

# FE-BEM 및 SEA 해석 기법을 활용한 샌드위치 복합재 구조물의 전 주파수 대역 음향 해석

이대은<sup>\*1)</sup> · 이윤규<sup>1)</sup> · 김홍일<sup>1)</sup> · 김재영<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 국방과학연구소 제1기술연구본부

## Full-Frequency Band Acoustic Analysis of Sandwich Composite Structure Using FE-BEM and SEA Method

Dae-Oen Lee<sup>\*1)</sup> · Yoon-Kyu Lee<sup>1)</sup> · Hong-Il Kim<sup>1)</sup> · Jae-Young Kim<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> The 1st Research and Development Institute, Agency for Defense Development, Korea

(Received 19 December 2017 / Revised 26 March 2018 / Accepted 22 June 2018)

### ABSTRACT

Increase in use of lightweight structures, coupled with the increased acoustic loads resulting from larger and longer range guided missiles, has made missile more susceptible to failures caused by acoustic loads. Thus, accurate prediction of acoustic environment and the response is becoming ever more important for mission success. In this paper, the acoustic response of a sandwich composite skin structure to diffuse acoustic excitation is predicted over a broad frequency range. For the low frequency acoustic analysis, coupled FE-BEM method is used where the structure is modeled using FEM and the interior and exterior fluid is modeled using BEM. For the high frequency region, statistical energy analysis is applied. The predicted acoustic level inside the structure is compared with the result from acoustic test conducted in reverberation chamber, which shows very good agreement.

Key Words : Acoustic Analysis(음향 해석), Finite Element-Boundary Element Method(유한요소-경계요소법), Statistical Energy Analysis(통계적 에너지 해석)

### 1. 서론

유도무기 발사 시 형성되는 음향 환경은 유도무기 구조 및 탑재장비의 손상 혹은 오작동을 야기할 수 있다. 특히 유도무기의 대형화에 따른 구조 경량화 및

음향하중 증가로 인해 유도무기의 음향-진동 해석이 더욱 중요해 지고 있다.

발사 음향하중은 저주파수 대역에서부터 고주파수 대역에 이르는 광대역 응답을 유발시키는데 주파수 대역에 따라 적합한 해석기법을 적용해야 한다. 주파수 대역은 파수(wave number;  $k$ )와 시스템의 특유 치수(characteristic dimension;  $a$ )의 곱으로 표현되는 헬름홀츠 수(Helmholtz number;  $H=ka$ )를 사용해 저주파수

\* Corresponding author, E-mail: daeoen@add.re.kr  
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

대역( $H \ll \pi$ ,  $H \approx \pi$ )과 고주파수 대역( $H \gg \pi$ )으로 분류하기도 한다<sup>[1]</sup>. 저주파수 대역에서의 응답 특성은 소수의 공진 모드에 지배적인 영향을 받으며 미세한 시스템의 변화(경계조건, 물성치, 치수, 등등)에 강건하기 때문에 유한요소법(Finite Element Method; 이하 FEM) 혹은 경계요소법(Boundary Element Method; 이하 BEM)과 같은 결정론적 방법을 적용하는 것이 적합하다. 반면에 해석대상의 크기가 파장에 비해 큰 고주파수 대역에서는 응답 특성이 다수의 공진모드에 영향을 받으며 미세한 시스템의 변화에도 민감하게 반응하기 때문에 결정론적 방법보다는 통계적 에너지 해석법(Statistical Energy Analysis; SEA)과 같은 통계적인 방법이 더 적합하다<sup>[2]</sup>.

본 논문에서는 경량 구조물에 널리 사용되는 샌드위치 복합재로 구성된 음향 연구용 구조물(이하 구조물)을 대상으로 MIL-810G 규격에 정의된 50~10,000 Hz 전 주파수 대역에서의 음향 응답을 FE-BEM과 SEA 기법을 적용하여 예측하였고 이를 잔향실에서 수행한 음향 시험 결과와 비교 분석하였다.

## 2. 해석 기법 개요

### 2.1 FE-BEM 기법<sup>[3-5]</sup>

FE-BEM 해석 기법은 저주파수 대역에서 음향-진동 연성 해석을 하는데 가장 널리 사용되는 방법이다. BEM으로 유체를 모델링할 경우 유체의 경계면만 이산화하여 경계 적분 방정식(Boundary Integral Equation)을 고려함으로써 유체 도메인 내부 임의의 지점 음압을 계산할 수 있으며 특별히 열린 공간에서의 음향 해석에 용이하다. 해석 시 일반적으로 구조는 FEM을, 유체는 BEM을 사용하며 구조와 유체의 연성은 경계면에서 구조물과 유체의 수직방향 변위의 일치조건을 부여함으로써 이뤄진다.

조화 운동을 가정한 비감쇠 FEM의 운동 방정식은 식 (1)과 같으며  $K$ 는 강성행렬,  $M$ 은 질량행렬,  $x$ 는 변위,  $f_s$ 는 구조 가진력 그리고  $f_p$ 는 음압에 의한 가진력을 나타낸다. 식 (2)에서 보이는 바와 같이 음압에 의한 작용력은 노달 힘(nodal force)에 대한 연성행렬  $C$ 와 음압벡터  $p$ 의 곱으로 표현할 수 있으며  $C$ 는 유한 요소의 단위 수직 방향 벡터와 표면적의 곱으로 이뤄져 있다.

$$[[K] - \omega^2[M]]\{x\} = \{f_s\} + \{f_p\} \quad (1)$$

$$\{f_p\} = [C]\{p\} \quad (2)$$

음압은 구조와의 경계면에서 식 (3)의 경계조건과 식 (4)의 헬름홀츠 방정식(Helmholtz Equation)으로 정의되며 구조물과 유체의 경계면에서의 관계식은 식 (5)와 같다. 식 (3)~(5)에서  $u_n$ 는 구조 경계면 유체의 수직 방향 변위,  $f_a$ 는 음원에 의한 가진력,  $[G]$ 와  $[H]$ 는 유체의 영향행렬이며  $[T]$ 는 변위 연성행렬로 식 (6)과 같이 구조 변위와 유체 변위의 관계를 정의한다. 유체의 영향행렬  $[G]$ 와  $[H]$ 의 각 요소는 식 (7)~(8)과 같으며 이때  $g$ 는 그린함수이며,  $S_j$ 는 경계요소  $j$ 의 표면적이다<sup>[6]</sup>.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho\omega^2 u_n \quad (3)$$

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (4)$$

$$[G]\{p\} + \rho\omega^2 [H][T]\{x\} = \{f_a\} \quad (5)$$

$$[T]\{x\} = \{u\} \quad (6)$$

$$G_{ij} = \int_{S_j} g dS \quad (7)$$

$$H_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial g}{\partial n} dS \quad (8)$$

구조-유체 연성 방정식은 식 (1)과 (5)를 통해 식 (9)와 같이 구할 수 있으며 일반적으로 수치해석을 수행할 시 연산 시간을 줄일 수 있도록 식 (9)를 모드 좌표계로 변환시켜 계산한다.

$$\begin{bmatrix} [K] - \omega^2[M] & [C] \\ \rho\omega^2 [H][T] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_s\} \\ \{f_a\} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

### 2.2 SEA 기법<sup>[7,8]</sup>

SEA는 결정론적 방법으로 해석하기 어려운 고주파수 대역에서의 해석을 위해 Lyon에 의해 제시되었으며 복잡한 시스템을 에너지 관점에서 여러 하부시스템(subsystem)으로 나누고 정상상태에서의 에너지 평형 원리를 적용해 각 하부시스템에서의 에너지를 계

산하는 해석 기법이다. SEA를 적용하기 위해서는 해석 주파수 밴드에 충분한 모드가 존재해야 하며 따라서 모드 밀도(modal density)가 낮은 저주파수 대역에서는 SEA 해석을 사용하기 적합하지 않다.

식 (10)은 SEA의 기본 식으로  $P_1$ 는 외부에서 유입되는 입력 파워(input power),  $\omega$ 는 중심주파수(center frequency),  $\eta_i$ 는 하부시스템 자체에서 손실되는 에너지를 정의하는 감쇠 손실 계수(Damping Loss Factor; 이하 DLF),  $\eta_{ij}$ 는 하부시스템 사이의 에너지 전달을 정의하는 연성 손실 계수(Coupling Loss Factor; 이하 CLF),  $E_i$ 와  $n_i$  각각 하부시스템의 에너지와 모드 밀도를 나타낸다. 식 (10)에서 대각항은 하부시스템 자체에서 손실되는 에너지와 연결된 다른 하부시스템으로 손실되는 에너지를, 비대각 항들은 연결된 다른 하부시스템으로부터 유입되는 에너지를 나타낸다.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_N \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \left( \eta_1 + \sum_{i=1, i \neq 1}^N \eta_{1i} \right) n_1 & \cdots & \eta_{1N} n_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{N1} n_1 & \cdots & \left( \eta_N + \sum_{i=1, i \neq N}^N \eta_{Ni} \right) n_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ n_1 \\ \vdots \\ E_N \\ n_N \end{Bmatrix} \quad (10)$$

위의 식에서 에너지가 계산되면 식 (11)과 같이 진동 혹은 음압레벨을 계산할 수 있으며 식에서  $M$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $V$ ,  $\langle p \rangle$ 는 각각 하부시스템의 질량, 평균속도, 평균음압이며  $\rho$ 와  $c$ 는 각각 공기의 밀도와 음속이다.

$$E = M \langle v \rangle^2 \quad (11.a)$$

$$E = V \langle p \rangle^2 / \rho c \quad (11.b)$$

### 3. 음향 시험

본 연구에 사용된 구조물은 음향 연구용 구조물로 형상은 Fig. 1과 같다. 구조물의 외피는 비강성이 높은 샌드위치 복합재료 Hexel사의 CR3-5052-F40 코어 소재와 한국화이버사의 HPW193/RS3232 CFRP 면재를 사용하였다. 그 외 프레임, 노즈콘부, 밀판은 알루미늄으로 제작되었다. 복합재 외피의 중량은 66 kg이며 구조물의 총 중량은 169 kg이다.

음향 시험은 구조물에 의한 음향저감 특성을 파악하기 위해 구조물 외부를 음향으로 가진하면서 구조물의 외부/내부 음압을 측정하였다. 구조물을 모든 방향에서

유사한 레벨로 가진하기 위해 한국기계연구원 잔향실에서 음니스피커를 사용했으며 가진 레벨은 OASPL 약 110 dB이다. 구조물의 내부 및 외부 음압레벨은 각각 6개, 12개의 마이크로폰을 사용하여 측정하였으며 음향 가인에 의한 구조 진동 레벨은 가속도계 29개를 사용해 측정하였다(Fig. 2).

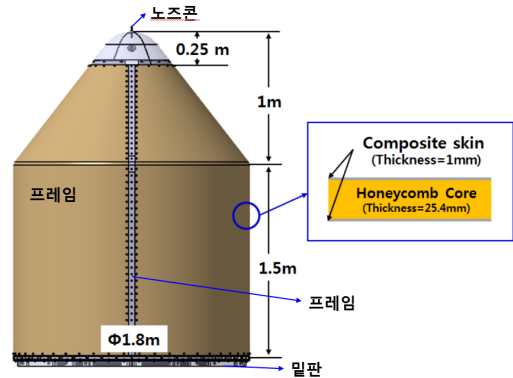


Fig. 1. Structure configuration



Fig. 2. Acoustic test setup

Fig. 3은 음향시험 시 측정된 구조물 내부와 외부의 음압레벨을 보여주고 있다(1/3 옥타브 밴드). 구조물 외부에서 측정된 음압레벨의 평균편차가 160 Hz 이상 주파수 대역에서 1 dB 이하로 나타나는 것을 확인 하였으며 따라서 160 Hz 이상의 주파수 대역에서 확산 음장이 형성되었다고 볼 수 있다. 구조물의 내부 마이크로폰의 평균 편차는 400 Hz 보다 높은 주파수 대역에서 1.5 dB 이하의 값을 가진다. 따라서 내부 음압레벨 예측 시 저주파수 대역에서는 위치에 따른 음압레벨 편차가 크기 때문에 이를 고려할 수 있는 FE-BEM을 적용하는 것이 적합한 반면 고주파수 대역에서는 측정 위치에 따른 음압레벨 편차가 작기 때문에 SEA

를 적용해 내부공간의 평균 음압레벨을 예측하는 것이 타당하다. 구조물 외부와 내부 평균 OASPL 값은 각각 109.6 dB와 100.5 dB로 구조물의 음압감소(Noise Reduction; 이하 NR)는 약 9.1 dB이다.

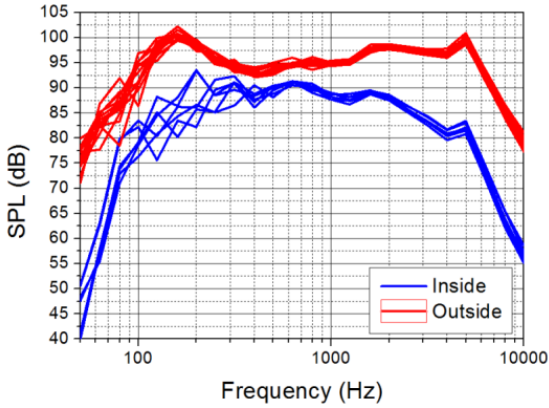


Fig. 3. Measured SPL from microphones

#### 4. 음향 해석

음향-진동 해석은 FE-BEM와 SEA 해석을 모두 지원하는 ESI사의 VA One을 사용해 수행하였다. FE-BEM의 경우 모드 해석을 기반으로 응답을 계산하는데 본 연구에서는 FE 모드 해석은 Abaqus로 수행한 후 그 결과를 VA One에서 불러들여 사용하였다. 해석에 사용한 샌드위치 복합재의 물성은 Table 1과 같다. Fig 4는 자유 경계조건 하 구조물의 구조모드 시험 및 해석 결과(외피변형과 관련된 첫째 3개의 모드)이며 해석 결과와 시험 결과가 3 Hz 이내로 유사한 것을 볼 수 있다. 3개의 모드형상이 모두 프레임에서 주요 변형이 발생하는 모드인데 이는 샌드위치 복합재 외피 보다 프레임의 강성이 약하기 때문이다.

Table 1. Sandwich composite material properties

	$\rho$	E1	E2	E3	G12	G13	G23	$\nu_{12}$
	(kg/m <sup>3</sup> )	GPa						
CFRP Facsheet	1550	62	62	-	4.3	4.3	0	0.05
Honeycomb Core	65.7	0.117	0.310	1.276	0.0117	0.117	0.117	0

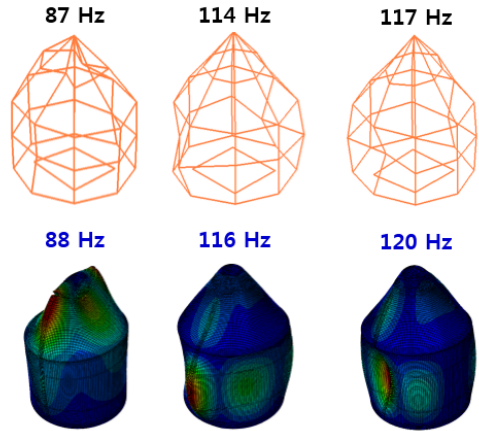


Fig. 4. Comparison of structure mode shape and frequency from test and analysis

#### 4.1 FE-BEM 해석

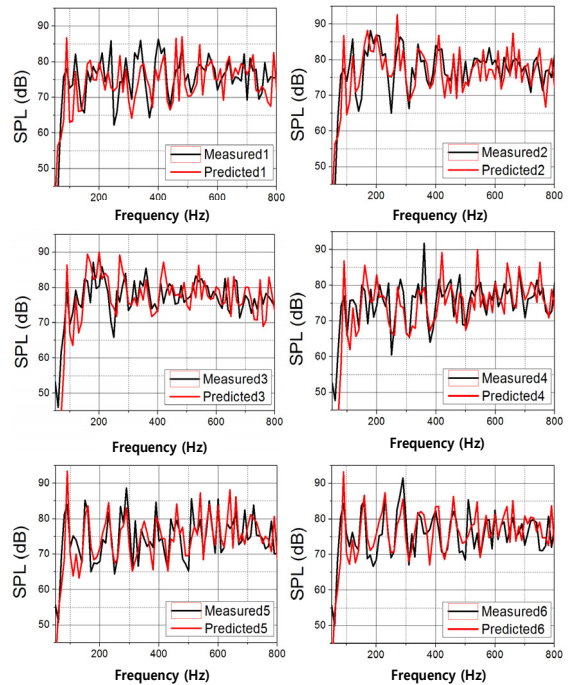


Fig. 5. Comparison of FE-BEM predicted and measured SPL inside structure

FE-BEM 모델에서 구조물의 구조요소는 FEM으로, 구조물의 외부 및 내부 음장은 BEM을 사용하여 모델링을 하였다. 구조요소의 감쇠는 5 %, 공기감쇠는 없

다고 가정하였다. 시험 시 밀판이 바닥에 놓였기 때문에 밀판으로는 음압이 투과되지 않는다고 가정했으며 바닥은 모든 음파를 반사시키는 무한판으로 모사하였다. 구조물 외부 확산음장은 다양한 각도에서 들어오는 평면파 50개로 모사하였다.

FE-BEM 해석은 50~800 Hz 대역에서 10 Hz 간격으로 수행하였으며 이때 1~1200 Hz 대역에서 계산된 총 390개의 구조모드를 사용하였다. 해석 결과는 Fig. 5에 나타내었다. 시험과 해석 결과에 90 Hz, 120 Hz, 160 Hz를 포함한 여러 주파수 대역에서 피크를 보이는데 이는 내부공간의 음향모드와 일치하는 주파수이며(Fig. 6) 해석이 시험 결과의 추세를 잘 따르는 것을 볼 수 있다. 관심 주파수 구간에서 계측 및 예측된 OASPL의 차이는 각 계측 위치에서 0.6, 0.6, 1.8, 0.7, 1.2, 1.0 dB로 전반적으로 해석이 시험과 유사한 결과를 보인다.

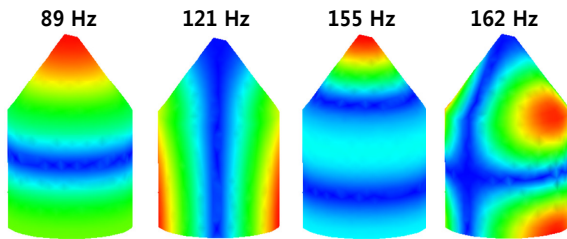


Fig. 6. Acoustic mode shape of inner cavity of structure

#### 4.2 SEA 해석

SEA 해석 모델은 Fig. 7과 같이 구조물을 7개의 구조, 1개의 음향, 총 8개의 하부시스템으로 구성하였다. 구조 하부시스템에서 외부음장으로 손실되는 에너지는 VA One의 Semi-Infinite Fluid로 모사하였다. 구조 하부시스템의 DLF는 5%, 음향 하부시스템의 흡음률은 1%를 가정하였으며 연결된 하부시스템 간의 CLF는 VA One에서 제공하는 이론치를 사용하였다. 음향가진은 Diffuse Acoustic Field로 밀판을 제외한 모든 구조 하부시스템에 인가하였다. 해석은 1/3 옥타브 밴드로 수행하였으며 하부시스템의 밴드 당 모드수가 3개 이상인 500 Hz부터 10,000 Hz로 해석 주파수 밴드를 선정하였다.

Fig. 8은 SEA 해석과 시험 결과를 보여준다. 전반적으로 해석과 시험 결과가 잘 일치하는 것을 볼 수 있으며 해석 주파수 대역에서 1.2 dB 이내의 오차를 보

인다. OASPL로 비교 시 해석과 시험 결과는 각각 98.0 dB와 98.3 dB로 해석이 시험 값을 잘 예측하고 있다.

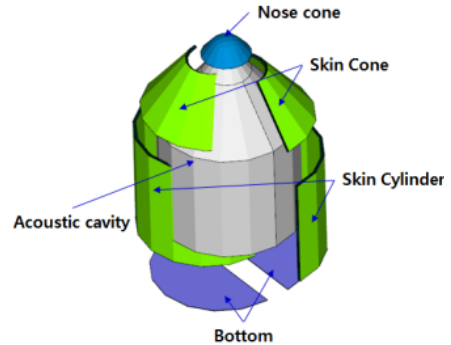


Fig. 7. Structure SEA model

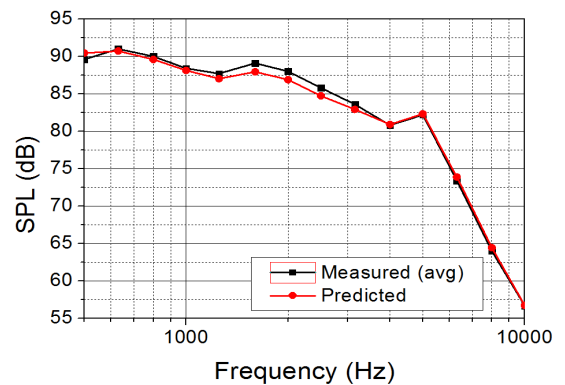


Fig. 8. Comparison of SEA predicted and measured SPL inside structure

#### 4.3 전주파수 대역 해석 및 시험 결과 비교

50~10,000 Hz 주파수 대역에서의 해석 및 시험 결과(표준편차 포함)를 1/3 옥타브 밴드로 Fig 9에 비교하였다. 저주파수 대역에서는 위치에 따라 표준편차가 큰데, 125 Hz 이상의 주파수 대역에서 FE-BEM 해석과 시험 결과의 표준편차가 서로 겹치는 것을 볼 수 있다. SEA 해석결과는 1600~2500 Hz 부근에서 계측치의 표준편차 범위를 벗어나지만 시험 평균값과 해석 값의 차이가 1.2 dB 이내로 매우 미미하다. 전 주파수 대역에서 예측된 OASPL은 100.0 dB로 시험에서 계측된 100.5 dB와 거의 동일하다. FE-BEM과 SEA 해석 결과가 모두 존재하는 500 Hz와 630 Hz 주파수 대역에서는 FE-BEM 예측 값(시험 값과 차이: 0.6 dB 이

내)이 SEA 예측 값(시험 값과 차이: 0.9 dB 이내)보다 시험 값에 더 근접하지만 두 해석 값의 차이는 약 0.3 dB로 계측 값의 표준편차 보다 작은 값으로 계산비용 등을 고려할 시 SEA로 해석하는 것이 더 유리할 수 있다.

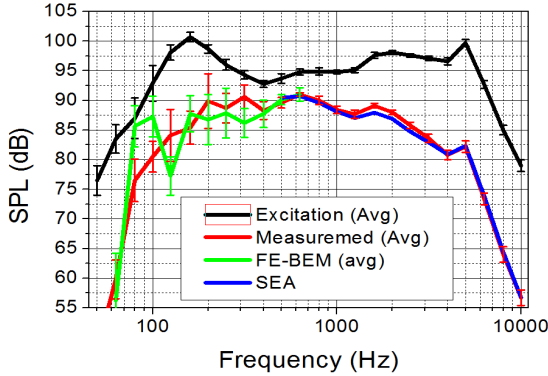


Fig. 9. Full-frequency band comparison of predicted and measured SPL inside structure

구조물에 의한 음향저감 성능을 확인하기 위해 NR을 식 (12)를 사용하여 구하였다<sup>9)</sup>. 식 (11)에서  $P_{outside}$ 는 구조물 외부에서 계측된 음압 레벨의 평균값, 즉 평균 음향 가진 레벨, 을 사용했으며  $P_{inside}$ 는 구조물 내부에서 계측된 음압의 평균 값, 즉 음향 가진에 대한 구조물 내부 평균 음향 응답 값, 을 사용하였다. 마찬가지로 해석 결과의 NR은 구조물에 인가된 가진 음압레벨과 해석을 통해 계산된 구조물의 내부 음압의 평균값을 사용하였으며 시험과 해석을 통해 얻은 NR 결과를 Fig. 10에 나타내었다.

$$NR = 20 \log_{10} \left| \frac{P_{outside}}{P_{inside}} \right| \quad (12)$$

구조물 내부의 흡음률이 작기 때문에 NR은 투과손실 (Transmission Loss; 이하 TL)과 유사한 값을 가진다고 볼 수 있는데 Fig. 10의 결과는 일반적으로 알려진 평균의 TL 특성과 유사한 경향을 보인다<sup>10)</sup>. 구조의 첫 번째 모드(87 Hz) 이하의 주파수 대역에서는 NR이 큰 값을 가지는데 이는 강성에 의해 지배되는 구간으로 진동이 잘 발생하지 않아 내부로 방사되는 음향이 작기 때문이다. 첫 번째 구조모드가 위치한 주파수 대역에서는 구조 진동으로 인한 방사로 NR 값이 작아진

후 질량 법칙에 따라 잠시 증가하는 추세를 보인다. 그 후 주파수 대역에서는 다시 NR 값이 감소하는데 이는 구조와 음향의 음속이 같아지는 일치 주파수 (coincidence frequency)로 공기의 파장이 구조물 굽힘 파의 파장보다 짧아짐으로 인해 구조에 의한 방사가 잘 일어나기 때문이다. 이후 고주파수 대역에서는 NR 값이 주파수가 증가함에 따라 증가함을 볼 수 있다. 전반적으로 예측된 NR 값이 시험 결과의 추세를 잘 따라가는 것을 볼 수 있다.

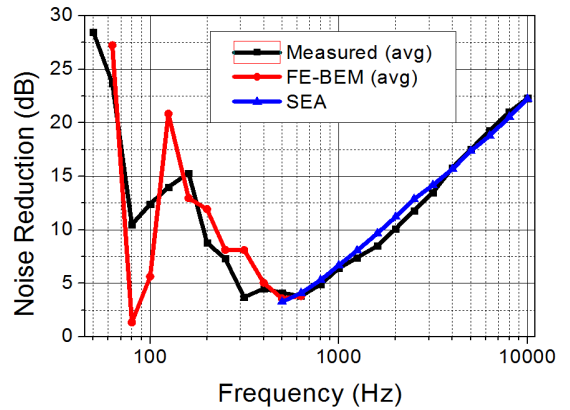


Fig. 10. Comparison of measured and predicted noise reduction

## 5. 결론

본 논문에서는 높은 비강성을 가지는 샌드위치 복합재 외피로 구성된 음향 연구용 구조물에 대해 50~10,000 Hz 주파수 대역에서 FE-BEM과 SEA 해석 기법을 적용해 음향 해석을 수행하였다. FE-BEM 해석 기법의 고주파수 한계는 해석 모델 크기를 고려해 800 Hz로 선정하였으며 SEA 해석 기법 저주파수 한계는 각 SEA 하부시스템의 모드밀도를 고려해 500 Hz로 선정하였다. 잔향실 음향 시험 시 계측된 구조물 내부 음압레벨의 표준편차는 1/3 옥타브밴드 기준으로 400 Hz에서부터 1.5 dB 이내로 들어오며 따라서 SEA로 해석한 평균값이 내부 음압레벨을 잘 대표해 주고 있음을 알 수 있다. 그 이하의 저주파수 대역에서는 계측 값의 표준편차가 크기 때문에 FE-BEM 같이 계측 위치별로 예측할 필요가 있다. 해석 결과 전 주파수 대역에서 예측된 평균 OASPL은 약 100.0 dB

로 계측된 평균 OASPL 100.5 dB와 유사하며 일치주파수 현상을 포함해 전반적으로 주파수별 구조에 의한 음향 저감 특성을 잘 예측하는 것을 확인하였다.

## References

- [1] S. A. Hambric, S. H. Sung, D. J. Nefske, "Engineering Vibroacoustic Analysis," John Wiley & Sons, Inc., 2016.
- [2] J.-Y. Lim, "New Method for Noise and Vibration Analysis: The Hybrid FE-SEA Method," Journal of KSNVE, Vol. 20, No. 6, pp. 4~10, 2010.
- [3] F. Fahy and P. Gardonio, "Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response, 2<sup>nd</sup> Edition," Elsevier, 2007.
- [4] S.-W. Choi, K. Kim, D.-S. Cho, and K.-Y. Suh, "Analysis of Acoustic Radiation Efficiency and Underwater Radiated Noise of Double Bottom-shaped Structure," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 49, No. 2, pp. 158-163, 2012.
- [5] A. Attardo, "Vibroacoustic Analysis for Qualification of VEGA Upper Stage," 9th Pegasus-AIAA Student Conference, Milano, Italy, 2013.
- [6] F. Holmstrom, "Structure-Acoustic Analysis Using FEM/BEM; Implementation in MATLAB," Master's Dissertation, Lund University.
- [7] R. H. Lyon, R. G. Dejong, Theory and Application of Statistical Energy Analysis 2<sup>nd</sup> Edition, RH Lyon Corp(2nd edition), 1998.
- [8] D.-O. Lee, H. W. Jang, J. H. Han, S. H. Woo, "Vibro-Acoustic Analysis of Low Altitude Earth Observation Satellite using Statistical Energy Analysis," Computational Structural Engineering, Vol. 22, No. 6, pp. 49~55, 2009.
- [9] S.-H. Seo, S.-H. Park, H.-K. Jeong, Y.-S. Jang, "Acoustic Analysis in the Payload Fairing of Launch Vehicle," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 12, pp. 1146~1151, 2011.
- [10] D. A. Bies and C. H. Hansen, "Engineering Noise Control 4<sup>th</sup> Edition," Spoon Press, 2009.