ISSN 1975-8359(Print) / ISSN 2287-4364(Online)
The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers Vol. 67, No. 9, pp. 1202~1209, 2018
http://doi.org/10.5370/KIEE.2018.67.9.1202

2 자유도 지적 PID 제어기의 파라미터 설정

Optimal Tuning Strategy for 2-Degree-of-Freedom i-PID Controllers

최 연 욱*
(Yeon-Wook Choe)

Abstract - This paper is concerned with the problem of setting controller's parameters when applying the intelligent PID (i-PID), which has recently been proposed and had many successful results, to the two-degree-of-freedom (2DoF) PID controller structure. Generally, the parameter settings of conventional PID controllers are known to be quite difficult and be dependent on the characteristics of the plants. In addition, it is less known how the two 2DoF parameters are set up for the improvement of transient characteristics. Here, we are going to present one of the criteria for parameter setting in the case of using a 2DoF i-PID, by evaluating the error signals to the set-point and disturbance. That is, we first, obtain parameters of i-PID by optimizing the disturbance responses, and then determine two parameters of 2DoF component through optimizing set-point response. The standard values of all parameters are calculated for the 7 types of test batches and rounded up as a table.

Key Words : i-PID (intelligent PID), Two-degree-of-freedom control systems, Optimal tuning

1. 서 론

제어시스템의 자유도(degree of freedom)는 독립적으로 조정할 수 있는 폐루프 전달함수의 개수로서 정의되며 이러한 형태의 자유도는 1960년 전반 Horowitz애 의해 처음 제안되었다[1]. 제어시스템의 설계에는 다양한 사양을 고려해야 하므로 두 개의 자유도(Two-Degree-of-Freedom, 이하 2자유도로 표기) 시스템이 하나의 자유도(One-Degree-of-Freedom, 이하 1자유도로 표기)보다 유리하다는 사실은 자연스러운 것이다. 예를 들어 외란억제성능과 기준신호특성이라는 두 종류의 성능을 동시에 만족시켜야 한다는 당위성으로부터, 먼저 PID를 이용하여 외란억제성능을 만족하는 폐루프시스템으로 조정한 뒤, 여분의 파라미터로서 기준신호특성을 조정하는 방법이 제기되었다[2]~[4].

문헌 [2]~[4]에는 산업용의 다양한 2자유도 PID 제어기를 제안하고 있으며, 기존의 'Advanced-type PID' 제어기와의 상호관련성, 2자유도 제어기의 구조에 따른 효과 및 이를 위한 최적파라미터 목록 등을 포함한 상세한 분석이 제시되어있다. 그러나 PID 제어기의 파라미터 설정에 관한 수많은 연구에도 불구하고, 플랜트가 고차, 또는 시간지연 등이 존재하는 등의 경우에는 그 파라미터의 조정이 일반적으로 쉽지 않다[5]. 또한 파라미터가 적절하게 선정되었다 하더라도, 만약 플랜트의 특성이 변화한다면 PID의 파라미터의 재조정의 필요성이 대두된다.

한편, 비선형제어의 간단화 등을 위해 지적-PID[1] 제어(intelligent PID control, 이하 i-PID로 표기)라는 새로운 제어기법이 M. Fliess, C. Join 등에 의해 제안되었다[6]~[8]. 이 기법은 제어대상의 모델을 거의 필요로 하지 않는 등의 특징을 가지는 것으로 기존 PID를 대체할 수 있는 유망한 제어기법의 하나이며, 현재 다양한 종류의 플랜트에 적용한 실험결과가 보고되고 있다[9]~[11].

i-PID는 위에서 언급한 바와 같이 훌륭한 특징을 가지고 있지만, 기본적으로 과도특성 등의 면에서 항상 만족스러운 결과를 나타내는 것은 아니다[2]. 특히 기준신호가 flattness의 조건 등을 만족하지 않는 경우나, 응답특성이 i-PID에서 사용자가 결정해야 하는 변수 α_A 에의 의존성 등을 고려하면 응답의 과도특성을 충분히 고려하고 있다고 보기는 어려운 것으로 생각된다[12]. 본 연구에서는 2자유도 구조를 i-PID에 적용함으로서 이와 같은 i-PID의 구조적 약점을 보완하는 방법을 제시한다. 즉 강인성을 중심으로 하는 i-PID의 장점을 유지하면서 2자유도 구조에 의한 과도특성의 개선을 추구하는 것이다.

가장 일반적인 2자유도 PID 구조인 피드포워드 형의 경우, 1) 외란응답이 최적으로 될 수 있도록 PID의 계수를 설정하고, 2) 외란응답이 변하지 않도록 하면서 기준신호에 대한 응답을 최적으로 하는 두 개의 2자유도 변수를 적절히 조정한다, 는 순서를 취하고 있다[4]. 그러나 i-PID의 작동원리는 제어대상의 움직임

* Corresponding Author : Dept. of Control and Measurement Engineering, Pukyong National University, Korea.
E-mail: wook@pknu.ac.kr
Received : April 27, 2018; Accepted : August 24, 2018

1) 영어 'intelligent'를 지적(知的)으로 표현하였다.

2) 특히 기준신호로서 flatness-based-output를 필요로 한다는 점에서 보면, 일반적인 계단(step)신호와 같이 급격하게 변동하는 신호의 경우 과도특성이 급격하게 악화한다.

Copyright ⓒ The Korean Institute of Electrical Engineers
This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/)which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

을 아주 짧은 시간에만 유효한 것으로 가정하기 때문에, 2자유도의 두 파라미터의 설정값을 해석적으로 구하는 것으로 상당히 어려운 것으로 생각된다. 따라서 본 연구에서는 2자유도 i-PID구조를 위해 먼저 외란응답특성을 최적화하는 i-PID의 파라미터를 결정한 뒤, 기준신호에 대한 오차 최적화기법을 적용하여 2자유도의 두 개 파라미터를 결정하는 두 단계 튜닝법을 이용하였다. 이러한 과정을 일차지연 및 이차지연 시스템의 형식을 포함하는 일곱 종류 플랜트에 대하여 2자유도 i-PID제어기의 기준 파라미터 값을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 제2장에서는 i-PID제어의 기본 원리와 2자유도의 구조 의 특징 등에 대하여 간단히 언급하며, 제3장에서 i-PID를 가지는 1자유도와 2자유도 구조의 비교를 수행한다. 즉 2자유도 구조로 인해 추가된 두 개 파라미터로 인한 시스템의 응답특성의 향상을 Anisochronic 모델을 이용하여 확인한다. 또한 2자유도 i-PID구조에서 i-PID의 세 개의 파라미터(즉 K_p, T_i, 및 T_d)의 설정에 따른 응답의 변화 및 2자유도 변수 α, β의 증감에 따른 특성변화를 제4장에서 확인하고, 제5장에서 7개의 시스템에 대한 2자유도 i-PID제어기의 기본 파라미터 값을 계산하고 이를 표로서 정리한다. 제6장에서는 예제를 이용하여 본 논문에서 제시한 기본 파라미터 값의 유효성을 확인하고, 이상의 결과에 대한 결론과 향후 과제 등을 제7장에 정리한다.

2. i-PID 제어와 2자유도의 구조

2.1 i-PID 제어

i-PID제어기법의 자세한 내용은 참고문헌 [6]~[9]에 맡기고, 여기서는 앞으로의 수식전개에 있어 필요한 부분만을 간략히 나타내기로 한다.

i-PID에서는 제어대상의 움직임을 아주 짧은 시간 동안에만 유효한

$$y^{(\nu)}(t)=F(t)+\alpha_A u(t) \tag{1}$$

로 나타낸다. 여기서 미분계수 ν는 일반적으로 1 또는 2이며 α_A는 사용자가 결정해야 할 파라미터이다. 또한 $F(t)$에는 제어대상의 모든 정보가 들어있으며, 임의 시각에 있어서의 $F(t)$ 값은 $u(t)$와 $y^{(\nu)}(t)$를 이용하여 실시간으로 계산된다. 이때 제어대상으로의 입력은 다음과 같이 구성하는 것이 i-PID제어기($\nu=2$의 경우)의 기본적인 개념이다.

$$u(t)=\frac{1}{\alpha_A}\left(-F(t)+\ddot{r}(t)+K_P e(t)+K_I\int e(\tau)d\tau+K_D\dot{e}(t)\right) \tag{2}$$

단 $r(t)$는 기준신호, $e(t)=y(t)-r(t)$는 추종오차, 및 K_P, K_I, K_D는 일반적인 PID제어기의 이득을 나타낸다. 식 (2)에 의한 폐루프 응답의 오차방정식은

$$\ddot{e}(t)+K_P e(t)+K_I\int_0^t e(\tau)d\tau+K_D\dot{e}(t)=0 \tag{3}$$

로 되며, 따라서 폐루프의 특성다항식

$$f_c(s)=s^3+K_D s^2+K_P s+K_I \tag{4}^{3)}$$

가 안정으로 될 수 있도록 K_P, K_I, K_D를 설정한다면 $e(t)\to 0, (t\to\infty)$로 되어, 식 (2)의 제어입력에 의해 $y(t)$는 $r(t)$에 수렴하게 된다.

실제 $F(t)$는 미지이기 때문에 식 (1)을 이용하여 실시간으로 계산해야 한다. 이를 위해 식 (1)의 $u(t)$ 대신에 충분히 작은 값을 가지는 시간 $h,(>0)$만큼 이전 값 $u(t-h)$을 사용하기로 한다. 즉 $F(t)$ 대신에

$$[F(t)]_e=\ddot{y}(t)-\alpha_A u(t-h),(\text{단, } u(t-h)\simeq u(t)) \tag{5}$$

의 추정값을 사용한다. 식 (5)를 식 (2)에 대입하면 실제의 제어입력은 다음으로 주어지며, 이를 블록선도로 나타낸 것이 [그림 1]이다[4].

$$u(t)=\frac{1}{\alpha_A}\left(\ddot{e}(t)+\alpha_A u(t-h)+K_P e(t)+K_I\int_0^t e(\tau)d\tau+K_D\dot{e}(t)\right) \tag{6}$$

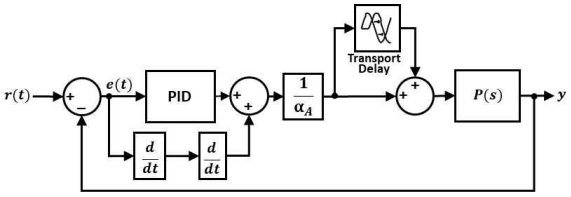

그림 1 i-PID 제어시스템의 구조
Fig. 1 i-PID controller ($\nu=2$)

2.2 2자유도 PID 제어

2자유도 제어시스템의 일반적인 형태를 [그림 2]에 나타내었다. 여기서 제어기는 두 개의 보상기 $C(s)$와 $C_f(s)$로 구성되며, $P(s)$는 제어대상, r, d 및 y는 기준신호, 외란, 및 출력을 각각 나타내며, 신호 r에서 y, 및 d에서 y로의 전달함수는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$G_{yr2}(s)=\frac{P(s)\{C(s)+C_f(s)\}}{1+P(s)C(s)} \tag{7}$$

3) $\nu=1$의 경우에는 식 (4)는 $f_c(s)=s^2+K_P s+K_I$로 주어지며, i-PI 제어의 형식을 하고 있음을 알 수 있다.

4) 블록선도로서 식 (6)을 정확하게 표현하는 것은 불가능하기 때문에, h가 충분히 작은 값을 가진다는 가정을 이용하면 [그림 1]로 나타낼 수 있다.

$$G_{yd2}(s)=\frac{P(s)}{1+P(s)C(s)} \tag{8}$$

이때 계단상으로 변화하는 기준신호 r에 대한 정상상태 오차 $e=r-y$가 영으로 되기 위해서는 다음의 두 조건[5]이 필요하다[4].

$$\lim_{s\to 0}C(s)=\infty \tag{9a}$$

$$\lim_{s\to 0}\frac{C_f(s)}{C(s)}=0 \tag{9b}$$

식 (9)의 두 조건을 만족시키는 형식의 제어기로서, $C(s)$에는 적분기를 포함시키고 $C_f(s)$에는 미분기만을 포함시키는 다음과 같은 형식이 일반적이다[13].

$$C(s)=K_p\left\{1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right\}\equiv K_P+\frac{K_I}{s}+K_D s \tag{10}$$

$$C_f(s)=-K_p\{\alpha+\beta T_d s\} \tag{11}$$

여기서 $K_p, T_i,$ 및 T_d는 PID제어기의 기본파라미터인 비례이득, 적분시간 및 미분시간이며, α와 β는 2자유도의 파라미터이다. 기준신호 r과 출력 y를 독립적으로 이용한다는 관점에서 2자유도의 구조는 [그림 2] 외에도 다양한 형식이 존재한다[4].

2자유도구조는, 외란특성에는 영향을 미치지 않으면서 기준신호응답을 $C_f(s)$로서 보상하여 그 특성을 개선하고자 하는 것을 의미한다. 이러한 관점에서 2자유도의 설계방침은 일반적으로 다음과 같이 주어진다.

1) 외란응답특성을 최적으로 하는 보상기 $C(s)$, 즉 PID 제어기의 파라미터를 결정한다.
2) 기준신호응답의 과도특성, 예를 들어 오버슈터 등이 최적으로 될 수 있도록 피드포워드 보상기 $C_f(s)$의 파라미터 α와 β를 결정한다.

본 논문에서는 [그림 2]의 2자유도 구조의 보상기 $C(s)$로서 i-PID제어기를 사용하는 경우에 있어서 플랜트 $P(s)$의 종류에 따른 제어기 파라미터의 기준값을 제시한다.

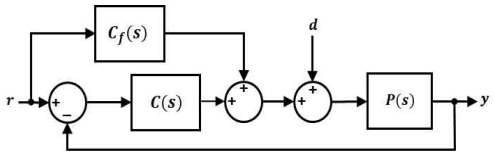

그림 2 2자유도 시스템
Fig. 2 2DoF Control System

5) 이 조건은 일정한 크기의 외란 d에 대한 출력 y의 정상상태가 영으로 되기 위한 조건과 동일하다.

3. i-PID를 적용한 2자유도 제어

앞에서 언급한 바와 같이 2자유도가 가지는 여분의 두 개 파라미터를 활용함으로서 두 종류(즉 외란과 기준신호)의 신호에 대한 응답특성을 개선할 수 있다. 즉

$$G_{yr2}(s)=G_{yr1}(s)+\frac{P(s)C_f(s)}{1+P(s)C(s)} \tag{12}$$[6]

$$G_{yd2}(s)=G_{yd1}(s) \tag{13}$$

로 되어 외란응답은 1자유도와 2자유도 구조 사이에 변화가 없으나, 기준신호응답특성은 식 (12)로부터 2자유도의 $C_f(s)$를 이용하여 변화시킬 수 있다. 본 연구에서는 i-PID 제어기의 뛰어난 외란억제성능을 고려하여[11],[12] $C(s)$로서 i-PID제어기를 사용하며, 2자유도 파라미터로서 기준신호 응답특성의 향상을 목표로 한다.

● i-PID에서의 2자유도 효과

$C(s)$로서 i-PID제어기를 사용한 경우, 2자유도와 1자유도 구조에 있어서의 출력응답특성(오차, 강인성 등)을 확인한다. 이를 위해 입력단과 내부에 시간지연을 가지는 다음과 같은 Anisochronic 모델을 사용한다[12],[14].

$$P(s)=\frac{Ke^{-s\tau}}{Ts+e^{-s\phi}} \tag{14}$$

여기서 T는 시정수이며, ϕ는 내부, τ는 외부의 지연을 각각 나타낸다. 분모에 존재하는 지연요소로 인해 식 (14)은 적은 수의 파라미터로서 과제동과 부족제동의 동특성을 표현할 수 있다는 장점을 가진다.

식 (14)의 모델을 사용하여 2자유도와 1자유도 i-PID에서의 응답특성, 즉 오차 $e=r-y$를 확인하기로 한다. 이때 i-PID의 파라미터는 양쪽 모두 동일하게 선정하였으며, 2자유도 변수 (α,β)는 다음 식을 최소화하는 최적화문제로서 선정하였다.

$$\min_{\hat{\theta}_2} J_{er}(\hat{\theta}_2)=\int_0^\infty \left|e(t,\hat{\theta}_2)\right|dt \tag{15}$$

단 $\hat{\theta}_2=(\alpha,\beta)$이다. 시뮬레이션에서는 Anisochronic 모델의 시정수 T의 영향을 배제하고 시간지연 요소만의 특성을 파악하기 위하여 식 (14)를 다음과 같이 규정화(normalize)한다. 즉 $\hat{s}=Ts$로 두면 식 (14)는

$$\hat{P}(s)=\frac{e^{-\hat{s}\hat{\tau}}}{\hat{s}+e^{-\hat{s}\eta}} \tag{16}$$

6) $G_{yr1}(s), G_{yr2}(s)$에서 첨자 '1' 및 '2'는 1자유도와 2자유도 구조를 의미한다.

로 되며, 규정화된 외부지연과 내부지연은 각각 다음으로 정의된다.

$$\hat{\tau}=\frac{\tau}{T},\ \eta=\frac{\phi}{T} \tag{17}$$

식 (16)의 Anisochronic 모델에서 두 지연요소의 변동, 즉 $\hat{\tau}$가 0에서 2[s]까지 0.2초 간격으로 (11단계) 변화할 때 η를 0에서 $\eta=2e^{-1}\approx 0.73$[s]까지 0.07 간격으로 (11단계) 변화시켜 각 경우에 대한 J_{er}을 계산하여 비 J_{er2}/J_{er1}를 [그림 3]에 나타내었다.

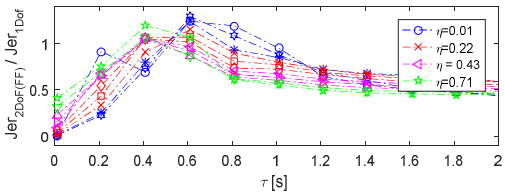

그림 3 2자유도와 1자유도의 오차특성의 비

Fig. 3 The Ratio of Error Characteristics between 1DoF and 2DoF

그림으로부터 내부와 외부지연의 거의 전 영역에서 2자유도의 효과가 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

4. 2자유도 i-PID제어기의 파라미터 설정

(1) i-PID제어기의 파라미터와 응답특성

i-PID제어기의 경우 식 (2)의 제어입력에 의한 폐루프특성다항식이 식 (4)로 주어지기 때문에 i-PID의 파라미터 K_P, K_I, K_D는 기본적으로 식 (4)를 안정화할 수 있도록 선정된다. 이는 $\nu=2$의 경우 폐루프응답과 제어기 파라미터 사이의 관계는, 두 개의 적분기로 이루어진 플랜트에 기존 PID제어를 적용한 경우로 볼 수 있다. 이러한 사실로부터 오차다항식은 플랜트의 파라미터에 의존하지 않기 때문에 외란응답을 최소화하도록 선정된 다항식으로부터 간단히 i-PID의 파라미터를 결정할 수 있다.

오래전부터 제어기의 파라미터 설정법에 대한 다양한 연구논문과 문헌 등이 보고되고 있으나[15], 그 설정법이 사용하기에 간단하고 또 그 결과가 항상 양호한 것으로 보기 어렵다. 이에 반해 i-PID제어기는 식 (4)의 오차다항식을 안정화하는 것으로서 그 파라미터를 선정할 수 있으며, 동시에 플랜트의 파라미터에 의존하기 않기 때문에 시스템의 변동에 따른 제어기의 재설계를 필요로 하지 않는다.

먼저 시간지연을 가지는 일차시스템을 이용하여 오차다항식 $f_e(s)=0$의 근의 위치변화에 따른 출력특성을 확인한다.

$$P(s)=\frac{e^{-Ls}}{1+Ts} \tag{18}$$

에 $C(s)$로서 i-PID와 PID를 각각 사용하여 응답특성을 나타낸 것이 [그림 4]이다. 이때 $T=1$, $L=0.2$로 두었으며 PID의 파라미터는 가장 보편적인 CHR(Chien-Hrones-Reswick)기법을 적용하여 얻은 결과를 사용하였으며, i-PID의 경우는 $f_e(s)=(s+a)^3$의 형식의 오차다항식에서 a를 -2에서 -5까지 변화시켜 식 (4)에 의해 결정하였다.

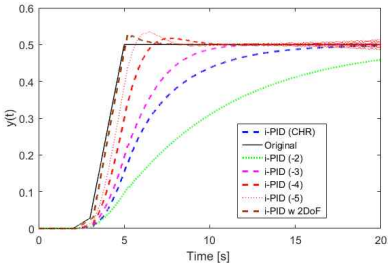

그림 4 식 (18)의 응답파형

Fig. 4 Responses of Eq. (18)

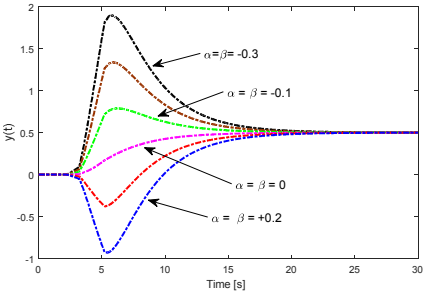

그림 5 α,β의 변화에 따른 출력

Fig. 5 Outputs according to changes of α,β

i-PID의 경우 폐루프의 극을 좌측에 가져갈수록 추종특성이 개선되는 예상된 결과를 보이지만, 미분기를 사용하는 i-PID의 구조로 인해 급격한 입력의 변동(극의 과도한 좌측 이동)은 출력에 진동성분이 나타날 수 있다는 사실을 확인할 수 있다.

(2) 2자유도 파라미터와 응답특성

[그림 5]는 $C(s)$로서 i-PID를 사용하고 $C_f(s)$의 두 변수 α,β를 동일한 값으로 하여 연속적으로 변화시켰을 때의 출력을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 α,β의 값에 따라 파형이 연속적으로 변화하고 있음을 볼 수 있다. 이러한 사실은, 부족감쇠 ($\alpha=\beta=0$)를 보이는 응답에서 과감쇠($\alpha=\beta=1$) 경향인 응답파형으로 연속적으로 변화하는 기존 2자유도 PID의 경우와 거의 유사한 결과를 보이고 있음을 확인할 수 있다[7].

7) 미분기를 사용하는 i-PID제어기의 구조상의 특성으로 인해 2자유도 파라미터 α,β의 값이 PID의 경우와 반대방향으로 작동하고 있다.

5. 2자유도 파라미터의 설정

2자유도구조는 폐루프 보상기 $C(s)$로서 출력의 과감쇠(혹은 부족감쇠)부분을 보상해줌으로서 응답의 과도특성을 개선시키는 역할을 하는 것으로서, 이러한 효과는 기준신호 r에서 응답 y까지의 영점 재배치에 의해 이루어지는 것으로 볼 수 있다. 그러나 [그림 2]에서 $C(s)$로 PID를 사용한 경우 제어대상의 종류에 따른 2자유도 보상기 $C_f(s)$의 파라미터 α, β의 설정에 관한 기준은 제시되어 있지만[4], 여전히 PID의 계수설정은 쉽지 않은 것으로 알려져 있다[5].

여기서는 2자유도구조에서 $C(s)$로서 i-PID제어기를 사용한 경우, 2자유도 파라미터의 설정에 대해 알아본다. 일반적으로 2자유도구조를 사용한 경우의 설계순서는,

(1) $C(s)$, 즉 i-PID의 파라미터 K_P, K_I, K_D 및 α_A를 외란응답이 최소화하도록 설정한다.
(2) 기준신호응답 오차를 최소화하는 2자유도 파라미터 α, β를 선정한다.

로 주어진다.

● i-PID의 경우

식 (6)의 형식으로 주어지는 i-PID제어기로서 구성된 폐루프의 특성다항식은 식 (4)로 주어진다. 기존의 PID제어기의 복잡한 파라미터 설정기법에 비해 i-PID의 경우는 식 (4)를 안정화시키는 K_P, K_I, 및 K_D로서 충분하다. 그러나 식 (4)의 근의 위치와 응답특성과의 관계는 일반적인 폐루프시스템과 마찬가지로, 특성다항식의 근을 좌측으로 가져갈수록 빠른 응답특성을 얻을 수 있다. 그러나 i-PID의 경우는 그 구조상의 특징으로 인해 일반적으로 응답에 진동성분이 포함되는 경우가 많기 때문에[16], 다항식의 근의 위치와 응답특성과의 관계가 명확하지 않다[8]. 본 논문에서는 i-PID제어기의 장점의 하나로 지적되고 있는 플랜트의 모델에 의존하지 않는 파라미터 설정, 즉 비교적 간단히 i-PID의 파라미터 $\{K_P, K_I, K_D\}$를 결정할 수 있다는 점에 중점을 두어 식 (4)로 주어지는 오차방정식이 동일한 위치에 세 개(혹은 두 개)의 근을 가지는 가정, 즉 $f_e(s)=(s+a)^3$에서 가장 외란특성이 양호한 폐루프의 극을 선정하고, 이로부터 식 (5)에 의해 $\{K_P, K_I, K_D\}$를 선정하는 방법, 즉 다음의 외란응답 y_d이 최소가 되도록 하는 오차방정식의 근(즉 a 값)을 선정한다.

$$\min_a J_{ed}(a)=\int_0^\infty \left|y_d(t,\hat{\theta}_1)\right|dt \tag{19}$$

이와 같이 선정된 a값에 의한 $\{K_P, K_I, K_D\}$ 값은 최적의 값이라고 할 수는 없으나, 시스템의 특성에 따라 미세조정을 쉽게 수행할 수 있다는 장점이 있기 때문에 광범위한 제어대상을 취급하는 경우에 편리한 것으로 생각된다.

8) 시뮬레이션에 의하면 허수부가 영으로 폐루프의 근을 좌측으로 가져가면 폐루프응답이 악화하였다.

● 2자유도 파라미터의 경우

위에서 언급한 바와 같이 2자유도 구조는 기준신호응답(즉 과도특성)의 개선을 목적으로 사용된다. 이 경우 기준신호 r에 대한 오차 $e=r-y$의 최적화문제로서 두 개 파라미터 $\hat{\theta}=(\alpha, \beta)$를 선정한다.

$$\min_{\hat{\theta}} J_{er2}(\hat{\theta})=\int_0^\infty \left|e(t,\hat{\theta})\right|dt \tag{20}$$

5.1 제어대상에 따른 기준 파라미터

여기서는 일곱 종류의 플랜트에 대해 식 (19), (20)에 근거를 둔 가장 근접한 파라미터를 계산하고 이를 [표 1]~[표 7]에 정리하였다. 각 플랜트는 다음으로 주어진다[4].

$$P_1(s)=\frac{e^{-Ls}}{1+Ts} \quad (21), \qquad P_2(s)=\frac{e^{-Ls}}{(1+Ts)^2} \quad (22)$$

$$P_3(s)=\frac{e^{-Ls}}{(1+Ts)^3} \quad (23), \qquad P_4(s)=\frac{e^{-Ls}}{s} \quad (24)$$

$$P_5(s)=\frac{e^{-Ls}}{s(1+Ts)} \quad (25), \qquad P_6(s)=\frac{e^{-Ls}}{s(1+Ts)^2} \quad (26)$$

$$P_7(s)=\frac{e^{-Ls}}{1+Ts+T^2s^2} \tag{27}$$

[표 1~7]의 결과를 정리하면 다음과 같다[9].

(1) 오차다항식 $f_e(s)=0$의 극의 이동에 대한 2자유도 파라미터 (α,β)의 변화는 작지만, 외란응답특성(즉 J_{ed2})에는 큰 차이가 발생한다.
(2) 1자유도에 대한 2자유도 구조의 장점, 즉 기준신호응답특성(J_{er2})이 명확하다.
(3) 외란응답(즉 J_{ed2})을 최소화하는 오차방정식의 근의 위치는 시간지연 L의 크기에 의존하며, 플랜트의 특성에 따른 의존성은 그다지 크지 않다.
(4) 진동특성을 가지는 제어대상 (27)는 일반적으로 제어기 파라미터의 변동에 따르는 감도가 좋지 않기 때문에 오차다항식의 근의 선정에 주의가 필요하다. [표 7]로 알 수 있는 바와 같이 J_{ed2} 및 J_{er2} 값이 (다른 플랜트에 비해) 대체로 좋지 않다.

● i-PID의 파라미터 α_A의 선정

i-PID제어의 식 (1)로 정의되는 α_A는 그 선정결과에 따라서는 폐루프가 발산할 수도 있는 중요한 파라미터이다. 그러나 폐루프의 안정성과 α_A의 크기와 관련하여 플랜트가 선형인 경우에 대한 고찰이 있으나[18], i-PID의 능력이 발휘되는 비선형시스템

9) [표]의 계산에서 기준으로 사용된 외란신호 d는 크기 0.5인 계단신호를, 기준신호 r은 i-PID제어의 조건(flatness-based-output)을 만족하는 신호를 생성 각각 사용하였다(예제 참조).

의 경우에는 그 한계가 명확하지 않다.

일반적으로 α_A 값은 플랜트의 특성과 오차다항식의 근의 위치

표 1 플랜트 (21)의 최적 파라미터

Table 1 Optimal Parameters for Plant (21)

L/T	$f_e(s)=0$	J_{ed2}	J_{er1}	α	β	J_{er2}
0.1	-3.5	2.009	2.372	-0.0261	-0.0959	0.1295
0.2	-3.5	2.194	2.391	-0.0249	-0.0957	0.2252
0.4	-3.6	2.125	2.274	-0.0207	-0.0914	0.4365
0.8	-3.8	2.630	2.617	-0.0086	-0.0755	1.0620

표 2 플랜트 (22)의 최적 파라미터

Table 2 Optimal Parameters for Plant (22)

L/T	$f_e(s)=0$	J_{ed2}	J_{er1}	α	β	J_{er2}
0.1	-4.3	3.086	3.985	-0.0006	-0.1058	1.188
0.2	-4.0	3.934	4.948	-0.0009	-0.1096	1.419
0.4	-3.4	5.628	6.313	-0.0066	-0.1258	1.846
0.8	-2.9	9.281	8.997	-0.0121	-0.1463	2.727

표 3 플랜트 (23)의 최적 파라미터

Table 3 Optimal Parameters for Plant (23)

L/T	$f_e(s)=0$	J_{ed2}	J_{er1}	α	β	J_{er2}
0.1	-2.8	11.876	11.73	-0.0151	-0.1943	3.011
0.2	-2.7	13.018	13.57	-0.0090	-0.1908	3.192
0.4	-2.6	15.391	14.03	-0.0185	-0.2108	3.705
0.8	-2.4	20.531	18.10	-0.0169	-0.2275	4.625

표 4 플랜트 (24)의 최적 파라미터

Table 4 Optimal Parameters for Plant (24)

L/T	$f_e(s)=0$	J_{ed2}	J_{er1}	α	β	J_{er2}
0.1	-3.5	5.6950	5.376	0.0020	-0.0956	0.1671
0.2	-3.5	6.8193	6.163	0.0039	-0.0905	0.3191
0.4	-3.4	12.232	8.303	0.0084	-0.0781	0.6150
0.8	-2.8	114.11	42.28	0.0147	-0.0910	1.2850

표 5 플랜트 (25)의 최적 파라미터

Table 5 Optimal Parameters for Plant (25)

L/T	$f_e(s)=0$	J_{ed2}	J_{er1}	α	β	J_{er2}
0.1	-5.0	0.3601	1.214	0.1294	0.0525	0.7298
0.2	-3.0	1.5093	1.617	0.0792	0.0372	1.0430
0.4	-2.0	6.4411	6.119	0.1418	0.0152	1.9350
0.8	-1.3	32.354	19.37	0.1314	-0.0372	2.9640

표 6 플랜트 (26)의 최적 파라미터

Table 6 Optimal Parameters for Plant (26)

L/T	$f_e(s)=0$	J_{ed2}	J_{er1}	α	β	J_{er2}
0.1	-1.5	0.2241	0.447	0.1231	0.2836	0.4077
0.2	-1.5	0.3610	1.613	0.2146	1.0521	0.9841
0.4	-1.0	1.0629	1.618	0.1954	0.4961	1.4200
0.8	-0.5	15.630	5.016	0.2446	0.0705	3.7620

표 7 플랜트 (27)의 최적 파라미터

Table 7 Optimal Parameters for Plant (27)

L/T	$f_e(s)=0$	J_{ed2}	J_{er1}	α	β	J_{er2}
0.1	-3.0	4.5914	4.219	-0.0218	-0.0711	2.398
0.2	-2.9	5.1722	4.784	-0.0225	-0.0701	2.718
0.4	-2.8	6.4245	5.421	-0.0205	-0.0652	3.432
0.8	-2.5	9.0885	8.580	-0.0265	-0.0686	4.719

에 따라 그 최적값이 변동하며 이에 따른 응답특성에도 변화가 크게 나타난다. 본 논문에서는 α_A에 따른 응답특성의 변화를 최대한 억제하기 위하여 폐루프의 안정성이 확보되는 범위 내에서의 동일한 값을 사용하였다. 위 표의 경우 대부분 $\alpha_A=100$을 사용하여 얻은 결과를 나타내었으나, 제어대상에 따라서는 α_A의 증감에 따라 응답특성, 즉 J_{ed}값이 달라질 수 있음을 밝혀둔다[10]. 따라서 위 표를 이용하여 i-PID의 세 개 파라미터 $\{K_P, K_I, K_D\}$ 먼저 선정한 뒤, α_A에 의한 미세조정으로 최종응답을 결정하는 것이 바람직한 것으로 생각된다(예제 참조).

5.2 예제

예제를 이용하여 [표 1~7]의 사용가능성을 확인한다.

A. 안정한 선형시스템의 경우[6]:

전달함수가

$$G(s)=\frac{(s+2)^2}{(s+1)^3} \tag{28}$$

으로 주어진 경우로서 이를 식 (21)의 형식으로 근사화 하여 사용하였다. 이때 $K=4,\ T=2.018,\ L=0.2424$로 주어지며 $L/T\approx 0.12$이다. 이 결과를 [표 1]에 적용하여 가장 가까운 값인 $L/T=0.1$의 경우, 즉 오차다항식이 근은 -3.5, 2자유도 파라미터는 $\alpha=-0.0261, \beta=-0.0959$로 하였다. 이를 이용하여 시뮬레이션을 수행한 결과를 [그림 6]에 나타내었다. 이때 $t=10$에서 액추에이터의 고장으로 입력의 25%만이 인가되며, $t=15$에서 지속외란이 인가되는 것으로 하였다. 예상대로 2자유도 i-PID의 우수한 외란응답특성과 강인성 등을 확인할 수 있다[11].

B. 모델의 특성이 부분적으로 알려진 경우[6]:

제어대상의 입출력방정식이 다음과 같이 주어진 경우를 생각한다.

$$m\ddot{y}=-K(y)+F(\dot{y})-d\dot{y}+u \tag{29}$$

10) [표 5]의 경우 $\alpha_A=10$이며, $\alpha_A=5$이면 $J_{ed}=4.7710$으로 된다 ($T/L=0.8$의 경우).

11) 이 경우 i-PI제어(식 (2)에서 $\nu=1$)를 사용하였으며, 파라미터 α_A의 증감에 따른 수렴속도 등을 고려하여 $\alpha_A=2$로 두었다.

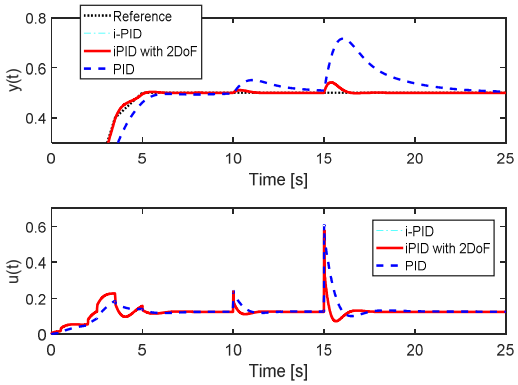

그림 6 [예제 A]의 출력과 입력 응답
Fig. 6 Outputs and Inputs of [Example A]

단 y는 위치, m은 질량, u는 외부입력, d는 댐핑, $K(y)=k_1y+k_3y^3$로 주어지는 비선형성, 및 $F(\dot{y})$는 마찰을 나타내며, 여기서 질량 m의 값은 정확하게 알려져 있으나 나머지 파라미터 값은 정확하지 않은 것으로 한다. 식 (29)에 대한 근사모델은 식 (21)의 형식이 적당하며 이때 각 파라미터는 다음과 같다.

$$K=0.067,\ T=1.1273,\ L=0.0354$$

여기서 $L/T\approx 0.032$이므로 [표 1]의 $L/T=0.1$의 α,β값을 사용하였으며, 이 과정에서 잡음지수가 0.05인 가우스잡음을 입력쪽에 인가하고 기존의 제어기와의 비교결과를 [그림 7]에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 2자유도의 효과를 확인할 수 있다[12].

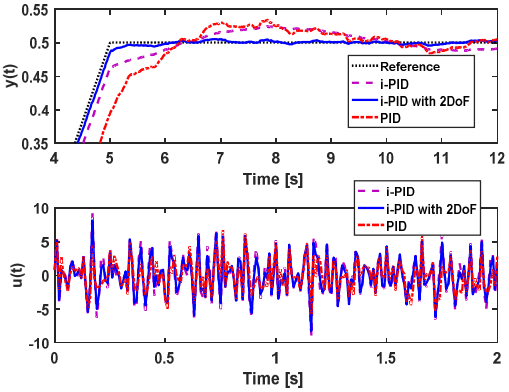

그림 7 [예제 B]의 출력 응답
Fig. 7 Outputs of [Example B]

12) i-PID의 경우 파라미터는 논문에서 제시한 것을 사용하였으며, 2자유도 i-PID의 파라미터는 [표 1]을 적용하였다. 이때 α_A는 1 근방의 값을 사용하였다.

C. 문헌 [19]의 모델과 제어기:

$$P(s)=\frac{K}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}e^{-Ls} \tag{30}$$

기준값은 각각 $\tau_1=1$, $\tau_2=0.5$, 및 $L=1$로 주어진다. 위식을 식 (22)로 근사화하면 $L/T\approx 0.2$로 되어 [표 2]를 적용하여 2자유도 파라미터를 결정하였다. 제어대상의 파라미터가 기준값을 가지며 동시에 $t=0.20[s]$에서 크기 0.5인 지속외란을 인가하였을 경우의 입력과 출력을 [그림 8]에 나타내었다[13]. 또한 제어대상의 각 파라미터를 $\pm 15\%$의 범위에서 변화시킨 경우에 대한 응답 역시 [그림 8]과 거의 유사한 특성을 보였다.

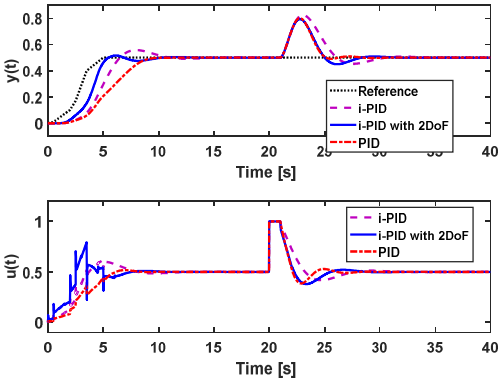

그림 8 [예제 C]의 입력과 출력응답
Fig. 8 Inputs and Outputs of [Example C]

이하 2자유도 i-PID제어기를 적용하는 경우에 있어서 고려해야 할 사항을 정리한다.

(1) i-PID제어기의 파라미터의 하나인 α_A의 값에 따라 응답특성이 크게 변동하기 때문에 그 선정에 주의가 필요하다. 이 값은 오차다항식의 근의 위치와도 관계한다.
(2) 플랜트, 특히 비선형시스템을 식 (21)~(27)의 형식으로 변경하는 경우 식 (21) 내지는 (22)의 형식이 2자유도 구조에 가장 적절한 것으로 보인다.
(3) [표]에 의해 주어진 i-PID의 세 개 파라미터 $\{K_P, K_I, K_D\}$는 시뮬레이션 결과에 따라 미조정이 필요할 수도 있다[14].

6. 결 론

i-PID제어기법은 기존의 PID에 비해 그 파라미터 설정이 간단할 뿐만 아니라, 제어대상이 비선형성이나 파라미터 변동 등을 가지는 경우에 특히 우수한 성능을 보이는 것으로 알려져 있다. 본 연구는 과도응답의 개선 등을 위해 i-PID제어에 2자유도 구조를 도입하였을 경우, 오차특성을 최소화시킨다는 관점에서 계

13) 이 경우는 $\alpha_A=20$을 사용하였다.

14) 5.2절의 예제에서는 미조정을 수행하지 않았다.

산된 2자유도 파라미터 기준값을 제시하였다. 즉 일곱 종류의 플랜트를 기본 모델로 선정하여, 각 모델에 따른 i-PID와 2자유도 파라미터를 각각 계산하여 이를 표로서 정리하고, 이 결과의 타당성을 예제를 통하여 확인하였다.

i-PID제어기의 출력은 $\{K_P, K_I, K_D\}$ 외에 또 하나의 파라미터인 α_A 값의 영향을 받기 때문에[6],[18], 본 논문에서 제시한 각 파라미터 기준값이 항상 최선의 결과를 나타내는 것으로 받아들여지기 어려운 부분도 존재하지만, i-PID제어에 2자유도구조를 적용할 경우 필요한 다섯 종류의 파라미터의 선정에는 상당히 유용한 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 2017년도 부경대학교 자율창의학술연구비에 의하여 이루어진 연구로서, 관계부처에 감사드립니다.

References

[1] I. M. Horowitz, Synthesis of Feedback Systems, Academic Press, 1963.

[2] M. Araki, "PID control system with reference feedforward (PID-FF control system)", *Proc. 23rd SICE Annual Conference*, pp. 31-32 (1984).

[3] M. Araki, "On two-degree-of-freedom PID control systems: Part I", *Systems and Control*, Vol. 29, pp. 649-656, (1985).

[4] M. Araki and H. Taguchi, "Two-Degree-of-Freedom PID Controllers", *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 1, No. 4, pp. 401-411, (2003).

[5] YeonWook Choe, "Tuning PID Controller for Unstable Systems with Dead Time based on Dual-Input Describing Function Method", *KIEE*, Vol. 63, No. 4, pp. 509-518 (2014).

[6] M. Fliess and C. Join, "Intelligent PID controllers", *Proceedings of the 16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 326-331 (2008).

[7] P.H. Chang, J.H. Jung, "A systematic method for gain selection of robust PID control for nonlinear plants of second-order controller canonical form", *IEEE Trans. Control System Technology*, Vol. 17, pp. 473-483 (2009)

[8] M. Fliess and C. Join, "Commande sans modele et commande a modele restreint", *e-STA*, Vol. 5, pp. 1-23 (2008)(http://hal.inria.fr/inria-00288107/en/)

[9] M. Fliess and C. Join, "Model-free control and intelligent PID controllers: Towards a possible trivialization of nonlinear control?", *Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification*, pp. 1531-1541 (2009).

[10] J. Wang, H. Mounier, A. Cela and S.I. Niculescu, "Event driven intelligent PID controllers with applications to motion control", *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, pp. 10080-10085 (2011).

[11] YeonWook Choe, "Design and Performance Analysis of PID type Controllers for Automatic Voltage Regulator (AVR) System based on i-PID, GPI and OCD Methods", *KIEE*, Vol. 65, No. 6, pp. 1383-1391 (2016).

[12] YeonWook Choe, "Performance/Robustness Improvement of i-PID with Two-Degree-of-Freedom Controller", *KIEE*, Vol. 66, No.6, pp. 927-934 (2017).

[13] N. Suta, PID Control, Asakura Shoten, 2000 (in Japanese).

[14] T. Vyhlidal and P. Zitek, "Anisochronic Internal Model Control Design", *Acta Polytechnica*, Vol. 43, No. 5, pp. 54-59 (2003).

[15] A. O'Dwyer, Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules (3rd ed.), Imperial College Press, 2009

[16] H. Panagopoulos, K. Astrom and T. Hagglund, "Design of PID controllers based on constrained optimization," *IEE Proceedings of Control Theory Application*, Vol. 149, No. 1, pp. 32-40 (2002)

[17] M. Fliess and C. Join, "Model-free control", *International Journal of Control 86*, Vol. 12, pp. 2228-2252 (2013)

[18] S. Inagaki, I. Maruta and T. Sugie, "On Stabilization by Intelligent PID Control", *SICE*, Vol. 49, No. 7, pp. 727-732 (2013)

[19] LI Mingda, WANG Jing, LI Donghai, "Performance Robustness Comparison of Two PID Tuning Methods", *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*, July 29-31, 2010, Beijing, China.

저 자 소 개

최 연 욱 (YeonWook Choe)

1978년 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1980년 한양대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1990년 일본 Kyoto Univ. 전기과 졸업(공학박사). 1990~현재 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 교수.