이 있음을 확인하였다. 이러한 단점은 상수도관망 전체 수준에서와 수용가 수준 모두에서 동일하게 확인되었다. 그럼에도 불구하고, 본 연구에서 제안한 SNSP는 높은 PCC 값이 대변하듯 향후 수리해석이 힘든 경우 상수도관망의 대략적인 회복력 및 에너지 효율 수준을 알려줄 수 있는 지표가 될 것이다.

본 연구는 상수도관망의 그래프 이론을 유형-가중 그래프 이론으로 확장 및 이를 기반으로 SNSP의 소개를 한 것에 의미가 있으며 향후 다음과 같은 방향으로 적용 및 확장할 수 있다. 본 연구에서는 SNSP의 새로운 개념을 소개하기 위해 그 적용성에 제한을 두고 상관성 분석을 실시하였으나, SNSP를 이용한 설계 혹은 유지 및 관리 계획을 기존의 다양한 결정 인자들과 비교를 해주어 효용성을 재평가할 수 있을 것이다. 아울러 유형-가중 그래프이론을 밸브와 펌프 같이 다른 요소들에 확장하여 운영방법 결정에 대한 효용성 평가도 가능할 것이다. 또한 SNSP의 표준화(normalization)가 되면, 다른 상수도관망 간의 상호 비교도 가능할 것이다. 표준화된 SNSP는 좀 더 다양한 구성요소(다중 수원, 탱크, 펌프 및 밸브 등)를 포함하는 상수도관망에 적용할 수 있다. 마지막으로 본 연구에서는 관의 노후도를 모두 신관으로 가정을 하였지만, 상수도관망의 노후에 따른 자산 관리(Asset Management)와 같이 적용성을 높이기 위해서는 노후 상황에서도 유사한 모의를 해야 할 것이다.

감사의 글

이 성과는 2018년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2018R1C1B5045011).

References

- Alenazi, M. J., and Sterbenz, J. P. (2015), "Comprehensive comparison and accuracy of graph metrics in predicting network resilience.", 11th International Conference on Design of Reliable Communication Networks (DRCN2015), IEEE, pp. 157-164.
- Bruneau, M., Chang, S. E., Eguchi, R. T., Lee, G. C., O'Rourke, T. D., Reinhorn, A. M., Shinozuka, M., Tierney, K., Wallace, W. A., and von Winterfeldt, D. (2003). "A Framework to quantitatively assess and enhance the seismic resilience of communities." *Earthquake spectra*. Vol. 19, No. 4, pp. 733-752.
- Davidson, J., Bouchart, F., Cavill, S., and Jowitt, P. (2005). "Real-time connectivity modeling of water distribution networks to predict contamination spread." *Journal of Computing in Civil Engineering*. Vol. 19, No. 4, pp. 377-386.
- Di Nardo, A., Di Natale, M., Giudicianni, C., Greco, R., and Santonastaso, G. F. (2017). "Complex network and fractal theory for the assessment of water distribution network resilience to pipe failures." *Water Science and Technology: Water Supply*, ws2017124.

- Dijkstra, E. W. (1959). "A note on two problems in connexion with graphs" (PDF). *Numerische Mathematik*. Vol. 1, pp. 269-271, doi: 10.1007/BF01386390.
- Herrera, M., Abraham, E., and Stoianov, I. (2016). "A graph-theoretic framework for assessing the resilience of sectorised water distribution networks." *Water Resources Management*, Vol. 30, No. 5, pp. 1685-1699.
- Jun, H. (2006). "An evaluation of the pipe failure impact in a water distribution system considering subsystem isolation." *Journal of Korean Water Resource Association*, Vol. 39, No. 2, pp. 89-98.
- Jung, D., and Kim, J. (2018). "Water Distribution System Design to Minimize Costs and Maximize Topological and Hydraulic Reliability." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 144, No. 9, p. 06018005.
- Kessler, A., Ormsbee, L., and Shamir, U., (1990). "A methodology for least-cost design of invulnerable water distribution networks." *Civil Engineering Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 20-28.
- Ministry of Environment (2010). Water distribution system standards.
- Park, J. H., Han, K. Y., (1998). "Application of Graph Theory for the Pipe Network Analysis." *Journal of Korean Water Resource Association*, Vol. 31, No. 4, pp. 439-448.
- Prasad, T. D., and Park, N. S. (2004). "Multiobjective genetic algorithms for design of water distribution networks." *Journal of Water Resources Planning and Management*. Vol. 130, No. 1, pp. 73-82.
- Price, E., and Ostfeld, A. (2015). "Graph theory modeling approach for optimal operation of water distribution systems." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 142, No. 3, p. 04015061.
- Rhee, K. H., Oh, C. J., and Kang, Y. D. (2001). "Valve Searching Algorithm for Pipeline Control". *Journal of Korean Society of Water & Wastewater*, Vol. 15, No. 3, pp. 222-228.
- Rossman, L. A. (2000). "EPANET 2: users manual."
- Sonak, V. V., and Bhawe, P. R. (1993). "Global optimum tree solution for single-source looped water distribution networks subjected to a single loading pattern." *Water Resources Research*, Vol. 29, No. 7, pp. 2437-2443.
- Todini, E. (2000). "Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach." *Urban water*, Vol. 2, No. 2, pp. 115-122.
- Yazdani, A., and Jeffrey, P. (2012). "Water distribution system vulnerability analysis using weighted and directed network models." *Water Resources Research*, Vol. 48, No. 6.
- Yazdani, A., and Jeffrey, P. (2010). "A complex network approach to robustness and vulnerability of spatially organized water distribution networks." In 12th annual Water Distribution Systems Analysis conference, WDSA2010, Tucson, USA. pp. 129-130.
- Yazdani, A., and Jeffrey, P. (2011). "Applying network theory to quantify the redundancy and structural robustness of water distribution systems." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 138, No. 2, pp. 153-161.
- Yazdani, A., Otoo, R. A., and Jeffrey, P. (2011). "Resilience enhancing expansion strategies for water distribution systems: A network theory approach." *Environmental Modelling & Software*, Vol. 26, No. 12, pp. 1574-1582.
- Yoo, D. G., Chung, G., Sadollah, A., and Kim, J. H. (2015). "Applications of network analysis and multi-objective genetic algorithm for selecting optimal water quality sensor locations in water distribution networks." *KSCCE Journal of Civil Engineering*, Vol. 19, No. 7, pp. 2333-2344.