Research Paper 제어·구동 부문

# 2-축 자이로 안정화 김발 시스템의 외란보상 앞먹임 제어를 위한 실험적 2-축 외란 동시 식별

여성민<sup>1)</sup> · 강민식<sup>\*,1)</sup>

<sup>1)</sup> 가천대학교 기계공학과

A Simultaneous Experimental Disturbances Identification of Gyro Stabilized 2-Axes Gimbal System for Disturbance Feedforward Compensation Control

Sung Min Yeo<sup>1)</sup> · Min Sig Kang<sup>\*,1)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Mechanical Engineering, Gachon University, Korea

(Received 28 February 2018 / Revised 28 May 2018 / Accepted 22 June 2018)

### ABSTRACT

This paper concerns on stabilization control of a gyro-stabilized 2-axes gimbal system which is mounted on a moving vehicles such as automobiles, armored vehicles, ships, flying vehicles, etc. A target image acquisition system is attached on the inner gimbal, and the gimbal systems are required to retain high stabilization accuracy in the absolute coordinate in order to provide fine target image while vehicle is moving. The stabilization control performance is hardly depended upon disturbance rejection ability of control, and disturbance feedforward compensation is effective because feedforward compensation reduce the amount of disturbance before the disturbance torques by using 3-axes accelerometer mounted on the inner gimbal. Furthermore, a simple disturbance identification method which can be applied to any slanted base conditions has been suggested to identify mass unbalance vector and friction torques of each gimbal simultaneously. By using the estimated parameters, a feedforward compensation has been applied to the gyro-stabilized 2-axes gimbal system. The experimental results showed that the feedforward compensation based on the identification method suggested is effective to improve stabilization performances.

Key Words : Mass Unbalance(질량 불균형), Friction(마찰), Feedforward Compensation Control(앞먹임 보상제어), Stabilzation Control(안정화 제어), Coordinate Tranform(좌표 변환), Simultaneous Identification(동시 식별)

<sup>\*</sup> Corresponding author, E-mail: mskang@gachon.ac.kr Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

# 기 호 설 명

$a_m$	: 가속도 센서로 측정한 가속도 벡터
$\overrightarrow{a_0}$	: 직선가속도 벡터
$B_m(m=r,p)$	: 롤, 피치 축 감쇠 계수
$\overrightarrow{g}$	: 중력가속도 벡터
$[\hat{i},\hat{j},\hat{k}]_r^T$	: 롤 김발 x, y, z 좌표 단위벡터
$[\hat{i},\hat{j},\hat{k}]_p^T$	: 피치 김발 x, y, z 좌표 단위벡터
$[\hat{i},\hat{j},\hat{k}]_b^T$	: 베이스 기준 x, y, z 좌표 단위벡터
$[\hat{I},\hat{J},\hat{K}]^T$	: 절대좌표 기준 x, y, z 좌표 단위벡터
$J_{m}\left(m=r,p\right)$	: 롤, 피치 축 질량관성모멘트
$K_p, K_i, K_d$	: 비례제어, 적분제어, 미분제어 이득
$\phi_i(i\!=\!r,\!b)$	: 롤 축, 베이스 기준 롤 회전각
$\theta_{j}(j=p,\!b)$	: 피치 축, 베이스 기준 피치 회전각

# 1. 서 론

절대좌표계 기준 시선의 안정화는 시스템이 장착된 베이스가 이동 또는 회전하더라도 시선 벡터를 일정 하게 유지시키는 것을 의미하며, 다양한 분야에 적용 되고 있다. 예를 들면, 차량이나 선박과 같은 이동차 량에서 정지위성과의 통신에 사용되는 OTM(On The Move)단말기의 안테나 시선 안정화, 기동 중인 전차 나 장갑차의 포신 안정화, 차량 이동 중 카메라 시선 의 안정화, 드론 카메라의 시선 안정화 등을 들 수 있 다<sup>[14]</sup>.

대부분의 안정화 시스템은 메커니즘의 단순성과 제 어의 용이성 때문에 2-축 김발 또는 3-축의 김발 구조 로 구성되며<sup>[2-13]</sup>, 구동 방법으로는 회전축의 직접 구 동, 볼-스크류 구동<sup>[16]</sup>, 케이블 차동구동<sup>[17]</sup> 등이 있다. 특히 시선방향 축의 회전이 안정화에 문제가 되지 않 는 경우에는 2-축 김발 구조가 많이 사용되며, 구동 정밀도를 위해 직접구동방식을 사용한다.

안정화 제어에서 김발시스템이 장착된 운반체의 이 동과 회전에 의한 안정화 외란은 안정화 성능을 저해 한다. 주요 외란으로는 회전축과 무게중심의 불일치에 의한 질량불균형토크, 김발의 회전에 따른 관성모멘트 의 변화, 회전축에 작용하는 마찰토크 등이 대표적이 다<sup>[14]</sup>. 이러한 외란이 작용하는 운용 환경에서 정밀한 안정화 성능을 구현하기 위해 일반적으로 되먹임제어 에 의해 폐회로 시스템의 대역폭을 높이는 방법을 적 용한다. 하지만 폐회로 시스템의 대역폭을 높이기 위 해서는 고출력의 액튜에이터가 필요하다. 만일 외란을 측정 또는 예측할 수 있다면 외란 앞먹임 보상제어를 통해 작용하는 외란의 크기를 감소시킬 수 있으므로 안정화 성능을 향상시킬 수 있으며, 또한 상대적으로 저출력 액튜에이터로도 원하는 안정화 성능을 구현할 수 있다.

질량불균형에 의한 외란 토크는 안정화 장치가 장 착된 이동체의 직선가속도에 의해 발생되는 토크로, 따라서 질량불균형 벡터를 알고 직선가속도를 측정할 수 있다면 질량 불균형과 직선가속도의 벡터곱을 구 해 얻은 토크를 앞먹임 보상제어에 이용할 수 있다 <sup>[2,19,23]</sup>. 질량 불균형 벡터는 기구설계 데이터를 이용하 여 규명할 수 있지만<sup>[11,24]</sup>, 복잡한 구조를 가진 2-축 김발 구조 또는 3-축 이상의 김발 구조의 경우 오차 가 클 수 있다<sup>[18,19]</sup>.

마찰 토크의 경우는 실제의 마찰을 이론적으로 정 확히 규명하기 어려우므로, 기존에 제시된 마찰의 수 학적 모델들 중 적절한 모델을 선정하여 적용하거나, 기존의 모델을 바탕으로 새로운 모델을 유도해 사용 하기도 하고, 실험을 통해 마찰 토크의 값을 구하여 제어에 적용한다<sup>[13-15]</sup>. 특히 마찰은 운용 환경에 따라 변화하는 특징을 갖는다.

본 연구 대상인 자이로 김발 시스템은 내부 김발 에 3-축 자이로와 3-축 가속도계가 일체화된 센서가 부착되어 있으므로, 김발 베이스가 임의의 경사를 갖 고 있을 때에도 중력방향을 찾을 수 있는 특징이 있 다. 본 연구에서는 이 2-축 자이로 김발 안정화 시스 템에서 실험적 방법에 의해 시스템 동적 파라미터 규명과 아울러 질량불균형 벡터와 마찰을 규명하는 방법을 제시한다. 여기서 얻어진 질량불균형 벡터와 측정하는 직선가속도의 벡터곱을 구하여 외란 토크 를 얻고 이를 앞먹임 보상제어에 이용하여 안정화 성능을 향상시킬 수 있다. 또한 식별된 마찰토크는 회전축의 상대속도를 측정하여 마찰보상제어에 이용 할 수 있다.

특히 시험을 간소화할 수 있도록 김발의 각 축을 독립적으로 실험하지 않고 두 축을 동시에 구동하면 서 각 축의 질량불균형벡터와 마찰 토크를 구하는 방 법을 제안한다. 이 방법은 운용 환경의 변화에 따라 시스템 파라미터의 재식별이 필요한 경우 용이하게 적용할 수 있으며, 특히 베이스가 임의의 경사 환경에 위치할 때도 적용 가능한 장점이 있다.

본 논문은 2절에서 2-축 김발의 좌표계간의 관계를 설명하고, 3절에서는 질량불균형 토크와 마찰을 포함 하는 외란토크에 대해 살펴본다. 4절에서는 실험적 시 스템 파라미터 식별 방법을, 5장에서는 동시에 두 축 의 외란을 식별하는 방법을 설명하고, 6절에서는 앞서 제안한 방법의 타당성을 시험을 통해 검증하고, 이를 외란 앞먹임 제어에 적용한 결과를 제시한다. 그리고 7절에서 결론으로 마무리 짓는다.

# 2. 2-축 김발 시스템 및 동력학 모델

Fig. 1은 카메라 시선 안정화를 위해 제작된 2-축 자이로 안정화 김발시스템으로, 외부의 피치김발과 내 부의 롤 김발이 있으며, 카메라는 롤 김발에 고정 설 치된다. 그림에는 카메라 대신 실제 카메라의 무게를 대신할 물체가 고정되어 있다. 좌표계의 정의는 *y*-축 이 피치회전축, *x*-축이 롤 회전축이며, 피치회전각이 *θ<sub>p</sub>*, 롤 회전각이 *φ<sub>r</sub>*이다.



Fig. 1. Definition of gimbal coordinates

두 김발은 각각의 모터로 구동된다. 안정화를 위해 롤 김발에 3-축 자이로와 3-축 가속도계가 일체화된 센서가 설치되어 있으며, 각 김발의 회전각은 각 김발 의 구동 모터 회전축에 설치된 엔코더로 측정한다.

Fig. 1의 좌표계 정의에 따라 각 좌표계 간의 관계 는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \hat{i}_{r} \\ \hat{j}_{r} \\ \hat{k}_{r} \end{cases} = R_{x} \left(\phi_{r}\right) \begin{cases} \hat{i}_{p} \\ \hat{j}_{p} \\ \hat{k}_{p} \end{cases}, \\ \hat{j}_{p} \\ \hat{k}_{p} \end{cases} = R_{y} \left(\theta_{p}\right) \begin{cases} \hat{i}_{b} \\ \hat{j}_{b} \\ \hat{k}_{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{i}_{b} \\ \hat{j}_{b} \\ \hat{k}_{b} \end{cases} = R_{x} \left(\phi_{b}\right) R_{y} \left(\theta_{b}\right) \begin{cases} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{cases}$$

$$(1)$$

여기서 {*î ĵ k*}는 *x*, *y*, *z*-축의 단위벡터, {*Î J K*}는 수직하방이 *Z*-축인 절대좌표계의 단위벡터이다. 하첨 자 *b*는 베이스, *p*는 피치김발, *r*은 롤 김발을 의미한 다. *θ*<sub>b</sub>와 *φ*<sub>b</sub>는 절대좌표계 기준 베이스의 피치 각, 롤 각, *θ*<sub>p</sub>는 베이스 기준 피치김발 피치 각, *φ*<sub>r</sub>은 피치김 발 기준 롤 김발의 롤 각 이다.

식 (1)에서 롤 좌표계와 절대좌표계 간의 관계는

$$\begin{cases} \hat{i}_r\\ \hat{j}_r\\ \hat{k}_r \end{cases} = R_x(\phi_r)R_y(\theta_p)R_x(\phi_b)R_y(\theta_b) \begin{cases} \hat{I}\\ \hat{J}\\ \hat{K} \end{cases}$$
(2)

이 때, 회전 행렬은

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 - s\phi & c\phi \end{bmatrix}, \quad R_y(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 - s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}$$

여기서 c는 cos 함수, s는 sin 함수의 약자이다.

롤 김발과 피치 김발이 동시에 운동할 경우 두 김 발은 동력학적 연성이 존재한다. 하지만 안정화 제어 가 잘 이루어지면 두 김발의 회전속도가 작으므로 그 연성 효과는 작아 무시할 수 있다. 따라서 각각의 김 발 운동방정식은 다음과 같이 독립적으로 나타낼 수 있다.

$$J_r \dot{\phi} + B_r \dot{\phi} = T_{mr} + T_{ubr} - T_{fr} \tag{3.1}$$

$$J_p(\phi)\ddot{\theta} + B_p\dot{\theta} = T_{mp} + T_{ubp} - T_{fp}$$
(3.2)

식 (3.1)에서  $J_r$ 과  $B_r$ 은 각각 롤 김발의 관성모멘트와 점성계수이며,  $T_{mr}$ 은 모터구동토크,  $T_{fr}$ 은 마찰토크,  $T_{ubr}$ 는 질량불균형토크이다. 식 (3.2)에서  $J_p(\phi_r)$ 과  $B_n$ 은 각각 피치 김발의 관성모멘트와 점성계수이다. 피치김발 기준 관성모멘트  $J_p(\phi_r)$ 는 롤 김발의 관성 이 포함되며 롤 각에 따라 변화한다.  $T_{mp}$ 은 모터구동 토크,  $T_{fp}$ 은 마찰토크,  $T_{ubp}$ 는 질량불균형토크이다.

## 3. 외란토크

마찰토크와 질량불균형토크는 안정화제어 성능을 좌우하는 중요한 외란이다. 이 외란을 측정 또는 예측 할 수 있다면 앞먹임 보상제어를 적용하여 안정화성 능을 향상시킬 수 있다.

#### 3.1 질량불균형토크

각 김발의 질량과 무게중심점 좌표는 다음 Table 1과 같이 나타낼 수 있다.  $m_r$ 과  $m_p$ 는 각각 롤 김발과 피 치김발의 질량,  $\vec{P}_r$ 은 롤 김발 좌표계에서 나타낸 롤 김발의 무게중심점 좌표,  $\vec{P}_p$ 는 피치김발 좌표계에서 나타낸 피치김발의 무게중심점 좌표이다.

Table 1. Mass and C.G. point of each	of each gimbal	
--------------------------------------	----------------	--

Gimbal	Mass	C.G. point		
Roll Gimbal	$m_r$	$\overrightarrow{P_r} = \begin{bmatrix} a_r  b_r  c_r \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{i_r} \\ \hat{j_r} \\ \hat{k_r} \end{cases}$		
Pitch Gimbal	$m_p$	$\overrightarrow{P_{p}} = \begin{bmatrix} a_{p} b_{p} c_{p} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \hat{i_{p}} \\ \hat{j_{p}} \\ \hat{k_{p}} \end{array} \right\}$		

3.1.1 롤 김발 질량불균형토크

를 김발이 임의의 위치에 정지해 있을 때 중력가속 도를 포함한 직선가속도에 의해 롤김발 회전축에 전 달되는 토크  $T_{r}$ 은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\overrightarrow{T_r} = \overrightarrow{P_r} \times \overrightarrow{F_r}, \quad \overrightarrow{F_r} = m_r(-\overrightarrow{a_m})$$
(4)

여기서  $\overrightarrow{F_r}$ 은 롤 김발 회전축 직선가속도  $\overrightarrow{a_m}$ 에 의해 롤 김발에 발생되는 반작용력이다.

가속도 am은 롤 김발에 장착된 가속도센서로 측정

가능하며, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{a}_m = -\left[a_{mx} a_{my} a_{mz}\right] \left\{ \begin{array}{c} i_r \\ \hat{j}_r \\ \hat{k}_r \end{array} \right\}$$
(5)

따라서 Table 1과 식 (4), (5)에서 롤 김발의 질량 불균형에 의한 롤 좌표계에서의 토크는

$$\vec{T_r} = -\left(a_r \hat{i_r} + b_r \hat{j_r} + c_r \hat{k_r}\right) \times m_r \left(a_{mx} \hat{i_r} + a_{my} \hat{j_r} + a_{mz} \hat{k_r}\right)$$
$$= -m_r \begin{bmatrix} b_r a_{mz} - c_r a_{my} \\ c_r a_{mx} - a_r a_{mz} \\ a_r a_{my} - b_r a_{mx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{i_r} \\ \hat{j_r} \\ \hat{k_r} \end{bmatrix}$$
(6)

식 (6)에서 롤 김발 회전축에 작용하는 질량불균형 토크 T<sub>ubr</sub>는 식 (7)과 같다.

$$T_{ubr} = (\hat{i_r} \bullet \overrightarrow{T_r}) = \begin{bmatrix} -a_{mz} & a_{my} \end{bmatrix} \begin{cases} m_r b_r \\ m_r c_r \end{cases}$$
(7)

식 (7)로부터 롤 김발이 임의의 위치에 정지해 있을 경우 롤 김발의 가속도벡터  $\vec{a}_m$ 와 롤 김발 회전축에 작용하는 질량불균형토크  $T_{ubr}$ 를 안다면 질량불균형  $m_rb_r$ ,  $m_rc_r$ 를 규명할 수 있음을 알 수 있다. 반대로  $m_rb_r$ ,  $m_rc_r$ 를 알면 롤 김발의 직선가속도벡터를 측정 하여 롤 김발에 작용하는 질량불균형토크를 계산할 수 있다. 또한 이 관계는 김발이 임의의 직선가속도를 갖고 이동 중에도 성립되므로 베이스가 이동 중에도 앞먹임 보상제어에 이용할 수 있다.

#### 3.1.2 피치 김발 질량불균형토크

피치 김발과 롤 김발이 임의의 위치에 정지해 있을 경우 피치 김발 가속도에 의한 피치김발 회전축의 토 크  $T_p$ 는 다음과 같다. 단, 롤김발의 회전축이 피치김 발에 설치되므로 롤 김발에 작용하는 토크가 합하여 나타난다.

$$\vec{T}_p = \vec{P}_p \times m_p \vec{a}_m + \vec{T}_r \tag{8}$$

피치김발에 작용하는 직선가속도 벡터는 롤 김발의 가 속도벡터를 좌표변환하여 구할 수 있다. 식 (5)를 변형 하여 나타내면

한국군사과학기술학회지 제21권 제4호(2018년 8월) / 511

$$\vec{a}_{m} = - \begin{bmatrix} a_{mx} a_{my} a_{mz} \end{bmatrix} R_{x} (\phi_{r}) \begin{cases} i_{p} \\ \hat{j}_{p} \\ \hat{k}_{p} \end{cases}$$

$$= - \begin{bmatrix} a_{mx} \\ a_{my} \cos\phi_{r} - a_{mz} \sin\phi_{r} \\ a_{my} \sin\phi_{r} + a_{mz} \cos\phi_{r} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \hat{i}_{p} \\ \hat{j}_{p} \\ \hat{k}_{p} \end{cases}$$
(9)

식 (8) 우항의 첫 번째 요소인 피치김발의 질량불균 형 토크와 두 번째 요소인 롤 김발 질량불균형 토크 를 피치좌표계에서 나타내면

$$\vec{P}_{p} \times m_{p}\vec{g} = m_{p} \begin{bmatrix} b_{p}a_{pz} - c_{p}a_{py} \\ c_{p}a_{px} - a_{p}a_{pz} \\ a_{p}a_{py} - b_{p}a_{px} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \hat{i}_{p} \\ \hat{j}_{p} \\ \hat{k}_{p} \end{bmatrix}$$

$$\vec{T}_{r} = \begin{bmatrix} T_{rx} \\ T_{ry}\cos\phi_{r} - T_{rz}\sin\phi_{r} \\ T_{ry}\sin\phi_{r} + T_{rz}\cos\phi_{r} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \hat{i}_{p} \\ \hat{j}_{p} \\ \hat{k}_{p} \end{bmatrix}$$
(10)

식 (9)와 (10)를 식 (8)에 대입하여 피치김발 회전축 에 작용하는 전체 질량불균형토크  $T_{ubp}$ 를 구하면,

$$T_{ubp} = (\hat{j_p} \bullet \overrightarrow{T_p})$$

$$= \begin{bmatrix} a_{mz} \cos\phi_r + a_{my} \sin\phi_r \\ -a_{mx} \\ -a_{mx} \sin\phi_r \\ -a_{mx} \cos\phi_r \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_r a_r + m_p a_p \\ m_p c_p \\ m_r b_r \\ m_r c_r \end{bmatrix}$$
(11)

식 (11)로부터 피치김발과 롤 김발이 임의의 위치에 정지해 있을 때 롤 김발의 직선가속도벡터 a<sub>m</sub>와 롤 김발의 롤 각  $\phi_r$ , 그리고 피치 김발 회전축에 작용하는 질량불균형토크를 안다면  $m_rb_r$ ,  $m_rc_r$ ,  $m_ra_r + m_pa_p$ ,  $m_pc_p$ 을 규명할 수 있다. 반대로 이 값들과 롤 김발에 서 측정한 가속도벡터와 롤 김발의 회전각  $\phi_r$ 를 이용 하여 피치김발 회전축에 작용하는 질량불균형토크를 계산할 수 있다. 이 관계는 앞에서와 같이 김발이 직 선가속도를 갖고 이동 중에도 성립되므로 베이스가 이동 중에도 앞먹임 보상제어에 이용할 수 있다.

3.2 마찰토크

마찰력은 상대적 운동을 하는 두 물체의 기계적 접 촉부분에 발생하는 힘으로 접촉면의 거칠기, 윤활상태 등의 영향을 받으므로 이론적 모델을 구하기는 쉽지

512 / 한국군사과학기술학회지 제21권 제4호(2018년 8월)

않으며, 온도 변화에 따른 영향을 받는다. 특히 정지 마찰에서 운동마찰로 천이되는 구간에서의 거동 관련 여러 모델이 제시되었으나 모델의 파라미터 역시 운 용 환경에 따라 변화하게 된다. 따라서 실제 운용 환 경에서 실험적 방법으로 마찰특성을 찾는 방법이 안 정화제어에 유리한다.

롤 김발과 피치 김발의 운동마찰을 다음과 같이 쿨 롱마찰로 나타낸다.

$$T_{fr} = \begin{cases} T_{fr}^+ & when \ \dot{\phi} > 0 \\ -T_{fr}^- & when \ \dot{\phi} < 0 \end{cases}$$
(12.1)

$$T_{fp} = \begin{cases} T_{fp}^{+} & when \ \dot{\theta} > 0 \\ -T_{fp}^{-} & \dot{\theta} < 0 \end{cases}$$
(12.2)

여기서 상첨자 +와 -는 양과 음의 속도에서의 마찰력 을 나타낸다.

# 4. 시스템 파라미터의 실험적 식별

식 (3)의 운동방정식과 식 (7), (11), (12)를 이용하여 측정된 모터의 구동토크, 롤 김발의 가속도, 롤 김발 의 각도 데이터의 관계를 쓰면 다음으로 나타낼 수 있다.

$$\overline{Y}_r = M_r \overline{X}_r \tag{13.1}$$

$$\overline{Y}_p = M_p \overline{X}_p \tag{13.2}$$

여기서

$$\overline{Y}_{r} = \begin{cases} T_{mr}(1) \\ T_{mr}(2) \\ \circ \\ T_{mr}(n) \end{cases}, \overline{X}_{r} = \begin{cases} J_{r} \\ B_{r} \\ T_{fr}^{+} \\ T_{fr}^{+} \\ T_{fr}^{-} \\ m_{r}b_{r} \\ m_{r}c_{r} \end{cases}$$

$$M_{r} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi}(1) \ \dot{\phi}(1) \ p_{r}(1) \ u_{r}(1) \ a_{mz}(1) - a_{my}(1) \\ \ddot{\phi}(2) \ \dot{\phi}(2) \ p_{r}(2) \ u_{r}(2) \ a_{mz}(2) - a_{my}(2) \\ \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \vdots & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \ddot{\phi}(n) \ \dot{\phi}(n) \ p_{r}(n) \ u_{r}(n) \ a_{mz}(n) - a_{my}(n) \end{bmatrix}$$

$$\begin{split} p_r(i) &= \frac{1 + sgn[\dot{\phi}(i)]}{2}, \quad u_r(i) = \frac{-1 + sgn[\dot{\phi}(i)]}{2} \\ sgn[\dot{\phi}] &= \begin{cases} 1 & when \ \dot{\phi} > 0 \\ 0 & when \ \dot{\phi} = 0 \\ -1 & when \ \dot{\phi} < 0 \end{cases} \\ \\ \overline{Y}_p &= \begin{cases} T_{mp}(1) \\ 0 \\ \vdots \\ T_{mp}(2) \\ 0 \\ \vdots \\ T_{mp}(n) \end{cases}, \ \overline{X}_p &= \begin{cases} J_p \\ B_p \\ T_{fp}^+ \\ T_{fp}^- \\ T_{fp}^- \\ m_r a_r + m_p a_p \\ m_p c_p \\ m_r b_r \\ m_r c_r \end{cases} \\ \\ \\ \\ \hline \dot{\theta}(1) \ \dot{\theta}(2) \ \circ \ \circ \ \dot{\theta}(n) \\ \dot{\theta}(1) \ \dot{\theta}(2) \ \circ \ \circ \ \dot{\theta}(n) \\ (1) \end{cases} \end{cases}$$

$$M_{p} = \begin{vmatrix} \theta(1) & \theta(2) & \circ & \circ & \theta(n) \\ p_{p}(1) & p_{p}(2) & \circ & \circ & p_{p}(n) \\ u_{p}(1) & u_{p}(2) & \circ & \circ & u_{p}(n) \\ q_{1}(1) & q_{1}(2) & \circ & \circ & q_{1}(n) \\ q_{2}(1) & q_{2}(2) & \circ & \circ & q_{2}(n) \\ q_{3}(1) & q_{3}(2) & \circ & \circ & q_{3}(n) \\ q_{4}(1) & q_{4}(2) & \circ & \circ & q_{4}(n) \end{vmatrix}$$

$$\begin{split} q_{1}(i) &= -a_{mz}(i) \mathrm{cos}\phi_{r}(i) - a_{my}(i) \mathrm{sin}\phi_{r}(i) \\ q_{2}(i) &= a_{mx}(i) \\ q_{3}(i) &= a_{mx}(i) \mathrm{sin}\phi_{r}(i) \\ q_{4}(i) &= a_{mx}(i) \mathrm{cos}\phi_{r}(i) \end{split}$$

$$\begin{split} p_p(i) &= \frac{1 + sgn[\dot{\theta}(i)]}{2}, \quad u_p(i) = \frac{-1 + sgn[\dot{\theta}(i)]}{2} \\ sgn[\dot{\theta}] &= \begin{cases} 1 & when \ \dot{\theta} > 0 \\ 0 & when \ \dot{\theta} = 0 \\ -1 & when \ \dot{\theta} < 0 \end{cases} \end{split}$$

식 (13)에서 가격함수(performance index)  $J_r$ 과  $J_p$ 를 다음과 같이 정의하면

$$J_r = (\overline{Y}_r - M_r \overline{X}_r)^T (\overline{Y}_r - M_r \overline{X}_r)$$
(14.1)

$$J_p = (\overline{Y}_p - M_p \overline{X}_p)^T (\overline{Y}_p - M_p \overline{X}_p)$$
(14.2)

이 가격함수를 최소화하는 파라미터 벡터는 최소오차

자승법을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{X}_r = (M_r^T M_r)^{-1} M_r \overline{Y}_r \tag{15.1}$$

$$\overline{X}_p = (M_p^T M_p)^{-1} M_p \overline{Y}_p \tag{15.2}$$

단, 피치김발의 회전축 기준 질량관성은 롤 김발의 회전각에 따라 달라지므로, 식 (13)의 데이터는 롤 김 발과 피치김발 각각 단독으로 회전시키면서 얻어야 된다.

### 5. 동시구동에 의한 외란토크의 실험적 식별

외란 토크, 특히 마찰은 시스템의 운용환경에 민감 하게 변화한다. 따라서 효과적인 외란 앞먹임 보상제 어를 위해서는 운용 환경이 변화할 때 외란토크를 실 험적으로 규명하여 적용하는 것이 좋다.

식 (3)의 운동방정식에서 김발의 각가속도가 무시할 수준으로 작을 경우 관성토크를 무시할 수 있으므로 식 (13)의 시스템 파라미터 벡터는 다음과 같이 간략 화 된다.

$$\overline{X}_{r} = \begin{cases} B_{r} \\ T_{fr}^{+} \\ T_{fr}^{-} \\ m_{r}b_{r} \\ m_{r}c_{r} \end{cases}, \quad \overline{X}_{p} = \begin{cases} B_{p} \\ T_{fp}^{+} \\ T_{fp}^{-} \\ m_{r}a_{r} + m_{p}a_{p} \\ m_{p}c_{p} \\ m_{r}b_{r} \\ m_{r}c_{r} \end{cases}$$
(16)

위의 파라미터벡터  $\overline{X}_r$ 과  $\overline{X}_p$ 는 공통 벡터  $\begin{cases} m_r b_r \\ m_r c_r \end{cases}$ 가 있으므로, 식 (13)과 (16)을 이용하여 두 식을 연립 으로 나타내면,

$$\begin{cases} \overline{Y}_r = M_{r1}\overline{X}_{r1} + M_{r2}\overline{X}_c \\ \overline{Y}_p = M_{p1}\overline{X}_{p1} + M_{p2}\overline{X}_c \end{cases}$$
(17)

여기서

$$\overline{X}_{r1} = \begin{cases} T_{fr}^+ \\ T_{fr}^- \end{cases}, \quad \overline{X}_c = \begin{cases} m_r b_r \\ m_r c_r \end{cases}$$

한국군사과학기술학회지 제21권 제4호(2018년 8월) / 513

$$\begin{split} M_{r1} &= \begin{bmatrix} \dot{\phi}(1) \ p_{r}(1) \ u_{r}(1) \\ \dot{\phi}(2) \ p_{r}(2) \ u_{r}(2) \\ & \circ & \circ & \circ \\ & \circ & \circ & \circ \\ & \dot{\phi}(n) \ p_{r}(n) \ u_{r}(n) \end{bmatrix}, M_{r2} = \begin{bmatrix} a_{mz}(1) - a_{my}(1) \\ a_{mz}(2) - a_{my}(2) \\ & \circ & \circ \\ & \circ & \circ \\ & a_{mz}(n) - a_{my}(n) \end{bmatrix} \\ \\ \overline{X}_{p1} &= \begin{bmatrix} B_{p} \\ T_{fp}^{+} \\ T_{fp}^{-} \\ m_{r}a_{r} + m_{p}a_{p} \\ m_{p}c_{p} \end{bmatrix}, \\ M_{p1} &= \begin{bmatrix} \dot{\theta}(1) \ p_{p}(1) \ u_{p}(1) \ q_{1}(1) \ q_{2}(1) \\ \dot{\theta}(2) \ p_{p}(2) \ u_{p}(2) \ q_{1}(2) \ q_{2}(2) \\ & \circ & \circ & \circ \\ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ & \dot{\theta}(n) \ p_{p}(n) \ u_{p}(n) \ q_{1}(n) \ q_{2}(n) \end{bmatrix}, \\ M_{p2} &= \begin{bmatrix} q_{3}(1) \ q_{4}(1) \\ q_{3}(2) \ q_{4}(2) \\ & \circ & \circ \\ & q_{3}(n) \ q_{4}(n) \end{bmatrix}, \end{split}$$

피치김발과 롤 김발을 동시에 구동하면서 데이터를 획 득하고, 식 (17)에서 가격함수 J를 다음으로 정의하면

$$\begin{split} J &= (\overline{Y}_r - M_{r1}\overline{X}_{r1} - M_{r2}\overline{X}_c)^T (\overline{Y}_r - M_{r1}\overline{X}_{r1} - M_{r2}\overline{X}_c) \\ &+ (\overline{Y}_p - M_{p1}\overline{X}_{p1} - M_{p2}\overline{X}_c)^T (\overline{Y}_p - M_{p1}\overline{X}_{p1} - M_{p2}\overline{X}_c) \end{split}$$
(18)

이 가격함수를 최소화하는 계수벡터  $\overline{X}_{r1}$ ,  $\overline{X}_{p1}$ ,  $\overline{X}_{c}$ 는 최소오차자승법에 의해 다음과 같이 J의 편미분에 서 구할 수 있다.

$$\frac{\partial J}{\partial \overline{X}_{r1}} = 0, \ \frac{\partial J}{\partial \overline{X}_{p1}} = 0, \ \frac{\partial J}{\partial \overline{X}_c} = 0$$
(19)

식 (19)를 정리하여 행렬로 나타내면 식 (20)과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_{r1}^{T}M_{r1} & \tilde{0} & M_{r1}^{T}M_{r2} \\ \tilde{0} & M_{p1}^{T}M_{p1} & M_{p1}^{T}M_{p2} \\ M_{r2}^{T}M_{r1} & M_{p2}^{T}M_{p1} & M_{r2}^{T}M_{r2} + M_{p2}^{T}M_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{r1} \\ \overline{X}_{p1} \\ \overline{X}_{c} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{cases} M_{r1}^{T}\overline{Y}_{r} \\ M_{p1}^{T}\overline{Y}_{p} \\ M_{r2}^{T}\overline{Y}_{r} + M_{p2}\overline{Y}_{p} \end{bmatrix}$$

$$(20)$$

식 (20)에서 계수벡터  $\overline{X}_{r1}$ ,  $\overline{X}_{p1}$ ,  $\overline{X}_{c}$ 를 계산할 수 있다. 이 방법은 롤 김발과 피치 김발의 외란토크를 동시에 구할 수 있으므로, 효과적인 실험방법이라 할 수 있다.

# 6. 실험 결과

실험 장치는 Fig. 2와 같이 2-축 김발의 형태로 각 각 롤 김발과 피치 김발에 구동모터가 장착되어 있다. 롤 김발에는 3-축 가속도계와 3-축 자이로가 장착되 어 있으며, 피치 김발과 롤 김발의 회전각을 측정하기 위한 엔코더가 설치되어 있다. 제어 및 데이터 획득은 DSP(Digital Signal Processor, dSPACE DS1104)보드를 이용하였으며, 데이터 샘플링 주파수는 1 KHz이다.



Fig. 2. Experimental set-up

6.1 시스템 파라미터 식별 실험 결과

각 김발의 시스템 파라미터 식별을 위해 롤 김발과 피치 김발을 한 축씩 독립적으로 구동시험을 하였다. 두 김발 동일하게 0.5 Hz 정현파를 위치명령으로 제공 하고 저이득의 비례 제어를 하였다. 구동시험에서 모 터토크, 김발의 각도, 각속도, 직선가속도 데이터를 획 득하였다. 이 때 질량 불균형의 비선형성을 나타내기 위해 김발의 베이스를 피치와 롤 방향으로 약 ±20° 기울어진 상태에서 실험하여 총 구동 범위는 롤 김발 과 피치 김발 모두 약 -50~50°다. 데이터는 측정잡음 제거를 위해 40 Hz의 저역통과필터를 사용하였다. 마 찰은 운동마찰만을 고려하므로, 각속도가 0.005[rad/s] 미만인 측정 데이터는 삭제하고 분석하였다. 최종 식 별된 결과는 Table 2와 같다.

Parameters	Roll gimbal	Pitch gimbal	
Moment of Inertia[Nms2/rad]	1.0538e-03	1.1176e-03	
Damping coefficient[Nms/rad]	6.7416e-03	5.1110e-03	
$\begin{array}{c} T_f^+ \ [\mathrm{Nm}] \\ T_f^- \ [\mathrm{Nm}] \end{array}$	6.2282e-03 -5.7917e-03	8.1248e-03 -6.5463e-03	
$m_r a_r + m_p a_p $ [Ns <sup>2</sup> ]	1.0512e-03		
$m_p c_p   [\mathrm{Ns}^2]$	6.6929e-04		
$m_r b_r $ [Ns <sup>2</sup> ]	1.2930e-03		
$m_r c_r   [\mathrm{Ns}^2]$	-1.3398e-02		

Table 2. Identified system parameters

Fig. 3은 각 김발의 측정된 모터토크와 식별된 파라 미터를 식 (13)에 대입하여 계산한 모터토크로, 그 오 차가 작음을 알 수 있다.



Fig. 3. (a) Roll torque, (b) Pitch torque

Fig. 4는 Fig. 3의 측정토크와 계산된 토크의 차이 로, 그 크기가 작을수록 식별된 파라미터가 정밀하다 고 볼 수 있다.



Fig. 4. Error of (a) Roll torque, (b) Pitch torque

Table 3은 Fig. 3의 측정토크의 RMS, Peak-to-Peak을 기준으로 Fig. 4의 토크오차의 RMS, Peak-to-Peak의 비율이다.

Table 3. Measured roll torque and torque error

Torque	Peak to Peak	RMS	
Measured Torque[Nm]	5.324e-02	1.6031e-02	
Error Torque[Nm]	1.4443e-03	1.4121e-04	
Error Percentage[%]	2.71	0.88	

롤 토크오차는 Peak-to-Peak 기준 2.71 %, RMS 기준 0.88 % 수준으로 정밀하게 식별되었음을 알 수 있다. 피치김발의 토크오차도 비슷한 수준으로 나타났다. Fig. 3에서 토크가 0일 때 Fig. 4에서 오차의 Peak 값 이 발생하는데, 그 원인은 마찰 모델에서 속도가 반전 될 때 순간적인 마찰력의 변화가 큰 것으로 판단된다. Fig. 5는 식별된 질랑불균형토크를 회전각 기준으로 나타낸 것이다. 베이스를 +20° 기울인 상태에서의 결 과와 -20° 기울인 상태의 결과를 합하여 그린 것으로, 약 100도 범위에서의 질량 불균형을 나타내었다.



Fig. 5. Unbalance torque (a) Pitch, (b) Roll

Fig. 6은 식별된 마찰 토크를 김발의 각속도를 기준 으로 나타낸 것이다. 저속구간에서의 마찰을 나타내었 고, 마찰을 쿨롱마찰로 가정한 앞의 가정에 잘 부합하 고 있음을 알 수 있다.







Fig. 6. Friction torque (a) Pitch, (b) Roll

6.2 외란 동시 식별 실험 결과

김발의 구동 각가속도가 작아 무시할 수 있을 경우, 두 김발을 동시에 구동하여 외란을 식별할 수 있다. 실험을 위해 0.1 Hz 정현과 형태로 구동하면서 데이 터를 획득하여 외란식별을 하였다.

Fig. 7은 동시 식별시 질량 불균형 토크를 나타낸 것으로, 그 결과는 독립구동에서의 결과인 Fig. 5와 유사함을 확인할 수 있다.



Fig. 7. Unbalance torque (a) Roll, (b) Pitch

Fig. 8은 마찰 토크를 각속도 기준으로 나타낸 것으 로 독립구동에서 얻은 결과인 Fig. 6과 저속구간에서 약간의 오차는 존재하지만 그 경향성과 마찰 토크 값 은 거의 유사함을 확인할 수 있다.



Fig. 8. Friction torque (a) Roll (b) Pitch

6.1과 6.2의 외란 식별 실험 결과를 비교해보면, 질 량불균형 토크의 경우 개별 식별과 동시 식별시 양 끝 부분에서 기울기의 차이에 의한 오차가 있고, 마찰 토크의 경우 저속구간에서 약간의 오차가 있지만 서 보 제어를 할 때, 되먹임 제어와 같이 적용하기 때문 에 위의 오차 정도는 무시 가능하다.

### 6.3 위치 제어 실험 결과

앞에서 구한 질량불균형벡터와 마찰토크를 적용하 여 외란 앞먹임 보상제어를 하였다. 질량불균형토크는 식별된  $m_rb_r$ ,  $m_rc_r$ ,  $m_ra_r + m_pa_p$ ,  $m_pc_p$ 과 측정된 직 선가속도, 롤 김발의 롤 각을 식 (7)과 (11)에 대입하 여 실시간으로 계산하여 적용하였다. 위치제어는 우선 크기 0.44[rad]의 정현파 입력을 위 치기준입력으로 하였다. 고이득의 비례-미분제어를 하 게되면 제어 성능이 뛰어나 외란 앞먹임 보상의 효과 를 가시적으로 나타나지 않기 때문에, 대역폭을 줄여 앞먹임 보상의 효과를 나타내기 위해 저이득의 비례-미분 제어를 하였다. Fig. 9에서 파란실선이 위치제어 결과이며, 붉은 점선은 동일한 비례-미분 제어에 질량 불균형토크 앞먹임 보상을 한 경우 위치이고, 검은 일 점쇄선은 마찰토크 앞먹임 보상을 추가한 경우에 해 당한다. 질량불균형토크와 마찰토크의 앞먹임 보상제 어의 효과를 확인할 수 있다.



Fig. 9. Position error (a) Roll, (b) Pitch

Table 4는 Fig. 9의 제어실험 결과를 비교한 것이다. 비례-미분제어와 질량불균형토크 보상제어를 했을 경우 비례-미분제어만 적용한 경우에 비해 P-P 기준 롤축은 약 23 %, 피치 축은 22 % 감소를 보였으며, 마찰보상을 추가적으로 적용했을 경우 두 축 모두 약 48 %의 감소를 보였다.

	Control	peak to peak [Deg]
	PD-Control	7.09
Roll Gimbal	PD+Mass Unbalance	5.49
	PD+Mass Unbalance+Friction	3.66
Pitch Gimbal	PD-Control	7.56
	PD+Mass Unbalance	5.92
	PD+Mass Unbalance+Friction	3.95

Table 4.	Position	error	of	each	gimba	al
----------	----------	-------	----	------	-------	----

이 실험에서는 외란보상의 효과를 확인하기 위해 저이득의 비례-미분제어를 적용하여 그 오차가 크게 나타났다. 하지만 실제 안정화를 위해 설계한 고이득 의 비례-적분-미분제어를 적용하였을 경우 본 논문에 는 제시하지 않았지만 오차의 크기는 ±0.15° 수준으로 크게 감소함을 확인하였다.

# 7. 결 론

2-축 자이로 안정화 김발 시스템에서 내부 김발에 장착된 가속도계의 신호를 이용하는 실험을 통해 계 의 파라미터와 외란을 식별하는 방법을 제시하였으며, 특히 저각가속도로 2-축을 동시에 구동실험을 하고, 측정된 가속도신호로부터 2-축의 외란을 동시에 식별 하는 방법을 제안하였다. 또한 식별된 질량불균형벡터 와 마찰토크를 앞먹임 보상제어에 이용하여 안정화 오차를 감소시키는데 효과가 있음을 검증하였다.

2-축 외란 동시 식별 방법은 2-축 각각의 독립적 시 험에 비해 간단하므로, 김발시스템을 운용하는 중 필 요시 용이하게 적용할 수 있다.

이 방법은 유사한 구조를 갖는 다양한 자이로 안정 화 김발시스템에 유용하게 적용될 수 있다.

#### References

 J. Lim, Y. J. Choi, J. Ryu, H. D. Seok, B. Y. Kim, and M. S. Kang., "Adaptive Disturbance Compensation Control for Heavy Load Target Aiming System to Improve Stabilization Performances," Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 11, pp. 1303-1310, 2005.

- [2] S. M. Yeo, T. G. Park, and M. S. Kang, "Feedforward Compensation of Mass Unbalance Torque for 2-DOF Gimbal System," KSPE Autumn Conference, p. 206, 2017.
- [3] M. S. Kang, J. J. Kim, and T. G. Park, "Stabilization Control of OTM(On-The-Move) Satellite Antenna," KSME Spring Autumn Conference, pp. 83-84, 2012.
- [4] M. S. Kang and Y. W. Cho, "Stabilization Control of Line of Sight of OTM(On-The-Move) Antenna," The Korean Institute of Electrical Engineers, Vol. 59, No. 11, pp. 2073-2082, 2010.
- [5] F. Du, P. Li, Z. Wang, M. Yue, and X. Feng, "Modeling, Identification and Analysis of a Novel Two-axis Differential Micro-feed System," Precision Engineering, Vol. 50, pp. 320-327, 2017.
- [6] M. S. Kang, W. G. Song, J. H. Yoon, and C. J. Kim, "Stabilization Control of Point Tracking System," KSPE Spring Conference, pp. 265-269, 1998.
- [7] Y. J. Choi and M. S. Kang, "Dual Stage Servo Controller for Image Tracking System," Korean Society of Precision Engineering, Vol. 24, No. 2, pp. 86-94, 2007.
- [8] J. H. Kim, Y. J. Park, and Y. S. Park, "A Study on Stabilization Errors of Vehicle-mounted System using 2-axes Gyro Sensor," SICE Annual Conference, pp. 1910-1915, 2008.
- [9] S. H. Jo, "Real-time Unbalance Moment Compensation Method for Line of Sight(LOS) Stabilization Control System," Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 26, No. 3, pp. 323-330, 2016.
- [10] S. G. Paek, K. M. Lee, Y. Sun, and S. J. Lee, "Feedforward Controller Design of the Gimbal System for Improving the Designation Performance," KIEE Information and Control Symposium, pp. 255-256, 2011.
- [11] Y. B. Jeon, W. S. Choi, J. H. Han, S. W. Lee, and T. H. Kang, "A Robust State Feedback Control

of Gimbal System with Parametric Uncertainty," Journal of the Institute of Electronics and Information Engineers, Vol. 52, No. 8, pp. 140-147, 2015.

- [12] Y. J. Shin, S. H. Lee, K. J. Seong, H. G. Kang, and B. Y. Yeou, "Modeling and Dynamic Analysis of the Two Axis Gimbaled System for Optimization of Seeker Disturbance Torque," KSME Spring and Autumn Conference, pp. 13-18, 2006.
- [13] S. Y. Lee, Y. H. Lee, and J. S. Lee, "A Friction Compensation Method for 2 Axis Gimballed Seeker," KIEE Information and Control Symposium, pp. 197-198, 2011.
- M. S. Kang, "Precision Stabilization Control of Servo-System By Using Friction Compensation," Korean Society of Precision Engineering, Vol. 16, No. 3, pp. 109-115, 1999.
- [15] S. H. Choi and K. S. Park, "Tension Analysis of a 6-DOF Cable-Driven Parallel Robot Considering Dynamic Pulley Bearing Friction," KSME Spring and Autumn Conference, pp. 2691-2695, 2016.
- [16] H. J. Park, Y. I. Kim, S. B. Jung, D. H. Kim, and M. S. Kang, "2-Axis Stabilization Platform for Moving Camera," KSPE Autumn Conference, pp. 107-108, 2008.
- [17] H. J. Kwon, H. M. Kim, S. M. Jo, and M. S. Kang, "2-Aixs Stabilization System of cable Differential Mechanism," KSPE Autumn Conference, pp. 293-294, 2009.
- [18] Y. J. Shin, K. R. Cho, J. K. Lee, S. Cho, and S. Choi, "A Study of Motion for Four-Aixs Stabilizaed Platform Including Effects of Gimbal Bearing Friction," Korean Society of Precision Engineering, Vol. 12, No. 6, pp. 52-63, 1995.

- [19] M. Quanqi, L. Gang, Z. Maiying, and C. Zhongyi, "Imbalance Torque Compensation for Three-axis Inertially Stabilized Platform Using Acceleration Feedforward," IEEE International Symposium, 2012.
- [20] Y. J. Shin, K. J. Seong, H. K. Kang, and B. Y. Yeou, "Dynamic Analysis of the Two Axis Gimbal System Using RecurDyn and Matlab," KSAS Autmn Conference, pp. 824-827, 2005.
- [21] K. N. Lee, B. H. Lee, J. Lee, J. E. Kim, and J. B. Song, "Stabilization System for Mobile Antenna Gimbal based on Dynamic Characteristics Analysis," The Korean Society of Mechanical Engineers(A), Vol. 37, No. 7, pp. 851-856, 2013.
- [22] M. S. Kim, G. S. Yoo, J. J. Yun, and M. C. Lee, "Identification of Dynamic Characteristics of Gimbals for Line-of-Sight Stabilization Using Signal Compression Method," KSPE, Vol. 25, No. 7, pp. 72-78, 2008.
- [23] W. Mao, G. Liu, J. Li, and J. Liu, "An Identification Method for the Unbalance Parameters of a Rotor-Bearing System," Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration, pp. 1~9, 2016.
- [24] D. K. Song, S. W. Park, and J. H. Cho, "Design and Optimization of Balancing for a Biaxial Gimbal," KSPE Autumn Conference, pp. 161-162, 2015.
- [25] X. Li, W. Cheng, and X. Li, "Modelling of Gimbal Control Moment Gyro and Analysis of Gimbal Disturbance Impact," Technical Gazette, Vol. 21, No. 7, pp. 1189-1199, 2014.
- [26] B. Ekstrand, "Equations of Motion for a Two-axes Gimbal System," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 37, No. 3, pp. 1083-1091, 2001.