

수치해석을 이용한 모래다짐말뚝 치환율에 따른 호안 구조물의 거동 분석

Numerical Analysis on the Behavior of Revetment Reinforced by Sand Compaction Pile According to Area Replacement Ratio

김병일¹, 봉태호², 한진태³, 장영은^{4*}

Byoung-Il Kim¹, Tae-Ho Bong², Jin-Tae Han³, Young-Eun Jang^{4*}

¹Nonmember, Professor, Dept of Civil and Environmental Engineering, Myongji University, 116 Myongji-ro, Cheoin-gu, Yongin, Gyeonggi-do, Republic of Korea

²Nonmember, Research Professor, Institute of Construction and Environmental Engineering, Seoul Univ., San 56-1 Sillim, Gwanak, Seoul, Republic of Korea

³Member, Research Fellow, Center of Seismic Safety Research, Korea Institute of Civil Engineering & Building Technology, 238 Goyangdae-Ro, Ilsanseo-Gu, Goyang-Si, Gyeonggi-Do, Republic of Korea

⁴Member, Researcher, UEE Research Institute, UNIST, 50 UNIST-gil, Ulsan 44919, Republic of Korea

ABSTRACT

Sand compaction pile (SCP) is a ground improvement method which is used to secure the stability of the soft ground by using a type of replacement pile filled with coarse grained material. The behavior characteristics of the SCP, which is frequently used for improving both the onshore and offshore ground, is governed by the ground condition, the installation method, and replacement ratio. Therefore, the stability of the SCP in terms of the bearing capacity and displacement needs to be evaluated considering both the design values and in-situ conditions of construction site. In this study, numerical analysis is carried out based on the conditions of 00 revetment construction site in South Korea where unexpected displacement occurred during construction of SCP. Based on the analysis results, the displacement of the revetment structure according to the replacement ratio of the SCP was compared to the result calculated from design formulas. The results showed that the lateral displacement can be exceeded the reference value from proposed criteria regardless of increased replacement ratio of SPC. It is also confirmed that the behavior of the structure according to the replacement ratio of SPC in not reflected in the existing calculation methods. Therefore, the stability of the SCP composite ground should be examined through the site inspection after the SCP construction.

요 지

모래다짐말뚝은 연약 지반에 조립질 재료로 채워진 말뚝 형태의 치환재료 시공을 통해 지반의 안정성을 확보하기 위한 목적으로 활용되는 지반개량 공법이다. 육상 및 해상의 연약지반 개량을 목적으로 꾸준히 사용되고 있는 모래다짐말뚝의 거동 특성은 지반 조건, 설치 방법 및 시공 형태에 따른 치환율 등에 의해 결정된다. 그러므로 모래다짐말뚝의 지지력 및 거동특성에 따른 안정성을 확보하기 위해서는 기존의 설계 식뿐만 아니라 시공 현장의 특성 및 영향 인자 등을 고려해 종합적으로 검토되어야 할 필요가 있다. 본 논문에서는 모래다짐말뚝 시공 중 예상치 못한 말뚝의 과다 변위가 발생한 국내 현장의 호안 축조 현장조건을 바탕으로 수치해석을 수행하고, 모래다짐말뚝의 치환율에 따른 지반의 변위 특성을 기존 제안식과 비교하였다. 해석결과 모래다짐말뚝의 치환율이 증가하여도 호안 구조물의 수평변위가 교대 말뚝 변위의 기준값을 초과할 수 있는 것으로 나타났으며, 이러한 지반 치환율에 따른 구조물의 거동 특성은 기존의 모래다짐말뚝 지지력 산정식에는 반영되지 못함을 확인하였다. 그러므로 모래다짐말뚝 시공 후에는 현장 시공성 확인을 병행하여 SCP 복합지반의 안정성을 검토해야 할 것으로 나타났다.

Keywords : Sand compaction pile, SCP method, Area replacement ratio, Revetment structure, SCP composite ground

Received 13 Jul. 2018, Revised 23 Aug. 2018, Accepted 3 Sep. 2018

*Corresponding author

Tel: +82-52-217-2892; Fax: +82-52-217-2849

E-mail address: yejang85@gmail.com (Y. Jang)

1. 서론

모래다짐말뚝(Sand Compaction Pile, 이하 SCP) 공법은 연약 지반 개량 공법 중의 한 종류로, 진동 혹은 충격하중을 가하여 지반에 압입하여 다진 모래말뚝을 조성하여 지반의 안정도를 높이기 위한 공법을 의미한다(Kitazume, 2005; Kim et al., 2015). 치환 재료의 특성에 따라 암석기둥 공법(stone column method), 자갈피어공법(aggregate pier method)으로 불리는 SCP 공법은 점성토 지반에서는 다짐과 압밀 축진을 통한 지반의 지지력 증가 및 침하량 감소 등을 위해, 사질토 지반에서는 조밀한 모래말뚝 시공을 통한 지지력 증가, 침하량 감소, 액상화 방지 등을 목적으로 사용된다(Barksdale and Takefumi, 1991; Kitazume, 2005).

1930년 이후부터 사용되어 온 SCP 공법은 국내에 1990년대 육상 및 해상에서의 연약 지반 개량을 위해 도입된 이래로 신항만 건설 현장 등이 증가하면서 꾸준히 적용되어 왔다(Hughes et al., 1975). 그러나 SCP 공법의 현장 적용성이 증가하고 공법에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔음에도 불구하고, 실제 시공 사례와 관련된 참고 자료가 많지 않아 현장 여건에 적합한 설계 수행 및 안정성 확보가 쉽지 않은 실정이다. 특히 SCP 공법의 안정성은 현장 특성을 고려한 철저한 품질관리를 통해 확보될 수 있으므로, 설계, 시공 및 시공 완료 후의 전 단계에 걸친 세심한 계측이 필요하다.

실제로 SCP 공법이 적용된 전라북도 00현장의 호안 구조물 시공 현장에서는 설계 단계에서의 예상 범위를 초과한 과다 변위가 발생한 사례가 보고된 바 있다. 따라서

SCP 공법을 안전하게 적용하기 위해서는 시공 전반에 걸친 철저한 품질관리가 필요하며, 다양한 시공 형태에 대한 현장 지반 및 구조물의 거동 예측이 요구된다. 본 논문에서는 상기 현장의 호안 구조물 시공 현장 조건을 바탕으로 수치해석단면을 설정하고, 재하 하중을 고려하여 호안 구조물의 안정성을 검토하였다. 특히 수치해석을 통해 모래말뚝의 개량 정도를 나타내는 치환율(20%, 40%, 53%, 60%)에 따른 지지력과 침하 등의 거동 특성을 검토하였다.

2. SCP 공법의 파괴모드 및 극한 지지력 산정방안

Barksdale and Bachus(1983)은 모래다짐말뚝의 파괴형태를 Fig. 1과 같이 벌징(bulging) 파괴, 전반전단 파괴 및 편칭(punching) 파괴로 구분하였다. 각 파괴형태는 모래다짐말뚝이 시공된 지반 및 말뚝 길이에 의해 다르게 나타날 수 있다. 모래다짐말뚝의 일반적인 파괴형태인 벌징 파괴는 연약지반을 관통하여 시공된 모래다짐말뚝의 경우에 발생하며, 모래다짐말뚝의 길이가 지름에 비해 짧을 때는 전반전단 형태로 파괴가 발생한다. 또한 모래다짐말뚝의 길이가 지름에 비해 짧고 연약지반에 관통된 경우에는 주로 편칭 파괴가 발생한다고 알려져 있다(Kim, 2003).

상기 다양한 모래다짐말뚝의 거동 특성을 고려한 모래다짐말뚝의 극한 지지력을 산정하기 위한 다양한 식들이 Table 1과 같이 제안되어왔다. 표를 통해 모래다짐말뚝의 지지력은 점성토의 경우에는 지반의 전단 강도에 의해, 사질토와 조립토의 경우에는 재료의 내부마찰각에 의해 결정되는 것을 볼 수 있다.

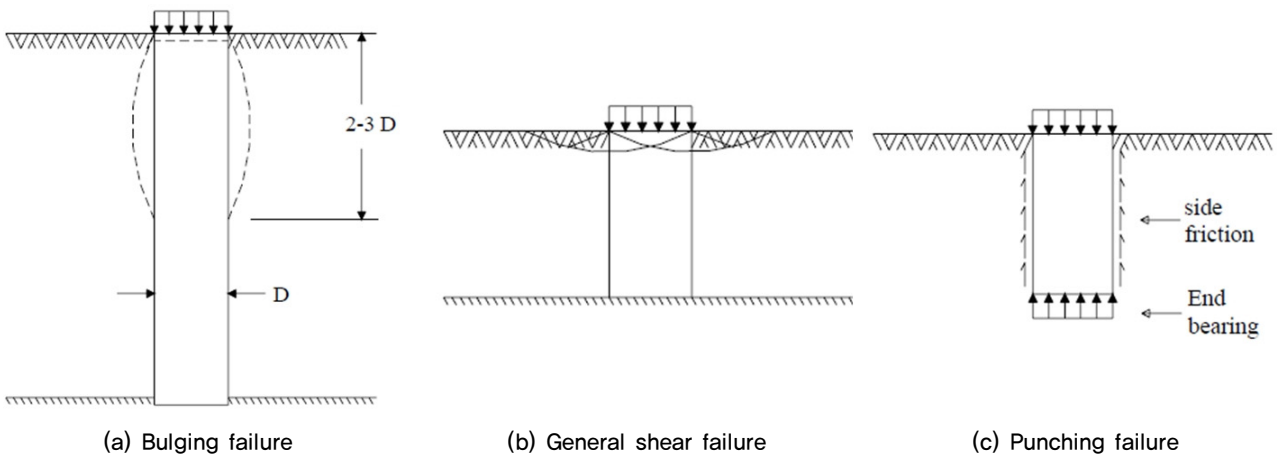


Fig. 1. Failure modes of sand compaction pile (Barkesdale and Bachus, 1983)

Table 1. Suggested formula to compute bearing capacity of composite ground (Kim and Lee, 2004)

Author	Suggested formula	Failure mode
Greenwood (1970)	$q_{ult} = (\gamma_c \cdot z \cdot K_{pc} + 2c_u \sqrt{K_{pc}}) \left(\frac{1 + \sin \phi_s}{1 - \sin \phi_s} \right)$	Bulging failure
Vesic(1972)	$q_{ult} = (c_u F'_c + q F'_q) \left(\frac{1 + \sin \phi_s}{1 - \sin \phi_s} \right)$	
Hughes et al. (1975)	$q_{ult} = (4c_u + \sigma'_{ro}) \left(\frac{1 + \sin \phi_s}{1 - \sin \phi_s} \right)$	
Mori (1979)	$q_{ult} = (0.5\gamma h + 5c_u) \left(\frac{1 + \sin \phi_s}{1 - \sin \phi_s} \right)$	
Hansbo (1994)	$q_{ult} = (\sigma'_{ro} + 5c_u) \left(\frac{1 + \sin \phi_s}{1 - \sin \phi_s} \right)$	
Wong (1975)	(1) $q_{ult} = 2(K_{pc} \cdot q_0 + 2c_u \sqrt{K_{pc}}) + 3aK_a\gamma_c \cdot (1 - \frac{3a}{2H}) \left(\frac{1}{K_a} \right)$: applied when the settlement is small $(q_0 = 3c_u, K_a = \frac{1 - \sin^2 \phi_s}{1 + \sin^2 \phi_s})$ (2) $q_{ult} = (K_p \cdot q_0 + 2c_u \sqrt{K_{pc}}) \left(\frac{1}{K_a} \right)$: applied when the settlement is large $(q_0 = 1.5c_u, K_a = \frac{1 - \sin \phi_s}{1 + \sin \phi_s})$	Shear failure
Madhav and Vitkar (1978)	$q_{ult} = c_u N_c + \frac{1}{2} \gamma_c B N_\gamma + D_f \gamma_c N_q$	

Where, γ_c : unit weight of the clay, z : depth of composite ground, c_u : undrained shear strength of cohesive soil, ϕ_s : internal friction angle of sand(gravel), q : effective stress at equivalent failure depth, K_{pc} : passive earth pressure coefficient of cohesive soil, F'_c, F'_q : coefficient of cavity expansion with pile diameter, σ'_{ro} : initial lateral stress, a : pile diameter, K_a : active earth pressure coefficient of pile, H : pile length, q_0 : vertical stress at soil surface, B : loading width, D_f : embedded depth of foundation, N_c, N_γ, N_q : bearing capacity factor

3. 수치해석 모델 및 조건

$$a_s = \frac{A_s}{A} \tag{1}$$

3.1 해석단면과 치환율 조건

본 논문에서는 전북 OO 호안의 시공 현장을 대상으로 설정된 해석단면에 대해 수치해석을 수행하고, 해당 지반의 지지력 및 침하 거동 특성을 평가하였다. Fig. 2의 현장 단면도는 호안 콘크리트 블록을 지지하기 위해 점토층 내에 시공된 모래다짐말뚝(직경 100cm, 중심간격 122cm)을 보여준다.

SCP 공법이 적용된 지반은 Fig. 3과 같이 모래다짐말뚝의 지반 치환 정도를 통해 복합지반에서의 응력평형과 응력집중 효과 등을 고려할 수 있다(Kitazume, 2005). SCP 개량지반의 전체 면적에 대한 모래말뚝의 면적비 치환율 a (area replacement ratio, %)는 식 (1)로 산정하며, 이에 따른 해당 현장의 치환율은 53%인 것으로 확인되었다.

여기서, A_s : 모래말뚝의 단면적 (m^2)

A : SPC 개량지반의 전체면적 (m^2)

본 현장에서는 SCP 공법 적용 중 상부의 콘크리트 블록에서 설계 범위를 초과한 침하가 발생하였음에 따라, 치환율의 적용 범위를 변화시켜 가면서 현장 지반에 적합한 지반 치환율을 검토하고자 하였다. 따라서 본 연구에서는 SCP 공법이 적용되지 않은 무처리 지반을 포함하여 치환율 20%, 40%, 53%, 60%에 해당하는 복합지반을 구성하고 각 조건에 대한 콘크리트 블록의 연직침하 및 수평변위 특성과 지지력을 검토하였다.

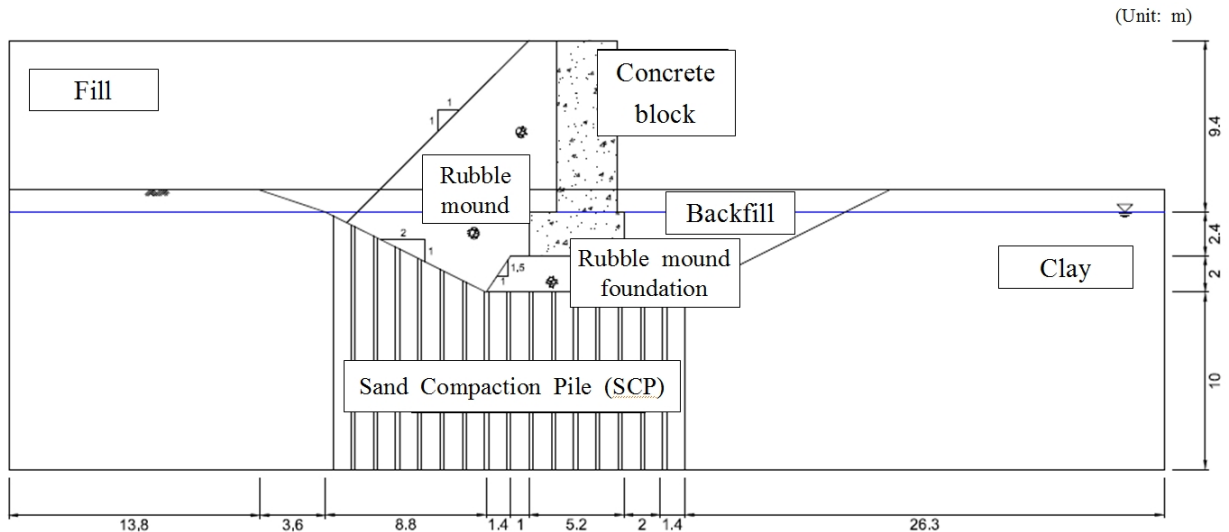


Fig. 2. Cross-section of revetment construction site

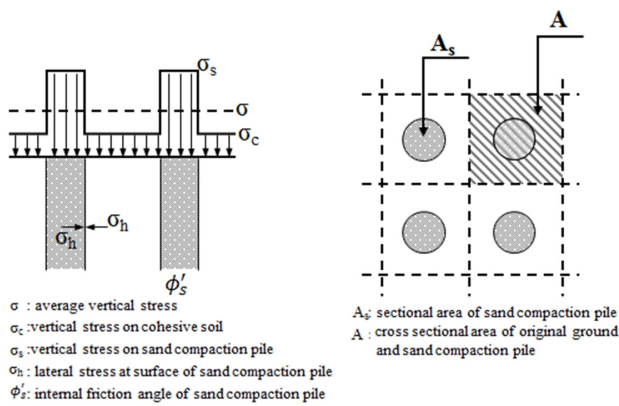


Fig. 3. Conceptual drawing of bearing mechanism in SCP composite ground (Murayama, 1962)

3.2 해석 조건 및 해석 물성값

본 논문에서는 마이다스사의 GTS-NX 프로그램을 이용하여, Fig. 4와 같이 00 호안 축조공사 현장 조건을 모델링 하였다. 수치해석 모델을 구성하는 점토층, 매립토, 사석공 및 콘크리트 블록 등의 물성은 기존 지반조사 결과를 바탕으로 Table 2와 같이 결정하였다. 해석 시에는 예상 작업일수와 전체 공정을 고려하여 시공 초기단계부터 완공 단계에 이르기까지의 복합지반 및 콘크리트 블록의 거동을 검토하였다. 또한 시공 완료 후에는 SCP 복합지반의 극한 지지력을 산정하기 위해 지반의 파괴가 발생할 때까지 하중을 재하하였다.

해석 후에는 Table 3과 같이 치환율 0%, 20%, 40%, 53%, 60%에 해당하는 콘크리트 블록의 연직침하, 수평변

위 및 극한 지지력을 산정하고, 기존의 변위 및 지지력 기준과의 비교를 통해 안정성을 평가하였다.

4. 해석결과

4.1 수평 및 연직변위

수치해석 결과를 통해 콘크리트 블록의 연직침하량과 수평변위를 검토하였다. Fig. 5와 Table 4 같이 SCP 공법을 적용하기 전 무치환 상태에서의 콘크리트 블록의 연직침하량과 수평변위는 각 310mm, 130mm로 매우 크게 나타났다. 이러한 결과를 Bozozuk(1978)이 교대의 측방유동 안정성 검토 기준으로 제안한 Table 4의 값과 비교해 볼 때, 연직침하(δ_v) 100mm 및 수평변위(δ_h) 50mm를 초과하여 안정성에 문제가 있음을 알 수 있다.

반면 SCP 공법을 적용할 경우 연직침하 및 수평변위가 급격히 감소하는 것으로 나타났다. 그러나 20%의 저치환율에서 60%의 고치환율에 이르기까지의 변위량 감소 차이는 크지 않음을 확인하였다. 또한 Table 5에 따르면 구조물의 안정성을 보장하기 위한 연직침하(δ_v)와 수평변위(δ_h) 기준은 각 50mm와 25mm이지만, 치환율 20%, 40%, 53%, 60%에 해당하는 해석 결과 모두 수평변위(δ_h) 기준 25mm 기준을 만족시키지 못하는 것으로 나타났다.

실제로 이와 같이 설계 단계에서의 예상 범위를 초과하는 변위의 발생은 다양한 실제의 지반의 거동과 차이가 있음을 시사하고 있다. 특히 앞서 기술한 기존의 SCP 지지

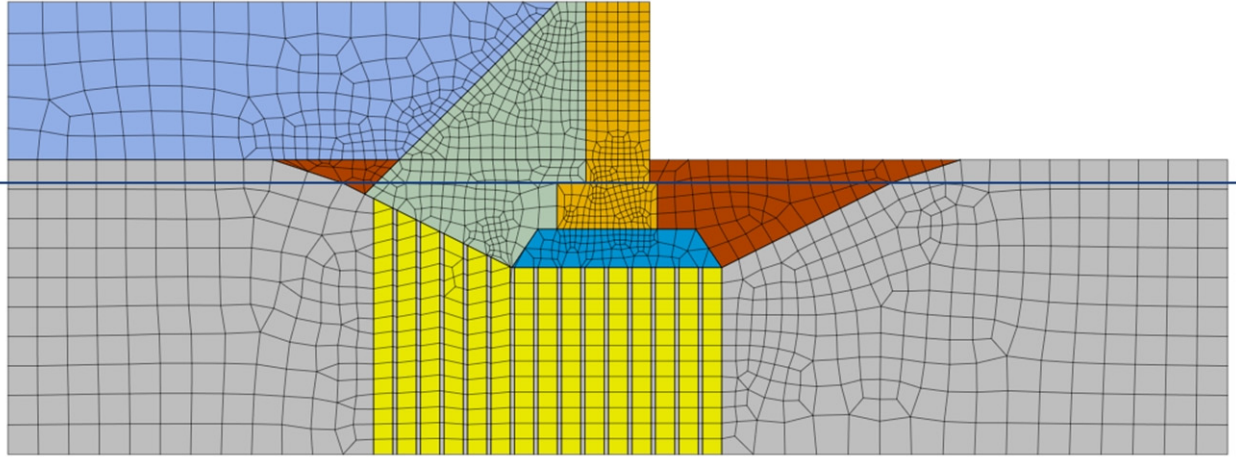


Fig. 4. Numerical model of revetment construction site ($a_s = 53\%$)

Table 2. Input parameters for numerical model of revetment construction site

Description	Concrete block	Fill	Backfill	Rubble mound (rubble mound foundation)	Clay	SCP
Material model	Elastic	Mohr Coulomb	Mohr Coulomb	Elastic	Mohr Coulomb	Mohr Coulomb
Young's modulus (MPa)	20000	50	50	50	10	80
Poisson's ratio	0,2	0,35	0,35	0,3	0,3	0,3
Unit weight (kN/m ³)	25	19	19	18	16,7	18
Cohesion (kPa)	–	19	19	10	49	10
Internal friction angle (°)	–	25	25	40	25	35
Coefficient of permeability (m/s)	–	2×10^{-5}	2×10^{-5}	2×10^{-5}	2×10^{-6}	2×10^{-5}

Table 3. Summary of numerical analysis program

Case no.	a^* (%)	Analysis results
Case 1	0%	Vertical settlement Lateral displacement
Case 2	20%	
Case 3	40%	
Case 4	53%	
Case 5	60%	
Case 6	20%	Ultimate bearing capacity
Case 7	40%	
Case 8	53%	
Case 9	60%	

*a: area replacement ratio

력 산정식들은 복합지반의 치환율을 고려하지 못한다는 단점이 있다. 그러므로 SCP 시공시에는 현장 특성을 고려한 지반의 거동을 예측하여 SCP 치환범위 및 치환율을 결정하고, 시공완료 후에도 표준관입 시험 등을 통해 SCP 말뚝의 강도를 확인할 필요가 있다.

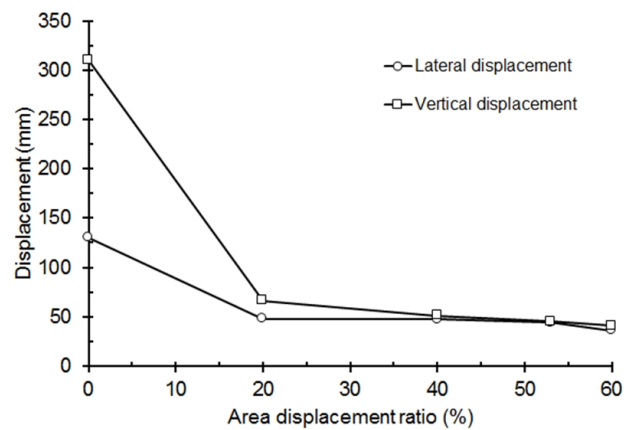


Fig. 5. Displacement of concrete block according to area replacement ratio of SCP

4.2 극한지지력

시공완료 후에는 SCP 복합지반의 극한 지지력을 산정하고자 콘크리트 블록 상단 지반의 파괴가 발생할 때까지

Table 4. Analysis results of vertical and lateral displacement

Area replacement ratio (%)	Displacement of concrete block	
	Vertical displacement (mm)	Lateral displacement (mm)
0	130	310
20	48	66
40	47	51
53	44	45
60	36	41

Table 5. Criteria of lateral movement for bridge abutment (Bozozuk, 1978)

Description	Vertical (δ_v) and lateral (δ_h) movement	Note
Criteria I	$\delta_v > 100\text{ mm}$, $\delta_h > 50\text{ mm}$	Intolerable
Criteria II	$50\text{ mm} \leq \delta_v \leq 100\text{ mm}$ $25\text{ mm} \leq \delta_h \leq 50\text{ mm}$	Harmful but tolerable
Criteria III	$\delta_v < 50\text{ mm}$, $\delta_h < 25\text{ mm}$	Tolerable

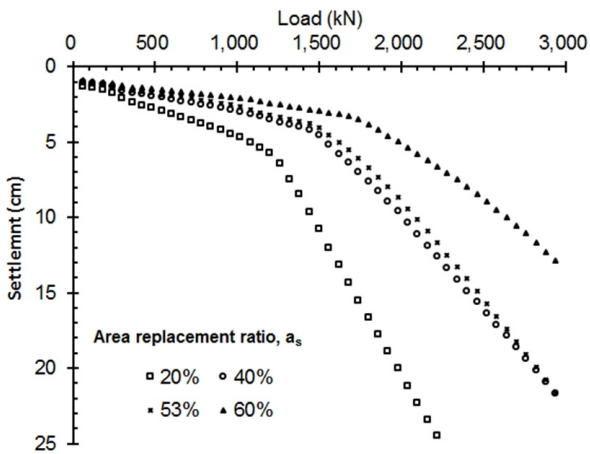


Fig. 6. Load-settlement curves of SCP composite ground

하중을 재하하였다. Fig. 6과 같이 치환율에 따른 하중-변위 곡선 산정결과를 바탕으로 극한 지지력을 산정하였다. 극한 지지력 산정시에는 $ds/d(\log t) - P$ 방법을 바탕으로 하중-침하 곡선상에서 급격하게 변화되는 점의 하중을 극한 지지력으로 간주하였다. 각 치환율별 극한지지력을 정리하면 Table 6과 같다. 상기 결과를 바탕으로 SCP 복합지반의 치환율이 증가함에 따라 극한 지지력 또한 커지는 것을 확인하였다.

또한 수치해석 모델과 동일한 현장 조건을 바탕으로 위의 Table 1에 정리한 SCP 복합지반의 지지력 산정 공식을 적용하여 지지력을 산정하였다. 그 결과 Greenwood(1970), Hansbo(1994), Hughes et al.(1975), Mori(1979)의 제안식에 따른 지지력은 각 1,875kN, 1,583kN, 1,403kN, 1,375kN으로 나타났다.

Table 6. Ultimate bearing capacities according to area replacement ratio

Area replacement ratio (%)	Ultimate bearing capacity (kN)
20	1,290
40	1,430
53	1,690
60	1,900

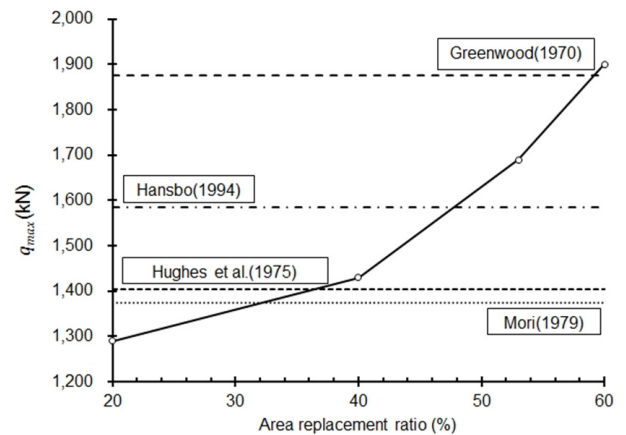


Fig. 7. Comparison of the ultimate bearing capacities obtained from different methods

Fig. 7을 통해 상기 지지력 산정 결과와 현장 수치해석 결과를 비교해 볼 때, 제안식을 통해 산정된 극한 지지력과 수치해석 결과가 차이를 나타내는 것을 볼 수 있다. 그 결과 SCP 복합지반의 치환율을 고려하여 수행한 수치해석 결과에서는 치환율이 높아짐에 따라 지지력이 증가하는 것으로 나타났다. 반면 Greenwood(1970)의 제안식은 고치환 SCP 복합지반의 지지력과 유사하게, Mori(1979)

의 제안식은 저치환 SCP 복합지반의 지지력과 유사하게 나타났으며, 이러한 결과를 통해 산정식에 의한 극한 지지력이 SCP 복합지반의 치환율에 따른 지지력 변화를 고려하지 못하는 것을 알 수 있었다.

이러한 차이는 기존에 제안된 대다수의 제안식들이 SCP 공법의 지지력에 결정적이 영향을 미치는 SCP 복합지반의 치환율 및 모래다짐말뚝의 지름 등을 상세히 반영하지 못하기 때문으로 확인되었다. 그러나 본 연구에서 살펴본 현장 사례와 같이 예측식을 통한 지지력 산정 결과가 SCP 복합지반의 장기적인 안정성을 보장하지 못하므로, SCP 공법 적용 시에는 치환율을 포함하여 상세한 지반 조건을 고려한 SCP 복합지반의 거동 평가가 선행되어야 할 필요가 있다.

5. 결론

본 연구에서는 SCP 공법 적용 중 예상치 못한 구조물의 과다 변위가 발생한 전북 00 호안 구조물의 축조 현장을 바탕으로 해석단면을 설정하고, SCP 치환율에 따른 지반의 거동을 검토하기 위한 수치해석을 수행하였다. SCP가 적용되지 않은 지반을 포함해 치환율 20%, 40%, 53%, 60% 조건에 대해 시공 단계를 고려한 해석을 수행하고, SCP 복합지반의 극한 지지력 및 상부 콘크리트 블록의 연침침하량과 수평 변위를 검토하였다. 그 결과 구조물의 연직침하 및 수평 변위는 SCP 무처리 지반에 비해 현저히 감소하지만, 치환율에 따른 변위 감소 정도는 크지 않은 것으로 나타났다. 특히, 고치환율에 해당하는 53% 이상의 치환율이 적용된 지반에서도 수평변위가 기준값 2.5cm를 여전히 초과하는 것으로 나타났다.

따라서 SCP 복합지반의 안정성을 보장하기 위해서는 설계 단계에서 뿐만 아니라 시공단계 해석 및 시공 후 지반 조사 등을 병행하여 해당 현장조건에 적합한 SCP 치환 범위 및 치환율을 결정해야 할 것으로 나타났다. 또한 기존에 제안된 SCP 복합지반의 극한 지지력 산정식이 수치해석을 통해 산정된 극한 지지력을 과다 또는 과소평가하는 것을 확인하였다. 이러한 결과는 기존 식들이 SCP 복합지반의 거동에 결정적인 영향을 미치는 모래다짐말뚝의 직경 및 치환율 등을 고려하지 못해 나타나는 문제로 판단됨에 따라, 시공후에는 표준관입시험 등의 병행을 통한 SCP 복합지반의 안정성 검토가 요구된다.

Acknowledgement

This research was supported by the “Technical improvement and overseas localization of the construction method for the pressurized pile in soft ground” funded by the KICT (Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology).

References

1. Barksdale, R. D. and Takefumi, T. (1991), “Design, Construction and Testing of Sand Compaction Piles”, *Deep Foundation Improvements : Design, Construction and Testing*, ASTM STP 1089, pp.4-18.
2. Barksdale, R. D. and Bachus, R. C. (1983), *Design and construction of Stone Columns*, Report No. FHWA/RD-83/026, National Technical Information Service.
3. Bozozuk, M. (1978), *Bridge Foundations Move*, Transportation Research Record No. 678, Transportation Research Board, Washington DC, pp.17-21.
4. Greenwood, D. A. (1970), “Mechanical Improvement of Soils Below Ground Surface”, *Proc. of Ground Engineering Conference*, Institute of Civil Engineering, pp.9-20.
5. Hansbo, S. (1994), *Foundation Engineering, Development in Geotechnical Engineering*, Elsevier, Amsterdam, pp.450-455.
6. Hughes, J. M. O., Withers, N. J., and Greenwood, D. A. (1975), “A Field Trial of the Reinforcing Effect of a Stone Column in Soil”, *Geotechnique*, Vol.25, No.1, pp.31-44.
7. Kim, J. K. (2003), Load transfer characteristics of sand compaction piles in soft ground, Ph.D Thesis, Yonsei University, pp.20-23.
8. Kitazume, M. (2005). *The sand compaction pile method*, Taylor and Francis, London.
9. Kim, B. I. and Lee S. H. (2004), “Comparison of Bearing Capacity Characteristics of Sand and Gravel Compaction Pile Treated Ground”, *KSCE Journal of Civil Engineering*, Vol.9, No.3, pp.197-203.
10. Kim, B. I., Cho, S. M., Kim, J. H. and Kim, S. R. (2015), *Soft Ground Improvement Method*, CIR Publishing Co. pp.239-283.
11. Madhav, M. R. and Vitkar, P. P. (1978), “Strip footing on weak clay stabilized with a granular trench or pile”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.15, pp.605-609.
12. Mori, H. (1979), “Some Case Records of Stability and Settlement of Embankment of the Soft Ground”, *Proc. of 6th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol.2, pp.169-189.
13. Murayama. S. (1962), “Considerations of vibro-compozer

- method for application to cohesive ground”, *Journal of Construction Machinery*, No.150, pp.10-15(in Japanese).
14. Wong, H. Y. (1975). *Vibroflotation - its effect on weak cohesive soils*, Civil Engineering, No.824, pp.44-67.
15. Vesic, A. S. (1972), “Expansion of cavities in infinite soil mass” *Journal of soil mechanics and foundations division*, Vol.98, No.3, pp.265-290.