

Quasi-Newton법을 이용한 IPMSM의 효율 최적화 설계

Maximization of Efficiency of IPMSM by Quasi-Newton Method

백성민* · 박병준** · 김용태*** · 김규탁†

(Sung-min Baek · Byung-Jun Park · Yongn-Tae Kim · Gyu-Tak Kim)

Abstract - In this paper, efficiency optimization design of 600W class IPMSM was performed by using Quasi-Newton method. The output was limited to 600W to meet the same output as the basic model. The behavior of each variable as the design progressed was judged on the efficiency, which is the target value through correlation analysis. The design variables were set as the width of the stator, the position of the permanent magnet from the end of the rotor, the thickness of the permanent magnet, and the width of the permanent magnet.

Key Words : Newton method, Cost function, Design optimization, Magnetic losses, Maximization methods

1. 서론

에너지 정책이 공급위주에서 에너지 절약과 이용 효율 향상 등 수요 관리 중심으로 바뀌고 있다. 여기에 맞춰 전기산업 분야 연구 개발도 친환경, IT융합, 고효율 부문에 집중하는 추세이다. 특히, 세계 전력 소비의 많은 부분을 차지하는 전동기의 효율성 향상에 대한 연구 개발이 활발히 진행되고 있다[1]. 따라서 전자기 시스템은 고 효율화, 고 정밀화에 따라 전동기의 성능 향상을 위한 최적화 설계의 필요성이 대두 되고 있다.

본 연구에서는 600W급 IPMSM에 Quasi-Newton법을 적용하여 최적화 알고리즘을 통해 효율 최적화 설계를 하였다. 전자기기에 있어 손실은 기기의 운전 조건이나 효율을 결정하는 중요한 요소이므로 이러한 손실을 정밀하게 예측하여 설계하는 것도 매우 중요하다. IPMSM(Interior Permanent Magnet Synchronous Motor)은 회전자 내부에 영구자석이 위치하기 때문에 구조적으로 고속회전에 용이하고 형상의 자유도가 높다[2].

최적화 알고리즘을 통한 최적화 설계 결과를 통계학에 적용하여 각 변수들을 상관계수와 P-value라는 객관적인 수치를 통해 나타내었다. 그리고 상관관계 분석을 통해 각 변수들의 출력 특성 및 효율에 미치는 영향도를 분석하였다.

2. 최적화 알고리즘

2.1 Quasi-Newton 법

Newton법은 (Newton's method)은 방정식 $f(x)=0$ 의 해를 근사적으로 찾을 때 유용하게 사용되는 방법이다. 그 방법은 미분법을 이용하여 함수의 극값이 0가 되는 곳을 고찰하는 것이다. 이때, 이차 함수가 아닌 경우, 극값을 찾는 것이 쉽지 않다. 이러한 문제점들을 해결하기 위해 Newton은 반복(Iteration) 해결책을 제시하였다.

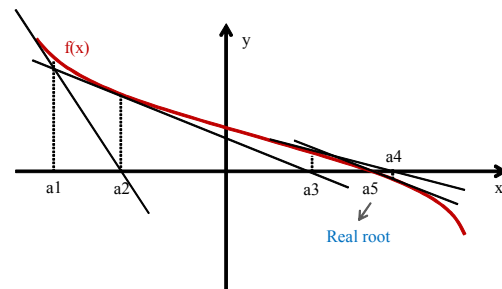


그림 1 Newton의 반복(Iteration) 해결책의 과정
 Fig. 1 The process of Newton's iteration solution

그림 1은 Newton이 제시한 반복 해결책의 과정을 나타낸 것이다.

뉴턴법(Newton's method)을 수식으로 표현하면 수식 (1)로 나타낼 수 있다. 아무 값이나 초기 값 x_0 에서 시작해서 다음 수식에 따라 수렴할 때까지 계속 x 를 이동시켜 나간다.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (1)$$

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Changwon National University, Korea.

E-mail : gtkim@changwon.ac.kr

* Dept. of Electrical Engineering, Changwon National University, Korea.

** Park Byung-Jun Electric Lab, Korea.

***Motor R&D Center, S&T Motiv, Korea.

Received : March 15, 2018; Accepted : September 10, 2018

종료 조건은 x 값의 변화가 거의 없을 때까지이다. 즉, $|x_{n+1} - x_n|$ 이 매우 작은 값이면 뉴턴법을 종료하고 $x = x_{n+1} - x_n$ 이 해, 즉 $f(x_{n+1}) = 0$ 라고 생각하는 것이다.

Newton법은 빠르게 수렴한다는 장점이 있지만 이차 도함수의 계산은 불가능하거나 비경제적일 수 있는 단점을 갖기 때문에 Quasi-Newton법으로 불리는 반복적으로 근사된 Hessian 역행렬로 사용하는 방법으로 발전했다. 또한 오차 함수를 최소화시키기 위한 Quasi-Newton방법은 수렴 속도가 빠르며 지역 최소값으로 수렴하는 경우는 지극히 적다[3].

Quasi-Newton 방법에서는 보통 초기 값으로 $H_0 = I$ 를 사용하는 Hessian 행렬 대신에 업데이트된 Hessian 행렬을 사용한다. 이 행렬을 $update H_k$ 라 할 때 식은 수식 (2)와 같다.

$$H_{m+1} = H_m + update H_m \tag{2}$$

기본적인 Quasi-Newton 알고리즘은 다음의 단계에 의해 구성된다[3][4].

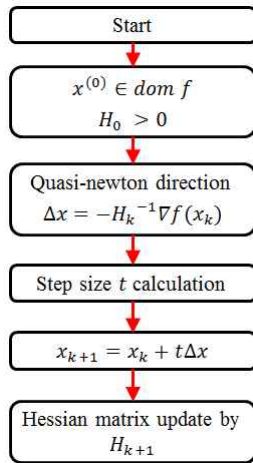


그림 2 Quasi-Newton 알고리즘 순서도
Fig. 2 Quasi-Newton algorithm flow chart

2.2 상관관계 분석

상관관계분석 (correlation analysis)은 변수들간의 상호 선형 관계를 갖는 정도를 분석하는 통계적 기법이다. 상관계수에는 여러 가지 종류가 있는데 피어슨의 상관계수(Pearson correlation coefficient)는 하나의 변수와 다른 변수와의 관련성을 분석하는데 이용한다.

그림 3에는 상관계수 r 에 따른 분산도를 그림 3에 나타내었고 해석을 위한 일반적 지침을 표 1에 나타내었다.

X 축의 값이 커짐에 따라 Y 축 값도 커지는 유형은 두변인 간의 양적 상관관계(positive correlation)를 나타낸다. 반면에 분산도상의 점들이 X 축 값이 커짐에 따라 Y 축 값이 줄어드는 분포를 보인다면 이것은 두 변인간의 음적 상관관계(negative correlation)를 나타낸 것이다. 만일 모든 점들이 한 직선 상에 존재한다면 그것은 두 변인간에 “완전한” 상관관계(perfect

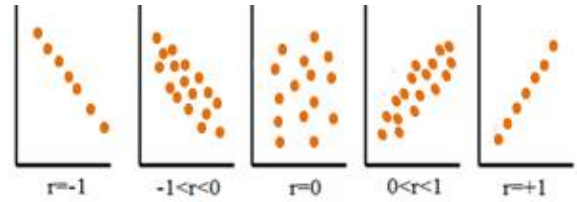


그림 3 r 값에 따른 분산도
Fig. 3 Dispersion according to r value

표 1 r 값 해석의 일반적 지침

Table 1 General guidelines for r -value analysis

<0.2	관계가 거의 없는 경우
0.2-0.4	낮은 상관관계
0.4-0.7	비교적 높은 상관관계
0.7-0.9	높은 상관관계
>0.9	매우 높은 상관관계

relationship)를 드러내는 것이며, 그 직선의 기울기 (slope)방향에 따라 양적 완전 상관관계, 그리고 음적 완전 상관관계라 부른다. 한편 분산도의 점들이 원의 모양을 하고 있다면 두 변인간에 선형적 관계는 찾아 볼 수 없으며 따라서 상관관계는 “0”에 가까울 것이다[5].

3. 기본 모델 및 설계 변수

3.1 기본 모델

그림 4와 표 2에 본 연구에 적용된 실제 제작된 전동기 기본 모델의 형상과 제원을 요약하여 나타내었다. 그림 5에는 총 13개

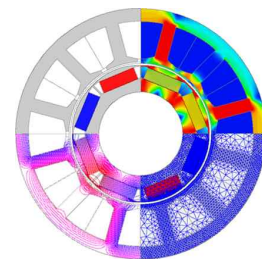


그림 4 기본 모델의 형상
Fig. 4 The shape of the basic model

표 2 기본 모델의 제원

Table 2 The value of the basic model

Item	value
Pole / Slot	8 / 12
Rated Torque[Nm]	1.91
Rated Speed [rpm]	3,000
Rated Current [Arms]	24
Stator Diameter [mm]	83.6
Stack Length [mm]	45

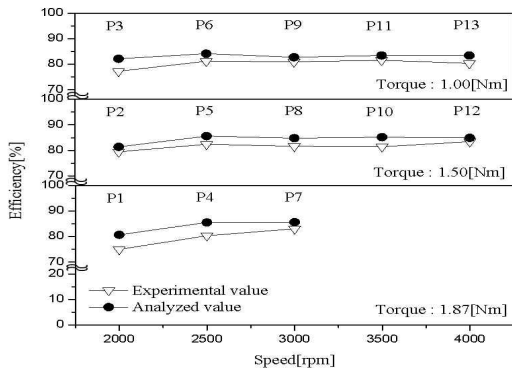


그림 5 효율 이론치 및 실험치 비교
 Fig. 5 Comparison between analyzed value and experimental result of efficiency

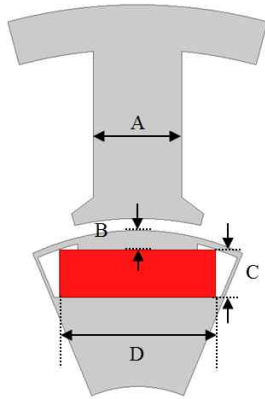


그림 6 설계 변수
 Fig. 6 The design parameters

표 3 설계 변수 및 가변 범위
 Table 3 Design variables and variable range

Item	고정자 치 폭	자석의 위치	자석 두께	자석 너비
Minimum value [mm]	3.8	1.5	3	11
Maximum value [mm]	5.8	2	5	13
Nominal value [mm]	4.3	1.66	4	12.4

의 포인트에서의 효율에 대한 해석치와 실험치를 비교하여 나타내었다[6].

3.2 설계 변수 및 목적 함수

본 논문에서는 총 4가지의 설계 변수를 선정하여 최적화 설계를 진행하였다. 변수 A는 고정자 치 폭, B는 회전자 끝단으로 부터의 자석의 위치, C는 자석의 두께, D는 자석의 너비를 각각 나타낸다. 그리고 각 설계 변수의 초기 값과 최대 및 최소값을 표 3에 나타내었다. 제약함수는 토크로 설정하였으며 기본모델의 출력 600[W]을 만족하는 1.91[Nm]을 목표치로 설정하였으며 목적

함수는 효율로써 최대화하는 것을 목표로 하였다.

4. 최적화 결과

4.1 최적화 수행 결과

최적화 알고리즘을 통한 Cost 수렴 결과는 그림 7과 같다. 본 연구에서 최종 Cost값은 0.017이며 총 43회 반복 후 수렴하였다.

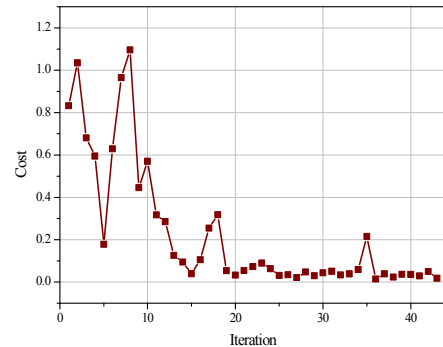


그림 7 최적화 알고리즘의 cost 수렴 결과
 Fig. 7 Cost convergence result of optimization algorithm

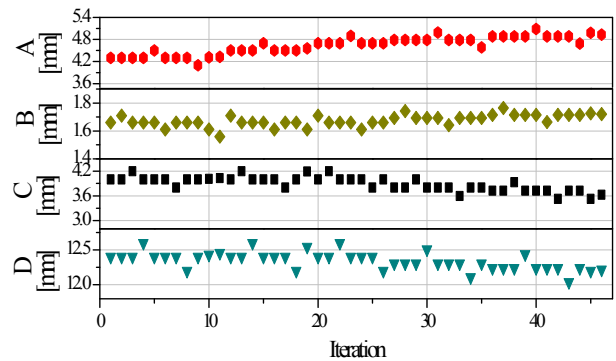


그림 8 Iteration에 따른 설계 변수 변화
 Fig. 8 Design variables according to Iteration

표 4 기본 모델과 최적화 모델의 비교

Table 4 Comparison between basic model and optimized model

Item	고정자 치 폭	자석의 위치	자석 두께	자석 너비
Basic Model [mm]	4.3	1.66	4	12.4
Optimized Model [mm]	4.88	1.71	3.73	12.04

표 4에는 기본 모델과 최적화 모델의 각 설계 변수의 파라미터 값을 비교하여 나타내었다.

최적화 알고리즘에 의한 변수의 거동을 상기 그림 8에 나타내었다. 각 변수들은 설계 초기 값인 기본 모델의 치수에서 설정된 목적 함수와 제약 함수에 의해 증가하거나 감소하는 방향성을 가

지며 변화한다. 이는 알고리즘 함수의 기울기가 0가 되는 시점까지 반복한다.

그림 9에는 최적화가 진행되며 설계 변수들의 변화에 따라 변화하는 출력특성의 거동을 나타내었다. 변수들의 거동과 마찬가지로 주어진 목적 함수와 제약함수에 의해 목표를 가지고 최적화가 진행됨을 알 수 있다. 또한 변수 A인 고정자 치 폭이 변화에 따라 슬롯 면적이 종속적으로 변화하게 되며 최적화 진행과 동시에 각각의 슬롯 면적의 넓이가 알고리즘 내에서 계산되어 점적율을 고려한 톨 수를 산정한다. 그림 9에 나타난 듯이 9번째 모델에서 톨의 특이점이 나타나게 되는 것을 알 수 있다. 그 이유로 9번째 모델은 치 폭이 4.1 [mm]로 가장 좁고 슬롯 면적이 가장 넓어 기본 모델 7턴 대비 1턴 수 추가된 8턴이 되어 다른 모델들과 다르게 약 2.1 [Nm]의 큰 톨 값을 가지게 되었다.

이와 같은 시각적인 거동을 직관적인 수치를 통한 분석을 하기 위해 통계학을 적용하여 분석한다.

4.2 최적화 결과 분석

최적화 알고리즘에 의한 설계 결과를 토대로 각 설계 변수와

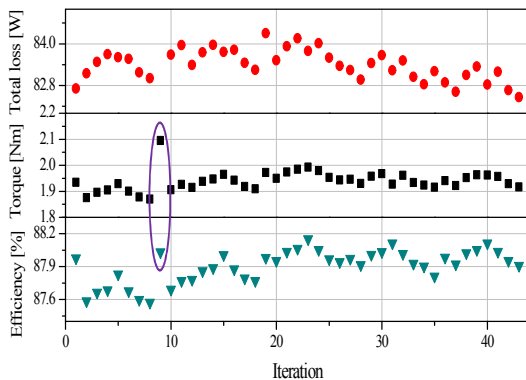


그림 9 Iteration에 따른 출력특성 변화
Fig. 9 Change of output characteristics by iteration

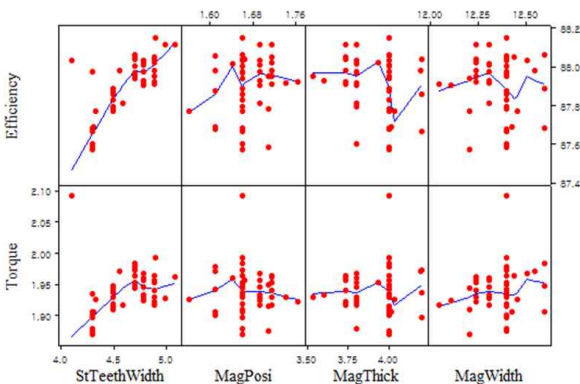


그림 10 각 변수들과 톨 및 효율의 상관관계
Fig. 10 Correlation between torque and efficiency for each variable

출력 특성간의 상호관계 분석을 위해서 통계학을 적용하였다. 표 5에는 상관 계수(r)과 p-value를 계산하여 나타내었다. 각 셀(Cell)내의 상단 수치는 상관 계수(r)를 나타내며 하단의 수치는 P-value를 나타낸다[4]. p-value는 상관 계수의 값의 신뢰성을 0에서 1 사이의 수치로 표현한 것이며 값이 작을수록 신뢰도가 높다. 그림 10에는 표 5에서 계산된 각 변인간의 상관 계수를 나타내었으며, 앞서 설명한 바와 같이 기울기와 분포도의 형태를 통해 상관관계를 시각적으로 판단할 수 있다. 표 5의 결과를 종합하면 두 가지의 전제를 유추해낼 수 있다.

- I. 효율과 톨의 상관계수는 0.772로 큰 상관관계를 가지며 p-value가 0.000이므로 오차일 확률이 거의 없다.
- II. 변수 A와 효율의 상관계수는 0.735로 큰 상관관계를 가지며 p-value는 0.000이므로 오차일 확률이 거의 없다.

이는 통계학적으로 도출된 결과이므로 추가적인 검토를 통해 의미를 확정한다.

그림 11는 I에서 도출된 결과를 고찰하기 위해 톨과 효율의 상관관계를 시각적으로 나타내었고 최종 모델을 빨간 원으로 표시하였다. 그림 12에는 최적화가 진행됨에 따른 톨 값을 나

표 5 각 변수와 톨 및 효율의 상관계수와 p-value

Table 5 The correlation coefficient and p-value for each variable, torque and efficiency

	A	B	C	D	톨
B	0.541 0.000	-	-	-	-
C	-0.573 0.000	-0.541 0.000			
D	-0.431 0.004	-0.432 0.004	0.469 0.002		
톨	0.226 0.145	-0.070 0.657	0.072 0.649	0.202 0.194	
효율	0.735 0.000	0.215 0.167	-0.237 0.126	-0.066 0.673	0.772 0.000

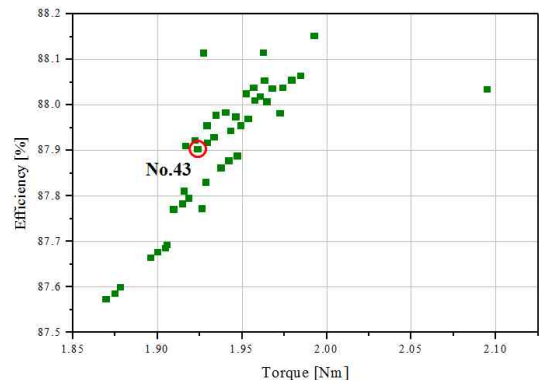


그림 11 톨과 효율과의 상관 관계
Fig. 11 Correlation between torque and efficiency

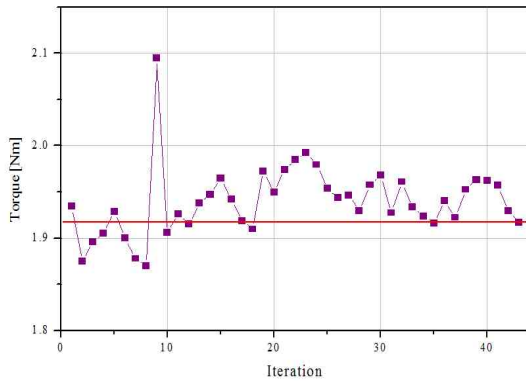


그림 12 Iteration에 따른 토크의 변화
 Fig. 12 Change of torque according to Iteration

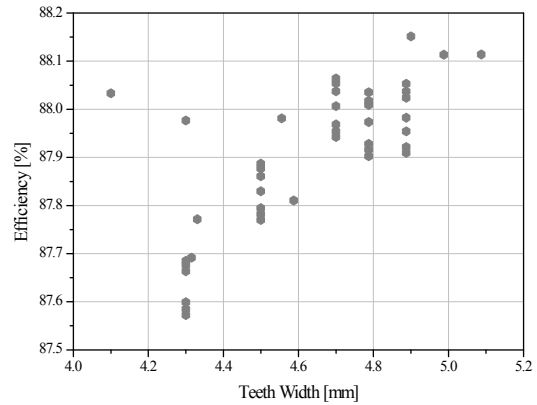


그림 14 변수 A와 효율과의 상관 관계
 Fig. 14 Correlation between variable A and Efficiency

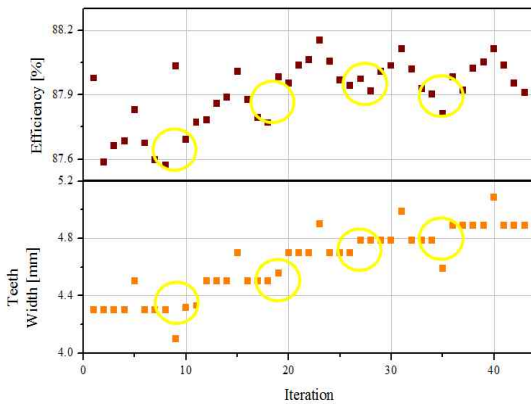


그림 13 Iteration에 따른 효율과 변수 A의 변화
 Fig. 13 Change of efficiency and variable A according to Iteration

타내었고 제약 함수에 따라 1.91[Nm]에서 최종 수렴하였다. 토크와 효율 값이 최종 모델을 기준으로 양의 기울기를 가지고 분포되며 그 상호 관계를 뚜렷하게 목격할 수 있다. 이로써 (가)의 통계 결과는 유의미한 결론임을 알 수 있다.

그림 13은 (나)의 통계 결과를 고찰하기 위해, 최적화 진행에 따른 변수 A와 효율의 거동을 나타내었다. 그림과 같이 최적화가 진행됨에 따라서 목표로 하는 효율 값에 도달하기 위해 효율을 증대시키고 있는 것을 확인할 수 있다. 또한 효율의 변화양상이 변수 A의 거동에 표시한 부분과 일치하는 것을 알 수 있다. 즉 최적화 알고리즘은 주어진 조건에서 효율을 상승시키는 방법으로 변수 A를 증가시키는 것이 가장 효과적이라고 판단된다.

이는 그림 13에 나타난 변수 A와 효율과의 분포도가 양의 기울기를 가지며 큰 상관관계를 띠는 것을 통해서 증명할 수 있으며 이를 통해 (나)의 통계 결과가 참임을 알 수 있다. 이와 같은 특성은 본 연구에서 진행된 설계에서만 국한되므로 모든 경우에 일반화되지는 않는다.

상기 최적화 결과를 통해 도출된 최적화 모델과 기본 모델을 비교하여 아래 표 6에 나타내었다[6].

표 6 기본모델과 최적화 모델 비교

Table 6 Comparison of characteristics between basic model and optimized model

	Basic Model	Optimized Model
Resistance [ohm]	0.0235	0.0224
Coil Dia [mm]/Strended/Turn	0.8/6/7	0.8/6/7
Back emf [V]	8.79	8.81
Cogging torque [mNm]	503	251
Current [A]	24	24
Torque [Nm]	1.91	1.91
Copper loss [W]	40.61	38.87
Iron loss [W]	33.94	26.45
Mechanical loss [W]	17.15	
Total loss [W]	91.7	82.47
Output [W]	600	600
Efficiency [%]	86.7	87.91

표 6에서 나타난 것과 같이 철손이 기본 모델 대비 33.94[W]에서 26.45[W]로 약22[%] 저감된 것을 확인할 수 있다. 마찬가지로 최종적인 효율은 86.7[%]에서 87.91[%]로 1.21[%] 증가한 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 Quasi-Newton법을 이용하여 IPMSM의 자기회로 최적화를 통해 출력을 동일하게 유지하고, 효율을 최대화하는 연구를 수행하였다. 주어진 목표 값에 맞게 설계가 진행되어감에 따른 변수들의 거동을 상관 관계 분석을 통해서 고찰하였다. 가장 큰 영향도를 미치는 변수는 고정자 치 폭으로 알 수 있다. 이를 통해 일반적인 실험계획법과 달리 최적화 알고리즘은 불필요한 자기회로 분석을 최대한 배제하여 아주 효과적인 개선 모델을 도출하였음을 알 수 있다.

결론적으로, 8극 12슬롯을 가지는 600[W]급 IPMSM의 효율 최대화를 위한 최적 설계에서는 고정자 치의 너비가 가장 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 최종적인 상관 계수값으로 비교하면 고정자 치의 너비는 0.735, 회전자 끝단으로부터 자석의 위치는 0.215, 영구자석의 두께는 0.237, 영구자석의 너비는 0.066의 효과를 전동기에 미치고 있음을 알 수 있다. 이와 같이, 알고리즘에 의한 설계 변수의 평가는 상관 계수로 정형화할 수 있음을 본 연구에서 나타내었다.

References

- [1] M. S. Berkani; S. Giurgea; C. Espanet; C. Kieffer, "Study on Optimal Design Based on Direct Coupling Between a FEM Simulation Model and L-BFGS-B Algorithm", *IEEE Trans on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2149-2152, 2013.
- [2] Seo Jang Ho, Lim Jae Won, Kwon Chung, Min Suk Kim, "Harmonic Iron Analysis of Traction Motor in the High Speed Train with the Distributed Tractions", *Proceedings of the Korean Society of Railway Engineers Conference*, 2008.11, 162-168 (7 pages).
- [3] Eun Jung Lee, "A study on a Neural Network model using Quasi-Newton method", Hanyang University, 2010.
- [4] Ronald Schoenberg, "Optimization with the Quasi-Newton Method", *Aptech Systems*, Inc. Maple Valley, WA, 2001.
- [5] Choi Changhyeon, "Policy Analysis Level 1 Level Metering Analysis 2005 Edition", *Chapter 9*, 2005.
- [6] Gyu-won Cho, "A study on the precise estimation of parameters and improvement of efficiency in IPMSM", *Changwon University Doctoral Thesis*, 2014.

저 자 소 개



백 성 민 (Sung-min Baek)

1992년 6월 16일생. 2016년 창원대 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기공학과 석사과정
 Tel : 055-213-3640, Fax : 055-263-9956
 E-mail : ant7357@changwon.ac.kr



박 병 준 (Byung-Jun Park)

1969년 5월 8일생. 1989년~2001년 삼성테크원 근무, 2016년 창원대학교 공대 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사과정. 2017년~현재 박병준전기연구소 대표.
 Tel : 055-213-3640, Fax : 055-213-9956
 E-Mail : dpbj1398@hanmail.net



김 용 태 (Yong-Tae Kim)

1987년 1월 24일생. 2012년 창원대학교 공대 전기공학과 졸업. 2014년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 S&T모티브(주) 근무.
 Tel : 055-213-3640, Fax : 055-263-9956
 E-mail : yongtae.kim@sntmotiv.com



김 규 탁 (Gyu-Tak Kim)

1961년 11월 12일생. 1982년 한양대학교 공대 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 현재 창원대학교 공대 전기공학과 교수.
 Tel : 055-213-3635, Fax : 055-263-9956
 E-mail : gtkim@changwon.ac.kr