

초등학교 수학교과서에서 전개도 제시에 관한 국제 비교

서화진¹⁾ · 이광호²⁾

전개도는 우리나라 제 1차 교육과정부터 초등학교 수학교과서에서 꾸준히 다루어져 온 전통적인 교육내용이며, 주로 입체도형의 성질을 알아보거나 겹넓이를 구하기 위해 지도되어 왔다. 하지만 공간 감각에 대한 중요성이 점점 강조되고 있는 현 시점에서 전개도는 공간 감각을 다루기 위한 매우 적절한 학습 소재가 될 수 있다. 이에 본 연구에서는 우리나라 초등학교 수학 교육과정과 교과서에서 전개도가 어떻게 지도되어 왔는지 살펴보고, 이를 바탕으로 일본, 싱가포르, 핀란드, 홍콩의 교과서에서 다루고 있는 전개도 관련 내용을 분석하였다. 이를 통해 공간 시각화와 공간 방향화의 향상 측면에서 올바른 전개도를 찾는 활동의 강화, 다양한 각도에서 본 입체도형의 모습 제시, 무늬가 들어간 입체도형의 전개도 활용을 시사점으로 제안하였다.

주제어: 전개도, 공간 감각, 공간 시각화, 공간 방향화

I. 서 론

1980년대 이후로 공간 감각에 대한 연구가 활발히 이루어지면서 그 중요성이 강조되기 시작하였고, 공간 감각도 학습이나 훈련을 통해 향상될 수 있음을 알게 되었다 (Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1988; Meneghetti, Borella & Pazzaglia, 2016; 윤주미, 2018). 이제 학생들의 공간 감각을 신장시키는 것은 전 세계적으로 기하 교육의 중요한 목표 중 하나이며, 수학을 학습하고 기하 개념을 이해하는데 필수적인 능력으로 여겨진다 (Olkun, 2003; Kurtulus & Uygan, 2010). 이러한 기하교육의 동향을 바탕으로 우리나라에서도 제 7차 교육과정부터 공간 감각을 도입하였고, 최근 2015 개정 교육과정에서는 쌓기나 무에 공간 방향의 요소가 추가되면서 그 내용이 점차 강화되고 있는 추세이다.

3차원의 표상과 2차원의 표상을 연결하는 적절한 활동을 통해 공간 감각을 발달시킬 수 있는데, 이에 좋은 소재 중 하나가 바로 전개도이다(Wright & Smith, 2017). 전개도는 예전부터 많은 다른 나라들에서 공통적으로 다루는 기하 교육과정의 핵심 요소이며, 우리나라에서도 제 1차 교육과정 시기부터 꾸준히 다루어 온 전통적인 교육내용 중 하나이다. 전개도는 입체도형의 전체 표면을 하나의 평면에 전개하여 얻은 2차원의 모양으로 정의할 수 있는데, 이는 공간 감각의 하위 요인 중 공간 시각화에 포함된다. Cohen(2003)에 의하

1) [제1저자] 한국교원대학교 대학원, 석사과정

2) [교신저자] 한국교원대학교, 교수

면, 입체도형을 전개도로 변환시키는 것은 정신적 이미지를 조작함으로써 수행하는 정신 작용이기 때문에 학생들의 시각적 능력 발달에 상당부분 기여할 수 있다. 우리나라의 5학년 지도서 내용을 살펴보면 “전개도를 보고 머릿속으로 작품의 모양을 상상할 때 우리의 뇌는 효과적인 자극을 받아 공간 지각력을 높일 수 있다(교육부, 2015c, p. 147)”고 명시함으로써 공간과 관련하여 전개도의 중요성을 드러내고 있다.

이처럼 전개도가 공간 감각 신장을 위한 좋은 학습 소재임에도 불구하고(최경숙·백석운, 2004), 우리나라 교육과정을 살펴보면 전개도는 입체도형의 구성 요소와 성질을 이해하는데 그 지도 의의가 있음을 알 수 있다(교육부, 2015a, p. 24). 정영우·김부윤(2014)은 전개도 지도에 있어 입체도형의 성질 이해를 위한 수단적 의미에 집중한 나머지, 다른 교수학적 가치가 간과되고 있음을 지적하였다. 한편, 조영선·정영옥(2012)은 초등학교 4,5,6학년을 대상으로 공간 감각 실태를 조사한 결과, 학생들에게 공간시각화의 하위요인 중 전개도와 관련되는 정신적 변환 능력이 특히 부족하다고 하였다. 많은 학생들이 공간 과제 해결에서 어려움을 겪고 있지만 현재 학교 교육에서는 전개도를 활용한 공간적 사고에 관한 교육이 거의 이루어지지 않고 있는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 공간 감각과 전개도에 관한 이론적 고찰과 함께 우리나라 역대 교육과정과 교과서에서 전개도가 어떻게 다루어져 왔는지 살펴본다. 또한 일본, 싱가포르, 핀란드, 홍콩의 교과서에서 전개도 관련 내용을 추출하고 분석함으로써 공간 감각 향상의 측면에서 전개도 지도 및 교과서 개발에의 시사점을 제안하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 공간 감각과 그 하위요인

공간 감각의 의미에 대해서는 연구자들마다 다양한 정의가 존재하지만 “시각적으로 관계를 이해하고, 조작하고, 재조직하고, 해석하는 것과 관련된 정신적 기능”(Tartre, 1990, p.216)이라고 할 수 있으며, 좀 더 포괄적인 의미로는 “우리 주위의 상황과 물체에 대한 직관적인 느낌”(NCTM, 1989/1992, p.75)이라고 정의할 수 있다.

공간 감각의 하위 요인 또한 그 정의만큼이나 다양한 견해가 존재하는데, McGee(1979)는 공간 감각에 대한 대표적인 연구들을 종합·분석하여, 공간 감각을 ‘공간 시각화(spatial visualization)’와 ‘공간 방향화(spatial orientation)’로 구분하였다. 여기에서 공간 시각화란 “2차원과 3차원의 자극 대상들을 정신적으로 조작하거나 회전하거나 비틀거나 뒤집을 수 있는 능력”(McGee, 1979, p. 896)을 말하며, 이는 주로 전개도 접기나 폼보드(form board) 과제³⁾에서 사용되는 능력이다. 공간 방향화란 “시각적 자극 패턴에서 요소들의 배열을 이해하고 공간적 배열이 제시되는 방향의 변화에도 혼동하지 않는 능력과 주체의 몸의 방향에 따라 공간의 방향을 결정하는 능력”(McGee, 1979, p. 897)을 말하며, 공간 방향화 과제나 관점 취하기 과제 등이 여기에 해당된다. 이 때, 공간 시각화와 공간 방향화 과제는 서로 다른 유형의 정신적 공간 변환을 필요로 하는데(Hegarty & Waller, 2004), 공간 시각화는 공간에 따라 대상의 위치가 변화하는 공간 변환이지만 공간 방향화는 공간의 배열에 따라 자기 자신의 위치와 대상들 사이의 관계를 인식하고 이해하는 능

3) 여러 도형 조각을 합쳐서 하나의 특정 도형을 만들어내는 능력을 요구한다(Ekstrom, French & Harmon & Dermen, 1976).

력과 관련된다(정영옥, 2017).

Lohman(1979)도 Mcgee가 제시한 두 요인에 공간적 관계(spatial relation)를 추가하여 분류하였는데, 여기서 공간적 관계는 물체나 도형을 마음속으로 회전시킬 수 있는 능력으로 Mcgee가 제시한 공간 시각화 내용 중 정신적 회전(mental rotation)과 관련된 능력이다. 정신적 회전은 제시된 도형이 같은지 다른지 판단하는데 사용되며, 신속하게 문제를 해결할 수 있는 능력을 요구한다.

본 연구에서는 공간적 관계를 공간 시각화와 따로 구분하지 않고, McGee의 관점에 따라 공간 감각을 공간 시각화와 공간 방향화로 분류한다. 그리고 이 중 공간 시각화에 포함되는 전개도를 공간 시각화와 공간 방향화를 모두 향상시킬 수 있는 측면에서 고려한다.

2. 전개도 관련 선행 연구

최근 전개도와 관련한 연구들이 다양하게 이루어지고 있긴 하지만 그 수가 많지 않은 실정이다. 먼저 전개도와 관련된 외국논문을 살펴보면, Bourgeois(1986)는 3학년을 대상으로 다면체의 전개도와 그 입체도형을 일치시키도록 한 결과, 학생들은 직사각형만으로 구성된 전개도보다 삼각형을 포함하는 전개도 과제를 더 잘 수행하였다. 즉, 옆면과 밑면의 모양이 모두 같은 직육면체의 전개도를 학생들이 더 어려워한다는 것을 알 수 있다. 또한, 구체물을 통한 조작 활동 후 학생들의 전개도 과제 해결 능력이 현저히 향상됨을 확인할 수 있었다. Wright(2016)는 직육면체와 사각뿔의 전개도를 활용한 과제에서 학생들의 전략을 시각적 전략(Visual strategy)과 분석적 전략(analytic strategy)으로 구분할 수 있으며, 이 두 전략은 학생들의 수행 능력에서 서로 강한 연결 관계가 있음을 확인하였다. 한편, Wright & Smith(2017)는 제시된 전개도가 직육면체 혹은 사각뿔을 형성할 수 있는지 예상하는 과정에서 학생들의 스킴의 특징이 어떠한지 살펴보기 위해 Vergnaud의 이론을 통해 학생들의 수행을 분석하였다.

전개도에 관한 국내 연구를 살펴보면, 전개도의 지도 내용에 관한 연구, 전개도 과제의 해결 전략에 관한 연구, 전개도의 교수학습 프로그램 개발에 관한 연구 등이 있다. 전개도 지도 내용에 관한 연구로 정영우·김부윤(2014)은 한국과 일본에서 지도되는 전개도의 정의와 그 내용에 대해 살펴보고, 이러한 고찰 과정에서 대두된 논점을 제시함으로써 전개도의 다양한 교육적 측면을 고려하여 창의성이나 수학적 사고력의 신장 그리고 수학적 지식의 개연성 등을 경험하게 하는 교수·학습 소재로 적극 활용할 것을 주장하였다. 홍갑주·이호석(2015)은 우리나라의 역대 교육과정에서 전개도 관련 내용을 분석하여 현행 교과서에서 지금과 같은 방식으로 겨냥도와 전개도가 다루어지게 된 맥락을 살펴보고, 외국 교과서와의 비교 분석을 통해 겨냥도와 전개도를 그릴 때 점선과 실선을 명확하게 구분해야 하는지의 필요성에 대해 의문을 제기하였다. 또한, 입체도형을 구성할 수 있는 방법이 다양함에도 불구하고 여전히 종이를 만드는 전개도만을 제시하고 있음을 지적하였다.

전개도 과제의 해결 전략에 관한 연구로 김지애(2012)는 학생들이 전개도 문항을 해결하는데 사용하는 인지전략을 다양한 각도에서 관찰하기, 한 꼭짓점에 모이는 면에 주목하기, 분해, 전개도 변환의 네 가지로 구분하고, 이러한 인지 전략을 공학 기반 학습 환경에서 학습할 수 있도록 하였다. 그 결과, 학생들이 전개도에 관해 느끼는 난이도가 변화하였고 MPFT(Mental Paper Folding Test, 심상종이접기검사)점수가 유의미하게 향상되었다고 하였다. 이은지(2017)는 공간 인지 전략(전개도 변환 전략과 패턴 코딩 인지전략)의 학습이 학생들의 공간 정보에 효과적인 역할을 할 수 있었으며, 이러한 전략 차이에 따른 학생들의

안구 운동의 차이를 분석함으로써 공간 과제 연구에서 시선추적기(eye-tracker)⁴⁾의 활용가능성을 보여주었다.

전개도의 교수·학습 프로그램 개발에 관한 연구로 이창홍(2017)은 초등학교 5학년 영재 학생들을 대상으로 직육면체의 모든 전개도를 찾는 탐구 활동에서 처음에는 폴리드론과 같은 교구의 활용이 필요하지만 과제가 점점 복잡해질수록 이전의 활동과 관련지어 사고 해보는 유추적 사고와 같은 추론 능력이 필요함을 제시하였다.

대부분의 전개도 관련 연구는 학생들이 전개도 과제를 해결하는 과정이나 전략에 초점을 두고 있어 교과서 분석을 통한 전개도 지도에의 시사점을 제공하고 있는 연구는 그 수가 매우 부족하다. 위에서 살펴보았듯이, 예외적으로 홍갑주·이호석(2015)이 역대 교육과정과 외국 교과서에서 겨냥도와 전개도 관련 내용을 분석하였지만, 그 내용이 그림 표현이나 입체도형의 구성 방법 등에 초점을 두고 있어 본 연구에서의 관점과는 상당 부분 다르다고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 그동안 우리나라 교육과정과 교과서에서 다루어 온 전개도에 관한 내용을 다른 나라의 교과서에서는 어떻게 제시하고 있는지 살펴봄으로써 공간 감각 향상의 측면에서 전개도를 지도할 수 있는 방안에 대해 제언하고자 한다.

III. 연구 방법

1. 분석 대상

본 연구에서는 전개도와 관련하여 우리나라 역대 교육과정과 교과서, 그리고 4개국의 외국 교과서를 분석하였다. 우리나라 교육과정은 제 1차 교육과정부터 2015개정 교육과정까지를, 교과서는 전개도에 관한 내용이 구체적으로 제시되기 시작하는 4차 교과서부터 2009개정 교육과정에 의한 교과서까지를 분석 대상으로 하였다. 2015개정 교육과정에 의한 5, 6학년 교과서는 현재 개발 중에 있으므로 분석 대상에서 제외하였다.

외국 교과서는 일본, 싱가포르, 핀란드, 홍콩의 4개국을 선정하였는데, 이들 국가가 <표 1>과 같이 PISA에서 높은 인지적 성취를 보이고 있기 때문이다(송미영·임해미·최혁준·박혜영·손수경, 2013; 구자욱·김성숙·이혜원·조성민·박혜영, 2016). 핀란드의 경우, PISA 2012와 2015에서 성취도가 많이 하락하였지만 전통적인 PISA 강국이었으며, 정의적 영역에서는 우리나라보다 높은 성취를 보이는 국가이기 때문에 선정하였다.

<표 1> 국가별 PISA 2012와 PISA 2015의 성취도 비교 결과

국가	PISA 2012		PISA 2015	
	평균	전체 국가 순위	평균	전체 국가 순위
한국	554	3~5	524	6~9
일본	536	6~9	532	5~6
싱가포르	573	2	564	1
핀란드	519	10~15	511	10~15
홍콩(중국)	561	3~5	548	2~3

4) 실시간으로 안구 움직임을 추적하여 기록하는 장비로, 문제를 해결하는 과정에서 학생들이 사용하는 다양한 전략을 분석 가능하다(이미진, 이광호, 2015).

2. 분석 관점 및 절차

본 연구에서는 다음과 같은 관점 및 절차에 따라 우리나라 교육과정과 교과서, 외국의 교과서를 분석한다. 첫째, 전개도와 관련하여 우리나라 역대 교육과정을 전개도 지도 시기와 전반적인 내용의 측면에서 살펴본다. 둘째, 4차부터 2009개정 교육과정에 따른 교과서에서 전개도와 관련된 구체적인 활동을 살펴보고, 이를 바탕으로 우리나라 교과서에서 다루고 있는 전개도 활동의 특징을 제시한다. 셋째, 일본, 싱가포르, 핀란드, 홍콩 교과서에서 전개도를 지도하는 시기와 구체적인 활동 내용을 우리나라와 구별되는 부분을 중심으로 살펴본다. 또한, 이론적 배경에서 살펴본 공간 감각의 의미와 연결하여 그 활동이 내포하고 있는 공간 감각의 요인을 분석한다.

IV. 분석 결과

1. 우리나라 교육과정과 교과서에서 전개도 관련 내용

가. 우리나라 교육과정에서 전개도 관련 내용

우리나라 역대 교육과정에서 다루고 있는 전개도 관련 내용을 정리하면 <표 2>와 같다. <표 2>를 보면, 전개도가 1차 교육과정부터 2015 개정 교육과정까지 꾸준히 다루어지고 있음을 확인할 수 있다. 지도 시기의 측면에서 살펴보면, 전개도는 전반적으로 두 학년에 걸쳐 다루어지고 있었는데, 2차 교육과정을 제외하면 모두 5, 6학년에 제시되어 있음을 알 수 있다. 한편, 5차 교육과정부터는 직육면체가 각기둥과 학년이 따로 분리되어 지도되기 시작하는데, 이전까지는 ‘입체도형’ 단원에서 각기둥과 함께 다루어지던 것이 5학년의 ‘직육면체’ 단원으로 독립적으로 제시되기 시작한 것이다. 이를 통해 그 내용이 좀 더 집중적이고 구체적으로 다루어지기 시작했음을 알 수 있다.

<표 2> 교육과정 별 전개도의 교육과정 내용

(문교부, 1955; 문교부, 1969; 문교부, 1979; 문교부, 1981; 문교부, 1987; 교육부, 1992a; 교육부, 1997a; 교육인적자원부, 2007a; 교육과학기술부, 2011; 교육부, 2015a)

교육 과정	학년 (군)	교육과정 내용	해당 단원
1차	5	·평이한 입체 도형의 전개도(展開圖)	·공작시간
	6	·평이한 평면도형과 입체도형	·여러 가지 모양
2차	4	·정육면체, 직육면체의 펼친그림	·여러 가지 모양
	5	·입체도형의 펼친그림그리기(원기둥, 모기둥)	·도형
3차	5	·직원기둥, 직각기둥, 직육면체, 정육면체와 그의 전개도를 알아보고 그리기	·입체도형과 그 부피
	6	·직원뿔, 직각뿔의 성질을 알아보기(각뿔과 원뿔의 전개도)	·입체도형

4차	5	·기둥 모양의 입체도형 이해하기(각기둥과 원기둥의 전개도)	·입체도형
	6	·여러 가지 입체도형 이해하기(각뿔과 원뿔의 전개도)	·입체도형
5차	5	·직육면체와 정육면체의 성질을 알아보게 하고, 그들의 전개도 그리기	·직육면체
	6	·기둥 모양인 입체도형의 성질을 이해하게 하고, 그 전개도 그리기(각기둥, 원기둥) ·뿔 모양인 입체도형의 성질을 이해하게 하고, 그 전개도 그리기(각뿔, 원뿔)	·기둥의 겉넓이와 부피 ·입체도형
6차	5	·직육면체와 정육면체의 성질을 알아보게 하고, 그 전개도 그리기	·직육면체
	6	·기둥 모양인 입체도형의 성질을 이해하게 하고, 그 전개도 그리기(각기둥, 원기둥) ·뿔 모양인 입체도형의 성질을 이해하게 하고, 그 전개도 그리기(각뿔, 원뿔)	·기둥의 겉넓이와 부피 ·입체도형
7차	5	·직육면체와 정육면체의 구성 요소를 알고, 여러 가지 성질을 찾아내기, 전개도 그리기	·직육면체
	6	·각기둥과 각뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질 알기, 전개도 그리기 ·원기둥과 원뿔을 알고, 구성 요소와 성질과 전개도 이해하기	·각기둥과 각뿔 ·입체도형
2007 개정	5	·직육면체와 정육면체의 구성 요소를 알고, 여러 가지 성질 찾기, 전개도와 겨냥도 그리기	·직육면체와 정육면체
	6	·각기둥과 각뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 알기, 전개도 그리기 ·원기둥과 원뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 알기, 전개도 이해하기	·각기둥과 각뿔 ·원기둥과 원뿔
2009 개정	5-6	·직육면체와 정육면체를 알고, 구성 요소와 성질을 이해하기, 전개도와 겨냥도 그리기 ·각기둥과 각뿔을 알고, 구성 요소와 성질을 이해하기 ·각기둥의 전개도 그리기 ·원기둥, 원뿔, 구와 그 구성 요소를 알고, 그 성질을 이해하기 ·원기둥의 전개도 이해하기	·직육면체 ·각기둥과 각뿔 ·원기둥, 원뿔, 구
		·직육면체와 정육면체를 알고, 구성 요소와 성질을 이해하기, 겨냥도와 전개도 그리기 ·각기둥과 각뿔을 알고, 구성 요소와 성질을 이해하기 ·각기둥의 전개도 그리기 ·원기둥과 원뿔을 알고, 구성 요소, 성질을 이해하기 ·원기둥의 전개도를 이해하기	개발 중
2015 개정	5-6	·직육면체와 정육면체를 알고, 구성 요소와 성질을 이해하기, 겨냥도와 전개도 그리기 ·각기둥과 각뿔을 알고, 구성 요소와 성질을 이해하기 ·각기둥의 전개도 그리기 ·원기둥과 원뿔을 알고, 구성 요소, 성질을 이해하기 ·원기둥의 전개도를 이해하기	개발 중

교육과정 내용의 측면에서 살펴보면, 전개도는 입체도형의 구성 요소와 성질을 탐구하는 과정에서 함께 도입되고 있었으며, 전개도 그리기를 다루고 있는 입체도형에는 조금씩 변화가 있었지만 이를 지도하는 전반적인 내용에는 큰 차이가 없었다. 이를 간단하게 정리하면 <표 3>과 같다.

<표 3> 교육과정 별 지도된 입체도형의 전개도

	1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차	2007 개정	2009 개정	2015 개정
직육면체	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
각뿔			○	○	○	○	○	○		
원기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
원뿔			○	○	○	○	○	○		

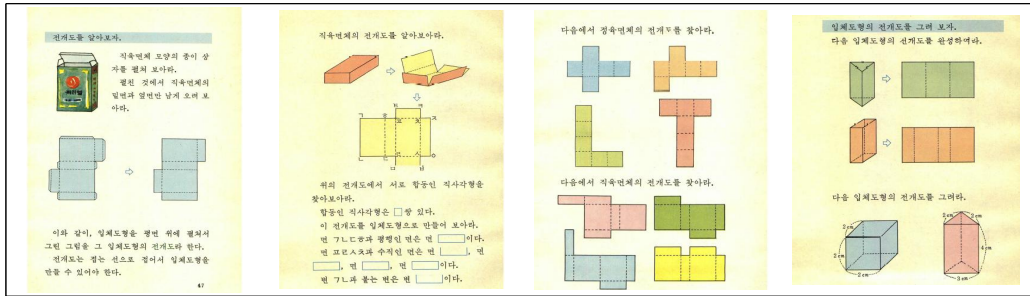
우리나라 교육과정에서 전개도 관련 내용을 살펴본 결과, 전개도가 도입되는 시기나 지도되는 전반적인 내용에는 큰 변화가 없었지만 그 내용이 점차 체계적으로 상세화되면서 직육면체와 정육면체의 전개도는 5학년, 각기둥과 원기둥의 전개도는 6학년 1, 2학기에 각각 제시되고 있었다. 또한, 2009 개정 교육과정에서 “각기둥의 전개도는 간단한 형태만 다루고 각뿔과 원뿔의 전개도는 다루지 않는다(교육과학기술부, 2011, p.24)”고 명시되어 있는 것으로 보아 각뿔과 원뿔의 전개도는 학습 부담 경감의 측면에서 그 내용을 삭제한 것으로 보인다. 최근 개정된 2015 개정 교육과정의 경우 2009 개정 교육과정과 그 내용을 비교해 봤을 때 전개도와 관련해서는 달라진 점이 없었다.

이처럼 교육과정 개정이 이루어지면서 학습에 대한 부담을 낮추기 위한 내용 감축이 지속적으로 이루어지고 있는 상황에서 학습 내용의 질적인 향상을 위해서는 전개도가 현재까지 지도되던 것과는 다른 측면에서 다루어질 필요가 있다. 따라서 공간 감각에 대한 중요성이 강조되고 있는 현 시점에서 이를 전개도에 반영하여 지도한다면 학생들에게 공간에 대한 더욱 풍부한 경험을 제공해 줄 수 있을 것으로 생각된다.

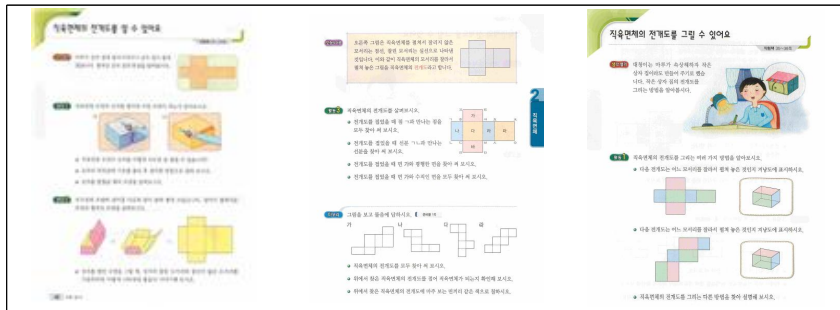
나. 우리나라 교과서에서 전개도 관련 내용

<표 3>에서 알 수 있듯이, 현 교육과정에서는 각뿔과 원뿔의 전개도를 다루지 않으므로 여기서는 직육면체를 포함한 각기둥과 원기둥의 전개도를 좀 더 중점적으로 살펴보도록 한다. 직육면체의 전개도는 1차 교육과정부터 등장하지만 그에 관한 활동들이 구체화되어 교과서에 명시된 것은 4차 교육과정부터이다. 4차 교육과정의 교과서를 살펴보면, [그림 1]과 같이 직육면체 종이상자를 펼치는 활동을 통해 “입체도형을 평면 위에 펼쳐서 그린 그림(문교부, 1983, p.47)”으로 전개도를 정의하고, 합동인 직사각형 찾기, 평행한 면과 수직인 면 찾기, 만나는 모서리 찾기, 정육면체와 직육면체의 전개도 찾기 그리고 전개도 그리기 등의 활동을 진행한다. 이는 [그림 2]의 2009개정 교육과정에 의한 교과서와 비교하여 볼 때, 활동 면에서는 그 차이가 거의 없다고 할 수 있다. 또한 앞서 살펴본 2015 개정 교육과정과 2009 개정 교육과정이 내용적인 면에서 차이가 없음을 미루어볼 때, 현재 개발 중에 있는 5~6학년 교과서도 비슷한 활동이 전개될 것이라 예상된다.

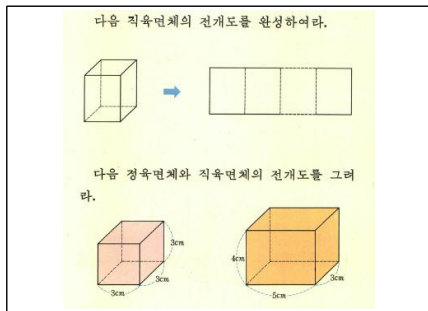
한편, 6차 교육과정부터는 전개도 그리기 활동에 모눈종이가 함께 제시되고 있었는데, 이는 학생들이 직육면체의 전개도를 좀 더 정확하게 표현할 수 있도록 보조하기 위한 것으로 보인다([그림 3], [그림 4]).



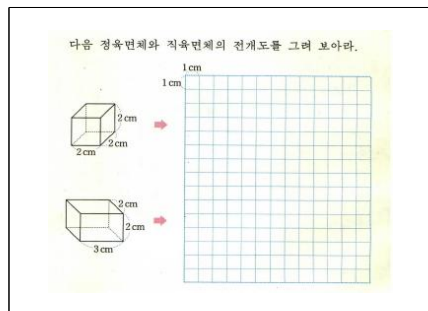
[그림 1] 4차 교육과정에 따른 교과서의 직육면체 전개도 (문교부, 1983, p.47~50)



[그림 2] 2009개정 교육과정에 따른 교과서의 직육면체의 전개도 (교육부, 2015b, p.48~50)



[그림 3] 5차 교과서에서 전개도 그리기 (교육부, 1992b, p.42)

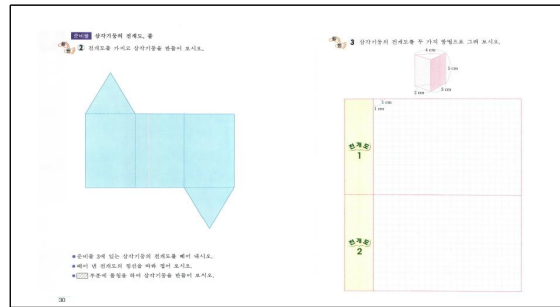


[그림 4] 6차 교과서에서 전개도 그리기 (교육부, 1997b, p. 38)

다음으로 각기둥의 전개도에 관한 내용을 살펴보면, 직육면체와 그 단원이 분리되기 시작하는 5차 교육과정부터 6차 교육과정까지는 ‘기둥의 겹넓이와 부피’ 단원에서 함께 제시되고 있었다. 즉, 각기둥의 전개도를 그 겹넓이와 부피를 지도하기 위한 수단으로 도입하고 있는 것이다. 7차 교육과정부터는 전개도가 겹넓이나 부피와는 독립적인 단원으로 다루어지고 있었지만 그 내용이 [그림 5]와 같이 전개도를 수치에 맞게 그리고 표현하는

것에 중점을 두고 있는 것으로 보아, 여전히 겹넓이와 부피를 지도하기 위한 목적이 강하다는 것을 알 수 있다.

한편, 원기둥의 전개도는 전개도를 그리는 활동보다는 제시된 전개도를 보면서 밑면과 옆면의 모양을 알아보고, 제시된 전개도가 왜 원기둥이 되지 않는지 그 이유를 탐구해보도록 하고 있었다. 또한 밑면의 둘레가 옆면의 가로 길이와 같음을 지도함으로써 원기둥의 겹넓이를 지도하기 위한 밑바탕으로써 활용되고 있었다.



[그림 5] 7차 교과서에서 제시된

각기둥의 전개도

(교육인적자원부, 2007b, p.30, 31)

우리나라 역대 교과서에서 전개도 관련 내용을 분석한 결과 첫째, 직육면체의 전개도는 직육면체의 성질을 탐구하기 위한 수단으로, 각기둥과 원기둥의 전개도는 그 겹넓이를 지도하기 위한 수단으로 주로 활용되고 있음을 알 수 있다. 하지만 공간 감각 향상의 측면에서 생각해보았을 때, 전개도를 입체도형으로 나타내거나 둘 사이의 변환을 다루는 활동들이 좀 더 강조될 필요가 있다. 이러한 활동은 Bishop(1983)이 제시한 시각적 처리(Visual Processing)와 관련되는 것으로 시각적 표현과 이미지를 조작하고 변형하는 것과 관련되기 때문이다(Pittalis & Christou, 2013).

둘째, 교과서에서 이루어지는 전개도 관련 내용 중에서 전개도 그리기가 꽤 큰 비중을 차지하고 있음을 알 수 있었다. 전개도를 그릴 수 있는 능력은 우리나라 교육과정에서도 성취기준으로 제시하고 있는 목표이기 때문에(교육부, 2015a, p. 23) 그 내용이 강조되어 다루어지는 것은 당연하다고 할 수 있다. 하지만 전개도를 그리는 활동은 전개도의 모양 뿐만 아니라 면들을 서로 맞추고 배열하는 것까지 신경써야하기 때문에(홍갑주·이호석, 2015) 직육면체에 대한 성질이나 공간적 사고 이외의 부수적인 능력까지 필요로 한다. 물론 전개도를 그리는 활동이 공간 감각 측면에서도 꼭 필요한 활동이지만 학생들이 이를 정확하게 그리는데 어려움을 느낀다면 교사가 이를 적절히 경감하여 안내할 필요가 있다.

2. 외국 교과서에서 전개도 관련 내용

이 장에서는 외국 교과서에서 전개도 관련 활동을 어떻게 구현하고 있는지 살펴본다. 교과서에서 이루어지는 전반적인 지도 내용을 중심으로 일본의 新しい算数(藤井齊亮·飯高茂 외, 2013), 싱가포르의 Shaping Math(Collars, Koay, Lee, Ong & Tan, 2014), 핀란드 초등수학교과서 Laskutaito(Risto, Marjatta, Merja, Ann & Tuula, 2012), 홍콩의 Effective

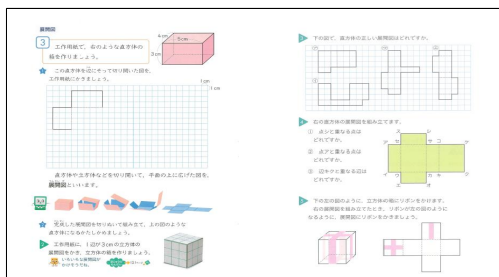
Steps to Mathematics(Pan Lloyds Publishers, 2012)교과서를 분석하였으며, 그 결과 각 나라마다 전개도의 도입 시기와 지도 내용에서 약간의 차이를 보이고 있었다. 각 나라별로 입체도형의 전개도가 도입되는 시기를 표로 나타내면 <표 4>와 같다.

<표 4> 나라 별 전개도의 도입 시기

전개도	일본 (新しい算数)	싱가포르 (Shaping Math)	핀란드 (Laskutaito)	홍콩 (Effective Steps to Mathematics)
직육면체	4下	6A	4-1	5B
각기둥	5下	6A	6-1	6A
각뿔		6A	6-1	6A
원기둥	5下		6-1	
원뿔			6-1	

가. 일본 교과서

4학년 ‘직육면체와 정육면체’ 단원에서 전개도가 처음 등장하는 일본은 전개도를 다루고 있는 교과서의 내용이 우리나라와 거의 비슷하다. [그림 6]을 보면 직육면체의 모양을 알아보고 구성요소를 학습한 뒤, 상자를 펼쳐봄으로써 “정육면체와 직육면체를 잘라서 펼친그림(藤井齊亮·飯高茂 외, 2013a, p.100)”으로 전개도를 정의한다. 그 후 전개도를 접었을 때 만나는 모서리와 꼭짓점을 찾고, 수직인 면과 평행한 면을 찾아보는 활동으로 이루어진다. 여기서 눈 여겨 볼만한 점은 직육면체에서 면의 수직과 평행의 성질이 중요한 이유를 실생활의 예를 통해 보여주고 있다는 사실이다([그림 7]). 이를 통해 일본은 수직과 평행의 성질을 중요하게 다루고 있음을 알 수 있다. 또한, 우리나라와 마찬가지로 모눈종이에 전개도를 그리는 활동이 제시되고 있는데, 전개도를 처음 도입하면서 상자를 자르고 펼쳐 그 그림을 모눈종이에 표현해보는 활동으로, 우리나라에서 제시하는 전개도 그리기 활동과는 다소 차이가 있다고 할 수 있다.

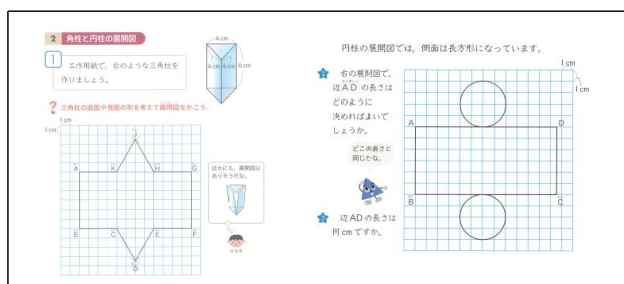


[그림 6] 일본 4下 (藤井齊亮·飯高茂 외, 2013a, p.100~101)



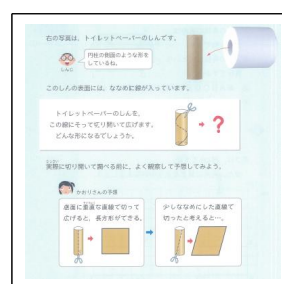
[그림 7] 일본 4下 (藤井齊亮·飯高茂 외, 2013a, p.102)

5학년의 ‘입체를 자세히 알아보자’단원에서는 [그림 8]과 같이 원기둥을 포함한 기둥 모양의 입체도형을 다룬다. 각기둥과 원기둥을 분류하고 각각을 탐구한 뒤, 삼각기둥의 전개도와 원기둥의 전개도를 그리는 법과 그 성질에 대해 학습한다. 또한, [그림 9]와 같이 화장지의 심지를 잘라보는 활동을 통해 원기둥의 옆면을 자르는 방법에 따라 펼친 모양이 직사각형이 될 수도, 평행사변형이 될 수도 있음을 제시하고 있다. 학생들이 머릿속으로 떠올리기 어려울 수 있는 원기둥의 펼친 모양을 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 구체물을 활용하여 보여줌으로써 전개도에 대한 이해를 돕고 있음을 알 수 있다. 한편, 각뿔과 원뿔도 제시되어 있지만 자세히 다루지는 않는다.



[그림 8] 일본 5下

(藤井齊亮·飯高茂 외, 2013b, p.101~102)



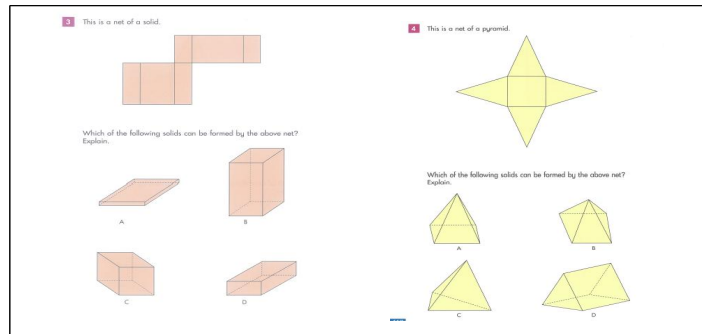
[그림 9] 일본 5下

(藤井齊亮·飯高茂 외, 2013b, p.103)

일본의 교과서에서 전개도 관련 내용을 살펴본 결과, 우리나라와 마찬가지로 두 학년에 걸쳐 전개도를 다루고 있었으며 직육면체와 각기둥을 구분하여 제시하고 있었다. 또한, 입체도형의 성질을 학습하는 과정에서 전개도가 도입되었으며, 이를 실생활과 연결하여 지도하려는 경향이 있음을 알 수 있었다. 하지만 일본 역시 전개도가 공간 감각 측면에서 크게 다루어지고 있지는 않았다.

나. 싱가포르 교과서

싱가포르 교과서에서 전개도는 6학년의 ‘입체도형’ 단원에서 다루어진다. 전개도는 “접어서 입체도형을 만들 수 있도록 그 면을 배열하여 그린 그림(Collars et al, 2014, p.130)”으로 정의되며, 한 가지 입체도형에서 다양한 전개도가 나올 수 있음을 강조하고 있다. 활동을 자세히 살펴보면 각 입체도형의 밑면의 모양, 면의 개수와 같은 구성 요소를 탐구한 후 전개도가 도입되는데, 우리나라나 일본과 같이 만나는 모서리나 평행한 면 등을 찾는 활동보다는 입체도형과 알맞은 전개도를 연결하는 활동이 중점적으로 다루어진다. 이 때, [그림 10]과 같이 보기로 제시되는 입체도형의 모습을 눈여겨 볼 필요가 있는데, 같은 직육면체이지만 가로, 세로, 높이의 길이가 모두 다르게 제시되어 있으며, 각뿔도 다양한 각도에서 바라본 모습을 제시하고 있어 전개도와 연결할 때 밑면의 모양뿐만 아니라 길이나 방향 요소까지도 고려하도록 하고 있다. 하지만 원뿔과 원기둥의 전개도는 다루지 않는다.

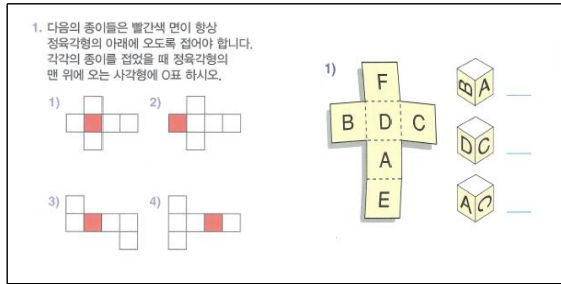


[그림 10] 싱가포르 6A
(Collars et al, 2014, p.111, 114)

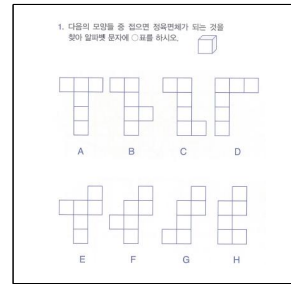
싱가포르의 교과서를 살펴본 결과, 전개도는 한 학년에서만 집중적으로 다루어지고 있었으며, 입체도형과 전개도를 서로 연결해 볼 수 있는 문항들이 주로 제시되고 있었다. 특히 우리나라 교과서에서 전형적으로 다루는 입체도형의 모습뿐만 아니라 모서리의 길이나 밑면의 모양, 보는 방향을 달리한 다양한 모습의 입체도형을 제시하고 있었다. 여러 방향과 각도에서 본 입체도형의 모습을 제시하는 것은 공간 방향화의 하위 요인인 위치 감각과 관련되는 것으로(정영옥, 2017) 학생들의 방향 능력 향상에 도움이 될 수 있다.

다. 핀란드 교과서

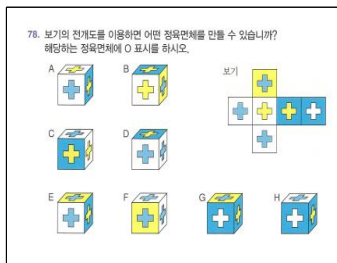
핀란드 교과서는 전개도를 따로 차시를 두어 다루지 않지만 그에 관한 다양한 문제들이 4학년 때부터 등장한다. [그림 11]을 보면 4학년 1학기에는 전개도라는 용어가 사용되지는 않지만, 빨간색 면이 항상 아래에 오도록 종이를 접는다면 맨 위에 오는 사각형이 어느 것인지 표시하도록 하는 문제가 제시된다. 또한, 알파벳이 쓰인 전개도를 접었을 때 제시된 정육면체를 만들 수 있는지도 판단하도록 하고 있다. 4학년 2학기 교과서에서는 [그림 12]와 같이 접어서 정육면체가 만들어지는 모양을 찾는 활동이 제시되어 있다. 5학년 교과서부터는 전개도라는 용어를 사용하여 문제를 제시하고 있는데, 전개도를 접어 만들 수 있는 정육면체를 고르도록 하고 있다. 이 때, 전개도는 각 면의 색이 다르고 무늬까지 그려져 있어 이를 모두 고려하여 문제를 해결해야 한다([그림 13]). 6학년의 '입체도형' 단원에서는 우리나라와 마찬가지로 입체도형의 모양과 겨냥도를 그리는 법을 학습하지만, 전개도는 문제만 제시할 뿐 따로 그 정의나 그리는 법 등을 자세히 설명하지 않는다. 또한, 문제를 보면 각기둥을 포함하여 각뿔과 원뿔, 원기둥의 전개도뿐만 아니라 정팔면체까지 다양한 입체도형의 전개도가 제시되어 있는 것을 볼 수 있다([그림 14]). 교과서 뒷부분의 '두뇌 자극하기'에 가면 [그림 15]와 같은 다양한 무늬의 전개도 문제들이 등장한다. 반면, 전개도를 그리는 것에 대해서는 다루지 않는다.



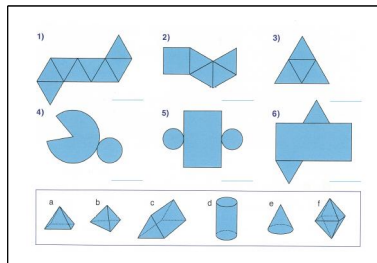
[그림 11] 핀란드 4-1
(Risto et al, 2012a, p.159, 166)



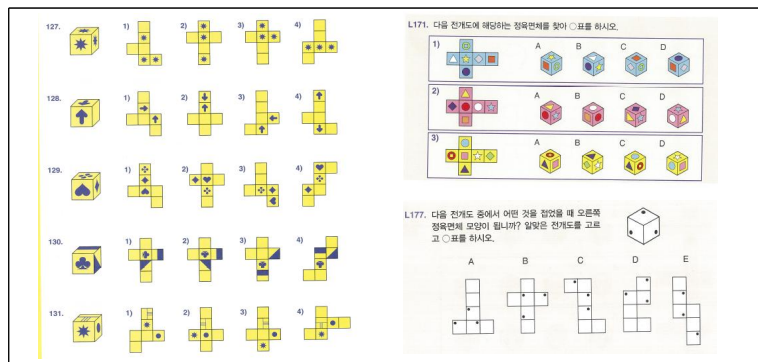
[그림 12] 핀란드 4-2
(Risto et al, 2012b, p.41)



[그림 13] 핀란드 5-1
(Risto et al, 2012c, p. 97)



[그림 14] 핀란드 6-1
(Risto et al, 2012d, p.117)



[그림 15] 핀란드 6-1 (Risto et al, 2012d, p.134, 153, 154)

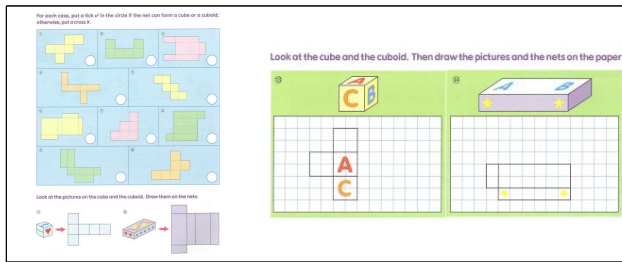
핀란드의 교과서를 분석한 결과, 우리나라와는 그 내용이 상당히 다를 수 있었다. 핀란드에서는 전개도가 입체도형의 성질 지도나 겹넓이 지도를 목적으로 제시되기 보다는 그 자체를 탐구대상으로 하여 제시된 전개도와 알맞은 입체도형을 연결해 볼 수 있는 기회를 자주 제공하고 있었다. 또한, 무늬가 함께 활용되고 있어 학생들은 전개도 문제를 해결할 때 그 무늬가 들어간 면이 어디에, 어떻게 위치해야 하는지 그 방향 요소까지 생각해 보아야 하며, 이러한 과제가 4학년부터 6학년까지 수준을 달리하며 지속적으로 제시되고 있었다. 이렇게 무늬를 포함하고 있는 전개도 과제가 다른 전개도 과제에 비해 정답률이

가장 낮았다는 연구 결과(이은지, 2017)에 비추어 볼 때, 학생들이 문제를 해결하는데 상당한 난이도가 요구될 것으로 생각된다. 하지만 이러한 유형의 전개도 과제가 공간 감각을 측정하기 위한 검사에서 자주 활용된다는 점에서는 의미가 있다고 할 수 있다.

라. 홍콩 교과서

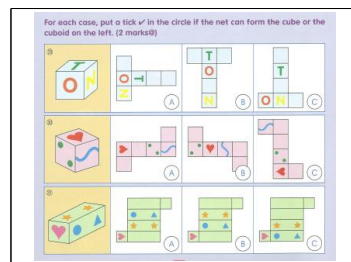
홍콩은 5학년에서 직육면체의 전개도를, 6학년에서 각기둥과 각뿔의 전개도를 학습한다. 먼저, [그림 16]을 보면 5학년 ‘입체도형’단원에서 다양한 입체도형을 소개하면서 직육면체의 전개도를 도입한다. 전개도에 관한 정의나 자세한 설명은 제공하지 않으며, [그림 17]과 같이 무늬가 들어가 있는 직육면체를 함께 다루고 있다.

6학년에서는 교과서의 앞부분에서 각기둥의 전개도를([그림 18]), 뒷부분에서는 각뿔의 전개도를([그림 19]) 다루고 있었다. 활동을 살펴보면, 직육면체 전개도와 마찬가지로 올바른 전개도를 찾는 활동을 시작으로 일부만 제시된 전개도를 그려 완성해보기, 각기둥과 각뿔의 성질 알아보기 등의 활동이 이루어진다.



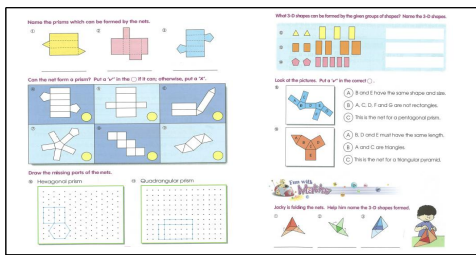
[그림 16] 홍콩 5B

(Pan Loyds Publishers, 2012a, p. 10, 11)



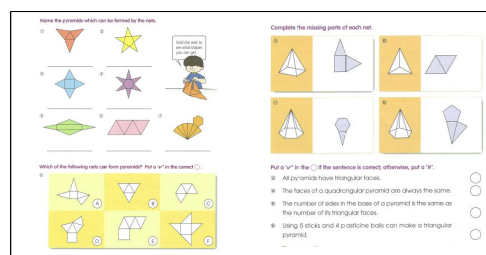
[그림 17] 홍콩 5B

(Pan Loyds Publishers, 2012a, p.20)



[그림 18] 홍콩 6A

(Pan Loyds Publishers, 2012b, p.12, 13)



[그림 19] 홍콩 6A

(Pan Loyds Publishers, 2012b, p.50, 51)

홍콩 교과서에서 전개도 관련 내용을 살펴본 결과, 전개도가 두 학년에 걸쳐 제시되고 있었으며 직육면체와 각기둥, 각뿔을 모두 단원을 달리하여 지도하고 있었다. 또한, 올바른 전개도 찾거나 일부만 제시된 전개도 완성하기, 입체도형의 성질 알아보기 등 다양한 유형의 활동을 다루고 있었다. 특히, 무늬가 들어간 직육면체를 다루고 있다는 점에서 홍

공 역시 공간 시각화와 방향화를 모두 고려한 측면에서 활동이 이루어지고 있음을 알 수 있다.

V. 결 론

본 연구에서는 전개도와 관련하여 국내 교육과정과 교과서, 그리고 일본, 싱가포르, 핀란드, 홍콩의 교과서를 도입 시기와 전반적인 지도내용을 바탕으로 분석하여 우리나라 전개도 지도에의 시사점을 얻고자 하였다.

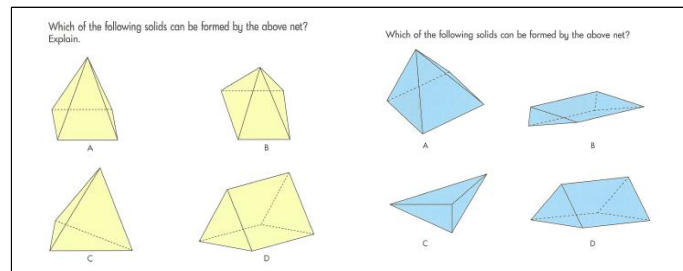
우리나라의 교육과정과 교과서 분석 결과, 전개도는 입체도형의 성질이나 겹넓이를 구하기 위한 지도 목적이 강했으며, 관련 활동들 역시 공간 감각 측면에서는 그 의미가 상당히 약하다고 할 수 있었다. 이는 우리나라의 교육과정에서 쌓기나무와 관련된 활동은 ‘입체도형의 공간 감각’ 영역의 성취기준으로 제시되고 있지만(교육부, 2015a, p. 23), <표 2>에서 알 수 있듯이, 전개도와 관련해서는 공간 감각에 대한 직접적인 언급이 없기 때문에 어떻게 보면 당연한 결과일지 모른다. 전개도는 2차원의 표현과 3차원의 표현을 연결함으로써 공간 감각을 학습하기에 좋은 소재이지만(Wright & Smith, 2017), 이은지(2017)와 마찬가지로 우리나라 교육과정에서는 공간 감각과 관련한 전개도의 탐구가 많이 부족함을 시사한다.

외국 교과서의 경우, 전개도의 도입 시기는 약간의 차이가 있었지만 대부분의 나라에서 고학년에 도입하고 있었다. 그만큼 전개도가 학생들에게 복잡한 사고를 요구하는 내용임을 알 수 있다(Pallegirino & Kail, 1982). 그 지도 내용을 살펴보았을 때, 일본을 제외하고 대부분의 나라에서 올바른 전개도를 찾는 활동을 강조하고 있었다. 이는 전개도를 접었을 때 평행한 면이나 만나는 모서리 찾기 등의 활동을 통해 입체도형의 성질을 탐구하기 보다는 전개도 자체를 학습 대상으로 보고 2차원과 3차원의 변환 관계를 더 중점적으로 다루고 있음을 의미한다. 또한 핀란드와 홍콩에서는 무늬가 들어있는 정육면체의 전개도를 적극적으로 다루고 있었다.

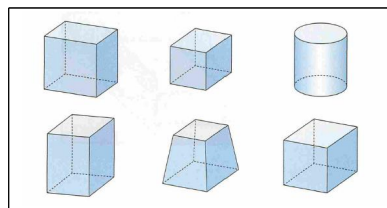
이를 바탕으로 한 결론 및 시사점은 다음과 같다.

첫째, 올바른 전개도를 찾는 활동이 더 강조될 필요가 있다. 7차 교육과정 이후 도형영역에서 공간 감각이 점점 더 강조되고 있으며, 이러한 공간 감각 향상을 위해 전개도를 활용하기 위해서는 올바른 전개도를 찾는 활동을 통해 2차원의 표현과 3차원의 표현 간의 변환을 더욱 강조할 필요가 있다. Fennema & Romberg(1999/2011)는 제시된 전개도가 왜 정육면체의 전개도가 되는지 또는 되지 못하는 지에 관한 이유를 생각해보는 활동이 입체도형의 모서리나 면, 꼭짓점, 변들이 어떻게 구성되고 나타날 수 있는지에 대해 더 잘 이해할 수 있게 한다고 하였다. 즉, 올바른 전개도를 찾는 활동은 우리나라 교육과정에서 전개도 교육의 목표로 다루고 있는 입체도형의 구성 요소나 성질에 대한 학생들의 이해를 돕는다고 할 수 있다. 또한, 이러한 활동은 2차원 표현과 3차원 표현의 관계에 대한 이해를 통해 공간에 대한 시각적 능력을 향상시키며 궁극적으로 공간 감각의 향상으로까지 이어질 수 있다. 이는 앞서 제시한대로 전개도를 접고 펴는 능력이 McGee(1979)가 제시한 공간 감각의 하위 요인 중 “공간 시각화”, 그리고 Bishop(1983)이 제시한 “시각적 처리”에 포함되는 능력과 관련되는 것으로, 마음속으로 이미지를 조작하고 또 다른 이미지로 변형시키는 경험이 공간 감각의 향상에 기여할 수 있기 때문이다(cohen, 2003).

둘째, 다양한 각도에서 본 입체도형의 모습을 함께 제시할 필요가 있다. 싱가포르의 경우 제시된 전개도를 접었을 때 만들어지는 도형을 찾는 과제에서 다양한 각도에서 본 입체도형의 모습을 보기로 제시하고 있었다([그림 20]). 같은 각뿐이라 하더라도 바라본 방향에 따라 그 모습이 다르게 제시되어 있으며, 삼각기둥도 누워있는 모습 등을 제시하여 다른 관점에서 도형을 인식하고 생각해볼 수 있는 기회를 제공하고 있었다. 이렇게 다른 관점에서 나타나는 대상의 모습을 상상하는 것은 공간 감각 학자들이 제시하고 있는 공간 방향화에 속하는 능력이라고 할 수 있다(Kozhevnikov & Hegarty, 2001). 반면, 우리나라 교과서에서 제시되는 입체도형의 모습은 [그림 21]과 같이 모두 정면에서 바라본 모습으로 제시되어있어 학생들이 그 방향성을 고려하지 않아도 밑면의 모양만을 생각하면 쉽게 답을 고를 수 있다. 조영선, 정영옥(2012)은 우리나라 학생들이 고학년으로 갈수록 공간 시각화 능력에 비해 공간 방향 능력이 부족하다고 하였으며, 정영옥(2017)에서는 공간 방향과 관련하여 우리나라, 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩, 핀란드, 독일, 미국의 교육과정과 교과서를 분석한 결과 우리나라 교과서에서 공간 방향내용 요소가 매우 부족함을 시사하였다. 이를 통해 고학년에서 공간 방향을 강화할 필요성이 있음을 제안하였는데, 전개도가 고학년에서 다루어지는 소재이니만큼 그 내용에 방향성까지 더해진다면 학생들의 공간 감각 신장에 많은 도움이 될 것이라 생각된다.



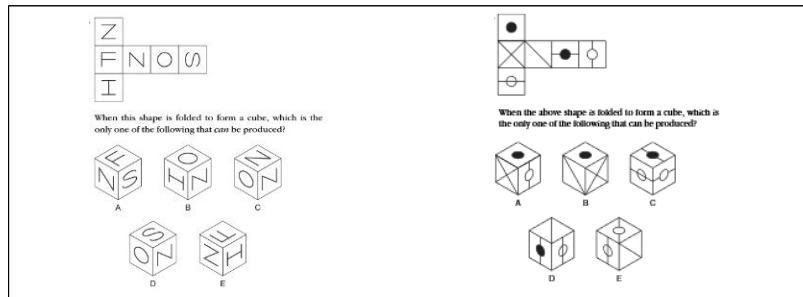
[그림 20] 싱가포르 6A
(Collars et al, 2014, p.112, 120)



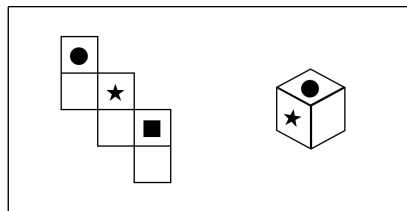
[그림 21] 우리나라 교과서에
제시된 입체도형
(교육부, 2015b, p.45)

셋째, 무늬가 들어간 입체도형의 전개도를 다루는 것도 고려해볼 필요가 있다. 현 교과서에서 전개도 관련 문항들이 어렵다는 의견이 제기되고 있지만(홍갑주·이호석, 2015), 이러한 유형의 과제는 청소년 적성검사나 대학입학을 위한 전공적성검사, 기업의 직무적성

검사, IQ 검사 등에서 공간 능력을 측정하기 위해 활용되는 문제들이다([그림 22]). 또한, 유경선(2012)은 무늬가 있는 전개도를 포함한 다양한 유형의 도형 과제가 학생들의 공간 감각뿐만 아니라 수학적 창의성 신장에도 긍정적인 영향을 미친다고 하였다. 내용이 어렵다고 하여 무조건 다루지 않기보다는 그 수준을 조절하여 이른 시기에서부터 자주 접하고 익숙해지게 함으로써 그 능력을 발달시킬 수 있는 기회를 제공하는 것이 바람직하다고 여겨진다. 따라서 [그림 23]과 같이 난이도를 조절하여 좀 더 단순한 무늬를 활용한다면 학생들의 공간 시각화 능력뿐만 아니라 방향 능력에까지 도움을 줄 수 있을 것이다.



[그림 22] IQ 검사에서 활용되는 전개도 문제의 예시
(Carter & Russell, 2008, p. 16, 33)



[그림 23] 단순한 무늬를 활용한
전개도 과제의 예시

지금까지 전개도와 관련하여 우리나라와 외국 교과서의 검토를 통해 몇 가지 시사점을 제안하였다. 하지만 이러한 지도 방안이 좀 더 구체화되기 위해서는 전개도 과제를 해결하는 학생들의 능력에 대한 실태 조사가 뒷받침되어야 할 것이다. PISA 2015의 평가 결과, 우리나라 학생들은 수학적 내용 중 ‘공간과 모양’에서의 정답률의 평균이 가장 낮았으며, PISA 2012와 비교하였을 때 그 하락폭도 크게 나타났다(구자옥 외, 2016, p.28). 여기에서 ‘공간과 모양’이란 우리가 살고 있는 물리적 세계에서 마주하는 현상과 관련되는 것으로, 기하학이 본질적인 기초로 작용하는 부분이다. 이러한 연구 결과를 종합하였을 때 공간에 대한 사고의 발달과 더불어 기하 영역에서 학생들의 성취가 향상될 수 있도록 그 지도 방안을 다양한 방면에서 적극 모색할 필요가 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8].
- 교육부 (1992a). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제1992-16호.
- 교육부 (1992b). **산수 5-2**. 서울: 국정 교과서 주식회사.
- 교육부 (1997a). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8].
- 교육부 (1997b). **수학 5-2**. 서울: 국정 교과서 주식회사.
- 교육부 (2015a). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].
- 교육부 (2015b). **수학 5-1**. 서울: (주) 천재교육.
- 교육부 (2015c). **수학 지도서 5-1**. 서울: (주) 천재교육.
- 교육인적자원부 (2007a). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제 2007-79호 [별책 02].
- 교육인적자원부 (2007b). **수학 6-가**. 서울: (주) 천재교육.
- 구자옥, 김성숙, 이해원, 조성민, 박혜영 (2016). **OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2015 결과보고서**. 연구보고 RRE 2016-2-2. 한국교육과정평가원.
- 김지애 (2012). **공학 기반 학습 환경에서의 인지전략 학습이 전개도 접기 능력에 미치는 효과**. 서울대학교 대학원 석사학위논문.
- 문교부 (1955). **산수와 교과과정**. 문교부령 제 44호.
- 문교부 (1969). **산수와 교육과정**. 문교부령 제 251호 [별책1].
- 문교부 (1979). **산수와 교육과정**. 문교부 고시 제 424호 [별책1].
- 문교부 (1981). **산수와 교육과정**. 문교부 고시 제 442호 [별책2].
- 문교부 (1983). **산수 5-2**. 서울: 국정 교과서 주식회사
- 문교부 (1987). **산수와 교육과정**. 문교부 고시 제 87-9호.
- 송미영, 임해미, 최혁준, 박혜영, 손수경 (2013). **PISA 2012 결과 보고서**. 연구보고 RRE-2013-6-1. 한국교육과정평가원.
- 유경선 (2012). **공간능력과 수학적 창의성 신장을 위한 도형학습 과제의 효과 -입체도형의 전개도를 중심으로-**. 서울교육대학교 대학원 석사학위논문.
- 윤주미 (2018). **6학년 학생들의 공간감각 향상과 전이 및 유지를 위한 심적 회전 활동의 효과**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 이미진, 이광호(2015). **시선 추적기를 통해 본, 4학년 학생들의 방정식에 대한 관계적 사고 형성 -웹기반 저울을 중심으로-**. **대한수학교육학회지 <학교수학>**, 17(3), 391-405.
- 이은지 (2017). **전개도 접기 과제의 해결전략 연구: 안구 운동 분석을 활용하여**. 서울대학교 대학원 석사학위논문.
- 이창홍 (2017). **직육면체의 모든 전개도 탐구에 관한 영재학급용 교수·학습 자료 개발과 적용**. **교육논총**, 37(2), 233-257.

- 정영옥 (2017). 입체도형의 공간 감각 지도에 관한 논의. **한국초등수학교육학회지**, 21(1), 161-194.
- 정영우, 김부윤 (2014). 전개도에 관한 교수학적 고찰. **학교수학**, 16(2), 285-301.
- 조영선, 정영옥 (2012). 초등학생들의 공간 감각 실태 조사 -4,5,6학년을 중심으로-. **한국초등수학교육학회지**, 16(3), 359-388.
- 최경숙, 백석운 (2004). 공간 감각 관련 지도내용 계열 분석. **한국초등수학교육학회지**, 8(1), 63-87.
- 홍갑주, 이호석 (2015). 초등학교 교과서 겨냥도와 전개도의 고찰 - 역대 교육과정과 외국 교과서의 검토를 바탕으로. **학교수학**, 17(4), 531-553.
- 藤井齊亮·飯高茂 외 40명. (2013a). **新しい算數 4下**. 東京: 東京書籍.
- 藤井齊亮·飯高茂 외 40명. (2013b). **新しい算數 5下**. 東京: 東京書籍.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51-71.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Concepts and processes* (pp. 176-203). New York: Academic Press.
- Bourgeois, R. D. (1986). Third graders' ability to associate foldout shapes with polyhedra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(3), 222-230.
- Carter, P., & Russell, K. (2008). *Test and Assess Your IQ*. London; Philadelphia: Kogan Page Ltd.
- Cohen, N. (2003). Curved solids nets. In N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 27th PME International Conference*, 2, 229-236.
- Collars, C., Koay, P. L., Lee, N. H., Ong, B. L., & Tan, C. S. (2014). *Shaping maths coursebook 6A*, Marshall Cavendish Education.
- Ekstrom, R. B., French, J. W., Harman, H. H., & Dermen, D. (1976). *Manual for kit of factor-referenced cognitive tests*. Princeton, NJ: Educational testing service.
- Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.) (1999). *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*. Mahwah, NJ: Erlbaum. 이광호, 이현숙, 이경미, 윤혜영, 정미혜, 하수현(역) (2011). **이해를 촉진하는 수학교실**. 서울: 경문사.
- Hegarty, M., & Wallar, D. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence* 32, 175-191.
- Kozhevnikov, M., & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object manipulation spatial ability and spatial orientation ability. *Memory & Cognition*, 29(5), 745-756.
- Kurtuluş, A., & Uygan, C. (2010). The effects of Google Sketchup based geometry activities and projects on spatial visualization ability of student mathematics

- teachers. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, 384–389,
- Lohman, D. F. (1979). Spatial ability: A review and reanalysis of the correlational literature. *Aptitude Research Project of School of Education*. Stanford University.
- Mcgee, M. G., (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and heurological influence. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889–918.
- Meneghetti, C., Borella, E., & Pazzaglia, F. (2016). Mental rotation training: Transfer and maintenance effects on spatial abilities. *Psychological Research*, 80, 113–127.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, Reton, VA: National Council of Teachers of Mathemtiacs.
- 구광조, 오병승, 류희찬(역) (1992). **수학교육과정과 평가의 새로운 방향**. 서울: 경문사.
- Olkun, S. (2003). Making Connections: Improving spatial abilities. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*.
- Pan Lloyds Publishers (2012a). *Effective Steps to Mathematics 5B*. Tsuen Wan, N. T.: Pan Lloyds Publishers.
- Pan Lloyds Publishers (2012b). *Effective Steps to Mathematics 6A*. Tsuen Wan, N. T.: Pan Lloyds Publishers.
- Pellegrino, J. W., & Kail, R. (1982). Process analyses of spatial aptitude. *Advances in the psychology of human intelligence*, 1, 311–365.
- Pittalis, M., Christou, C. (2013). Coding and decoding representations of 3D shapes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32. 673–689.
- Risto, L., Marjatta, K., Merja, S., Ann, M., S., & Tuula, U. L. (2012a). LASKUTAITO in English 4A. WSOY pro., Ltd. 양재욱, 도영(역) (2012). **핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 4-1 Korean edition**. 서울: 솔빛길출판사.
- Risto, L., Marjatta, K., Merja, S., Ann, M., S., & Tuula, U. L. (2012b). LASKUTAITO in English 4B. WSOY pro., Ltd. 양재욱, 도영(역) (2012). **핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 4-2 Korean edition**. 서울: 솔빛길출판사.
- Risto, L., Marjatta, K., Merja, S., Ann, M., S., & Tuula, U. L. (2012c). LASKUTAITO in English 5A. WSOY pro., Ltd. 문보람, 도영(역) (2012). **핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 5-1 Korean edition**. 서울: 솔빛길출판사.
- Risto, L., Marjatta, K., Merja, S., Ann, M., S., & Tuula, U. L. (2012d). LASKUTAITO in English 6A. WSOY pro., Ltd. 오수현, 도영(역) (2012). **핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 6-1 Korean edition**. 서울: 솔빛길출판사.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematics problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216–229.
- Wright, V. (2016). Visualisation and analytic strategies for anticipating the folding of nets.

Paper Presented at the opening up Mathematics Education Research, Proceedings of the 39th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Adelaide.

Wright, V., & Smith, K. (2017). Children's schemes for anticipating the validity of nets for solids. *Mathematics Education Research Journal*, 29(3), 369–394.

<Abstract>

An International Comparison of Nets of Solids
Presented in Elementary Mathematics Textbooks

Seo Hwajin⁵⁾; & Lee, Kwangho⁶⁾

This is a traditional education content that has been consistently handled in elementary school mathematics textbooks since the first curriculum in Korea. It has been mainly used to find out the properties of the solid figure or to save the surface area. However, as the importance of spatial ability is increasingly emphasized, the nets of solids can be a very suitable learning material for dealing with the spatial ability. Therefore, in this study, we examined how the nets of solids were taught in elementary school mathematics curriculum and textbooks in Korea, and based on the analysis, we analyzed the contents of the nets of solids covered in textbooks of Japan, Singapore, Finland and Hong Kong. Through this study, we suggested the enhancement of activities to find the right nets, the presentation of solid figure from various angles, and the nets of solids with patterns for improvement of spatial visualization and spatial orientation.

Key words: nets of solids, spatial ability, spatial visualization, spatial orientation

논문접수: 2018. 04. 12

논문심사: 2018. 05. 09

게재확정: 2018. 05. 18

5) rain2116@naver.com

6) paransol@knue.ac.kr