한국초등수학교육학회지 22(4) 405-425.
2018. 11. 30

Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 22(4) 405-425.
November 30. 2018.

초등 수학 교과서에서 문제해결 지도의 개선점과 개선 방향 -Polya의 문제해결을 중심으로-

안병곤[1)]

학교 수학에서 문제해결력의 신장은 수학교육의 가장 중요한 과제로, 학생들의 사고력과 창의력을 길러 실생활에서 일어나는 문제해결에 도움을 주도록 하는 것이 수학 교육의 궁극적인 목표라 할 수 있다. 이에 본 연구에서는 우리나라 제1차 교육과정부터 2009 개정 교육과정까지의 초등 수학과 목표에 제시한 문제해결 관련 내용을 어떻게 반영하였는지를 조사하고, 2015 개정 수학과 교육과정에서 초등학교 각 학년군의 5개 영역별 문제해결의 성취기준과 이를 반영한 수학 교과서의 문제해결 내용을 분석하였다. 그 결과, 우리나라 교육과정의 수학과 목표에서 문제해결의 용어 사용은 제1차 교육과정부터이고, 문제해결 교육은 제4차 교육과정에서 시작하였다. 그 후 제6차 교육과정에서 2006 개정 교육과정까지는 활발하다가 지난 교육과정에서는 소홀해졌는데, 현재 교육과정의 초등 수학 문제해결 지도 과정에서 나타난 개선점과 그에 대한 개선방향을 제시하였다.

주제어: 초등학교 수학과 교육과정, 수학 성취기준, 문제, 문제해결, 수학 교과서

Ⅰ. 서 론

1957년 10월 4일, 세계 최초로 소련의 인공위성인 Sputnik호의 발사를 계기로 미국 중심의'새 수학(New Mathematics)운동'이 일어나 현대적 수학 내용과 정확한 수학적 용어와 기호 사용, 엄밀한 증명 등을 도입하여 학교 수학 교육의 변화를 가져오게 하였다. 그러나 이러한 변화에 학생들이 미처 따르지 못하게 되자, 1970년대에는'새 수학운동'에 대한 비판과 반성으로'기본으로 돌아가기(Back to basics) 운동'이 전개되었다. 이 운동 또한 여러 가지 문제점이 나타나자 이를 해결하는 방안으로 1980년대에는'문제해결 운동'이 일어나게 되었다. 학교 수학에서 문제해결 교육의 시작은 NCTM(1980)의 Agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s에서 학교 수학에 대한 권고 사항 8가지 중의 첫째로'문제해결이 학교 수학의 초점이어야 한다'고 주장하면서 시작하였다.

그 후 NCTM(1989)의'학교 수학을 위한 교육과정과 평가 규준'과 NCTM(2000)의'학교 수학을 위한 원리와 규준'에서는 유치원부터 12학년에 이르기까지 모든 수학 교수 프로그램에서 문제해결을 통하여 새로운 수학적 지식을 쌓고, 수학과 다른 맥락에서 발생하

1) 광주교육대학교, 교수

는 문제에 적절하고 다양한 전략을 활용하여 수학적 문제해결의 점검과 반성을 강조하였다.

1990년대 이후에는 문제해결력, 의사소통, 수학적 추론에 대한 수학적 힘을 강조한 후 문제해결 교육은 오늘날까지 계속 강조되고 있고, 많은 학자들이 문제해결력의 향상을 위하여 다양한 연구와 교수·학습 자료의 개발에 많은 노력을 기울이고 있다.

우리나라의 초등 수학 교육에서 문제해결에 대한 본격적인 관심(정은실, 2015)은 제4차 수학과 교육과정(이하, 4차 교육과정)으로, 5차와 6차 교육과정에서는 수학과 목표의 하나로 문제해결력 신장을 제시하고, 문제해결전략과 내용 그리고 방법 등을 구체화하였다. 7차 교육과정에서는 문제해결력, 추론 능력, 연결 능력, 표현 능력, 의사소통 능력, 수학적 성향 등을 포함한 수학적 힘의 개발에 큰 비중을 두었다. 2006 개정 수학과 교육과정[2](이하, 2006 교육과정)에서 문제해결지도는 7차 교육과정과 비슷하였고, 문제해결 교육과 문제해결 내용의 적용 2가지 의도로 모든 영역에서 지속적으로 지도하도록 하였다. 2009 개정 수학과 교육과정(이하, 2009 교육과정)에서는 내용 영역과 함께 문제해결, 의사소통, 추론의 수학적 과정 영역을 명시적으로 도입하고, 이전의 내용 영역에 포함되었던 것을 과정 영역으로 분리하여 과정적 성격을 띠고 있으며, 모든 영역에서 지도하고, 학년군별로 문제해결의 성취기준을 처음 제시하였다(교육과학기술부, 2011).

현재 2015 개정 교육과정(교육부, 2015, 이하, 2015 교육과정)에서 수학은 자연과학, 공학, 의학뿐만 아니라 경제·경영학을 포함한 사회과학, 인문학, 예술 및 체육 분야 학습의 기초가 되며, 나아가 창의적 역량을 갖춘 융합 인재로 성장할 수 있는 기반을 제공하는 교과로 학생들은 수학 지식의 이해와 기능을 습득하여 문제해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지의 수학 교과 역량을 기르도록 하였다. 여기서 문제해결 역량은 해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력이고, 추론은 수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력으로 제시하였다.

그 동안 우리나라 수학 교육에서 문제해결에 대한 주요 연구를 보면 강옥기(1985)의 수학과 문제해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구에서 시작하여 현재까지 많은 연구가 진행되고 있다. 연구들의 주된 내용을 살펴보면 문제해결전략과 표현방법, 문제 만들기에 대한 연구(남승인, 1997; 김유정 · 백석윤, 2005; 정성건 · 박만구, 2010; 박아람 · 박영희, 2018), 초등학교 수학과 교육과정에서 문제해결 내용 연구(박교식, 2001; 정은실, 2015), 초등학교 문제해결의 종횡 비교분석 연구(장혜원, 2009), 수학적 문제해결, 문제해결 활동, 수학 영재의 문제해결 연구(김부윤 · 이영숙, 2003; 유연진·박만구, 2009; 한상욱·송상헌, 2011), 우리나라와 미국 초등수학 교과서의 문제해결전략 측면의 차이 분석 연구(Kim, 2002) 등이 있다.

이에 본 연구에서는 우리나라의 1차 교육과정부터 2015 교육과정까지에서 초등 수학과 목표의 변화에 따른 문제해결 지도에 대한 내용의 변화 과정을 알아보고, 2015 교육과정에서는 학년군별 5개의 영역에 제시한 문제해결의 성취기준과 이러한 내용을 반영한 초등 수학 교과서의 내용을 분석하여 그에 대한 개선점과 개선 방향을 찾아 앞으로 문제해결 지도에 도움을 주고자 한다.

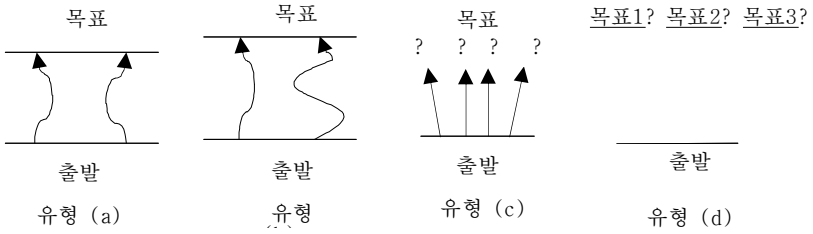
---

2) 수학 및 영어과 국민 공통 교육과정은 2006년 8월 29일자로 개정 고시되었기 때문에‘2006년 개정 교육과정’이라고 한다(교육과학기술부, 2006. p.6).

Ⅱ. 이론적 배경

1. 문제와 문제해결, 문제해결전략

일상적인 생활에서 문제(問題)의 의미에 대하여 국립국어원(www.korean.go.kr)의 표준국어대사전을 보면“해답을 요구하는 물음, 논쟁, 논의, 연구 따위의 대상이 되는 것, 해결하기 어렵거나 난처한 대상 또는 그런 일”로 설명하고, 해결(解決)의 의미는“제기된 문제를 해명하거나 얽힌 일을 잘 처리함, 안어울림음을 어울림음으로 이끎 또는 그런 일”로 설명하였다. 서울대학교 교육연구소(1998)에서는 문제의 의미로“인간은 다양한 욕구를 가지고 있다. 이 욕구는 어떤 것을 성취함으로써 충족되는 것이다. 그러나 이러한 욕구를 바로 성취할 수 없거나, 성취할 수 있는 적절한 수단을 찾지 못할 때 문제에 부딪히게 된다. 이때 인간이 일상생활에서 부딪히는 모든 문제들은 개인의 욕구충족을 위해서 필요한 것”으로 설명하고 있다. 그러면서 문제는 개인이나 집단, 사회에 따라서 같을 수 없고, 같은 문제라도 각자의 능력이나 경험에 따라 인식 정도가 다르고, 사회의 여러 가지 여건에 따라 다르다고 하였다. 또, 어떤 문제든지 문제는 최초의 출발상태, 목표상태가 해결된 목표상태, 그리고 출발상태를 목표상태로 변형시키는 데에 필요한 모든 조작 및 전략의 3가지를 공통적으로 포함하고 있다(서울대학교 교육연구소, 1998)고 하였다. 여기서 Newell, & Simon(1972)의 저서‘Human Problem Solving’에서 모든 문제는 이 3가지 요소를 포함하고 이것에 의거하여 문제공간(problem space)을 형성한다고 하였다. Gagné et al.(1993)는 3가지의 요소를 바탕으로 4가지 유형의 문제공간을 상정하고, 문제공간은 문제의 해결과정과 전략을 개념화하는 데 유익한 개념적 틀을 제공한다고 하였다. 구체적인 문제공간은 다음 그림과 같이 제시하였다.



[그림 1] 문제공간 유형

문제공간 유형 (a)는 하나의 목표와 목표 도달에 필요한 통로가 두 개인데, 이 통로들은 효율성이 똑같은 2개의 표준적인 해결법이 존재한다. 이 때 정답은 하나로 교사는 그 정답을 알지만, 학생들에게는 알려지지 않고, 해결 방식은 교사나 학생에게 알려져 있는 유형의 문제가 될 수 있다. 유형 (b)는 하나의 해결책이 다른 해결책보다 효율적인 유형으로 정답은 하나이고, 학생들에게 알려지지 않은 상태로 해결방식은 2가지 이상이 될 수 있다. 교사는 최소한 2가지의 문제해결 방식을 알고 있지만, 학생은 표준화된 효율적 해결방식을 모르는 경우이다. 이 공간에서는 기억이나 파지뿐만 아니라 분석과 추론과 같은 비교적 높은 수준의 사고능력이 필요하다. 유형 (c)는 목표는 있지만 그 목표에 도달할 적절한 통로가 알려져 있지 않은 것으로, 새로운 문제를 해결할 때의 상황이다. 이 때 학생들이

도달해야 할 목표는 명확하지만, 그 해결과정과 방식은 알려져 있지 않은 상태이다. 이 공간에서는 목표 도달 과정과 절차를 찾는 자체가 목표상태에 도달하는 것이 된다. 이때 필요한 사고과정은 주로 분석하고, 추론, 종합, 평가하는 고차적인 사고능력들이다. 유형 (d)는 목표는 있으나 명확하지 않은 유형으로, 모호한 문제 상황에서 나타나는데, 이때 문제해결의 첫 단계로 목표가 결정되면 유형 (a), 유형 (b), 유형 (c)와 같은 문제로 바뀌게 된다. 이 공간은 교사나 학생이 문제의 목표상태가 무엇이며, 또 문제를 해결할 수 있는 통로조차 모르는 모호한 상태이다. 학위논문이나 학자들의 탐구 활동, 그리고 문예가들이 희곡이나 소설 등의 창의적인 활동에서 찾아볼 수 있다. 일반적으로,‘문제를 푼다’거나 ‘문제를 해결한다’는 문제해결자가 문제공간을 인지한 후 출발상태와 목표상태 사이의 모순점이나 차이점을 줄이거나 바꾸어 나가는 것을 말한다(Newell, & Simon, 1972; Gagné et al, 1993; Elliot et al, 1996)고 하였다.

수학교육에서 문제(problem)의 의미는 다양하나 Lester(l982)는“개인이나 집단이 해결하는데 확실한 해결의 방법을 쉽게 얻을 수 없는 어떤 상황”으로, Krulik & Rudnick(l984)은 “학생들이 즉각 알맞은 해에 이르는 길을 찾지 못하여 당황하고 어떤 장벽을 느끼며, 기존에 알고 있는 방법뿐만 아니라 새로운 풀이 방법을 고안하여 시행함으로써 탐구하는 과정으로 들어가는 장면”으로 학습자 수준에서 공통적으로 정의될 수 없으며 같은 문제도 개인의 수학적 능력에 따라 질문(question), 연습(exercises), 문제(problem)의 의미를 갖는다고 하였다. 또, 한국교육개발원(1985)에서는 문제란“그 해결에 이르는 알고리즘이 주어져 있지 않은 과제를 수행하도록 요구되는 상황으로 문제가 있다는 것은 문제를 분명히 인식하지만 즉각적으로 달성할 수 없는 목표를 달성하기 위해 적절한 행동을 의식적으로 찾는 것”으로 설명하고 있다.

문제해결(problem solving)의 의미도 다양하나, Polya(1957)는 문제해결은 어떠한 것을 명확하게 인식하기 위해, 당면한 어려움에서 벗어나기 위해, 장애를 극복할 수 있는 미지의 방법을 찾기 위해, 그리고 학습자가 원하는 목적을 성취하기 위한 적절한 방법을 찾는 것으로써 즉각적으로 해결되는 것이 아닌 점진적으로 어떤 새로운 방법을 찾는 것이라 하였고, Davis(1975)는“인간 배움의 모든 혼잡한 범주 속에서 자신의 힘으로 얻는 명성”으로 정의하는 등 여러 가지가 있다. 본 연구에서는 2015 교육과정에서 수학 교과 역량으로 제시한“해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 것”으로 정의한다.

문제해결전략에서 전략(戰略)의 의미는 서울대학교 교육연구소(1998)에“군사 전쟁을 전반적으로 이끌어 가는 방법이나 책략, 전술보다 상위 개념으로 정치, 경제 따위의 사회적 활동에 필요한 책략”으로, Mayer(l983)는“문제 공간에서 해에 이르는 길을 찾는 기술”로 설명하고, 문제의 해를 보증하지는 않지만 문제의 해에 이르는 길을 안내한다고 하였다. 또, 강완 외(2013)는“문제해결에서 전형적으로 유용한 발견과 발명의 방법과 규칙, 전략과 진술 등을 의미하며, 발견술(heuristic)”로 설명하고 있다. 즉, 수학 교육에서 문제해결전략이란 당면한 문제를 해결하려고 할 때, 그 해결의 전반적인 절차나 해결 방법을 발견하는 단서를 얻는 방법 또는 구체적인 수단이라 할 수 있다.

문제해결 단계(step)에 대해서는 일반적으로 Polya의 문제해결 4단계를 의미하는 것으로 여기에는 문제이해, 계획수립, 계획실행, 반성 단계가 있다. 계획수립 단계에서 문제해결에 활용되는 것을 전략(strategy)으로 취급하고 있다.

문제유형의 분류도 학자의 관점에 따라 큰 차이가 있다. 신현성(1995)은 초등학교 수준의 대수문제, 기하문제를 포함한 산수문제(algorithm problem), 추상적인 수학내용을 실생

활의 문제 장면에 적용 가능한 응용문제(application problem), 교과서에서 흔히 볼 수 있는 추상문제(abstract problem), 학생들 스스로 질문을 만들고 주어진 조건을 확장시키는 탐구문제(open-search problem), 장기간에 걸쳐 해결되는 프로젝트(project)문제, 일반적으로 공리, 정의, 이미 증명된 정리, 약속된 논리 등으로 추론 과정을 밝히는 증명문제(proof problem)가 있고, Butts(1980)는 용어, 정의, 법칙 등의 인지상태를 확인하는 기억 확인문제(recognition problem), 계산연습문제(algorithmic problem), 열린문제(open-search problem), 수학적 지식의 응용문제(application problem), 장면을 보여주고 문제를 형식화하는 문제장면(problem situation)으로 분류하였다. 또, Charles, & Lester(1982)는 알고리즘을 반복 연습하는 드릴문제(drill problem), 문제 장면을 수학적 표현으로 나타내고, 수학적인 지식 이해의 강화와 계산력을 활용하는 적용문제(simple translation problem), 계산과정이나 사고의 단계가 2회 이상인 복잡한 수리적 사고를 신장시키는 적용문제(complex translation problem), 순서적인 사고과정이 중시된 과정문제(process problem), 수학적인 지식과 사고력을 활용하여 일상생활의 문제장면을 해결하는 응용문제(applied problem), 사고의 유연성이 요구되는 오락적인 퍼즐문제(puzzle problem)로 구분하였다. 또한, 한국교육개발원(1985)에서는 가장 일반적으로 활용되는 문제의 유형을 3가지로 분류하고, 이미 제시된 일반적인 알고리즘을 회상하고 그 변수에 특별한 수치를 대입하여 해결할 수 있는 정형 문제(routine problem), 문제해결의 알고리즘이나 답을 얻는 방법을 모르며, 문제해결의 전략 사용이나 공식화되지 않은 독자적인 해결 방법을 요구하는 진정한 의미의 비정형 문제(nonroutine problem), 또, 취급되는 소재가 아동의 실생활에서 얻어지는 것으로서 정형적, 비정형적 방안을 모두 포함하는 실생활 문제(real-life problem)로 구분하였다.

2. Polya의 문제해결과 문제해결전략

초등학교에서의 문제해결 지도의 강조점은 크게 두 가지로서, Polya의 문제해결 4단계의 지도와 문제해결전략의 지도(강완 외, 2013)를 제시하고 있다. 이에 본 연구에서 문제해결 지도는 초등학교 교사들의 문제해결 방법을 제시한 Billstein et al.(1984)의 저서'A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers'에서 제시한 Polya의 문제해결 4단계(step), 그리고 각 단계에 적합한 발문을 참고하였다. 구체적으로 문제해결의 4단계는 문제이해(understanding the problem)단계, 계획수립(devising a plan)단계, 계획실행(carrying out the plan)단계, 반성(looking back)의 단계로 제시하였다. 또 각 단계에 적합한 발문을 보면 문제이해 단계에서는 자신의 말로 문제 말하기, 미지수 찾기, 문제에 제시된 정보 찾기, 문제에서 빠지거나 부족한 정보 찾기를 제시하였고, 계획수립 단계에서는 문제해결에 유용한 전략들(strategies)로 규칙 찾기(look for a pattern), 관련 문제 확인하기(examine related problems), 단순화하기(examine a simple), 표 만들기(make a table), 그림 그리기(make a diagram), 식 세우기(write an equation), 시행착오(use trial and error), 거꾸로 풀기(work backward), 하위목표 확인하기(Identify a subgoal) 전략을 제시하고, 각 전략에 적합한 예제 문제를 제시하였다. 계획실행(carrying out the plan) 단계에서는 필요한 계산을 수행하게 하고, 반성(looking back) 단계에서는 구한 해가 주어진 문제에 맞는지? 문제의 의미에 적합한지? 또 다른 해나 더 직접적인 해결 방법이 있는지? 문제와 관계있거나 일반화할 수 있는지?의 발문을 제시하였다. 그는 특히 반성의 단계를 중요하게 여기고, 이 단계에서 학생들의 문제해결 과정을 발표하도록 하여 문제해결에 대한 의사소통을 제시하였다.

지금까지 우리나라 교육과정의 초등 수학에서 다룬 주요 문제해결전략과 Polya가 계획 수립 단계에서 제시한 전략을 바탕으로 주요 전략을 살펴보면 실제 해보기, 그림 그리기, 식 세우기, 규칙 찾기, 거꾸로 풀기, 표 만들기, 예상과 확인, 단순화하기, 논리적 추론의 9가지의 전략을 들 수 있다. 이 전략들에 대한 구체적인 특성(남승인, 1997; 최창우·권기자, 1999; 강완 외, 2013)을 요약하여 정리하면 다음과 같다. 먼저 그림 그리기 전략은 문제를 읽은 후 주어진 조건이 명백하게 드러나지 않을 경우에 그림으로 시각화하는 전략이다. 그림으로 나타내기 어려운 경우는 기호를 사용하여 보다 간단히 나타내어 해결한다. 규칙 찾기 전략은 문제해결에 가장 많이 사용한 전략 중의 하나로 주어진 자료의 규칙을 찾아서 문제를 해결하는 전략이다. 표 만들기 전략은 문제의 정보를 표로 나타내어 자료를 조직화하고, 자료 사이의 관계에서 특징을 찾아 해결하는 전략으로, 표에 나타내면 자료가 빠지거나 중복을 피하여 의미 있는 특징 발견에 유용하다. 또, 이 전략은 그림 그리기 전략과 같이 문제를 쉽게 이해하고 해결 방법을 모색하기 위한 보조 전략으로 사용되는 경우가 많다. 예상과 확인 전략은 문제해결 과정에 가능성이 있는 답 중에서 오류가 있는 답을 하나씩 제거해 가며 문제를 해결하는 전략이다. 실제 해보기 전략은 문제 장면을 시각화하기 어려운 경우에 직접 시행하여 해를 얻는 방법으로 특히 저학년에서 효과적인 전략이다. 거꾸로 풀기 전략은 최종적인 결론이 주어지고, 문제의 처음 조건을 찾는 유형으로 결론에서 처음 조건으로 생각을 바꾸어 해결할 수 있는 전략이다. 식 세우기 전략은 가장 고급스러운 전략으로 문제에 제시된 조건들을 식으로 나타내어 해결하는 전략이다. 단순화하기 전략은 큰 수나 분수를 자연수로 대치하듯이 문제구조를 보다 쉽게 해주며, 원래 문제로 거슬러 올라가며 해를 구하는 전략이다. 논리적 추론 전략은 가능성이 있는 방법을 찾아 가면서 차례로 고찰해 가며 해를 구하는 전략으로 초등학생들이 활용하기에는 더 깊은 사고가 필요한 전략이다. 또, 수학의 가장 근본적이고 본질적인 측면으로서 가치가 있는 것으로 학생들이 귀납, 유추 등을 통해 스스로 문제를 해결하고, 문제의 해결 과정을 정당화하도록 지도하는 것이 필요한 전략이다. 이 전략은 2015 교육과정의 3-4학년군의 문제해결에서 9개 단원에 활용하고 있는 전략이다.

여기서 제시한 전략 중에서 거꾸로 풀기 전략에 대하여는 보다 명확한 정의가 필요해 보였다. 실제 교과서에 활용하고 있는 예를 찾아보면 수학 4-2-1. 분수의 덧셈과 뺄셈 (p.23) 단원에서'2. 미술시간에 고무 찰흙으로 만들기를 하였습니다. 수일이는 곰을 만드는데 고무 찰흙이 부족해서 지혜에게 $1\frac{3}{4}$개를 받았습니다. 수일이가 고무 찰흙 $2\frac{3}{4}$개를 쓰고 나니 $\frac{3}{4}$개 남았습니다. 수일이가 처음에 가지고 있던 찰흙은 몇 개인가요?'로 제시된 예는 Billstein et al.(1984, pp.18-19)가 거꾸로 풀기 전략 문제[3]로 제시한 내용과는 차이가 있어 이에 대한 논의가 필요해 보였다.

3) PROBLEM 6. Charles and Cynthia play a game called NIM. Each has a box of matchstick. They take turns putting 1, 2, or 3 matchsticks in a common pile. The person who is able to add a number of matchsticks to the pile to make a total of 24 wins the game. What should be Charles' strategy to be sure he wins the game?

Ⅲ. 분석 대상 및 방법

1. 분석 대상

분석 대상은 우리나라 교육과정의 변화에 따라서 초등 수학과 목표에서 문제해결의 특징을 설명한 교육과정 해설서와 교사용 지도서(이하, 지도서)의 내용을 조사하였다. 특히, 2015 교육과정의 초등 수학에서 문제해결 지도는 학년군별로 5개의 영역[4]마다'교수·학습 및 유의 사항'에 제시하고, 이러한 문제해결의 성취기준을 바탕으로 교과서의 각 단원마다 1차시의 학습주제로 학습내용을 구성하여 이 내용의 지도과정을 설명하고 있는 지도서의 내용을 조사하였다. 1학년부터 4학년까지는 현재 사용 중인 교과서와 지도서(교육부, 2017a, 2017b, 2017c, 2018d, 2018a, 2018b, 2018c, 2018d)에서 문제해결과 관련된 각 단원의 차시별 학습주제 내용을 분석하고, 5학년과 6학년 교과서와 지도서는 2019학년도에 일반학교 적용을 위해 검토 중인 심의본·감수본 지도서 4권(교육부, 2018e, 2018f, 2019a, 2019b)에서 각 단원의 문제해결과 관련된 차시별 학습주제의 내용을 분석하였다.

2. 분석 방법 및 절차

분석 방법은 1차 교육과정부터 2009 교육과정까지는 각 교육과정 또는 해설서의 초등 수학과 목표에 따른 문제해결과 관련된 내용을 조사하였다. 그리고 이러한 내용을 반영하여 지도과정을 설명하고 있는 지도서의 내용을 분석하였다. 한편 2015 교육과정에 대해서는 교육과정뿐만 아니라 1학년부터 6학년까지 교과서의 학습내용을 설명하기 위해 지도서에'단원의 전개 계획'의 차시별 주제와 수업 내용 및 활동에서 문제해결과 관련된 내용을 분석하였다. 구체적으로 학년군별 차시별 주제로 1-2학년군은'놀이수학'을, 3-4학년군은'생각수학'을, 5-6학년군은'도전수학'의 수업 내용 및 활동 내용을 분석하였다. 여기서 제시한 1-2학년군의'놀이수학'은 수학 1-1 지도서(2017a, p.48, 57)의 설명을 보면 "1~2학년 학생의 발달 단계를 고려하여 보다 쉽고 재미있게 수학을 배우고 교과 역량을 신장할 수 있는 차시 주제로 학생들이 좋아하는 놀이로 구성하였다"고 나타내어 문제해결로 보기는 어려웠으나, 수학 3-1 지도서(2018a, p.48)와 수학 5-1 지도서(2019a, pp.47-48)에"수학에서 문제해결에 대한 중요성을 반영하여 1-2학년군은 가볍게 놀이수학으로 구성하였다"는 설명과 교육과정의 교수·학습 및 유의사항에서 1-2학년군의 문제해결에 대한 성취기준에 따라 문제해결에 포함하였다. 3-4학년군의'생각수학'에 대하여 수학 3-1 지도서(2018, p.48)의 설명을 보면"수학에서 문제해결에 대한 중요성을 반영하여 문제해결 교과 역량을 신장할 수 있도록 하여 문제해결과 관련이 있다"고 하였고, 5-6학년군의'도전 수학'은 수학 5-1 지도서(2019, pp.47-48)의 설명에서"문제해결 능력의 중요성 및 학생의 발달 단계를 고려하여 별도로 차시를 구성"하고, 학생의 문제 해결 능력을 적극적으로 신장하는 데 중점을 두어 문제해결 능력의 다섯 가지 하위 요소[5] 및 교수·학습 방법 및 유의 사항을 반영하도록 구성하여 문제해결과 관련된 학습주제로 보았다.

---

4) 수와 연산, 도형, 측정, 규칙성, 자료와 가능성

5) 하위요소로 문제이해 및 전략 탐색, 계획실행 및 반성, 협력적 문제해결, 수학적 모델링, 문제 만들기를 제시함.

이러한 내용에 따라 문제해결과 관련된 학년군별 각 단원의 차시별 학습주제에서 설명하고 있는 문제해결과 관련된 학습내용을 조사하여, 학년군별로 문제해결전략과 문제해결과정을 Polya의 문제해결 4단계와 비교하여 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과 및 논의

1. 우리나라 수학과 교육목표와 문제해결

우리나라 교육과정(교육부, 1997)의 수학과 목표에서 문제해결의 용어는 1차 교육과정의 수학과 목표“생활에서 일어나는 문제를 필요에 따라 자유로이 잘 해결할 수 있는 능력을 기른다”에서 처음 사용하였다. 2차 교육과정의 수학과 목표“수량이나 도형에 관한 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하여 수리적인 사고 방법과 처리 기능을 얻도록 한다. 기초적인 지식과 기능을 체계적으로 조직하고 적절히 활용하여 생활에서 일어나는 모든 문제를 능률적으로 해결한다.…”에서도 사용하고 있다. 3차 교육과정의 수학과 목표“수리적으로 사고하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해한다. 간결, 명확하게 표현하여 활동함으로써 논리적으로 사고하는 태도와 능력을 기른다. 합리적으로 처리할 수 있는 기능을 기른다”에서는 언급이 없었다.

그 후 NCTM(1980)에서 학교 수학의 초점을 문제해결로 제시한 이후에는 문제해결 교육이 세계적인 수학교육의 흐름이 되면서 우리나라는 4차 교육과정부터 관심을 두기 시작하였다(정은실, 2015). 4차 교육과정 이후 초등학교 교육과정의 수학과 목표의 변화와 문제해결에 대한 내용의 특징은 다음과 같다.

<표 1> 수학과 목표와 문제해결의 특징

교육과정	수학과 목표	문제해결의 특징
4차	수학의 초보적인 지식과 기능을 익혀, 일상생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다.	·문제해결력 도입 ·관계 영역의 문장제 통한 문제해결 학습 ·‘여러 가지 문제’단원(1학년 제외)처음 제시
5차	수학의 초보적인 지식과 기능을 배우고 익히며, 이를 활용하여 합리적으로 문제를 해결할 수 있는 수학적 능력과 태도를 기른다.	·문제해결력 신장에 치중 ·목표나 지도상의 유의점에 제시 ·‘여러 가지 문제’단원(1학년 제외)에 제시 ·모든 영역에 제시 ·식 세우기 전략 소개
6차	수학의 초보적인 지식과 기능을 습득하고, 이를 생활에 활용하여 문제를 해결할 수 있는 수학적 능력과 태도를 기르게 한다.	·교과명‘산수’→‘수학’변경 ·관계영역의 소영역에 문제해결 설정 ·문제해결력 내용, 방법, 전략 처음 제시 ·학기별‘여러 가지 문제’단원(1-1제외)제시

7차	수학 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다.	·모든 영역에서 문제해결 강조 ·문제해결 4단계와 구체적 전략 제시(9가지) ·문제해결 단원 축소, 각 단원 말미에 문제해결 구성 ·문자와 식 영역에 문제해결 방법, 문제 만들기 소영역 설정
2006	기초적인 수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변에서 일어나는 현상과 문제를 합리적으로 해결하는 능력은 기르며 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.	·문제해결력, 추론, 의사소통 능력 신장 ·매 학년'문제 푸는 방법 찾기'단원 제시 ·구체적 전략 제시(9가지) ·교수·학습 방법 유의점에 모든 영역에 지도
2009	수학적 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰함으로써 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도를 기른다.	·문제해결력, 의사소통, 추론의 수학적 과정 제시 ·교수학학습 및 유의 사항에서 문제해결 성취기준 제시와 모든 영역에 지도 ·교육과정에 문제해결전략 제시했으나 교과서에 반영 미흡

<표 1>을 보면 우리나라의 초등 수학과 목표는 교육과정이 바뀔 때마다 이전보다 더 상세하게 제시하고 있다. 구체적으로 문제해결에 대한 특징을 살펴보면 4차 교육과정에서 문제해결은 이전 교육과정보다 합리적인 문제해결에 역점을 두고, 기초 기능의 강화와 문제해결력 신장의 특징이 있고, 관계 영역의 문장제를 통하여 강조하고 있으며, 5차 교육과정에서는 문제해결을 강조하고, 문제해결의 목표와 지도 및 평가상의 유의점을 제시하고, 수학적 체계와 기초 기능을 중시하고, 문제해결 내용은 별도로 제시하지 않았으나 문제해결의 반성 단계를 강조하였다. 6차 교육과정에서는 교과명을'산수'에서'수학'으로 바꾸고, 문제해결에 대한 내용은 5차 교육과정과 같은데, 관계 영역에 문제해결을 설정하여 구체적인 목적과 내용을 제시하고, 문제풀이보다 사고력과 응용력을 강조하였다. 7차 교육과정에서는 문제해결을 강조하고, 문자와 식 영역에 문제해결 방법과 문제 만들기를 설정하였다. 각 단원 말미에 문제해결을 구성하여 Polya의 문제해결 4단계를 도입하고, 구체적으로 문제해결전략 9가지를 제시하였다. 이는 6차 교육과정에 비해 내용을 축소하고, '문제 푸는 방법 찾기'(1-가, 2-가, 3-가 제외) 단원을 한 학기에 한 단원씩 배정하고, 각 단원의 끝부분에'문제를 해결하여 봅시다'의 1차시를 제시하였다.

2006 교육과정에서는 문제해결력, 추론, 의사소통 능력 신장을 제시하고, 문제해결은 규칙성과 문제해결 영역에 학년마다'문제 푸는 방법 찾기'단원에 제시하였다. 또 교수·학습 방법 유의점에서 문제해결은 모든 영역에 지도하고 문제해결전략 9가지를 제시하였다. 2009 교육과정에서는 문제해결, 의사소통, 추론의 수학적 과정으로 명시하고, 문제해결이 다른 영역의 내용적 성격과는 달리 과정적 성격을 띠고, 모든 영역에서 지도되어야 한다(교육과학기술부, 2011)고 하였다. 교육과정의'교수학습 및 유의사항'에 문제해결에 대한 학년군별 성취 기준을 제시하였다. 문제해결 단원은 6-2학기의'여러 가지 문제'단원이 유일하고, 문제해결에 대한 내용은 이전보다 많이 축소되었다. 다만 문제해결은 각 단원마다 한 차시의'문제를 해결해 봅시다'를 두었으나 빠진 단원이 많고, 문제해결전략은 규

칙 찾기만을 제시할 정도로 소홀히 다루고 있었다.'창의마당'에 문제해결력 신장의 내용을 포함하여 생활 주변 문제, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상과 관련지어 수학을 배우도록 하였다. 이러한 교육과정에서 수학과 목표 변화에 따른 문제해결 단계와 문제해결전략 활용에 대한 내용을 정리하면 다음과 같다.

<표 2> 교육과정별 문제해결 단계와 문제해결전략

교육과정	문제해결 단계	문제해결전략					
		1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년
6차	문제파악, 탐색과 해결, 음미, 연습, 평가와 정리	식 만들기, 그림 그리기, 표 만들기, 규칙성 찾기, 예상과 확인하기, 거꾸로 풀기, 수형도 그리기, 단순화하기					
7차	Polya 4단계 활용	실제해보기, 그림그리기, 식 만들기,	표 만들기, 거꾸로 풀기	규칙 찾기, 예상과 확인	단순화하기	문제해결 과정 타당성 검토	문제해결 타당성 설명
2006	없음	〃	〃	〃	단순화하기, 논리적 추론	〃	〃
2009	Polya 4단계 활용	실제 해보기, 그림그리기, 식 만들기, 규칙 찾기, 거꾸로 풀기		표 만들기, 예상과 확인, 단순화하기, 논리적 추론		여러 가지 문제해결전략 비교, 필요 없는 정보, 부족한 정보 찾기	

※ 표의 문제해결전략은 처음 제시한 학년(학년군)을 의미함

<표 2>를 보면 문제해결 과정에서 Polya의 문제해결 4단계의 활용에 대하여 6차 교육과정에서는 확대하여 활용하고 있고, 7차 수학과 교육과정에서는 수학 6-나 지도서(교육인적자원부, 2002, p.36)에 제시하였고, 2009 수학과 교육과정에서는 수학 1-1 지도서(교육부, 2013, p.25)에 제시하여 활용하고 있었다. 문제해결전략을 살펴보면 6차 수학과 교육과정(교육부, 1994)은 교수·학습 활동에서 문제해결전략으로 식 만들기, 그림 그리기, 표 만들기, 규칙성 찾기, 예상과 확인, 거꾸로 풀기, 수형도 그리기, 단순화하기 등을 제시하였고, 7차 수학과 교육과정(교육부, 1997)에서 문제해결전략으로 1-나 단계에 실제 해보기, 그림그리기, 식 만들기, 2-나 단계에 표 만들기, 거꾸로 풀기, 3-나 단계에 규칙 찾기, 예상과 확인, 4-가 단계에 단순화하기를 제시하였으며, 2006 교육과정에서 문제해결전략은 지난 교육과정에 논리적 추론을 보강하고, 구체적으로 1학년에 실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기, 2학년에 규칙 찾기, 거꾸로 풀기, 3학년에 표 만들기, 예상과 확인, 4학년에 단순화하기, 논리적 추론을 제시하였다. 2009 교육과정(교육부, 2011)에서 문제해결전략은 1~2학년군은 실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기, 규칙 찾기, 거꾸로 풀기 등을 제시하고, 3~4학년군은 표 만들기, 예상과 확인, 단순화하기, 논리적 추론을, 5~6학년군은 여러 가지 문제해결전략을 비교하여 문제해결하고 필요 없는 정보나 부족한 정보를 찾을 수 있으며, 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들 수 있으며, 문제해결 과정의 타당성을 검토를 제시하였다. 이 전략은 2006 교육과정의 문제해결 전략을 학년군별로 묶어 정리하였다. 그러나 실제 활용에서는 소극적으로 활용하고 있었다.

2. 2015 개정 교육과정의 수학과 교육목표와 문제해결 분석

2015 개정 교육과정(교육부, 2015)의 수학과 목표는“수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하며 수학적으로 추론하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변과 사회 및 자연 현상을 수학적으로 이해하고 문제를 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기른다”로 제시하고, 교과 역량인 문제해결, 의사소통, 추론, 창의융합, 정보처리, 태도 및 실천의 6가지 중의 하나로 문제해결을 제시하였다. 이러한 문제해결 지도를 위하여 학년군별 5개 영역마다 교수·학습 방법 및 유의 사항에 학년군별 문제해결에 대한 성취기준을 제시하여 지도하도록 하였다. 구체적인 성취기준은 1~2학년군은 상황에 적합한 문제해결전략을 지도하여 문제해결 능력을 기르도록 하고, 3~4학년군은 문제 상황에 적합한 문제해결전략을 지도하고, 문제해결 과정을 설명하여 문제해결 능력을 기르도록 하였으며, 5~6학년군은 문제 상황에서 문제해결전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제 해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제해결 능력을 기르게 한다(pp.22~38)고 제시하였다. 이러한 문제해결 능력을 기르기 위해서 교과서에 각 단원의 차시별 학습주제로 1~2학년군은‘놀이수학’을, 3~4학년군은‘생각수학’을, 5~6학년군의‘도전 수학’을 구성하고, 학생들이 각 단원에서 배운 지식을 충분히 적용할 수 있는 문제를 중심으로 구성하였다. 이러한 내용에 따라 교과서와 지도서의 내용을 살펴보면 문제해결전략과 문제해결과정에서 Polya의 문제해결 4단계를 지도서의 수업의 흐름에 제시하여 활용하고 있었다. 보다 구체적인 학년군별 문제해결전략과 문제해결 과정의 내용은 다음과 같다.

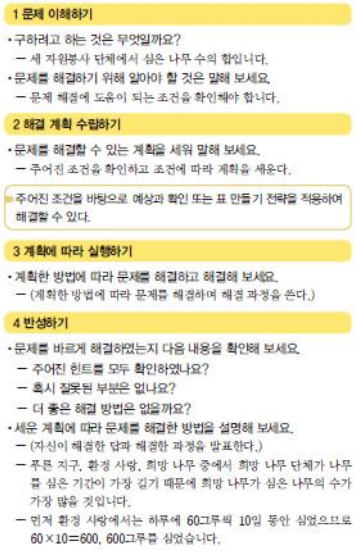
<표 3> 학년군별 문제해결전략과 문제해결과정

	1-2학년군	3-4학년군	5-6학년군
문제해결전략	없음	논리적 추론, 식 세우기, 예상과 확인, 표 만들기, 그림 그리기, 단순화하기, 실제 해보기, 거꾸로 풀기	단순화하기, 그림 그리기, 논리적 추론
문제해결과정	없음	Polya의 4단계 활용	Polya의 4단계 활용

※ 표의 문제해결전략은 처음 제시한 학년(학년군)을 의미함

<표 3> 의 내용을 보면 학년군별 성취기준에서 1-2학년군은 문제 상황에 적합한 문제해결전략을 지도하여 문제해결 능력을 기르도록 하였으나, 실제 교과서에서는 구체적인 전략의 사용을 찾기 어려워 문제해결 능력 기르기에 미흡해 보였다. 3-4학년군은 성취기준에 따른 문제해결전략 8가지를 사용하고 있고, 문제해결 과정에서 Polya의 문제해결 단계를 활용하고 있었다. 문제해결 과정에 대하여 지도서의 내용을 보면 수업의 흐름에서 유사문제해결을 별도로 제시하여, Polya의 반성의 단계를 확대하여 제시하였으나 실제 문제해결에 대한 지도서의 수업과정은 아래 [그림 2], [그림 3]와 같이 Polya의 4단계에 따라 지도하고 있었다.

[그림 2] 수업의 흐름(3-1 지도서, p.142)



[그림 3] 수업과정(3-1 지도서, p.143)

5-6학년군에서는 문제해결전략으로 단순화하기, 그림 그리기, 논리적 추론을 제시하여 문제해결전략 비교, 문제에 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제해결 과정의 타당성 검토 등에 활용하고 있었다. 여기서 제시한 문제해결전략은 문제해결의 계획수립 단계에서 활용하고, 문제에 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기는 문제이해 단계에서 활용하며, 다른 내용은 반성의 단계에서 활용할 수 있다.

3. 문제해결의 학년군별 성취기준과 교과서의 내용 분석

2015 교육과정(교육부, 2015)에서 문제해결에 대한 학년군별 성취기준과 그에 따른 교과서와 지도서의 관련 단원의 차시별 주제에 대한 수업 내용을 분석한 결과는 다음과 같다.

가. 1~2학년군의 성취기준과 교과서의 내용 분석

초등학교 1~2학년군의 문제해결 성취기준은 교육과정(교육부, 2015)의 수와 연산 영역(이하, 도형, 측정, 자료와 가능성, 규칙성 영역은 같은 내용)[6]에"문제 상황에 적합한 문제해결전략을 지도하여 문제해결 능력을 기르게 한다"(p.14)라고 제시하였다. 이러한 성취기준을 바탕으로 1-2학년군은 교과서의 각 단원에 차시별 학습주제로'놀이수학'을 두었다. 여기서 놀이수학은 1-1 지도서(2017a. p.48)에 1~2학년 학생의 발달 단계를 고려하여 보다 쉽고 재미있게 수학을 배우고 교과 역량을 신장할 수 있는 차시별 주제도 학생들이 좋아하는 놀이로 구성한다고 설명하였다. 이러한 방법은 수학에 대한 긍정적인 태도 형성과 의사소통하면서 각자의 창의적 발상, 추론의 논거나 문제해결전략을 공유하면서 교과 역량을 기를 수 있다고 하였다.

그러나 교과서의 내용이나 그러한 내용을 설명하고 있는 지도서의 내용을 보면 문제해결과 관련된 주제는 찾기 어려웠고, 수업의 흐름도 일반 차시 주제처럼 진행하고 있었다.

6) 이하, 각 학년군별로 도형, 측정, 자료와 가능성, 규칙성 영역에서 같은 내용으로 제시함

이러한 내용은 6차 교육과정부터 지난 교육과정까지 1, 2학년에 문제해결전략으로 제시한 실제 해보기, 그림그리기, 식 만들기, 규칙 찾기, 거꾸로 풀기와는 상당한 차이가 있어 다음 학년군에 영향을 주게 되어 이에 대한 개선이 필요하였다.

나. 3~4학년군의 성취기준과 교과서의 내용 분석

초등학교 3~4학년군에서 문제해결의 성취기준은 교육과정(2015)의 수와 연산 영역에“문제 상황에 적합한 문제해결전략을 지도하고, 문제해결 과정을 설명하게 하여 문제해결 능력을 기르게 한다(p.16)”라고 제시하였다. 이러한 내용에 따라 교과서의 각 단원에 차시별 학습주제로‘생각수학’을 구성하고, 문제해결의 중요성을 반영하여 문제해결에 대한 교과 역량을 신장하도록 구성하였다(수학 3-1 지도서. 2017a, p.48)고 하였다. 이러한 내용을 반영한 3학년의 문제해결과 관련된 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용은 다음과 같다.

<표 4> 3학년 문제해결 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용

단원명/ 차시	차시별 학습주제	수업 내용 및 활동
3-1-1.덧셈과 뺄셈/8	조건에 맞는 합과 차를 구해 볼까요	·어림해본 값을 실제 계산한 값과 비교하고 논리적 추론 전략을 활용하여 문제를 해결하게 한다.
3-1-4.곱셈/7	몇 포기인지 알아볼까요	·고추 모종의 수를 알아보기 위해‘식세우기’및 ‘간단히 하여 해결하기’전략을 활용하여 문제를 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다.
3-2-1. 곱셈/ 10	사막에 나무를 몇 그루 심을까요	·사막에서 자원봉사 단체 사람들이 심을 수 있는 나무의 수를 구하는 문제를 예상과 확인 전략 및 표 만들기로 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다.
3-2-4.분수/ 8	분수만큼은 얼마인지 알아볼까요	·각자 먹은 유부 초밥과 방울토마토의 수를 알아보기 위해 ‘그림 그리기’, ‘단순화하기’, ‘식 세우기’ 등의 전략을 활용하여 문제를 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다.

※단원명과 차시별 학습주제는 문제해결전략을 처음 제시한 단원과 내용임

<표 4> 에서 3학년에서 문제해결 내용을 살펴보면 문제해결전략으로 논리적 추론, 식세우기, 간단히 하기, 예상과 확인, 표 만들기, 그림 그리기, 단순화하기를 활용하고, 문제해결 과정을 설명하도록 하였다. 이는 지난 교육과정의 3-4학년군에 제시한 표 만들기, 예상과 확인, 단순화하기, 논리적 추론보다 더 많은 전략을 사용하고 있고, 성취기준에서 제시한 내용을 반영하고 있었다.

또, 4학년에서 문제해결과 관련된 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용은 다음과 같다.

<표 5> 4학년 문제해결 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용

단원명/차시	차시별 학습주제	수업 내용 및 활동
4-1-1.큰 수/8	사라진 숫자를 알아 볼까요	·사라진 숫자를 알아보기 위해 논리적 추론 전략을 활용하여 문제를 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다.
4-2-2.각도/10	여러 가지 각을 찾고 각도를 알아볼까요	·실제로 해보기와 표 만들기 전략을 활용하여 문제를 해결하게 한다.
4-1-3.곱셈과 나눗셈/ 9	어떤 두 수를 곱하였을까요	·이웃한 두 자연수의 곱이 주어졌을 때 두 수를 구하는 문제를 예상과 확인 전략으로 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다.
4-1-4.평면도형의 이동/7	처음 조각은 어떤 모양일까요	·처음 조각의 모양을 알아보기 위해 거꾸로 풀기와 단순화하기 전략을 활용하여 문제를 해결하고 해결 과정을 설명하게 한다.
4-2-1.분수의 덧셈과 뺄셈/8	형이 처음에 가지고 있던 쌀의 양을 구해 볼까요	·분수의 덧셈과 뺄셈이 필요한 문제를 거꾸로 풀기 전략을 이용하여 해결할 수 있다.

※단원명과 차시별 학습주제는 문제해결전략을 처음 제시한 단원과 내용임

<표 5> 의 내용을 보면 4학년에서 문제해결 관련 내용을 살펴보면 문제해결전략은 논리적 추론, 실제 해보기, 표 만들기, 예상과 확인, 거꾸로 풀기, 단순화하기를 사용하고 있었다. 이것은 지난 교육과정 3-4학년군에 제시한 표 만들기, 예상과 확인, 단순화하기, 논리적 추론 보다 더 많은 전략을 활용과 문제해결에 대한 설명을 하도록 하여 성취기준에서 제시한 내용을 반영하고 있었다. 특히, 3-4학년군에서 가장 많이 사용하고 있는 전략은 논리적 추론으로 9개의 단원에서 사용하고 있어 이에 대한 특별한 지도방안이 필요하였다.

다. 5~6학년군의 성취기준과 교과서의 내용 분석

초등학교 5~6학년군에서 문제해결의 성취기준은 교육과정(교육부, 2015)의“수와 연산 영역에 영역의 문제 상황에서 문제해결전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제해결 능력을 기르게 한다”라고 제시하였다. 이러한 내용에 따라 각 단원의 차시별 주제로‘도전수학’을 두고, 이에 문제해결은 각 단원에서 배운 지식을 적용하여 학생의 문제해결 능력을 키우는 차시로, 문제해결 능력의 다섯 가지 하위 요소 및 교수·학습 방법 및 유의 사항을 충분히 적용할 수 있는 문제를 중심으로 활동을 구성하였다(수학 5-1 지도서, 2019a, pp.47-48)고 하였다. 이러한 내용을 반영한 5학년에서 문제해결과 관련된 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용은 다음과 같다.

<표 6> 5학년 문제해결 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용

단원명/차시	차시별 학습주제	수업 내용 및 활동
5-1-3.규칙과 대응/6	대응 관계를 탐구하고 비교해 볼까요	·조건을 바꾸어 대응 관계를 만들고, 이를 식으로 나타내게 한다.
5-1-6.다각형의 둘레와 넓이/14	다각형의 넓이를 구하는 방법을 비교해 볼까요	·다른 친구들의 해결전략을 듣고 다양한 해결방법을 비교하고 가장 편리하거나 새로운 방법을 찾아보게 한다.
5-2-2.분수의 곱셈/9	분수의 곱셈에서 규칙을 찾아 문제를 해결해 볼까요	·단순화하기 전략과 그림 그리기 전략을 이용하여 2/3를 1로 만들고 분수의 곱셈으로 설명해 보도록 한다.

※표에 제시한 단원명은 문제해결의 성취기준의 내용을 처음으로 제시한 단원과 내용임

<표 6> 를 보면 5학년에서 문제해결전략은 단순화하기 전략과 그림 그리기 전략을 사용하고, 문제해결의 성취기준에서 제시한 조건을 바꾸어 문제만들고, 해결방법을 비교하여 편리한 방법 찾기를 모든 단원에 제시하여 반영하고 있었다.

또, 6학년에서 문제해결과 관련된 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용은 다음과 같다.

<표 7> 6학년 문제해결 단원과 차시별 학습주제 및 수업 내용

단원명/차시	차시별 학습주제	수업 내용 및 활동
6-1-2.각기둥과 각뿔/8	각기둥과 각뿔에 담긴 규칙을 찾아볼까요	·논리적 추론 전략을 활용하여 각기둥과 각뿔에서 꼭짓점, 면, 모서리의 수 사이에 있는 규칙을 찾고 말하게 한다.
6-1-3.소수의 나눗셈/10	나눗셈 퍼즐을 풀어볼까요	·새로운 문제 상황 해결 전략을 세우고 해결 방법을 공유한다.
6-2-2.소수의 나눗셈/8	음료수의 가격을 비교해 볼까요	·두 음료수 중 어느 음료수가 같은 양일 때 더 저렴한지 다양한 전략으로 해결하고 친구들과 전략을 공유하게 한다.
6-2-3.공간과 입체/8	어떻게 쌓을까요	·쌓기나무로 쌓은 모양을 위에서 본 모양이나 쌓기나무 수 등 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들고 해결하게 한다.
6-2-4.비례식과 비례배분/8	이익금을 어떻게 나누어야 공정할까요	·조건을 바꾸어 비례배분을 활용한 문제를 만들어보고 친구와 바꾸어 풀어보게 한다.
6-2-6.원기둥, 원뿔, 구/7	선물 상자의 크기를 구해 볼까요	·조건을 바꾸어 비슷한 문제를 만들고, 이를 친구와 바꿔 해결해 보게 한다.

※표에 제시한 단원명은 문제해결의 성취기준의 내용을 처음으로 제시한 단원과 내용임

<표 7> 을 보면 6학년에서 문제해결 관련 내용은 문제해결전략으로 논리적 추론 전략을 제시 하였고, 문제해결의 성취기준에서 제시한 문제해결전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제해결 과정의 타당성 검토하기 등을 모든 단원에서 반영하고 있었다.

Ⅴ. 결론 및 제언

1. 결론

학교 수학 교육에서 문제해결력의 신장은 수학 교육의 가장 중요한 과제로, 학생들의 사고력과 창의력을 길러 실생활의 문제해결에 도움을 주는 것이 수학 교육의 궁극적인 목표라 할 수 있다. 이러한 목표에 따라 우리나라 교육과정의 초등 수학과 목표에서 제시한 문제해결에 대한 내용을 조사하였다. 그 결과 문제해결의 용어 사용은 1차 교육과정의 수학과 목표“생활에서 일어나는 문제를 필요에 따라 자유로이 잘 해결할 수 있는 능력을 기른다”에 처음 사용하였다. 그 후 NCTM(1980)에서 학교 수학의 초점으로 문제해결을 제시한 이후, 세계적인 수학교육의 흐름이 되면서 우리나라는 4차 교육과정부터 문제해결을 도입하여 관심을 갖기 시작하였다. 그 후 초등 수학과 목표는 교육과정이 바뀔 때마다 이전보다 더 상세하게 제시하였고, 문제해결에 대한 관련 내용도 구체적인 변화가 있었다.

초등 수학에서 문제해결 교육은 4차 교육과정에서 시작하여, 5차 교육과정에서는 문제해결의 강조하고 목표와 지도상의 유의점을 제시하였고, 6차 교육과정에서는 관계 영역에 문제해결의 구체적인 목적과 내용을 제시한 것이 특징이었다. 7차 교육과정에서는 문제해결에 대하여 문자와 식 영역에 문제해결 방법과 문제 만들기를 설정하여 각 단원 말미에 ‘문제를 해결하여 봅시다’를 구성하고, Polya의 문제해결 4단계 활용과 문제해결전략 9가지를 제시하였다. 2006 교육과정에서는 문제해결력, 추론, 의사소통 능력의 신장을 제시하고, 규칙성과 문제해결 영역에‘문제 푸는 방법 찾기’단원에 제시하였으며, 교수·학습의 전 과정에서 지도하도록 하였다. 2009 교육과정에서는 문제해결, 의사소통, 추론을 수학적 과정으로 명시하고, 내용 영역의 문제해결을 과정적 성격으로 제시하고, 모든 영역에서 지도하도록 학년군별 성취 기준을 제시하였으나 실제 교과서의 내용을 살펴보면 문제해결 관련 단원은‘6-2-6. 여러 가지 문제’를 제외하고는 찾기 어려웠고, 내용도 이전보다 많이 축소되었으며 문제해결 전략도 규칙 찾기 정도만 다루고 있고‘창의마당’에 약간 반영하는 정도였다.

현재 2015 교육과정의 초등 수학에서 문제해결 지도는 각 학년군의 5개 영역마다‘교수·학습 방법 및 유의 사항’에 문제해결에 대한 성취기준을 제시하여 지도하도록 하였다. 구체적인 성취기준은 1~2학년군은 문제 상황에 적합한 문제해결전략을 지도하여 문제해결 능력을 기르도록 하고, 3~4학년은 문제 상황에 적합한 문제해결전략 지도와 문제해결 과정을 설명하여 문제해결 능력을 기르도록 하였으며, 5~6학년은 문제 상황에서 문제해결전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제해결 능력을 기르도록 하였다. 이와 같이 제시한 성취기준에 따른 문제해결 능력을 기르기 위해서 교과서에 1~2학년군은‘놀이수학’을, 3~4학년군은‘생각수학’을, 5~6학년군은‘도전수학’을 별도 차시로 구성하였다. 그러나 이러한 구성에도 불구하고 실제 교과서의 내용을 살펴보면 1-2학년군에서 문제해결에 대한 내용을 찾기 어려워, 이에 따라 다음 학년군의 문제해결에 대한 어려움이 예상 되었다.

문제해결전략에 대한 내용을 살펴보면 6차와 7차 교육과정에서는 식 만들기, 그림 그리기, 표 만들기, 규칙성 찾기, 예상과 확인, 거꾸로 풀기, 단순화하기 등의 구체적인 전략을 제시하였고, 2006 교육과정에서는 7차 교육과정의 문제해결전략에 논리적 추론을 추가하

였다. 2009 교육과정에서는 2006 교육과정의 전략을 학년군별로 묶어 제시하였다. 그러나 2015 교육과정에서 1-2학년군의 문제해결전략을 반영한 교과서 내용은 찾기가 매우 어려워 이것이 다른 학년군의 문제해결 지도에 영향을 주어 어려움이 예상되어 개선방안이 필요해 보였다.

또, 교과서의 문제해결에 대한 지도서 내용의 설명을 보면 차시별 수업의 흐름에서 유사문제해결을 별도로 제시하였으나 이러한 내용을 설명하고 있는 수업내용을 보면 Polya의 문제해결 4단계에 따라 설명하여 반성 단계에 포함하여 활용하고 있었다.

2. 제언

본 연구에서는 그 동안 우리나라 교육과정의 변화 속에서 초등 수학과 목표에 제시한 문제해결의 내용 변화와 이를 반영한 교과서의 내용을 조사하여 분석한 결과, 문제해결 지도에 주요 개선점과 개선방향에 대하여 몇 가지를 다음과 같이 제언한다.

첫째, 수학과 교육과정에서 문제해결에 대한 보다 적극적인 반영이 필요하다. 2015 교육과정에서 문제해결에 대한 성취기준의 위치를 보면 학년군별 5개 영역의'교수·학습 방법 및 유의 사항'의 여러 요소 중의 하나로 맨 끝에 제시하여 소극적인 반영을 하고 있다. 이는 초등 수학에서 5개 영역의 성취기준은 상위체계인'내용체계 및 성취기준'에 제시하여, 모든 성취기준을 교과서에 적극적으로 반영하고 있음을 볼 때 문제해결에 대한 성취기준도 보다 높은 상위체계로의 배치가 필요해 보였다. 이러한 배치가 수학과 문제해결력의 신장을 모든 학년에서 매우 중요하다고 강조하고 있다는 교육과정의 내용에 부합하고, 문제해결 지도에 대한 중요성을 느끼게 할 수 있는 것이다.

둘째, 학년군별로 문제해결에 대한 성취기준에서 제시한 전략이나 문항 개발, 지도방안에 대한 구체적 활용 사례의 제시가 필요하다. 문제해결전략은 6차 교육과정부터 구체적인 전략의 활용을 제시 되었으나, 각 전략의 예제 문항은 대부분은 수와 연산 영역의 문항이고, 학년군의 수준에 대한 적합한 문항개발과 그에 따른 구체적인 지도 방안의 제시가 부족하여 이에 대한 연구가 필요하다. 특히, 1-2학년군의 문제해결 지도에 대한 개선이 필요하다. 이는 초등 수학 교과서 관련 도서가 매년 발행하고 있는 현실을 감안할 때 문제해결에 대한 수정 보완된 내용의 적극적인 반영이 필요하다.

마지막으로, 우리나라는 초등 수학 수업의 대부분은 교과서를 통하여 교사 중심으로 이루어지고 있는 현실을 감안할 때 교사교육이나 연수 등에서 교육과정 속의 문제해결에 대한 보다 적극적인 문제해결교육의 강화 방안이 필요하다.

참 고 문 헌

강옥기 (1985). **수학과 문제해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구.** 한국교육개발원.

강완, 나귀수, 백석윤, 이경화 (2013). **초등수학 교수 단위 사전**. 서울:경문사.

교육과학기술부 (2006). **초등학교 교육과정 해설(Ⅳ)-수학, 과학,실과-.** 교육부.

교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정.** 교육과학기술부.

교육부 (1994). **국민학교 교육과정 해설(Ⅰ)-총론, 국어, 수학-.** 서울:대한교과서주식회사.

교육부 (1997). **초등학교 교육과정 해설(Ⅳ)-수학, 과학, 실과-.** 교육부.

교육부 (2011). **수학과 교육과정.** 교육부.

교육부 (2013). **수학 교사용 지도서 1-1.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2015). **수학과 교육과정 [별책8].** 교육부.

교육부 (2017a). **수학 교사용 지도서 1-1.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2017b). **수학 교사용 지도서 1-2.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2017c). **수학 교사용 지도서 2-1.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2017d). **수학 교사용 지도서 2-2.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2018a). **수학 교사용 지도서 3-1.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2018b). **수학 교사용 지도서 (감수본) 3-2.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2018c). **수학 교사용 지도서 4-1.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2018d). **수학 교사용 지도서 (감수본) 4-2.** 서울: ㈜천재교육.

교육부 (2018e). **수학 교사용 지도서 (현장 검토 심의본 · 감수본) 5-2.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2018f). **수학 교사용 지도서 (현장 검토 심의본 · 감수본) 6-2.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2019a). **수학 교사용 지도서 (심의본) 5-1.** 서울: (주)천재교육.

교육부 (2019b). **수학 교사용 지도서 (심의본) 6-1.** 서울: (주)천재교육.

교육인적자원부 (2002). **수학 6-나 지도서.** 교육인적자원부.

국립국어원 www.korean.go.kr/에서 2018년 9월20일 인출.

김부윤, 이영숙 (2003). 우리나라에서의 수학적 문제해결연구. **수학교육, 42**(2), 137-157.

김유정, 백석윤 (2005). 초등 수학 문제해결 과정에 사용되는 표현 방법에 대한 연구. **한국초등수학교육학회지, 9**(2). 85-110.

남승인 (1997). 문제해결력 신장을 위한 전략 지도 방안. **한국초등수학교육학회지, 1**, 67-86.

박교식 (2001). 제7차 초등학교 수학과 교육과정에서의 문제해결 관련 내용의 분석. **학교수학, 3**(1), 1-23.

박아람, 박영희 (2018). 문제 만들기 활동과 학습자의 정의적 특성에 관한 연구. **한국초등수학교육학회지, 22**(1). 93-114.

서울대학교 교육연구소 (1998). **교육학대백과사전.** 서울;하우동설.

신현성 (1995). **수학교육론.** 서울: 경문사, pp.174-180.

유연진, 박만구 (2009). 초등수학 문제해결 활동에서 나타나는 아동 간 스캐폴딩 과정 분석. **한국초등수학교육학회지, 13**(1), 75-95.

장혜원 (2009). 종횡비교분석을 통한 초등학교 수학의 문제해결에 대한 검토. **수학교육학연구, 19**(2), 207-231.

정성건, 박만구 (2010). 수학 문제 만들기 활동이 문제해결력과 학습 태도에 미치는 효과. **한국초등수학교육학회, 14**(2), 315-335.

정은실 (2015). 초등학교 수학과 문제해결 교육 재고. **한국초등수학교육학회지, 19**(2), 123-141.

최창우, 권기자 (1999). 초등학교 수학에서의 문제해결에 관한 연구. 한국수학교육학회 시리즈C **<초등수학교육>, 1**, 63-77.

한국교육개발원 (1985). **수학과 문제해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구.** 연구보고RR 85-9.

한상욱, 송상헌 (2011). 초등 수학영재들이 수학문제 해결과정에서 보이는 메타인지 사례 연구. **한국초등수학교육학회지, 15**(2), 437-461.

Billstein et al. (1984). *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary school Teachers.* 1-24.

Butts, T. (1980). *Posing Problem Properly, Problem Solving in School Mathematics,* (Yearbook of NCTM), pp. 24-25.

Charles, R., & Lester, F. (1982). *Teaching Problem Solving: What, Why, and How.* Palo Alto, Calif: Dale Seymour Publications.

Davis, R. B. (1975). Basic Skills and Learning in Mathematics. *In Conference on Basic Mathematical Skills and Learning, Vol. 1,* pp. 42-50. Washington, D.C.: National Institute of Education.

Elliot, S. N., Kratochwill, T. R., Littlefield. J., & Travers. J. (1996). *Educational Psychology*. Chicago : Brown & Bechmark, pp.296-327.

Gagné, E. D., Yekovich, C. W., & Yekovich, E. R. (1993). *The Cognitive Psychology of School Learning.* N. Y.: Harpe and Collins. pp.209-233.

Kim, J. H. (2002). Analysis of strategies for problem solving presented in elementary school mathematics textbooks. **학교수학, 4**(4), 565-580.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (l984). *A source book for teaching problem solving.* Allyn and Bacon.

Lester, F. K. (1982). Issues in teaching mathematical problem solving in the elementary grades. *School Science and Mathematics 82,* 93-98.

Mayer, R. E. (1983). *Thinking, problem solving cognition.* New York: Freeman.

NCTM (1980). An agenda for action: *Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA. Author.

Newell, N. J., & Simon, H. (1972). *Human Problem Solving. Englewood Cliff,* New Jersey : Prentice-Hall.

Polya, G. (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method(2nd). (Ed.), 우정호 (역) (1986). **어떻게 문제를 풀 것인가**. 서울: 천재교육.

<Abstract>

A Study on the Improvement of Problem-solving in Elementary Mathematics Textbooks - Focusing on Polya's Problem Solving -

Ahn, Byounggon[7)]

Increasing the problem solving power in school mathematics is the most important task of mathematics education. It is the ultimate goal of mathematics education to help students develop their thinking and creativity and help solve problems that arise in the real world.

In this study, we investigated the contents of problem solving according to mathematics curriculum goals from the first curriculum to current curriculum in Korea. This study analyzed the problem-solving contents of the mathematics textbooks reflecting the achievement criteria of the revised curriculum in 2015.

As a result, it was the first curriculum to use the terminology of problem solving in the mathematics goal of Korea's curriculum. Interest in problem solving was most actively pursued in the 6th and 7th curriculum and the 2006 revision curriculum. After that, it was neglected to be reflected in textbooks since the 2009 revision curriculum,

We have identified the problems of this problem-solving instruction and suggested improvement direction.

Key words: Elementary School Mathematics Curriculum, Mathematics Achievement Standards, Problems, Problem Solving, Mathematics Textbooks

논문접수: 2018. 10. 15
논문심사: 2018. 11. 05
게재확정: 2018. 11. 23

7) bgahn@gnue.ac.kr