

비선형 지반-구조물 상호작용 해석의 현재와 미래

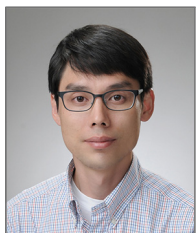
State-of-the-art of Nonlinear Soil-Structure Interaction Analysis

1. 들어가며

토목 및 기계공학에서는 탄성 매질에서의 파전파 현상에 대하여 많은 관심을 가져왔는데, 이는 이와 관련된 물리 현상이 다양한 공학적 시스템에 활용되고 있기 때문이다. 특히, 다양한 파전파 현상이 무한 매질에서 발생하고 있는데, 이에 대한 전형적인 예로는 반무한 지반에서의 지반-구조물 상호작용, 지반의 액상화 해석, 탄성파를 이용한 지반 조사, 다공성 물질로 이루어진 구조물의 비파괴 검사 등을 들 수 있다.

이 글에서는 다양한 파전파 문제 중에서도 반무한 지반에서의 지반-구조물 상호작용 문제에 대해 다루고자 한다. 지반-구조물 상호작용 해석 시에는 이 시스템의 두 가지 특성을 정확히 고려하여야 한다. 첫 번째로 지반-구조물 상호작용계는 지반과 구조물의 비선형 재료 거동, 구조물과 지반 경계에서의 비선형 경계조건(구조물 기초의 부분적 들림, 미끄러짐, 분리 현상 등) 등이 발생하는 복잡한 비선형 시스템이라는 점이다. 특히, 구조물의 대형화로 인해 지반에서 발생하는 응력이 증가해 지반의 비선형 거동이 발생할 가능성이 증가하고 있다. 이러한 비선형 거동은 시간영역에서 비선형 유한요소를 사용하여 고려할 수 있다. 두 번째 특성은 지반은 반무한 매질이고 이러한 매질에서의 지반-구조물 상호작용 해석(파전파 해석)은 반무한 영역으로의 에너지 방사를 정확히 고려할 수 있어야 한다는 점이다. 만약 이를 적절하게 고려하지 않는다면 탄성파가 한정된 영역에 갇히게 되어 최종 응답이 실제와 많은 차이를 보이게 되기 때문이다. 하지만, 반무한 지반에서의 에너지 방사는 주파수영역에서 정확히 모사할 수 있다. 그러므로, 지반-구조물 상호작용 문제에 대한 정확한 해를 구하기 위해서는, 특히 비선형 거동이 우세할 것으로 판단되는 문제의 해를 정확히 구하기 위해서는 앞에서 언급한 두 가지 특성을 시간영역에서 동시에 고려하여야 하고, 결국 무한 영역으로의 에너지 방사를 시간영역에서 얼마나 정확하고 효율적으로 모사할 수 있는지에 의해 해석의 정확성과 효율성이 결정된다. 즉, 시간영역에서 무한 매질의 효과를 정확하면서도 효율적인 방법으로 고려하는 것은 무한 매질에서의 지반-구조물 상호작용 및 파전파 해석기법 개발의 가장 중요한 연구 주제이다.

이 글에서는 지반-구조물 상호작용 문제의 지배방정식을 유도하고, 이 방정식의 해를 구하기 위해 개발된 수치적 접근법들을 살펴볼 것이다. 각각 방법의 장단점을 살펴본 후, 어떠한 방향으로 지반-구조물 상호작용 및 파전파 문제의 해법을 개발하여야 하는지에 대해 서술하고자 한다.



이진호

부경대학교 해양공학과 조교수

2. 지반-구조물 상호작용계의 지배방정식

우선 그림 1에 보인 지반-구조물 상호작용계의 지배방정식을 유도하고, 이 문제를 풀기 위해서 필요한 사항에 대해 살펴보고자 한다. 그림 1에서 아래첨자는 이산화된 시스템의 절점을 나타내기 위하여 사용하였다. 구조물과 지반의 경계면에 위치한 절점은 b 로 나타내었고, 구조물의 나머지 절점은 s 로 나타내었다.

그림 1과 같이 동적 시스템은 실제 구조물과 굴착된 지반의 두 개의 부분구조로 이루어진다. 이 두 개의 부분구조를 구분하기 위하여 위첨자가 필요할 때 사용된다. 구조물의 위첨자로는 s 를 사용하고, 굴착된 지반에 대해서는 g 를 사용한다. 이 두 개의 부분구조 외에도 지반에 대해서는 그림 2에 보인 바와 같이 또 다른 부분구조를 사용하는 것이 적절하다. 자유장 지반이라 불리는 굴착되지 않은 지반은 위첨자 f 로 나타내고, 굴착된 지반은 e 로 나타낸다.

우선 진동수영역에서의 지배방정식을 얻을 것이다. 그림 1의 오른쪽에 보인 분리된 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ss}^s(\omega) & \mathbf{S}_{sb}^s(\omega) \\ \mathbf{S}_{bs}^s(\omega) & \mathbf{S}_{bb}^s(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_s(\omega) \\ \mathbf{U}_b(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_s^s(\omega) \\ \mathbf{P}_b^s(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1a)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ss}^s(\omega) & \mathbf{S}_{sb}^s(\omega) \\ \mathbf{S}_{bs}^s(\omega) & \mathbf{S}_{bb}^s(\omega) \end{bmatrix} = -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss}^s & \mathbf{M}_{sb}^s \\ \mathbf{M}_{bs}^s & \mathbf{M}_{bb}^s \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss}^s & \mathbf{C}_{sb}^s \\ \mathbf{C}_{bs}^s & \mathbf{C}_{bb}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss}^s & \mathbf{K}_{sb}^s \\ \mathbf{K}_{bs}^s & \mathbf{K}_{bb}^s \end{bmatrix} \quad (1b)$$

여기서 \mathbf{S}^s 는 구조물의 동적강성, \mathbf{U} 는 구조물의 변위, \mathbf{P}_s 와 \mathbf{P}_b^s 는 각각 구조물에 가해지는 외부 하중과 지반과의 상호작용력을 나타낸다.

한편, 그림 3과 같이 굴착된 지반의 운동방정식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{S}_{bb}^g(\omega) \mathbf{U}_b^g(\omega) = \mathbf{0} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{S}_{bb}^g 는 굴착된 지반의 동적강성, \mathbf{U}_b^g 는 입사 지진파에 대한 굴착된 지반의 변위를 나타낸다. 굴착된 지반에 작용하는 외부하중이 없으므로 식 (2)의 우변은 $\mathbf{0}$ 이다. 그러므로, 그림 1의 오른쪽에 보인 분리된 지반-구조물 상호작용계에서 굴착된 지반의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{S}_{bb}^g(\omega) \{ \mathbf{U}_b(\omega) - \mathbf{U}_b^g(\omega) \} = \mathbf{P}_b^g(\omega) \quad (3)$$

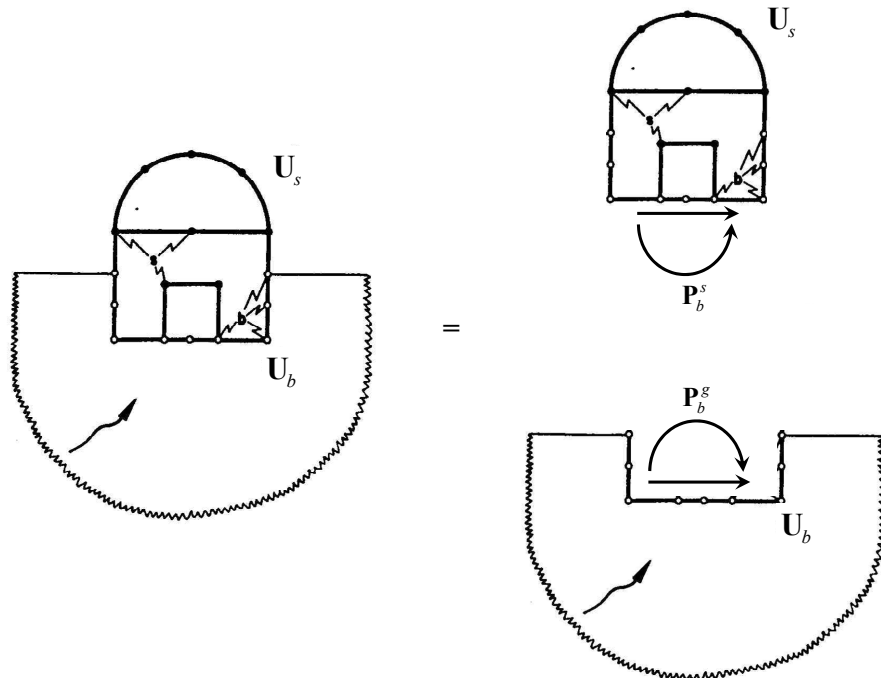


그림 1 지반-구조물 상호작용계

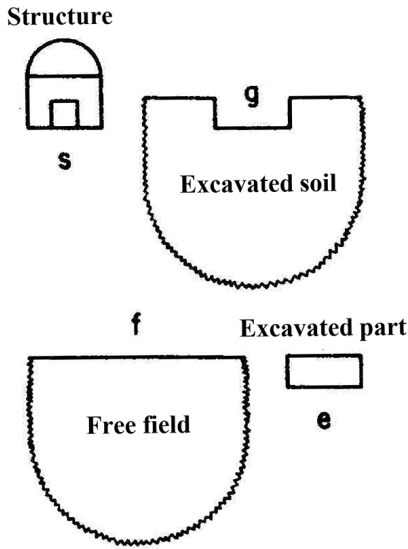


그림 2 부분구조계

여기서 P_b^g 는 구조물과의 상호작용력이고, 이로 인해 굴착된 지반의 변위는 U_b^g 와 차이가 발생하게 된다.

구조물과 지반에 각각 작용하는 상호작용력은 작용과 반작용의 관계를 가지므로 $P_b^s + P_b^g = 0$ 이다. 이로부터, 다음과 같은 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S_{ss}^s(\omega) & S_{sb}^s(\omega) \\ S_{bs}^s(\omega) & S_{bb}^s(\omega) + S_{bb}^g(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s(\omega) \\ U_b(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s(\omega) \\ S_{bb}^g(\omega)U_b^g(\omega) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)에서 지반-구조물 상호작용계의 응답을 구하기 위해서는 굴착된 지반의 동적강성 S_{bb}^g 와 변위 U_b^g 가 필요함을 알 수 있다. 만약 구조물이 강체 기초를 가지면, 굴착된 지반의 동적강성과 변위는 각각 강체 기초의 동적 강성과 기초 입력 운동으로 주어지게 된다.

굴착된 지반의 동적강성과 변위를 구하기 위해 다양한 수치적 모형이 개발되었는데, 가장 대표적인 방법으로 전달경계(Kausel, 1987), 경계요소(Beskos 1987; Beskos, 1997), 무한요소(Astley, 2000) 등이 개발되어 사용되어 왔다. 전달 경계는 thin-layer method를 사용하여 구한 지반의 진동 모드 중 $+x$ 축 (또는 $-x$ 축) 방향으로 에너지가 전파하는 모드만을 사용하여 지반의 운동을 표현하고 이로부터 수평 방향으로 무한한 지반의 동적 강성을 구하는 방법이다. 이

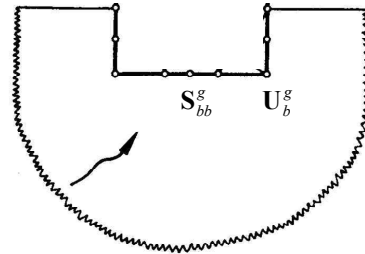


그림 3 굴착된 지반

모형은 층상 지반에 대하여 반해석적인 해를 줄 수 있는 방법이다. 경계요소법은 지배 방정식을 경계 상의 경계 적분식으로 변환하고 이 적분식을 이산화하여 해석하는 수치 해법이다. 경계 상의 적분 방정식을 대상으로 하므로 문제의 차원을 1차원 감소시킬 수 있는 장점이 있다. 이 과정에서 기본해를 사용하는데 기본해는 무한영역으로의 에너지 방사를 고려할 수 있으므로, 경계요소법을 사용하면 흡수 경계 등을 사용하지 않아도 무한 영역의 영향을 고려할 수 있게 된다. 무한요소는 유한요소를 확장한 방법으로, 무한 영역의 거동을 나타내기 위해 적합한 형상 함수를 사용하여 유한요소와 같은 방법으로 강성을 구하는 방법이다.

한편, 그림 4에 보인 바와 같이 자유장 지반은 굴착된 지반에 굴착된 부분을 더한 것과 같다. 즉, 그림 4의 오른쪽에 대해서 식 (4)를 적용하면, $S_{ss}^s = S_{sb}^s = S_{bs}^s = 0$, $U_s = 0$, $P_s = 0$ 이고, $S_{bb}^s = S_{bb}^g$, $U_b = U_b^g$ 이므로 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S_{bb}^g(\omega) + S_{bb}^g(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_b^g(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{bb}^g(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_b^g(\omega) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)에 의해 식 (4)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S_{ss}^s(\omega) & S_{sb}^s(\omega) \\ S_{bs}^s(\omega) & S_{bb}^s(\omega) + S_{bb}^g(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s(\omega) \\ U_b(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s(\omega) \\ S_{bb}^g(\omega)U_b^g(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s(\omega) \\ S_{bb}^g(\omega)U_b^g(\omega) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

즉, 지반-구조물 상호작용계의 응답을 구하기 위해서는 굴착된 지반의 동적강성 S_{bb}^g , 자유장 지반의 동적강성 S_{bb}^s 와 입사 지진파에 대한 자유장 지반의 응답 U_b^g 가 필요함을 알 수 있다. 자유장 지반의 응답은 1차원 파전파 해석 등을 통해 얻을 수 있다.

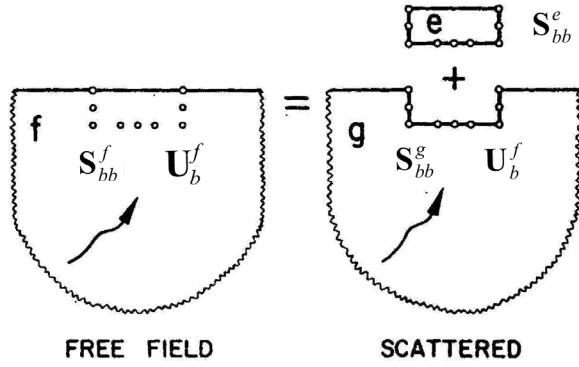


그림 4 자유장 지반

3. 고차 흡수경계조건과 PML

시간영역에서 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식은 식 (6)으로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss}^s & \mathbf{M}_{sb}^s \\ \mathbf{M}_{bs}^s & \mathbf{M}_{bb}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_s(t) \\ \dot{\mathbf{U}}_b(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss}^s & \mathbf{C}_{sb}^s \\ \mathbf{C}_{bs}^s & \mathbf{C}_{bb}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_s(t) \\ \dot{\mathbf{U}}_b(t) \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_s^{int}(t) \\ \mathbf{P}_b^{int}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \int_0^t \mathbf{S}_{bb}^g(t-\tau) \mathbf{U}_b(\tau) d\tau \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_s(t) \\ \int_0^t \mathbf{S}_{bb}^g(t-\tau) \mathbf{U}_b^g(\tau) d\tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_s(t) \\ \int_0^t \mathbf{S}_{bb}^f(t-\tau) \mathbf{U}_b^f(\tau) d\tau \end{Bmatrix} \quad (7)
 \end{aligned}$$

여기서 \mathbf{P}^{int} 는 구조물과 지반의 비선형 거동에 의한 비선형 내력을 의미한다. 재료 비선형성을 포함한 비선형 거동은 시간영역에서 비선형 유한요소를 사용하여 가장 잘 나타낼 수 있다.

식 (7)에서 확인할 수 있듯이, 지반-구조물 상호작용계의 응답을 시간영역에서 구하기 위해서는 지반의 동적강성과 변위의 convolution이 필요하게 된다. 이는 전달경계, 경계 요소, 무한요소 등에 의해 표현되는 반무한 지반의 영향이 진동수영역에서 얻어졌기 때문이다. Convolution 계산은 현재 시간에서의 응답을 계산하기 위해 계산을 시작하는 순간부터의 모든 응답 이력을 필요하므로 정확한 해를 얻을 수는 있지만 효율적인 방법이라고 할 수는 없다. 시간영역에서 효율적인 지반-구조물 상호작용 해석을 수행하기 위해서는 convolution 계산과 같은 global temporal operator보다는 local temporal operator가 선호되고, 이러한 형태로 표현되는 수치 모형이 필요하게 된다.

고차 흡수경계조건(Givoli, 2004)과 perfectly matched

layer (PML)(Basu and Chopra, 2003; Basu and Chopra, 2004)는 시간영역에서 local temporal operator의 형태로 표현할 수 있는 접근법이고, 최근 무한영역에서의 파전파 문제에 다양하게 활용되고 있다. 특히, 고차 흡수경계조건과 PML의 장점을 모두 가지고 있는 perfectly matched discrete layer(PMDL)를 이용하여 반무한 지반에서의 비선형 파전파 해석과 지반-구조물 상호작용 해석을 위한 수치적 방법이 개발되기도 하였다(Lee et al., 2014; Lee et al., 2016; Lee, 2018).

2차원 scalar-wave 문제를 통하여 고차 흡수경계조건의 개념에 대해 간략히 설명하고자 한다. 2차원 scalar wave equation은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (8)$$

여기서 ϕ 은 동수압, 평면의 변형(antiplane shear) 변위 등과 같은 물리량이고, C 는 scalar wave speed이다. 진동수 - 파수 영역(frequency - wavenumber domain)에서 $\phi(x, y, t) = \Phi(k, l, \omega) \exp[i(\omega t - kx - lz)]$ 와 같은 형태로 주어지고 이로부터 다음의 분산방정식을 얻을 수 있다.

$$k^2 + l^2 = \frac{\omega^2}{C^2} \quad (9)$$

즉, 식 (8)의 scalar wave equation을 푸는 것은 식 (9)를 만족시키는 파수 k , l 과 진동수 ω 를 구하는 것과 같다. 만약, 파수 k 가 식 (9)를 만족시키면, 파수 $-k$ 도 식 (9)를 만족시키게 된다. 즉, 식 (9)을 만족시키는 해는 $+x$ 축 방향과 $-x$ 축 방향으로 모두 전파하는 파이다. 만약 $+x$ 축 방향으로만 전파하는 파를 얻고자 한다면 식 (9)가 아닌 다음의 식을 만족시키는 파수 k , l 과 진동수 ω 를 구하여야 한다.

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{C^2} - l^2} \quad (10)$$

$+x$ 축 방향으로 무한한 영역에서는 $-x$ 축 방향으로 진행하는 파가 존재하지 않으므로, 식 (10)을 만족하는 파는 $+x$ 축 방향으로 무한한 영역에서 존재하는 파를 의미한다. 식 (10)을 만족하는 파의 응력과 변위 관계로부터 $+x$ 축 방향으로 무한한 영역의 동적 강성을 얻을 수 있다.

식 (10)은 진동수-파수 영역에서의 관계이므로, time-space domain에서 식 (10)에 대응하는 관계를 구하여야 한다. 하지만, 식 (10)의 형태에서 확인할 수 있듯이 식 (10)의 pseudo-differential operator에 대응하는 time-space domain에서의 연산자는 존재하지 않는다. 단지, 식 (10)에 대응하는 근사적인 연산자만을 얻을 수 있다.

식 (10)을 $l=0$ 에 대하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$k \approx \frac{\omega}{C} \quad (11a)$$

$$k \approx \frac{\omega}{C} - \frac{1}{2} \frac{C}{\omega} l^2 \quad (11b)$$

식 (11)로부터 각각 다음과 같이 time-space domain에서의 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{C} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (12a)$$

$$\frac{1}{C} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} + \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (12b)$$

식 (12a)로부터 $+x$ 축 방향으로 무한한 영역의 표면의 응력은 속도와 관계된다는 것을 알 수 있고, 반무한 영역의 동적 강성은 감쇠의 형태를 가지게 된다. 그래서 식 (12a)를 이용한 모형을 점성경계(viscous boundary)라고 부른다(Lysmer and Kuhlemeyer, 1969). 점성경계는 수직으로 입사하는 파에 대해서만 정확한 표현이지만, 그 형태가 간단하기 때문에 많이 사용되고 있는 방법 중의 하나이다. 한편, 식 (12b)는 정확히 수직으로 입사하는 파뿐만이 아니라, 거의 수직으로 입사하는 좀 더 넓은 범위의 파에 대해 적절한 거동을 나타내므로, paraxial boundary condition이라고 부른다.

식 (11)보다는 더 고차의 항을 이용하여 식 (10)을 다양한 방법에 의하여 근사할 수도 있다. 이러한 고차의 흡수경계 조건에 대해서는 Givoli(2004)의 논문에 정리되어 있다.

PML은 최근에 많은 연구가 이루어지고 있는 방법으로 이 방법은 전자기파에 대해 처음으로 개발되었지만 그 거동의 우수성으로 인해 현재는 거의 모든 파전파 문제에 적용되고 있다. 이 방법은 매질 내에서 진행되는 파가 감소하도록 복소 좌표변환을 통해 인위적으로 감쇠를 부여하는 방법이다.

앞에서 설명하였듯이 고차 흡수경계조건은 보조 변수에 의해 시간영역에서 local operator의 형태로 표현될 수 있는 유리식을 이용하여 무한 영역의 동적 강성을 근사할 수 있

다. 이 유리식 표현 때문에 고차 흡수경계조건의 인자들이 이 모형의 거동에 어떠한 영향을 미치는지 증명할 수 있다. 한편, PML은 복소 좌표 변환에 기반한 인위적인 흡수 매질이다. 이 모형은 고차 흡수경계조건보다는 구현하기가 쉽고, 근역의 모서리도 어려움 없이 다룰 수 있다. 그러므로, 지반-구조물 상호작용 또는 파전파 해석에 대해서 고차 흡수경계조건이나 PML 중 어떠한 모형이 더 좋은지를 단언하는 것은 힘들고, 이는 풀고자 하는 문제의 조건에 의해 결정된다(Rabinovich et al. 2010).

하지만, 강체 기반암과 자유 표면을 가지는 지반에서의 탄성과 전파 문제에 대해서 고차 흡수경계조건과 PML은 안정한 해를 보장하지 않는 단점이 있다. 주기적인 경계조건을 가지는 waveguide에서의 탄성과 전파 문제에 대해 안정한 해를 얻을 수 있는 고차 흡수경계조건이 개발되었지만(Baffet et al., 2012; Rabinovich et al. 2015; Rabinovich et al. 2017), 강체 기반암과 자유 표면을 가지는 지반에 대해서는 안정한 결과를 얻을 수 없다. PML은 phase velocity와 group velocity가 서로 다른 부호를 가질 때는 불안정한 결과를 줄 수 있는데, 강체 기반암과 자유 표면을 가지는 지반의 일부 진동 모드는 두 속도가 서로 다른 부호를 가지는 경우가 있다(Duru and Kreiss, 2014). 비등방성 매질에서도 이러한 현상이 발생할 수 있다(Bécache et al., 2003). 즉, 강체 기반암과 자유 표면을 가지는 지반에서의 지반-구조물 상호작용 문제에 대해 고차 흡수경계조건이나 PML을 사용하면 불안정한 결과를 얻을 수 있음에 주의하여야 한다.

4. Root-Finding Absorbing Boundary Condition

앞에서 설명한 바와 같이 고차 흡수경계조건은 보조 변수에 의해 시간영역에서 local operator의 형태로 표현될 수 있는 유리식을 이용하여 무한 영역의 동적 강성을 근사하는 방법이고, PML은 복소 좌표 변환에 기반하여 매질에 인위적인 감쇠를 부여하는 방법이다. 하지만, 최근 이 두가지 방법과는 다른 접근법을 사용한 새로운 흡수경계조건이 개발되었다(Lee and Tassoulas, 2018a; Lee and Tassoulas, 2018b; Lee, 2018).

식 (10)은 식 (9)의 해이다. 즉, 식 (9)의 해를 root-finding algorithm을 사용하여 구하고, 이로부터 $x \geq 0$ 인 영역의 경계에 적용할 수 있는 경계조건을 구하는 것이다. Root-finding algorithm으로 Newton-Raphson method를 사용하면 다음과 같은 경계조건을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \sigma_n\right)\phi = 0 \quad (13a)$$

$$\sigma_0\phi = \left(\tilde{l} + \frac{1}{C} \frac{\partial}{\partial t}\right)\phi \quad (13b)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n\phi \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sigma_{n-1} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) & \frac{1}{2}\sigma_{n-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ q_n \end{Bmatrix} \quad (13c)$$

또는

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n\phi \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sigma_{n-1} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sigma_{n-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ q_n \end{Bmatrix} \quad (13d)$$

여기서 \tilde{l} 은 사용자가 결정하는 초기값이다. 식 (13)의 경계 조건은 root-finding algorithm으로부터 유도되었기 때문에 이를 Root-Finding Absorbing Boundary Condition(RFABC)로 명명한다. 이 경계조건의 정확성과 연속체 수준에서의 안정성은 증명되었다(Lee and Tassoulas, 2018a).

식 (13)의 경계조건은 scalar wave에 적용할 수 있는 경계 조건이다. 탄성파는 P파와 S파로 분리할 수 있고, 다공성 탄성 매질에서의 탄성파는 연계된 P1파와 P2파, 그리고 S파로 분리할 수 있다. 각각의 성분에 대하여 식 (13)의 경계조건을 적용하면 탄성 매질 또는 다공성 탄성 매질에서의 탄성파 전파 문제에 적용할 수 있는 경계조건을 얻을 수 있다(Lee and Tassoulas, 2108b; Lee, 2018).

앞에서도 언급하였듯이 현재까지 개발된 고차 흡수경계 조건 중 일반적인 경계조건을 가지는 waveguide에서의 탄성파 전파 문제에 대하여 안정한 해를 얻을 수 있는 고차 흡수경계조건은 없다(Baffet et al., 2012; Rabinovich et al. 2015; Rabinovich et al. 2017). 하지만, 최근 이러한 문제를 해결할 수 있는 방법이 제안되었다. Waveguide 내에서의 물리량을 각각의 진동 모드로 분리한 후, 각 모드에 대하여 고차 흡수경계조건을 적용하는 것이다. 각 진동 모드는 Strum-Liouville 문제의 고유모드로 결정되거나, ϕ 의 푸리에 급수 전개를 사용하여 각각의 진동 모드로 분리할 수 있다. Lee and Tassoulas(2018b)와 Lee(2018)에서는 이와 같이 분리된 각각의 진동모드에 대하여 RFABC를 적용하여 강체 기반암과 자유 표면의 경계조건을 가지는 지반 내에서의 탄성파 전파 문제에 대하여 안정한 해를 얻을 수 있음을 보였다. Lee and Tassoulas(2018b)와 Lee(2018)에서 제안

된 방법은 RFABC뿐만이 아니라 일반적인 고차 흡수경계 조건에도 적용할 수 있으므로, 현재까지 해결할 수 없었던 다양한 문제에 대한 해를 성공적으로 얻을 수 있을 것으로 기대된다.


5. 마치며

이 글에서는 비선형 지반-구조물 상호작용 해석에서 필요한 기본적인 내용들에 대하여 살펴보았다. 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식을 유도하고, 지반-구조물 상호작용 해석을 위해서는 굴착된 지반의 동적강성과 입사 지진 파에 대한 응답이 필요함을 확인하였다. 이들을 구하기 위해 진동수영역에서 전달경계, 경계요소, 무한요소와 같은 다양한 수치적 모형이 개발되었다. 하지만, 이들 모형은 시간영역에서 convolution의 형태로 표현되므로, 정확한 해를 얻을 수는 있지만 효율적이지는 않다. 비선형 지반-구조물 상호작용 해석을 위해서는 시간영역에서 local temporal operator로 표현될 수 있는 모형이 필요하게 되고, 이를 위해 고차 흡수경계조건과 PML 등이 최근 많이 활용되고 있다. 하지만, 이들 방법은 강체 기반암과 자유 표면을 가지는 지반에서의 탄성파 전파 문제에 대해서 불안정한 해를 줄 수 있다는 단점이 있다. 최근, 이들 방법과는 다른 접근법을 사용하여 Root-Finding Absorbing Boundary Condition(RFABC)가 개발되었고, 이와 함께 일반적인 경계조건을 가지는 waveguide에서의 탄성파 전파 문제에 적용할 수 있는 수치적 접근법이 제안되었다. 제안된 방법은 RFABC뿐만이 아니라 일반적인 고차 흡수경계조건에도 적용할 수 있으므로, 현재까지 해결할 수 없었던 다양한 문제에 대한 해를 성공적으로 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

지반-구조물 상호작용 문제는 구조동역학, 지반동역학, 파전파 이론, 유한요소 이론을 포함한 수치해석 이론 등 광범위한 분야의 내용을 포괄하고 있다. 이로 인해 구조물의 해석과 설계 시 지반-구조물 상호작용에 대한 정밀한 해석기법의 활용이 극히 제한적으로 이루어지고 있을 뿐이다. 하지만, 구조해석 기술과 계산 자원의 발달과 함께 구조물의 정확한 안전성 평가에 대한 요구가 꾸준히 증대하고 있고, 특히 성능기반 설계기법의 발달과 함께 정밀한 지반-구조물 상호작용 해석에 대한 필요성은 향후 증가할 것으로 기대된다. 이를 위해 지반과 구조물의 비선형 재료 거동, 구조물과 지반 경계에서의 비선형 경계조건에 대한 정확한 역학적 모형의 개발과 함께 무한한 지반에서의 파전파 문

제에 대한 정확하고 안정한 해법의 개발도 함께 연구가 되어야 할 것이다.

참고문헌

- Astley, R.J. (2000) Infinite elements for wave propagation: a review of current formulations and an assessment of accuracy, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49, pp.951-976.
- Baffet, D., Bielak, J., Givoli, D., Hagstrom, T., Rabinovich, D. (2012) Long-time stable high-order absorbing boundary conditions for elastodynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 241-244, pp.20-37.
- Basu, U., Chopra, A.K. (2003) Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains: theory and finite-element implementation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192, pp.1337-1375.
- Basu, U., Chopra, A.K. (2004) Perfectly matched layers for transient elastodynamics of unbounded domains, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59, pp.1039-1074.
- Bécache, E., Fauqueux, S., Joly, P. (2003) Stability of perfectly matched layers, group velocities and anisotropic waves, *Journal of Computational Physics*, 188, pp.399-433.
- Beskos, D.E. (1987) Boundary element methods in dynamic analysis, *Applied Mechanics Review*, 40, pp.1-23.
- Beskos, D.E. (1997) Boundary element methods in dynamic analysis: Part II (1986-1996), *Applied Mechanics Review*, 50, pp.149-197.
- Duru, K., Kreiss, G. (2014) Numerical interaction of boundary waves with perfectly matched layers in two space dimensional elastic waveguides, *Wave Motion*, 51, pp.445-465.
- Givoli, D. (2004) High-order local non-reflecting boundary conditions: a review, *Wave Motion*, 39, pp.319-326.
- Kausel, E. (1974) Forced vibrations of circular foundations on layered media, Research Report R74-11. Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- Lee, J.H. (2016) Nonlinear Soil-Structure Interaction Analysis in Poroelastic Soil Using Mid-Point Integrated Finite Elements and Perfectly Matched Discrete Layers, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 108, pp.160-176.
- Lee, J.H. (2018) Root-Finding Absorbing Boundary Conditions for Problems of Poroelastic-Wave Propagation in Infinite Media, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* (in preparation).
- Lee, J.H., Tassoulas, J.L. (2018a) Absorbing Boundary Condition for Scalar-Wave Propagation Problems in Infinite Media Based on a Root-finding Algorithm, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 330, pp.207-219.
- Lee, J.H., Tassoulas, J.L. (2018b) Root-Finding Absorbing Boundary Conditions for Problems of Wave Propagation in Infinite Media, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (in review).
- Lee, J.H., Kim, J.K., Kim, J.H. (2014) Nonlinear analysis of soil-structure interaction using perfectly matched discrete layers, *Computers and Structures*, 142, pp.28-44.
- Lee, J.H., Kim, J.H., Kim, J.K. (2016) Perfectly Matched Discrete Layers for Three-Dimensional Nonlinear Soil-Structure Interaction Analyses, *Computers and Structures*, 165, pp.34-47.
- Lysmer, J., Kuhlemeyer, R.L. (1969) Finite dynamic model for infinite media, *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, 95, pp.859-877.
- Rabinovich, D., Givoli, D., Bécache, E. (2010) Comparison of high-order absorbing boundary conditions and perfectly matched layers in the frequency domain, *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 26, pp.1351-1369.
- Rabinovich, D., Givoli, D., Bielak, J., Hagstrom, T. (2015) The double absorbing boundary method for elastodynamics in homogeneous and layered media, *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 2:3.
- Rabinovich, D., Givoli, D., Bielak, J., Hagstrom, T. (2017) The Double Absorbing Boundary method for a class of anisotropic elastic media, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 315, pp.190-221. 

[섭외: 김정환 편집위원]