

Establishment and Application of Nuclear Criticality Safety Validation Methodology

핵심계 안전성 검증 방법론 정립 및 적용

Seo Jeong Lee and Kyoong Ho Cha*

Korea Hydro & Nuclear Power Co., Central Research Institute, 70, 1312-gil, Yuseong-daero, Yuseong-gu, Daejeon, Republic of Korea

이서정, 차균호*

한국수력원자력(주) 중앙연구원, 대전광역시 유성구 유성대로1312번길 70

(Received January 26, 2018 / Revised April 18, 2018 / Approved July 4, 2018)

A subcritical facility must ensure nuclear criticality safety under all circumstances. For this purpose, it is essential to have a procedure to validate that calculated values do not exceed upper subcritical limit (USL), determined by quantifying the bias and uncertainty. However, there are several validation methodologies of nuclear criticality safety and these can yield different USL. Therefore, it is necessary to analyze the validity of the methodologies to establish one methodology that can provide the most appropriate USL. In this study, two documents, a guide for validation of nuclear criticality safety calculational methodology (NUREG/CR-6698) and a criticality benchmark guide for light water reactor fuel in transport and storage package (NUREG/CR-6361), are compared and analyzed. In particular, the methodology in NUREG/CR-6361 is applied to the USLSTATS code. However, the analysis results show that the methodology in NUREG/CR-6698 is more appropriate, for several reasons. This is applied to decision of USL to design casks using SCALE code version 6.1.

Keywords: Nuclear criticality safety, Cask, SCALE6.1, Upper subcritical limit (USL)

* Corresponding Author.

Kyoong Ho Cha, Korea Hydro & Nuclear Power Co., Central Research Institute, E-mail: khcha.cri@khnp.co.kr, Tel: +82-42-870-5370

ORCID

Seo Jeong Lee

<http://orcid.org/0000-0003-3196-1448>

Kyoong Ho Cha

<http://orcid.org/0000-0003-1969-0470>

미임계 시설은 정상 또는 사고상태에서 핵임계안전성이 확보되어야 한다. 이를 위해선 계산된 임계도가 바이어스와 불확실도로 결정된 미임계상한치(USL)를 초과하지 않는다는 것을 검증하는 절차가 반드시 필요하다. 하지만 핵임계안전성 검증 방법론은 여러 가지가 존재하며, 방법론이 달라지면 USL도 달라지므로 가장 적절한 한가지의 방법론으로 평가하는 것이 중요하다. 본 연구에서는 핵임계안전성 검증 방법론이 기술된 두 개의 문서를 비교 분석하여 한 가지 방법론으로 정립하였고, SCALE6.1 코드를 이용한 용기 설계에서의 미임계상한치 결정에 적용하였다.

중심단어: 핵임계안전성, 운반/저장용기, SCALE6.1, 미임계상한치(USL)

1. 서론

사용후핵연료 취급시설은 원자로 노심과 달리 핵연료 물질을 안전하게 취급하는데 그 목적이 있으므로, 유효증배계수(k-eff)가 1보다 낮게 유지되어 핵분열 연쇄반응이 일어나지 않아야 한다. 즉, 사용후핵연료의 취급, 운반 및 저장시에는 항상 미임계(subcritical)를 유지해야 하며[1, 2], 이를 증명하기 위하여 핵임계안전성 분석을 수행해야 한다.

미임계시설의 핵임계안전성을 확보하기 위해선 정상 및 사고조건에서의 설계 임계도가 미임계상한치(Upper Subcritical Limit, USL) 미만을 만족해야 한다. USL은 수많은 벤치마크 임계실험 중 핵임계안전성 분석 대상의 여러가지 조건에 부합하는 적절한 임계실험을 선정하고, 몬테카를로 코드 계산을 통해 얻은 각 임계실험들의 임계도와 표준편차를 이용한 통계적 분석으로 결정되는 값이다. 최신버전의 계산코드와 핵자료를 이용하기 위해선 버전이 업데이트 될 때마다 USL을 결정하는 통계분석을 수행해야 하지만, 이 작업에 드는 시간과 노력이 많이 필요하므로 통계 분석을 자동화한 프로그램들이 개발되고 있다. Los Alamos National Lab. 에서 개발한 Whisper는 Sensitivity and Uncertainty (S/U) 분석을 통한 적합한 임계모델 선정과 USL 자동 계산이 가능하며[3], Oak Ridge National Lab. 에서 개발한 USLSTATS은 SCALE 코드의 한 모듈로 포함되어 있으며 NUREG/CR-6361 보고서에 그 방법론이 기술되어 있다[4].

적합한 임계모델 선정, 다량의 데이터가공 자동화도 중요하지만 가장 중요한 것은 통계적 분석 방법론의 타당성이다. 방법론은 여러가지가 있으며 어떤 특정한 방법론이 정답이라고는 확정 지을 수는 없으나, 데이터의 특성에 따라 정확한 분석이 가능하거나 또는 잘못된 결과를 가져올 수 있으므로

(예를 들어, 평균을 데이터의 특성에 따라 산술/기하/조화 평균으로 나누어 사용하듯이), 어떤 방법론이 가장 타당한지를 분석자가 판단해야 한다.

이를 위해 본 논문은 경수로 핵연료 운반 및 저장용기를 벤치마크한 임계실험의 통계적 분석 방법론이 기술된 NUREG/CR-6361 보고서와, 핵임계안전성 검증 지침서인 NUREG/CR-6698에 기술된 통계적 분석 방법을 비교 분석하였다[5].

비교 분석을 통해 결정된 분석 방법론을 사용후핵연료 운반 및 저장용기의 임계평가에 적용하기 위하여 NUREG/CR-6361에 수록된 벤치마크 임계실험 데이터를 이용하여 통계 분석을 수행하였고 미임계상한치를 결정하였다. 해당 지침서에는 경수로 사용후핵연료 운반 및 저장용기에 대한 미국 원자력규제위원회(NRC)의 승인을 위하여 실험의 기하학적 구조, 재질, 중성자 흡수 물질, 에너지 스펙트럼의 유사성 등에 근거하여 임계도 벤치마크 분석용 저농축 임계실험 180가지가 수록되어 있다. 본 논문은 이 중 국내 운반 및 저장용기 사양과 적합하다고 판단되는 실험들을 선정하였다.

임계도 평가는 사용후핵연료 저장조 또는 사용후핵연료 운반 및 저장용기 임계도 평가에 널리 사용되고 있는 SCALE 코드를 이용하였다. SCALE은 용기의 임계도 뿐만 아니라 차폐, 선원항까지 평가할 수 있는 여러 가지 모듈이 내장되어 있으며, 이 중 임계도 계산을 위해 이용되는 코드는 Monte Carlo 코드인 KENO-V.a 코드이다. 본 논문에서는 SCALE 6.1 버전을 이용한 운반 및 저장용기의 USL을 결정하였다[6].

2. 핵임계안전성 검증 방법론

만약 임계도 규제요건이 0.95인 미임계시설에서 코드

계산을 통한 임계도 상한치를 0.95로 두고 평가를 하였다고 가정하면, 계산결과가 0.95 미만이라고 하더라도 코드의 정확성과 정밀성, 즉 바이어스와 불확실도로 인하여 임계도 측정값은 0.95를 초과할 가능성이 충분히 있다. 이러한 경우를 방지하기 위하여 핵임계안전성 검증 절차가 반드시 필요하다. 핵임계안전성 검증이란 전산코드의 바이어스 및 불확실도를 정량화하여 규제요건을 만족할 수 있는 임계도제한치를 결정하고, 평가대상의 임계도가 임계도제한치 미만이 되도록 설계하여 핵임계안전성을 확보하는 것이다. 미임계시설의 임계도는 항상 미임계를 유지해야 하므로 이 임계도제한치를 미임계상한치 라고 한다.

USL을 결정하는 방법론을 정립하기 위하여 두 가지 지침서를 비교하였다. 하나는 경수로 핵연료 운반/저장용기 임계도 벤치마크 수행을 위한 지침서인 NUREG/CR-6361(이하 6361)이며, 나머지 하나는 핵임계안전성을 위한 계산 방법론이 기술되어 있는 NUREG/CR-6698(이하 6698) 지침서이다. 두 지침서 모두 바이어스와 불확실도를 통계적인 방법으로 결정한다는 점은 같지만 다음 절에서 설명될 차이점들에 의해 6698의 방법론을 채택하게 되었다.

2.1 NUREG/CR-6361과 NUREG/CR-6698 비교

두 지침서를 비교분석하여 도출한 방법론의 주요 차이점은 다음과 같이 네 가지로 설명될 수 있다.

- 1) 임계실험값 적용 유무
- 2) 정규성 검정 유무
- 3) 가중치 적용 유무
- 4) 데이터 선형관계 유의성 판단유무

첫 번째로 임계실험값 적용 유무이다. 6361에서는 임계실험의 측정된 임계도와 불확실도는 고려하지 않으며, 오직 계산값의 임계도와 불확실도만을 고려하였다. 바이어스 크기는 1.0으로부터 차이나는 정도이므로 측정임계도가 1.0이라고 가정된 방법론이다. 하지만 6698에서는 실험값을 고려하였다. 통계분석에 사용된 임계도는 계산값이 아닌 식 (1)과 같은 정규화된(normalized) 임계도 k_{norm} 을 사용하였다. k_{norm} 은 계산값(k_{calc})을 실험값(k_{exp})에 대하여 정규화한 값이며 이 값이 1.0과 차이나는 정도를 바이어스라 한다.

$$k_{norm} = \frac{k_{calc}}{k_{exp}} \tag{1}$$

또한 Monte Carlo 계산값의 불확실도 및 측정 불확실도를 각각의 실험에 대한 종합 불확실도(combined uncertainty)로 변환하기 위하여 “i” 번째 임계실험의 k_{norm} 불확실도 σ_i 는 다음 식 (2)를 이용해 평가한다. 아래첨자의 “calc” 과 “exp”는 각각 계산과 실험을 의미한다.

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{i,calc}^2 + \sigma_{i,exp}^2} \tag{2}$$

두 번째로 정규성 검정의 유무이다. 정규성 검정(Normality Test)이란 모집단의 확률분포가 정규분포를 따르고 있는가를 점검하는 것이다. NRC 지침에 따르면, 임계실험 결과에 대한 정규성 검정을 수행하도록 권고하고 있다. 모수적 기법은 정규성을 가정한 계산식을 이용하기 때문에, 데이터가 정규 분포를 따르지 않는다면 비모수적 기법을 이용해야 한다. 이와 같이 정규성 유무에 따라 USL을 결정하는 식이 다르므로 반드시 정규성을 검정하는 절차가 필요하다. 6361 방법론은 정규성 여부와 관계없이 모수적 방법을 사용한다. 모수를 사용하는 것은 정규분포를 이룬다는 가정 하에 수행될 수 있으나 정규성 검정을 하는 절차가 누락되어 있다. 6698 방법론은 정규성 검정을 하여 정규분포를 이루면 모수적 통계처리법, 정규분포가 아니면 비모수적 통계처리법으로 USL을 구한다. 정규성은 평균과 표준편차를 이용하여 정규분포를 가정한 기대도수를 구하고 실제 빈도수와 기대도수의 차이를 이용하여 정규성의 유무를 판단하는 방법이다. 자세한 방법은 4.1절에 기술되어 있다.

세 번째로 가중치 적용 유무이다. 6361 방법론은 계산으로 얻은 표준편차의 대소와 상관없이 모든 임계도 값을 같은 가중치로 계산하였다. 6698 방법론은 개념적으로는 표준편차가 크면 작은 가중치를, 표준편차가 작으면 높은 가중치를 두는 방법을 이용하였다. 정규분포의 확률밀도함수 식 (3)으로부터, 추출한 임의표본이 추정하려는 모수가 x_i 의 평균 μ 일 가능성이 가장 높은 평균 μ 값을 찾는 최대우도추정법(Maximum Likelihood Estimator) 식 (4)를 통하여 결정된 μ 값은 식 (6)과 같다[7]. 따라서 가중치로 $1/\sigma^2$ 를 사용하였고 가중치가 적용된 임계도는 식 (7)로 나타낼 수 있다.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{3}$$

$$P(x_i) = \Pi f(x_i|\mu, \sigma_i) = \Pi \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_i} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (4)$$

$$\frac{\delta}{\delta\mu} \sum_i \left(-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma_i^2} \right) = \sum_i \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma_i^2} \right) = \sum_i \left(\frac{x_i}{\sigma_i^2} \right) - \mu \sum_i \left(\frac{1}{\sigma_i^2} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\mu = \frac{\sum \left(\frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)}{\sum \left(\frac{1}{\sigma_i^2} \right)} \quad (6)$$

$$\bar{k}_{eff} = \frac{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} k_{eff,i}}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (7)$$

오차전파 방정식(Error Propagation Equation)에 의해 가중평균의 불확실도는 식 (8), (9)에 의해 식 (10)과 같이 구할 수 있으며 총 불확실도는 가중평균의 불확실도에 임계도 개수만큼 곱해진 식 (11)과 같이 표현된다[8].

$$\sigma_{\bar{k}_{eff}}^2 = \sum \sigma_i^2 \left(\frac{\delta \bar{k}_{eff}}{\delta k_{eff,i}} \right)^2 \quad (8)$$

$$\left(\frac{\delta \bar{k}_{eff}}{\delta k_{eff,i}} \right) = \frac{\delta}{\delta k_{eff,i}} \frac{\sum (k_{eff,i} / \sigma_i^2)}{\sum (1 / \sigma_i^2)} = \frac{1 / \sigma_i^2}{\sum (1 / \sigma_i^2)} \quad (9)$$

$$\sigma_{\bar{k}_{eff}}^2 = \sum \sigma_i^2 \left(\frac{1 / \sigma_i^2}{\sum (1 / \sigma_i^2)} \right)^2 = \frac{1}{\sum (1 / \sigma_i^2)} \quad (10)$$

$$\text{(Average total uncertainty)} \bar{\sigma}^2 = \frac{n}{\sum (1 / \sigma_i^2)} \quad (11)$$

가중치를 적용함으로써 평균과 불확실도 등 모든 통계적 분석결과가 크게 달라지므로 가장 중요한 방법론의 차이라고 볼 수 있다.

마지막으로 데이터의 상관관계 유의성을 판단하는 절차의 유무이다. USL 값을 하나의 값으로 표현하지 않고 변수에 따른 어떠한 수식으로 표현하기 위해선 우선적으로 변수와 USL의 상관관계가 유의하다고 판단되어야 한다. 6361 방법론은 이 절차가 누락된 상태로 USL을 수식으로 표현한 반면, 6698 방법론은 유의성을 우선 검정한 후에 그 결과에 따라 USL을 계산하는 방법이 다르다.

유의성 검증은 두 가지 방법으로 수행할 수 있다. 첫 번째 방법은 독립변수와 종속변수간에 가중치가 적용된 회귀추세선의 유효성을 육안으로 평가하는 방법이다. 변수에 따른 임계도 값을 찍은 점이 추세선과 가깝거나 같은 경향을 보이면 바이어스에 경향성이 있다고 판단할 수 있다. 두 번째 방법은 유의성 검정을 수식으로 결정하는 것이다. 데이터의 점들을 육안으로 검사한다는 것은 유의성의 정도를 파악하기 어렵기 때문에 유의성 검정을 수식으로 측정하는데 사용되는 표준 방법으로 상관계수를 이용한다. 상관계수는 두 변수 간에 존재하는 선형성의 정도를 정량적으로 나타낸 통계량으로, 피어슨 적률상관계수(Pearson's product moment correlation coefficient)를 가리키는 명칭이다. 가중치가 적용된 데이터에 대하여 상관계수는 식 (12)과 같이 정의된다.

$$r = \frac{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum \frac{1}{\sigma_i^2} (y_i - \bar{y})^2}} \quad (12)$$

참고로, 일반적으로 추세선을 구하면 식 (12)와 유사(가중치=1)하게 r^2값을 계산할 수 있으며 이 때 r^2값은 결정계수이다. r^2값이 1에 가까울수록 선형성이 좋음을 의미한다.

상관계수 r의 통계적 유의성을 검정하기 위하여 student's t 분포를 이용한 검정 통계량(t-score)은 다음과 같은 공식에 의하여 계산된다[9].

$$\text{검정 통계량 } T_0 = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \quad (13)$$

r은 식 (12)에서 얻은 상관계수이며 n은 표본수이다. 이 때 검정 통계량 T_0는 자유도가 (n-2)인 t 분포에 따르므로, 귀무가설 'H_0 : 두 변수간 상관관계 없음', 대립가설 'H_1 : 두 변수간 상관관계 유의함'에서 귀무가설의 기각역은 |T_0| > t_{\alpha/2, n-2} 이다. 유의수준 \alpha는 95% 신뢰도에서 0.05(=1-0.95) 값을 가진다. 만일 |T_0| > t_{\alpha/2, n-2} 이면 귀무가설은 기각되어 두 변수 x, y는 상관관계가 유의하다고, 즉, 경향성이 있다고 판단한다.

이러한 차이점으로 볼 때, 운반/저장용기 설계를 위한 핵임계안전성 검증 방법론 적용 시, 6361로부터 임계실험 데이터를 가져와서, 6698 방법론을 적용하는 것이 타당한 것으로 판단되었다. 즉, 6698 방법론으로 정립된 핵임계안전성 검증

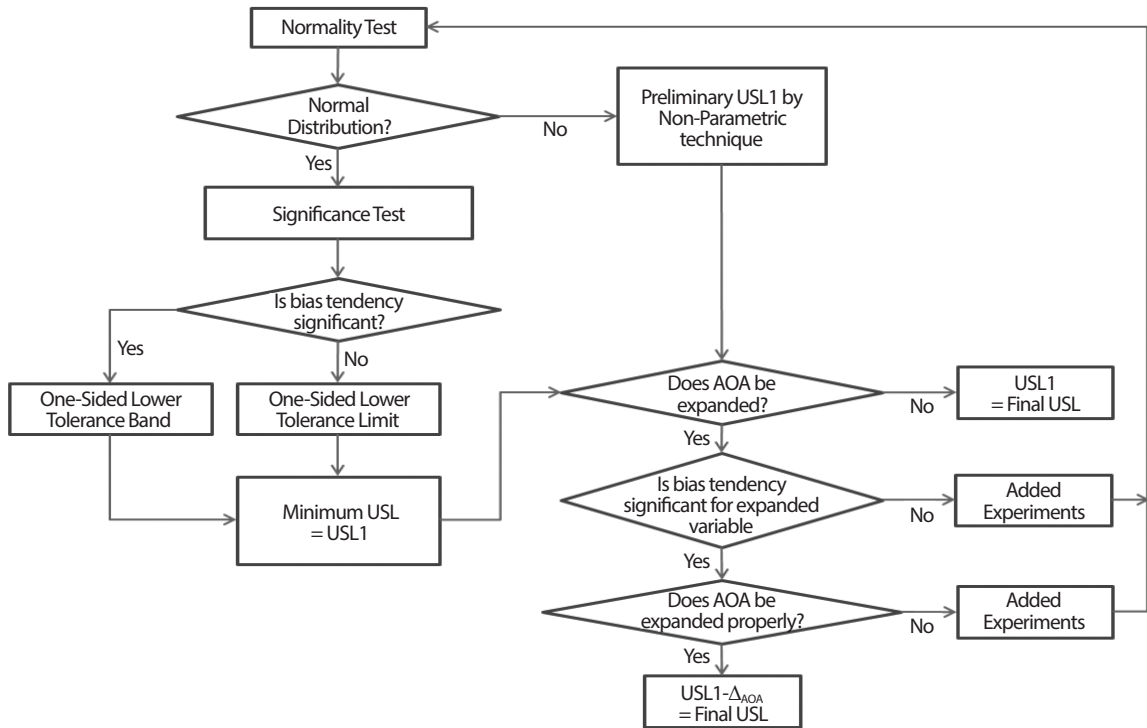


Fig. 1. The procedure for determining USL for nuclear criticality safety validation.

방법론은 추후 용기개발 또는 미임계시설 개발 시에 일관되게 적용되어야 한다.

- 바이어스 및 바이어스 불확실도 계산
- 바이어스 경향성 분석
- 미임계상한치(USL) 결정

2.2 USL 결정 방법

핵임계안전성 검증 방법론은 기본적으로 크게 4단계를 거친다. 우선, 개발 또는 평가해야할 시설에 대하여 설계 및 운영조건을 파악한 후 그 조건들을 모두 포함할 수 있도록 임계실험을 선정하고 전산코드로 임계실험을 모델링하여 임계도 평가를 실시한다. 데이터 분석에는 4단계의 분석 절차가 있다.

- 1) 검증인자의 적용범위 정의
- 2) 임계실험 선정
- 3) 임계실험 모델링
- 4) 데이터 분석
 - 정규성 점검(Test for Normality)

모든 데이터분석은 통계적 방법을 바탕으로 하며, 검증에 사용되는 임계실험의 각 인자들(예; 농축도, 연료봉 지름, pin pitch, EALF (Energy of Average Lethargy of Fission) 등)을 통해 핵임계안전성이 검증되어야 할 계통(또는 시설)의 설계 조건들을 포함하는, 이른바 적용범위(AOA; Area of Applicability)를 정의해야 한다. 검증인자의 적용범위는 핵임계안전성이 검증될 계통의 설계조건을 포함하도록 운반/저장 용기를 벤치마크한 임계실험들을 선정하여 정의하였다.

최종적으로 USL을 결정하는 절차는 Fig. 1 과 같다. 우선 정규성 검증을 수행하여 선정된 임계실험의 임계도가 정규분포를 이루는지를 판단한다. 정규성 유무에 따라 모수적 분석 기법과 비모수적 분석기법으로 분류되기 때문이다.

모수적 기법은 각 설계변수에 따라 바이어스의 경향성

Table 1. One-sided lower tolerance factor (U) by the number of samples [10]

# Experiments	U	# Experiments	U
10	2.911	35	2.167
11	2.815	40	2.126
12	2.737	45	2.093
13	2.671	50	2.065
14	2.615	60	2.023
15	2.567	70	1.990
16	2.524	80	1.965
17	2.487	90	1.944
18	2.453	100	1.927
19	2.424	150	1.870
20	2.397	200	1.838
22	2.349	250	1.816
24	2.310	300	1.800
26	2.276	400	1.778
28	2.246	500	1.764
30	2.220	1000	1.728

을 판단하여 경향성이 있는 변수에 대해서는 One-Sided Lower Tolerance Band 기법을, 경향성이 없는 변수에 대해서는 One-Sided Lower Tolerance Limit 기법을 이용하여 얻은 USL 값들 중 보수적인 USL을 선정한다. 반면에 비모수적 기법은 변수에 상관없이 USL을 계산한다.

만약, 평가 모델의 설계변수가 적용범위를 벗어나는 경우가 발생하면, 바이어스 경향성이 있는 변수에 대해서는 적용범위가 늘어남에 따른 바이어스 증가량을 적용하여 최종적인 USL을 결정한다. 바이어스 경향성이 없는 변수의 적용범위가 늘어나게 되면 변수의 적용범위가 늘어남에 따른 바이어스의 증감 정도를 판단할 수 없으므로 적용범위를 포함할 수 있는 실험을 추가하여 USL 재평가를 수행한다. 적용범위 확장의 허용기준은 일반적으로 변수의 10% 미만이나 변수의 특성에 따라 상이할 수 있다.

미임계상한치(USL)는 계통의 실제 임계도가 규제요건을 만족하기 위해 결정된 설계코드 계산값의 임계도상한치이며, 계산값은 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$k_{eff,calc} + 2\sigma_{calc} < USL \tag{14}$$

USL을 결정하기 위해서는 적절한 통계기법을 선정해야 한다. 정규성 및 경향성 유무에 따라 USL 계산 방법은 3가지로 분류된다.

2.2.1 One-Sided Lower Tolerance Limit

임계도가 정규분포를 이루면서 바이어스에 경향성이 없는 경우에는 One-Sided Lower Tolerance Limit 기법을 적용한다. 이 기법은 95%의 신뢰도로 데이터의 95%가 K_L 값보다 위에 존재할 수 있는 K_L 값을 결정하는 것이다.

K_L 은 다음과 같이 정의된다.

$$K_L = \bar{k}_{eff} - US_P \tag{15}$$

이때, $\bar{k}_{eff} \geq 1$ 이면,

$$K_L = 1 - US_P \tag{16}$$

여기서, S_p = Pooled variance

U = One-Sided Lower Tolerance Factor

US_P = Bias Uncertainty

\bar{k}_{eff} 가 1.0 보다 큰 양(+)의 바이어스일 경우에는 보수적으로 바이어스가 없다고 가정하며, 음(-)의 바이어스만을 고려하여 다음과 같이 결정된다.

$$\text{바이어스(bias)} = \begin{cases} \bar{k}_{eff} - 1.0 & (\bar{k}_{eff} < 1.0) \\ 0.0 & (\bar{k}_{eff} \geq 1.0) \end{cases} \tag{17}$$

One-Sided Lower Tolerance Factor (U) 값은 Table 1에 정리되어 있다[10]. K_L 값은 식에서 볼 수 있듯이, 임계도 1.0 으로부터 바이어스된 \bar{k}_{eff} 에 바이어스 불확실도 US_P 를 고려하여 산출된 값이다. 설계코드의 임계도(+2σ)가 K_L 미만이 되도록 설계를 하면 평가대상이 미임계일 확률이 95%신뢰도로 95%라는 것을 의미한다.

USL은 K_L 값에 추가로 요구되는 미임계 여유도(Δ_{sm})와 적용범위 확장에 의한 바이어스의 증가량(Δ_{AOA})을 고려한 값이다. 추가로 요구되는 미임계 여유도는, 예를 들어 사용후핵연료

운반용기의 임계도 규제요건은 0.95 미만이므로 1.0에 비해 0.05가 추가로 요구되는 것이다. 결국 USL은 다음과 같이 표현된다.

$$USL = K_L - \Delta_{sm} - \Delta_{AOA} \quad (18)$$

식 (18)는 이후 설명되는 기법들에 공통적으로 적용된다.

2.2.2 One-Sided Lower Tolerance Band

임계도가 정규분포를 이루면서 바이어스에 경향성이 있는 경우에는 One-Sided Lower Tolerance Band 기법을 적용한다. 변수와 임계도 간의 상관관계는 가중치가 적용된 일차 식으로 나타내며 이 추세선을 $K_{fit}(x)$ 로 표현한다. 바이어스가 변수에 따라 다르기 때문에 바이어스 불확실도도 변수마다 따로 계산하여 최종적으로 바이어스와 바이어스 불확실도가 적용된 K_L 을 결정한다. 이 기법에서의 K_L 은 다음과 같이 표현된다.

$$K_L = K_{fit}(x) - Bias\ Uncertainty \quad (19)$$

식 (17)과 마찬가지로 양(+)의 바이어스는 보수적이지 않으므로 $K_{fit}(x)$ 이 1.0 이상일 경우에는 보수적으로 $K_{fit}(x)=1.0$ 로 둔다. 바이어스 불확실도는 다음과 같다.

$$Bias\ Uncertainty = S_{P_{fit}} \left\{ \sqrt{2F_a^{(2, n-2)} \left[\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right]} + z_{2P-1} \sqrt{\frac{(n-2)}{\chi_{1-\gamma, n-2}^2}} \right\} \quad (20)$$

여기서,

P = 요구 수준 (desired confidence), 0.95

$F_a^{(fit, n-2)}$ = n-2의 자유도(degree of freedom)를 가지는 F 분포, 선형일 경우 fit=2, Excel 함수 FINV(1-p, 2, n-2)

n = 임계실험 k_{eff} 값의 수

x = fitting 하고자 하는 독립변수

x_i = i번째 k_{eff} 값에 해당하는 data set에서의 독립 인자

\bar{x} = 독립변수의 가중 평균값

z_{2P-1} = P 분율을 포함하는 Gaussian 분포 또는 정규분포

의 대칭

백분위수(percentile), Excel 함수 NORMSINV(p)

$Y = (1-p)/2$

$X_{1-\gamma, n-2}^2$ = Chi square 상부 백분위수, Excel 함수 CHIINV(1-γ, n-2)

2.2.3 비모수적 통계처리 기법

임계도가 정규분포를 이루지 않을 경우에는 비모수 통계 처리법을 적용한다. 이 기법은 모수적 기법에 비해 매우 단순하며, 아래와 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$K_L = Smallest\ k_{eff} - Uncertainty\ for\ Smallest\ k_{eff} - Non\ Parametric\ Margin\ (NPM) \quad (21)$$

K_L 값은 데이터 중 가장 작은 임계도에, 그 임계도의 불확실도와 비모수기법으로 인한 추가 여유도(Non Parametric Margin, NPM)를 적용하여 결정된다. 설계코드를 이용하여 어떠한 임계실험의 임계도를 평가하였을 때 가장 작은 임계도보다 더 작은 임계도를 가질, 즉 더 큰 바이어스를 가질 가능성에 대한 추가 여유도를 의미한다. NPM은 다음과 같은 식에 기초한다.

$$\beta = 1 - \sum_{j=0}^{m-1} \frac{n!}{j!(n-j)!} (1-q)^j q^{n-j} \quad (22)$$

여기서 β 값은 신뢰도이다. m은 값이 가장 작은 표본부터 가장 큰 표본까지의 순서를 나타내는데 가장 작은 임계도는 첫 번째 순서이므로 m은 1이다. n은 표본개수를 의미하며 q는 어떤 표본값이 특정 표본값보다 위에 존재할 확률이다. 어떤 임계도가 가장 작은 임계도보다 위에 존재할 확률이 95%가 되는 신뢰도 β 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\beta = 1 - q^n = 1 - 0.95^n \quad (23)$$

n이 커지게 되면 신뢰도는 커지게 되는데, 실험(임계도) 개수가 59개 이면 95%의 신뢰도를 갖는다. 따라서 비모수적 기법으로 미임계상한치를 결정할 때는 규제기관에서 요구하는 “95%/95% 확률/신뢰도 수준에 상당하는...” 을 만족하기 위하여 적어도 59개 이상의 임계실험의 임계도를 이용하여 통계적 분석을 해야 한다. 신뢰도 β 에 따라 적용해야 할 NPM 값을 Table 2에 정리하였다.

Table 2. Non-Parametric Margins [5]

Degree of Confidence for 95% of the Population, β (%)	Non-Parametric Margin (NPM)
> 90	0
> 80	0.01
> 70	0.02
> 60	0.03
> 50	0.04
> 40	0.05
≤ 40	Additional data needed.

95% 확률에서 신뢰도가 40% 이하일 경우에는 데이터 개수가 10개도 안되므로 데이터를 추가해야 한다. 신뢰도가 90% 이상일 경우엔 NPM 값으로 0을 적용한다.

3. 전산코드 및 임계실험 선정

3.1 전산코드

경수로 사용후핵연료 운반 및 저장용기를 벤치마크한 임계실험을 대상으로 SCALE6.1 코드를 이용하여 임계도 계산값을 생산하고, 결과를 토대로 실험값과 계산값 사이의 바이어스 및 불확실도를 이용하여 핵임계안전성이 보장되는 설계 코드의 USL을 결정한다.

SCALE6.1 코드체계는 임계안전해석, 방사선원항 계산 및 연소계산, 차폐계산 등을 수행할 수 있는 여러 종류의 모듈로 구성되어 있다. 이러한 여러 계산 모듈 중에서 CSAS (Criticality Safety Analysis Sequence) 모듈을 이용하여 임계도 평가를 수행하였으며 사용된 중성자 단면적 라이브러리는 ENDF/B-VII로부터 생성된 연속에너지 핵단면적 자료이다. CSAS 모듈 중 임계해석에 주로 사용되는 모듈은 CSAS5 또는 CSAS6 모듈이며, 이 모듈은 BONAMI, CENTRM, WORKER 및 PMC 등의 코드를 이용하여 연속 또는 다군 핵단면적을 처리하여 적절한 공명 핵단면적 보정값(resonance corrections)을 군평균(group-average) 핵단면적에 제공하며, 이를 이용하여 KENO-V.a 코드는 Monte Carlo 방법으로 유효증배계수

(k-eff)를 계산한다.

Monte Carlo 방법론을 이용한 임계도 계산의 바이어스와 불확실도는 다음의 인자들에 따라 달라지므로, 핵임계안전성 검증시 다음 인자들을 일치시켜야 한다. 각각의 코드 입력에 사용된 내용은 다음과 같다.

- Number of neurons per generation: 6000
- Number of generations to be omitted when collecting results: 50
- Number of generations to be run: 2000
- Initial source distribution: 연료영역에 일정하게 분포

3.2 코드 검증을 위한 임계실험 선정

3.2.1 검증인자의 적용범위 정의

NRC 지침은 다음과 같이 유효성 검증에 앞서 검증되어야 할 변수들이 적용되는 운영범위를 확인할 것을 규정하고 있다.

“검증에 앞서, 유효성 검사가 적용되는 조건 및 인자들이 규정되어야 한다. 핵분열 물질, 핵분열 물질의 농축도, 연료밀도, 연료의 화학적 구성, 중성자 감속제와 반사체의 형태, 핵분열 물질에 대한 감속제 영역, 중성자 흡수제, 물리적 구성 등이 규정되어야 할 인자들에 속한다. 즉, 이들 인자들은 검증 계산에 대한 적용범위가 정의되어야 할 것이다.”

이 검증은 사용후핵연료 운반 및 저장용기 설계를 위한 것이므로 검증에 사용될 임계실험들의 범위는 용기설계 사양을 포함해야 한다. 여기에서 임계실험들의 각 인자의 범위가 적용범위로 정의된다. 검증에 이용될 임계실험은 용기설계에 적용될 수 있는, 크게 8가지의 물리적 특성을 포함한다.

- ① 단일격자
- ② 분리판
- ③ 반사체
- ④ 반사체-분리판
- ⑤ 가연성흡수봉
- ⑥ 워터홀
- ⑦ 흡수봉
- ⑧ 봉산수

일반적으로 하나의 임계실험 세트는 핵연료봉의 집합체, 중성자 흡수물질, 반사체 물질, 감속제 영역 등의 특징을 갖는 임계실험들을 포함하고 있다. 각 물리적 특성에 따른 임계실험 선정 이유는 다음과 같다.

- ① 항의 단일격자 실험은 다른 복잡한 실험들과의 비교를

Table 3. Excepted experiments for defining area of applicability

Case	Conditions	Experiments ¹	No.
1	Hexagonal Lattice	27, 28, 29, 30, 54, 55, 56, 156	8
2	Using Cadmium	39, 68, 69, 91, 92, 112, 113, 166, 167, 168, 169, 170	12
3	Using Hafnium	44, 45, 46, 47	4
4	Using Copper	62, 70, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 114, 115, 116, 117	12
5	Lead Reflector	73, 74, 75, 76, 135, 136, 137, 138, 139, 140	10
6	Uranium Reflector	78, 79, 80, 81, 143, 144, 145, 146, 147, 148	10
7	Homogeneous Fuel	41, 42, 43, 177, 178, 179, 180	7
8	Using Water or Polyethylene ball in Al Box	1, 2, 3, 4, 5	5
9	Using Polyethylene	9	1
10	Volume ratio H ₂ O/fuel < 0.5	25, 26	2
11	Eggcrate grid	48, 49, 52, 53	4
The total number of excepted experiments			75

¹The number presented in Table 2.1 of NUREG/CR-6361

위한 기준을 제공한다.

② 항의 분리판 실험은 핵연료 집합체들 사이에 중성자의 흡수/산란 물질들이 적용된 경우, 중성자 유효증배계수 변화를 예측하기 위한 자료로 활용된다.

③ 항의 반사체는 시스템 내 핵물질 영역에서 외부로 유출되는 중성자를 반사시켜 시스템의 유효증배계수를 증가시킬 수 있다. 이는, 물, 납, 철, 우라늄 등으로 모사된 반사체에 의한 중성자 유효증배계수 변화를 예측하기 위함이다.

④ 항의 반사체-분리판 실험은 물과 철에 의한 반사체와 핵연료 집합체사이에 중성자의 흡수나 산란 물질(separator plate)이 있는 경우, 중성자 유효증배계수를 예측하기 위한 실험이다. 이는 ③항과 ④항의 복합적인 실험이며, 각 항의 특성을 모두 포함하고 있다.

⑤ 항의 가연성흡수봉 실험들은 가연성 독봉을 적용한 핵연료 집합체의 중성자 유효증배계수를 예측하기 위한 실험이다.

⑥ 항의 워터홀 실험들은 중성자 감속이 다른 영역에 대한 유효증배계수 영향을 평가할 목적으로 설계되었다.

⑦ 항의 흡수봉 실험들은 제어봉이 삽입된 경수로 집합체 장전 시 중성자 유효증배계수를 예측하기 위한 실험이다.

⑧ 항의 붕산수 실험들은 감속재로 붕산수를 이용하는

시스템에서 중성자 유효증배계수를 예측하기 위한 실험이다. 붕산(boric acid)은 임계사고를 예방하기 위한 추가 장치로써 운반용기에 이용되기도 하며, 중성자의 분포에 크게 영향을 미치는 강력한 흡수체이다.

3.2.2 선정된 임계실험 특징

임계실험은 경수로 사용후핵연료가 운반 및 저장용기에 장전된 형태를 벤치마크 하였고, 방사성물질 패키지의 구조, 재료, 흡수물질(poison), 기하학 구조를 기본으로 하여 선정하였다.

임계실험을 선정하기 위해 운반용기의 구조적 특성 및 임계 안전성 인자(반사체, 중성자 흡수체, Flux Trap 등)를 고려하였으며, 본 해석에서는 국내 운반 및 저장용기의 다음과 같은 특성에 따라 임계실험 자료를 선정하였다.

- 적재 대상 핵연료 : 상업용 가압경수로(PWR) 핵연료
- 바스켓 재질 : 붕소가 함유된 알루미늄판을 포함하는 스테인리스강
- 바스켓 내부 : 구리가 다량으로 사용되지 않음
- 중성자 흡수체 : 붕소가 함유된 알루미늄판(카드뮴 또는 하프늄 미사용)

- 반사체 : 물, 강재, 알루미늄
- 임계 안전성 평가시 연소도 효과(Burnup Credit) 미고려

즉 6361에 제시된 180개 임계실험의 적용성을 검토하여 Table 3 에 제시한 실험자료를 제외한 105개의 임계실험을 선정하였다.

코드를 이용한 임계도 평가 시 선정된 실험들의 범위 및 조건이 핵임계안전성을 검증할 수 있는 적용범위이며, 용기 설계 범위가 적용범위를 벗어나면 적용범위가 포함되는 새로운 임계실험을 추가하거나 적용범위가 늘어남에 따른 반응도 삽입효과를 고려해주는 방법으로 재검증을 수행해야 한다.

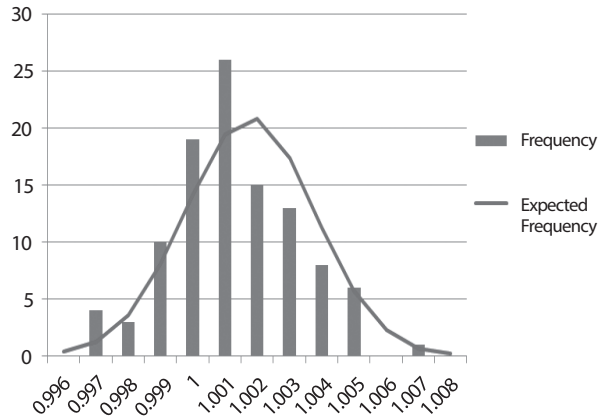


Fig. 2. Criticality distribution of critical experiments.

Table 4. Data analysis assuming normal distribution

# of samples: 105, Mean: 1.0013, Standard Deviation: 0.001983, Degree of freedom: 10				
Section	Probability	Expected Frequency	Frequency	Square Residual
0.996	0.003	0.377	0	0.377
0.997	0.011	1.178	4	6.765
0.998	0.032	3.519	3	0.077
0.999	0.075	8.145	10	0.422
1	0.134	14.606	19	1.322
1.001	0.186	20.292	26	2.928
1.002	0.200	21.842	15	1.563
1.003	0.167	18.216	13	0.976
1.004	0.108	11.770	8	1.207
1.005	0.054	5.891	6	0.002
1.006	0.021	2.284	0	2.284
1.007	0.006	0.686	1	0.144
1.008	0.002	0.193	0	0.193
Sum	1.000	105	105	17.353

Table 5. Results of test for normality

Items	Result	Judgement	Reference value
Sum of Square Residual	17.353	< : Normal distribution	18.31 (Threshold)
Significance Probability	0.07	> : Normal distribution	0.05

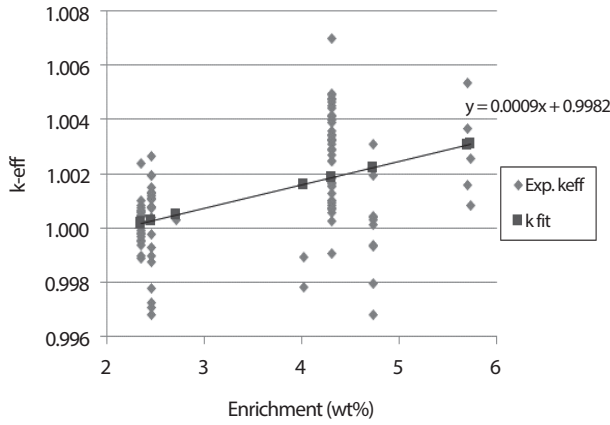


Fig. 3. Regression fit for uranium enrichment.

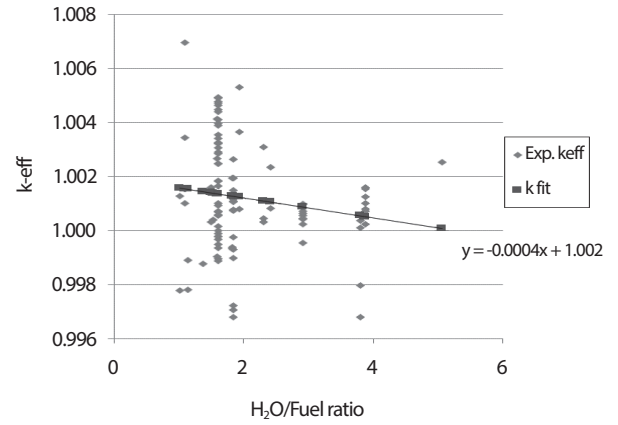


Fig. 6. Regression fit for the ratio of moderator to fuel.

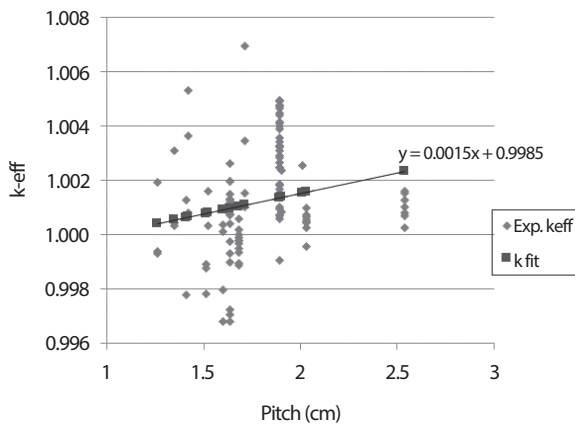


Fig. 4. Regression fit for pin pitch.

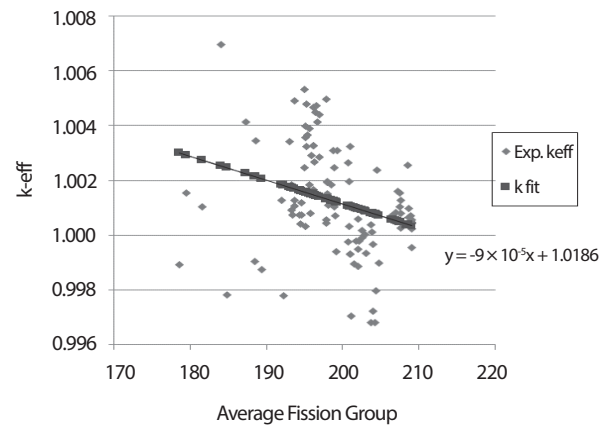


Fig. 7. Regression fit for average fission group.

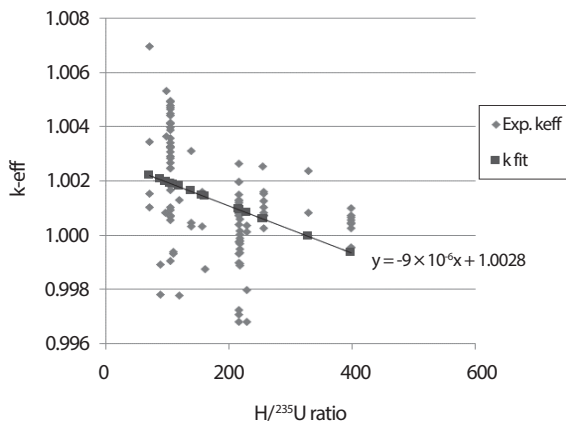


Fig. 5. Regression fit for the ratio of hydrogen to ²³⁵U in fuel.

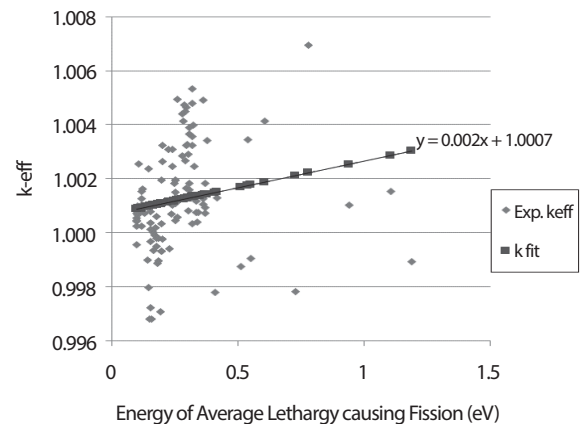


Fig. 8. Regression fit for energy of average lethargy causing fission.

Table 6. Results of significance test for a judgement on the existence of bias tendency

Variable	Enrich.	Pitch	H/X	H ₂ O/Fuel	AFG	EALF
Regression Fit						
Δ	3.636×10^{18}	2.493×10^{17}	2.558×10^{22}	2.157×10^{18}	1.315×10^{20}	1.010×10^{17}
a (intercept)	0.99816	0.99852	1.00282	1.00196	1.01860	1.00068
b (slope)	8.541×10^{-4}	1.493×10^{-3}	-8.698×10^{-6}	-3.701×10^{-4}	-8.736×10^{-5}	1.959×10^{-3}
Correlation coefficient significance test (Be / Not be : O / X)						
Correlation coefficient (r)	0.463	0.212	-0.395	-0.154	-0.285	0.177
T_0	5.299	2.200	-4.368	-1.587	-3.014	1.824
$t_{\alpha/2, n-2}$	1.983	1.983	1.983	1.983	1.983	1.983
Test results	O	O	O	X	O	X

4. 미임계상한치 결정

4.1 정규성 검증

105개 임계실험의 SCALE6.1 계산결과에 대한 정규성을 검증하기 위하여 Excel 프로그램을 이용하여 Fig. 2 와 같이 히스토그램을 만들었다. 언뜻 보면 정규분포를 따르는 것 같을지라도 가설검정을 통하여 정규성을 검증해보아야 한다. 우선 두 가지 가설을 세우면,

- 귀무가설 (H_0) : 데이터가 정규분포를 이룬다.
- 대립가설 (H_1) : 데이터가 정규분포를 이루지 않는다.

카이제곱 검정을 이용하여 유의확률(p값) 및 임계치(χ^2)에 따라 귀무가설을 기각할지 결정한다. 관측도수와 기대도수 간의 차이를 잔차라고 하는데, 검정통계량 χ^2 은 상대적인 잔차 제곱의 합으로 나타낸다. 이것이 임계치를 넘지 않으면 정규분포를 따른다고 할 수 있다. 또한, 유의확률이 유의수준보다 크면 정규분포를 따른다고 할 수 있는데, 일반적으로 유의수준 값으로 0.05를 사용한다. 자유도는 다음과 같이 구한다.

- 자유도: 전체 구간 수(13)-추정된 모수의 수(2=평균과 표준편차)-1(상수)

마지막으로 임계치와 유의확률은 Excel의 CHIINV 및

CHIDIST 함수를 이용하여 구하였고 그 결과를 Table 4, 5 에 정리하였다. 결과는 정규분포를 따르는 것으로 판정하였다.

4.2 데이터 경향성 분석

임계도가 정규성을 가지므로 모수적 방법으로 USL을 결정한다. 이 때, 경향성이 없는 변수에 대해서는 One-Sided Lower Tolerance Limit 기법을 사용하고 경향성이 있는 변수에 대해서는 One-Sided Lower Tolerance Band 기법을 사용해야 하므로, 경향성을 우선적으로 판단한다. 경향성을 판단할 변수는 1) 우라늄농축도, 2) 연료봉간 Pitch, 3) 연료내 H/²³⁵U 수밀도 비, 4) H₂O/Fuel 부피 비, 5) AFG (Average Fission Group), 6) EALF (Energy of Average Lethargy causing Fission), 등 총 6개의 변수에 대하여 경향성 판정을 수행하였고 Fig. 3~8 과 같이 나타났다. 육안만으로는 경향성을 판정하기 매우 어려우므로 식 (9)를 사용하여 유의성을 검정하였고, 그 결과를 Table 6 에 정리하였다.

경향성 분석 결과, 농축도에 따른 바이어스 경향성이 가장 크며, 감속재/연료봉 부피비와 EALF 변수를 제외하고 모든 변수에서 바이어스에 경향성이 있다고 판정되었다.

4.3 미임계상한치(Upper Subcritical Limit) 결정

경향성 분석 결과에 따라 H₂O/Fuel 와 EALF 변수에 대해서는 One-Sided Lower Tolerance Limit 기법으로, 나머지

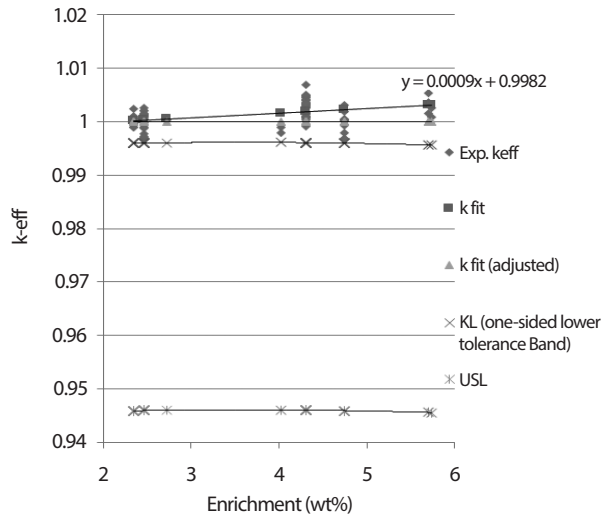


Fig. 9. USL band for uranium enrichment.

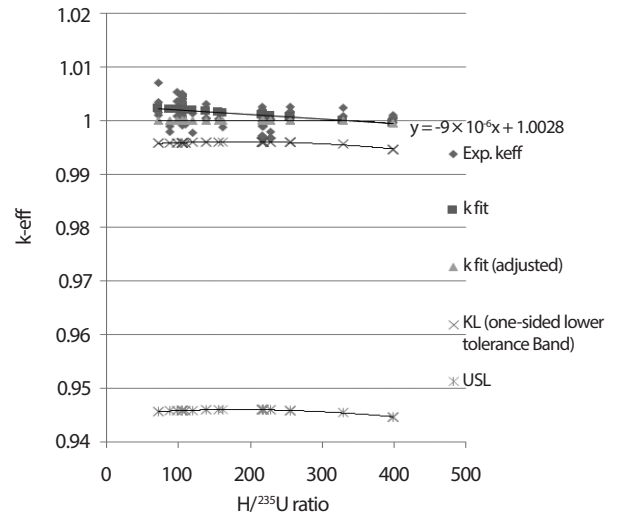


Fig. 11. USL band for the ratio of hydrogen to ²³⁵U in fuel.

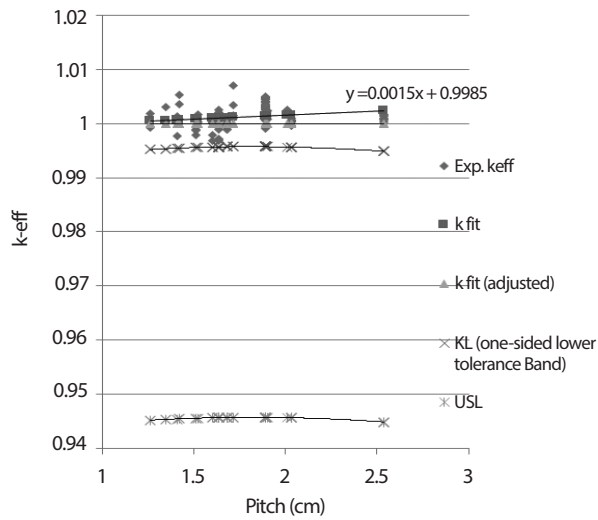


Fig. 10. USL band for pin pitch.

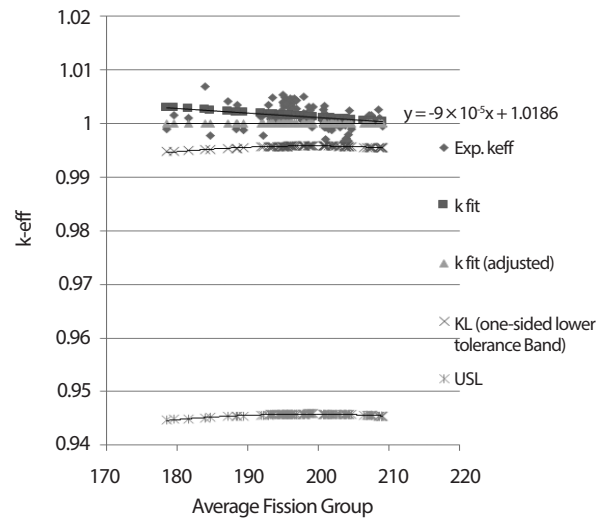


Fig. 12. USL band for average fission group.

Table 7. Final decision of USL

Techniques	One-Sided Lower Tolerance Band				One-Sided Lower Tolerance Limit
Variable	Enrich.	Pitch	H/X	AFG	
Min. USL	0.94561	0.94489	0.94467	0.94475	0.94613
Final USL			0.94467		

Table 8. Results of test for normality in case of added six experiments

Items	Result	Judgement	Reference value
Sum of Square Residual	17.353	< : Normal distribution	18.31 (Threshold)
Significance Probability	0.07	> : Normal distribution	0.05

Table 9. USL results using non-parametric technique

Smallest k_{eff}	Uncertainty for Smallest k_{eff}	Subcritical margin	Confidence (β , %)	NPM	USL
0.99489	0.00026	0.05	99.663	0	0.94463

이를 포함할 수 있도록 임계실험이 추가되어야 한다[11]. Table 3에서 제외되었던 실험 중 조건 8번과 9번, 6개 실험을 추가하여 총 111개의 임계실험으로 USL을 재평가하였다.

Fig. 1의 절차에 따라 정규성 검정을 우선 수행하였다. Fig. 14와 Table 8은 정규성 검정의 결과를 보여준다. 기대도수와 빈도수의 차이를 나타내는 상대잔차제곱합이 임계치를 크게 벗어나며, 유의확률은 거의 0에 가까우므로 정규분포를 이루지 않는다는 판정이 나왔다. 따라서 이 경우에는 비모수적 기법으로 USL을 결정한다. 식 (17)에 따라 최소 임계도 값, 그 임계도의 불확실도 및 NPM을 이용하였다. NPM을 결정하기 위한 신뢰도 β 값은 식 (19)에 의해 99.7%이며, Table 2에서 이에 해당하는 NPM 값으로 0을 적용하였다. 비모수적 기법으로 결정된 최종 USL은 Table 9와 같이 0.94463이다.

일반적으로 비모수적 기법이 가장 보수적인 USL 값을 가지지만 경우에 따라서 모수적기법이 더 보수적인 값을 가질 수도 있다. 위 결과는 비모수적 기법이 더 보수적인 결과를 보이지만 큰 차이는 없다. 만약 Fig. 11과 유사하게 변수들의 평균으로부터 먼 어떤 변수에서의 임계도 개수가 적고 회귀추세선과의 차이가 클 경우 바이어스의 불확실도가 커지기 때문에 모수적 기법이 더 보수적인 USL을 가질 수 있다.

5. 결론

미임계시설은 핵임계안전성이 확보되어야 하고, 핵임계안전성은 평가대상의 임계도가 미임계상한치 미만을 만족

하는 것으로 검증한다. 미임계상한치는 평가대상을 벤치마킹한 임계실험들의 임계도 통계분석을 통해 결정되는 값이나, 분석방법론이 보고서마다 상이하여 어떤 것을 참고했는지에 따라 미임계상한치가 다를 수 있다. 미임계상한치가 너무 낮으면 경제성이 떨어지고 너무 높으면 임계도 실측값이 임계도 제한치를 초과할 수도 있으므로 미임계상한치의 결정은 중요하다. 따라서 가장 타당한 방법론으로 정립하기 위하여 경수로 핵연료 운반/저장용기 임계도 벤치마크 지침서인 NUREG/CR-6361의 방법론과, 핵임계안전성 검증 지침서인 NUREG/CR-6698의 방법론을 비교 분석하였다.

NUREG/CR-6361과 NUREG/CR-6698의 큰 차이점은 1) 임계실험값 적용, 2) 정규성 검정, 3) 가중치 적용, 4) 바이어스 경향성 유무 판단 등 네 가지이다.

NUREG/CR-6361에서는 임계실험은 임계도가 모두 1이라고 가정하여 계산된 임계도 바이어스와 불확실도를 그대로 사용하였으며, 데이터의 정규성 검정없이 정규분포를 가정한 식을 이용하였다. 또한 불확실도 크기에 따른 가중치가 적용되지 않았으며, 변수에 따른 데이터의 경향이 유의한지 판단하지 않고 추세선을 적용하였다.

NUREG/CR-6698 방법론은 임계도계산값을 실험값으로 나는 정규화한 값을 사용하였고 불확실도에 실험 불확실도를 포함하였다. 또한 정규성 검정을 수행하여 정규성을 가질 경우에만 정규분포를 가정한 식을 사용하였고 정규성이 없으면 비모수적 기법을 이용하였다. 그리고 불확실도가 작은 데이터에 큰 가중치를 주는 방법을 적용하였으며, 바이어스 경향성이 유의한 변수와 유의하지 않은 변수의 미임계상한치 계산방법을 구별하였다.

위 차이로 인해 NUREG/CR-6698의 방법론이 타당하다고 판단되었으며, 이후 평가대상의 핵임계안전성 검증 시에 이 방법론으로 평가하는 것이 바람직하다.

SCALE6.1 코드를 이용한 운반/저장용기 설계 시 USL은, 105개 실험으로 모수적 기법을 이용한 결과는 0.94467, 실험을 추가한 111개 실험으로 비모수적 기법을 이용한 결과는 0.94463으로 결정되었다. 2σ 를 포함한 임계도가 약 0.94460 이하이면 임계도 규제요건 0.95이하를 만족할 수 있다. 주의할 점은 SCALE과 같은 몬테칼로 코드를 이용한 임계해석에서는 임계해석조건에 따라 임계도 및 불확실도가 달라지므로 위 결과를 적용하기 위해선 3.1절의 인자를 반드시 일치시켜야 한다.

위 결과는 임계실험의 실험값은 1이라는 가정이 포함되어 있지만, 향후에는 실험값이 존재하는 운반/저장용기 벤치마크 임계실험을 이용하여 더욱 정확한 USL을 결정할 필요가 있다.

REFERENCES

- [1] U.S. Nuclear Regulatory Commission, “Staff Guidance Regarding the Nuclear Criticality Safety Analysis for Spent Fuel Pools”, DSS-ISG-2010-01 (2011).
- [2] U.S. Nuclear Regulatory Commission, “Burnup Credit in the Criticality Safety Analyses of PWR Spent Fuel in Transportation and Storage Cask”, SFST-ISG-8 Revision3 (2012).
- [3] B. C. Kiedrowski, F. B. Brown, J. L. Conlin, J. A. Favorite, A. C. Kahler, A. R. Kersting, D. K. Parsons, and J. L. Walker, “Whisper: Sensitivity/Uncertainty-Based Computational Methods and Software for Determining Baseline Upper Subcritical Limits”, Nuclear Science and Engineering, 181(1), 17-47 (2015).
- [4] J. J. Lichtenwalter, S. M. Bowman, M. D. DeHart, and C. M. Hopper, “Criticality Benchmark Guide for Light Water Reactor Fuel in Transportation and Storage Packages”, U.S. Nuclear Regulatory Commission Report, NUREG/CR-6361 (1997).
- [5] J. C. Dean and R.W. Tayloe, Jr., “Guide for Validation of Nuclear Criticality Safety Computational Methodology”, U.S. Nuclear Regulatory Commission Report, NUREG/CR-6698 (2001).
- [6] “Scale: A Comprehensive Modeling and Simulation Suite for Nuclear Safety Analysis and Design”, ORNL/TM-2005/39, Version 6.1, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, Available from Radiation Safety Information Computational Center at Oak Ridge National Laboratory as CCC-785. (2011).
- [7] E. L. Lehmann and G. Casella, “Theory of Point Estimation”, Springer-Verlag New York, Inc., ISBN 0-387-98502-6 (1998).
- [8] J. R. Taylor, “An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements”, University Science Books (1997).
- [9] N. A. Rahman, “A Course in Theoretical Statistics”, Charles Griffin and Company Limi, ISBN 10: 0852640684 (1968).
- [10] International Organization for Standardization, “Statistical interpretation of data – Part 6: Determination of statistical tolerance intervals”, ISO 16269-6:2005-04 (E) (2005).
- [11] J. C. Manaranche, D. Mangin, L. Maubert, G. Colomb, and G. Poullot, “Dissolution and Storage Experimental Program with 4.75-wt % ^{235}U -Enriched UO_2 Rods”, Winter American Nuclear Society Meeting Transactions, 33 (1979).