The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication (IIBC)
Vol. 18, No. 4, pp.149-154, Aug. 31, 2018. pISSN 2289-0238, eISSN 2289-0246

https://doi.org/10.7236/JIIBC.2018.18.4.149
JIIBC 2018-4-21

안정된 결혼문제에 대한 최적화 알고리즘

An Optimal Algorithm for Stable Marriage Problem

이상운*

Sang-Un, Lee*

요 약 안정된 결혼문제에 대해서는 Gale과 Shapley 알고리즘(GSA)이 유일하게 알려져 왔다. 이 알고리즘은 남성이 자신이 가장 선호하는 여성에게 청혼하면 여성이 수락/거절하는 방식(MP)으로 남성 최적-여성 최악의 결과이지만 항상 안정된 매칭 결과를 얻는다. 남성을 여성으로 바꾸어 여성 청혼-남성 수락 방식(WP)을 적용하면 전혀 다른 결과를 얻을 수 있다. 또한 MP나 WP로도 최적의 안정된 매칭 결과를 얻지 못하는 경우도 발생한다. 본 논문에서는 MP와 WP의 이러한 문제점을 해결하기 위해 어떠한 경우라도 최적의 안정된 매칭 결과를 얻는 방법을 제안한다. 제안된 알고리즘은 여성 최악인 MP 결과에 대해 여성을 보상하기 위해 여성이 보다 선호하는 남성들을 대상으로 k명의 여성이 짝을 상호 교환하는 $k-opt$를 수행하는 방식을 제안하였다. 다양한 사례에 대해 실험을 한 결과 제안된 알고리즘은 MP나 WP로도 얻지 못하는 최적의 안정된 매칭 결과를 얻을 수 있었다.

Abstract There is well known algorithm is a Gale-Shapley algorithm(GSA) for stable marriage problem. The GSA is performed as each man propose to his most favorite woman(MP), then the woman accepts more than one proposal rejects all but her favorite from among those who have proposed to her. This algorithm always gets a stable set of marriages with man-optimal and woman-pessimal. But the woman proposal and man-accept/reject method(WP) is can be get the distinct result. Also, the optimal stable matching may be fail using MP or WP. This paper suggests always get the optimal stable matching on all occasions in order to overcome the shortcomings of MP and WP. The proposed algorithm perform $k-opt$, $k-$women exchange with each other for the result of delete at less preference in each woman from MP result. As a result of applied to various experimental data, this algorithm can be get the optimal stable matching that the MP or WP failed to it.

Key Words : Stable, Marriage problem, Matching, k-optimization, Optimal

Ⅰ. 서 론

n명의 지원자가 n개 대학에 입학하려는 경우, 또는 n명의 남성과 n명의 여성이 미팅(또는 결혼 청혼)을 하여 서로 짝을 지워주는 경우 1:1의 안정된 매칭(stable matching)을 하여야만 한다. 여기서 '안정'의 반대인 '불안정(unstable)'이란 $\{m_1,w_1\},\{m_2,w_2\}$짝을 이룬 경우 w_1이 m_1에 비해 m_2를 보다 선호(preference)하고, 동시에 m_2도 w_2에 비해 w_1을 보다 선호하면 $\{m_1,-\},\{w_1,m_2\},\{-,w_2\}$가 되어 m_1과 w_2는 결혼 관계가 깨지는 현상을 말한다.

*정회원, 강릉원주대학교 과학기술대학 멀티미디어공학과
접수일자 : 2018년 5월 20일, 수정완료 : 2018년 8월 1일
게재확정일자 : 2018년 8월 10일

Received: 20 May, 2018 / Revised: 1 August, 2018 /
Accepted: 10 August, 2018
*Corresponding Author: sulee@gwnu.ac.kr
Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University, Korea

즉, 불안정한 경우는 남성과 여성 양측 모두 자신의 짝에 비해 보다 선호하는 경우에만 발생한다. 따라서 불안정한 경우가 발생하지 않으려면 남성이나 여성 어느 한쪽에서 타인에 비해 자신의 짝을 보다 선호하면 된다. 이를 안정된 결혼문제(stable marriage problem, STA)라 한다.[1]

STA에 대해서는 Gale과 Shapley[1]가 1962년에 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 남성(지원자)이 가장 선호하는 여성에게 청혼(propose)하면 여성은 자신에게 청혼한 남성이 1명이면 무조건 청혼을 받아들이고(accept), 2명이면 보다 싫어하는 사람의 청혼을 거절(reject)한다. 청혼을 거절 당한 남성은 다음으로 선호하는 여성에게 다시 청혼을 한다. 이와 같은 방법으로 모든 남성들에 알고리즘을 수행하여 1:1의 n쌍 매칭이 결정되면 알고리즘이 종료된다. 이를 MP(man proposed)라 하자. MP는 항상 안정된 매칭 결과를 얻는다. 왜냐하면, 남성이 가장 선호하는 여성을 선택하고, 여성에게 거절당한 남성이 차선책으로 선택하여 불안정한 경우가 발생하면 여성 쪽에서 보다 선호하는 남성을 선택함으로써 불안정한 경우를 차단하는 결과를 얻기 때문이다. 이는 수학계에서도 증명되어 논쟁의 여지가 없다.

SMP에 대해 Iwama와 Miyazaki[2]는 $(m_i,w_j)\in M$ 매칭에 대해 다음의 3가지 성능평가 기준을 제시하였다.

후회비용 (regret cost, single person regret cost):

$$r(M)={}_{\max}\left\{{}_{\max}p_{m_i}(w_j),{}_{\max}p_{w_j}(m_i)\right\}=r \quad (1)$$

평등비용 (egalitarian cost):

$$c(M)=[\sum_{(m,w)\in M}p_{m_i}(w_j)+\sum_{(m,w)\in M}p_{w_j}(m_i)]=z^{+} \quad (2)$$

성-동등성 비용 (sex-equalness cost):

$$d(M)=[\sum_{(m,w)\in M}p_{m_i}(w_j)-\sum_{(m,w)\in M}p_{w_j}(m_i)]=z^{-} \quad (3)$$

MP는 남성이 가장 선호하는 여성 선택(favorite-first, optimal) 방식을 취함에 따라 여성은 가장 싫어해도 청혼한 남성이 1명이면 어쩔 수 없이 청혼을 받아들여야 한다. 따라서 여성은 최악의 선택(pessimal)이 될 수 있다. 만약, 여성이 가장 선호하는 남성을 선택하고 남성이 수락/거절 여부를 결정하는 방식(이를 woman proposed, WP)을 취하는 경우 보다 안정된 ${}_{\min}r, {}_{\min}z^{+}, {}_{\min}z^{-}$를 얻을 수 있는 경우가 발생한다면, 또는 MP나 WP에 비해 보다 안정된 최적의 ${}_{\min}r, {}_{\min}z^{+}, {}_{\min}z^{-}$를 얻는 경우가 발생한다면 우리는 MP가 완벽한 알고리즘이라고 할 수 없게 된다.

본 논문에서는 MP 또는 WP 두 방법 모두로도 최적의 안정된 해를 얻지 못하는 반례(counter example)를 제시하고, 이 반례에 대한 최적의 안정된 해를 얻는 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 반례를 들고, Gale과 Shapley[1]의 MP, WP를 적용하여 본다. 3장에서는 어떠한 사례에 대해서도 최적의 안정된 해를 얻을 수 있는 k-opt 알고리즘(k-optimization algorithm, OA)을 제시한다. 4장에서는 다양한 사례에 대해 MP, WP와 OA를 적용하여 OA의 적합성을 검증하여 본다.

II. 안정된 결혼문제 알고리즘 문제점

Gale과 Shapley[1]의 안정된 결혼문제 알고리즘(STA)은 1:1로 n쌍이 매칭될 때까지 다음을 반복 수행한다.

- 남성 m_i는 자신이 가장 선호하는 여성 $p_{m_i}(w_j)$에게 청혼한다. 청혼을 받은 여성 w_j는 자신에게 청혼한 남성이 1명이면 무조건 청혼을 수락하고, 청혼한 남성이 2명이면 여성은 자신이 보다 선호하는 남성의 청혼을 승낙하고, 보다 싫어하는 사람의 청혼을 거절한다.
- 청혼을 거절당한 남성은 거절당한 여성에 대한 선호도 $p_{m_i}(w_j)$ 다음으로 선호하는 여성에게 청혼한다. 청혼을 받은 여성은 자신에게 청혼한 남성이 1명이면 무조건 청혼을 수락하고, 청혼한 남성이 2명이면 여성은 자신이 보다 선호하는 남성의 청혼을 승낙하고, 보다 싫어하는 사람의 청혼을 거절한다.

표 1은 Gale과 Shapley[1]가 제시한 예제이다. 이 예제에 대해 MP를 수행하면 그림 1과 같이 10회의 반복을 수행하여 (m_1,w_3), (m_2,w_4), (m_3,w_1), (m_4,w_2)의 안정된 1:1 매칭 결과를 얻는다.

표 1. 예제 P_1
Table 1. Example of P_1

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	1,3	2,2	3,1	4,3
m_2	1,4	2,3	3,2	4,4
m_3	3,1	1,4	2,3	4,2
m_4	2,2	3,1	1,4	4,1

The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication (IIBC)
Vol. 18, No. 4, pp.149-154, Aug. 31, 2018. pISSN 2289-0238, eISSN 2289-0246

수행 횟수	남성 : 청혼		여성 : 수락/기각				
	남성	청혼	여성	대상자	수락	기각	매칭 결과
1	m_1	(m_1,w_1)	w_1	1	m_1	-	(m_1,w_1)
2	m_2	(m_2,w_1)	w_1	2	m_1	m_2	(m_1,w_1)
	m_2	(m_2,w_2)	w_2	1	m_2	-	(m_2,w_2)
3	m_3	(m_3,w_2)	w_2	2	m_2	m_3	(m_2,w_2)
	m_3	(m_3,w_3)	w_3	1	m_3	-	(m_3,w_3)
4	m_4	(m_4,w_3)	w_3	2	m_3	m_4	(m_3,w_3)
	m_4	(m_4,w_1)	w_1	2	m_4	m_1	(m_4,w_1)
5	m_1	(m_1,w_2)	w_2	2	m_1	m_2	(m_1,w_2)
6	m_2	(m_2,w_3)	w_3	2	m_2	m_3	(m_2,w_3)
7	m_3	(m_3,w_1)	w_1	2	m_3	m_4	(m_3,w_1)
8	m_4	(m_4,w_2)	w_2	2	m_4	m_1	(m_4,w_2)
9	m_1	(m_1,w_3)	w_3	2	m_1	m_2	(m_1,w_3)
10	m_2	(m_2,w_4)	w_4	1	m_2	-	(m_2,w_4)

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	1,3	2,2	**3,1**	4,3
m_2	1,4	2,3	3,2	**4,4**
m_3	**3,1**	1,4	2,3	4,2
m_4	2,2	**3,1**	1,4	4,1

그림 1. P_1에 대한 MP 수행 결과
Fig. 1. The stable result of MP for P_1

표 2의 P_2 문제는 Gale과 Shapley[1]의 MP로는 최적의 안정된 해를 얻지 못하는 경우에 대한 반례를 설명하기 위해 임의로 생성한 사례이다.

표 2. 예제 P_2
Table 2. Example of P_2

Men's preference orders $p_{m_i}(w_j)$	Women's preference orders $p_{w_j}(m_i)$
$m_1 : w_1, w_2, w_3, w_5, w_4$	$w_1 : m_2, m_5, m_4, m_3, m_1$
$m_2 : w_2, w_3, w_4, w_1, w_5$	$w_2 : m_3, m_1, m_5, m_4, m_2$
$m_3 : w_3, w_4, w_4, w_2, w_1$	$w_3 : m_4, m_2, m_1, m_5, m_3$
$m_4 : w_4, w_5, w_1, w_3, w_2$	$w_4 : m_5, m_3, m_2, m_1, m_4$
$m_5 : w_5, w_1, w_2, w_4, w_3$	$w_5 : m_1, m_4, m_3, m_4, m_5$

Preference order pair matrix

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	1,5	2,2	3,3	5,4	4,1
m_2	4,1	1,5	2,2	3,3	5,4
m_3	5,4	4,1	1,5	2,2	3,3
m_4	3,3	5,4	4,1	1,5	2,2
m_5	2,2	3,3	5,4	4,1	1,5

표 2의 P_2 문제에 대해 MP, WP를 수행하여 얻은 안정된 매칭 결과의 성능을 비교하고, 최적의 안정된 매칭 결과는 그림 2에 제시하였다.

MP	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	**1,5**	2,2	3,3	5,4	4,1
m_2	4,1	**1,5**	2,2	3,3	5,4
m_3	5,4	4,1	**1,5**	2,2	3,3
m_4	3,3	5,4	4,1	**1,5**	2,2
m_5	2,2	3,3	5,4	4,1	**1,5**

WP	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	1,5	2,2	3,3	5,4	**4,1**
m_2	**4,1**	1,5	2,2	3,3	5,4
m_3	5,4	**4,1**	1,5	2,2	3,3
m_4	3,3	5,4	**4,1**	1,5	2,2
m_5	2,2	3,3	5,4	**4,1**	1,5

$r = \max\{1,5\} = 5$ $\quad$ $r = \max\{4,1\} = 4$

$z^+ = 5 + 25 = 30$ $\quad$ $z^+ = 20 + 5 = 25$

$z^- = 5 - 25 = -20$ $\quad$ $z^- = 20 - 5 = 15$

OPT	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	1,5	**2,2**	3,3	5,4	4,1
m_2	4,1	1,5	**2,2**	3,3	5,4
m_3	5,4	4,1	1,5	**2,2**	3,3
m_4	3,3	5,4	4,1	1,5	**2,2**
m_5	**2,2**	3,3	5,4	4,1	1,5

$$r = \max\{2,2\} = 2$$

$$z^+ = 10 + 10 = 20, z^- = 10 - 10 = 0$$

그림 2. P_2에 대한 MP, WP와 최적의 매칭 결과
Fig. 2. Matching result of MP, WP, and Optimal for P_2

P_2와 같이 MP 보다는 WP가 보다 안정된(more stable) 매칭 결과를 얻는 경우, 또는 MP나 WP로는 도저히 얻을 수 없는 가장 안정된(the most stable) 매칭 결과를 얻는 경우가 발생하면, Gale과 Shapley[1]의 MP는 더 이상 최적 해를 얻는 알고리즘으로 적용할 수 없다.

따라서 3장에서는 어떠한 문제에 대해서도 최적의 안정된 매칭 결과를 얻을 수 있는 알고리즘을 제안한다.

Ⅲ. 최적의 안정된 결혼문제 알고리즘

본 장에서는 1:1의 안정된 매칭에 대한 어떠한 경우의 예제가 주어지더라도 최적의 안정된 매칭 결과를 얻을 수 있는 알고리즘을 제안한다.

본 장에서 제안되는 알고리즘은 그림 3에서 경로 ④를 따르는 알고리즘으로, MP와 WP를 수행한 후 $_{\min}\{MP, WP\}$를 수행하는 경로 2를 거친 후 다시 k-opt를 수행하는 경로 3의 복잡한 과정을 거치지 않는다. 단지 MP의 결과에 대해 $k-opt(k=2,3,\cdots,n)$[3-5]를 수행하는 단순한 경로 4를 거쳐 최적의 안정된 매칭 결과를 얻는다. 이를 최적의 안정된 결혼문제 알고리즘(optimal stable marriage problem algorithm, OSMPA)라 한다.

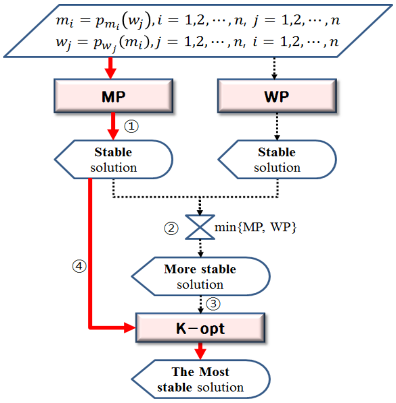

그림 3. 최적의 안정된 결혼문제 알고리즘
Fig. 3. Optimal stable marriage problem algorithm (OSMPA)

MP 결과에 대해 $k-opt(k=2,3,\cdots,n)$수행 여부는 다음 정리에 기반하여 수행된다.

[정리 1] MP는 남성은 최선의 선택을 하는 반면, 여성은 단지 최악의 경우라도 수락해야만 한다. 따라서 여성이 수락한 남성에 대한 선호도 $p_{w_j}(m_i)$에 대한 열에서 $p_{w_j}(m_k) \geq p_{w_j}(m_i)$, $k \neq i$를 삭제하면 남아 있는 셀은 안정된 매칭의 후보들이 된다.

[정리 2] 선택된 셀의 선호도 합 $p_{m_i}(w_j)+p_{w_j}(m_i)$과 같거나 보다 큰 선호도 합을 갖는 셀로 이동시키면 z^+이 증가하여 원하는 최적 해를 얻지 못한다. 따라서 이들 셀을 삭제한다.

[정리 1]과 [정리 2]에 근거하여, 행(열)에 대해 남은 셀이 1개인 경우 해당 셀의 열(행)의 남은 셀로는 이동할 수 없으므로 삭제한다. 이 결과 남은 행이 $2,3,\cdots,n$이면 $2-opt$를 예를 들면, 선택된 셀 $(m_i,w_j),(m_k,w_l)$과 미 선택된 $(m_i,w_l),(m_k,w_j)$에 대해 $[(p_{m_i}(w_j)++p_{w_j}(m_i))+((p_{m_k}(w_l)+p_{w_l}(m_k))] > [(p_{m_i}(w_l)+p_{w_l}(m_i))+((p_{m_k}(w_j)) +((p_{m_k}(w_j)+p_{w_j}(m_k))]$이면 $(m_i,w_j) \rightarrow (m_i,w_l),(m_k,w_j) \leftarrow (m_k,w_l)$로 변경한다.

P_1과 P_2에 대해 OSMPA를 수행한 결과는 그림 4에 제시되어 있다. P_1은 여성(열)에 대해 보다 싫어하는 남성을 제외시킨 결과 MP의 결과 값 셀들 이외에는 남은 셀들이 존재하지 않아 $k-opt$를 수행할 수 없는 경우로 MP의 결과가 최적의 안정된 매칭 결과임을 알 수 있다.

반면에, P_2는 여성(열) 5명이 모두 가장 싫어하는 남성들만 어쩔 수 없이 선택(수락)한 경우로 5명의 남성 모두에 대해 이동이 가능하여 $5-opt$가 수행되었다. 이 결과 $r=2$, $z^+=20, z^-=0$으로 최적의 안정된 매칭 결과를 얻었다.

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1			**3,1**	4,3
m_2				**4,4**
m_3	**3,1**			4,2
m_4		**3,1**		4,1

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1			**3,1**	
m_2				**4,4**
m_3	**3,1**			
m_4		**3,1**		

(a) P_1

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	**1,5**	2,2	3,3	5,4	4,1
m_2	4,1	**1,5**	2,2	3,3	5,4
m_3	5,4	4,1	**1,5**	2,2	3,3
m_4	3,3	5,4	4,1	**1,5**	2,2
m_5	2,2	3,3	5,4	4,1	**1,5**

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	**1,5**	2,2			4,1
m_2	4,1	**1,5**	2,2		
m_3		4,1	**1,5**	2,2	
m_4			4,1	**1,5**	2,2
m_5	2,2			4,1	**1,5**

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	**1,5**	**2,2**			4,1
m_2	4,1	**1,5**	**2,2**		
m_3		4,1	**1,5**	**2,2**	
m_4			4,1	**1,5**	**2,2**
m_5	**2,2**			4,1	**1,5**

(b) P_2

그림 4. P_1과 P_2에 대한 OSMPA
Fig. 4. OSMPA for P_1 and P_2

Ⅳ. 알고리즘 적합성 검증 및 분석

본 장에서는 OSMPA를 수행하여야만 최적의 안정된 매칭 결과를 얻을 수 있는 그림 5의 P_3와 Irving et al.[6]에서 인용된 P_4 문제에 대해 MP, WP와 OSMPA의 결과를 비교하여 OSMPA의 적합성을 검증하여 본다.

Men's preference orders	Women's preference orders
$m_1: w_1,w_2,w_3,w_4,w_5$	$w_1: m_5,m_2,m_4,m_3,m_1$
$m_2: w_2,w_3,w_4,w_5,w_1$	$w_2: m_1,m_3,m_5,m_4,m_2$
$m_3: w_3,w_4,w_4,w_1,w_2$	$w_3: m_2,m_4,m_1,m_5,m_3$
$m_4: w_4,w_5,w_1,w_2,w_3$	$w_4: m_3,m_5,m_2,m_1,m_4$
$m_5: w_5,w_1,w_2,w_3,w_4$	$w_5: m_4,m_1,m_3,m_4,m_5$

Preference order pair matrix

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	1,5	2,1	3,3	4,4	5,2
m_2	5,2	1,5	2,1	3,3	4,4
m_3	4,4	5,2	1,5	2,1	3,3
m_4	3,3	4,4	5,2	1,5	2,1
m_5	2,1	3,3	4,4	5,2	1,5

(a) P_3

The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication (IIBC)
Vol. 18, No. 4, pp.149-154, Aug. 31, 2018. pISSN 2289-0238, eISSN 2289-0246

Men's preferences	Women's preferences
$p_{m_1}: w_3, w_1, w_5, w_7, w_4, w_2, w_8, w_6$	$p_{w_1}: m_4, m_3, m_8, m_1, m_2, m_5, m_7, m$
$p_{m_2}: w_6, w_1, w_3, w_4, w_8, w_7, w_5, w_2$	$p_{w_2}: m_3, m_7, m_5, m_8, m_6, m_4, m_1, m$
$p_{m_3}: w_7, w_4, w_3, w_6, w_5, w_1, w_2, w_8$	$p_{w_3}: m_7, m_5, m_8, m_3, m_6, m_2, m_1, m$
$p_{m_4}: w_5, w_3, w_8, w_2, w_6, w_1, w_4, w_7$	$p_{w_4}: m_6, m_4, m_2, m_7, m_3, m_1, m_5, m$
$p_{m_5}: w_4, w_1, w_2, w_8, w_7, w_3, w_6, w_5$	$p_{w_5}: m_8, m_7, m_1, m_5, m_6, m_4, m_3, m$
$p_{m_6}: w_6, w_2, w_5, w_7, w_8, w_4, w_3, w_5$	$p_{w_6}: m_5, m_4, m_7, m_6, m_2, m_8, m_3, m$
$p_{m_7}: w_7, w_8, w_1, w_6, w_2, w_3, w_4, w_5$	$p_{w_7}: m_1, m_4, m_5, m_6, m_2, m_8, m_3, m$
$p_{m_8}: w_2, w_6, w_7, w_1, w_8, w_3, w_4, w_5$	$p_{w_8}: m_2, m_5, m_4, m_3, m_7, m_8, m_1, m$

Preference order pair matrix

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
m_1	2,4	6,7	1,7	5,6	3,3	8,8	4,1	7,7
m_2	2,5	8,8	3,6	4,3	7,8	1,5	6,5	5,1
m_3	6,2	7,1	3,4	2,5	5,7	4,7	1,7	8,4
m_4	6,1	4,6	2,8	7,2	1,6	5,2	8,2	3,3
m_5	2,6	3,3	6,2	1,7	8,4	7,1	5,3	4,2
m_6	8,8	2,5	7,5	6,1	3,5	1,4	4,4	5,8
m_7	3,7	5,2	6,1	7,4	8,2	4,3	1,8	2,5
m_8	4,3	1,4	6,3	7,8	8,1	2,6	3,6	5,6

(b) P_4

그림 5. 실험 데이터
Fig. 5. Experimental data

그림 5의 P_3와 P_4 문제에 대해 MP, WP와 OSMPA를 수행한 결과는 그림 6에 제시되어 있다. P_3에 대해, OSMPA는 남성 5명 모두 연쇄적으로 이동시킬 수 있어 $5-opt$를 수행하였다. P_4의 MP 수행 결과에 대해

MP	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	**1,5**	2,1	3,3	4,4	5,2
m_2	5,2	**1,5**	2,1	3,3	4,4
m_3	4,4	5,2	**1,5**	2,1	3,3
m_4	3,3	4,4	5,2	**1,5**	2,1
m_5	2,1	3,3	4,4	5,2	**1,5**

$r=5, z^+=30, z^-=-20$

WP	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	1,5	**2,1**	3,3	4,4	5,2
m_2	5,2	1,5	**2,1**	3,3	4,4
m_3	4,4	5,2	1,5	**2,1**	3,3
m_4	3,3	4,4	5,2	1,5	**2,1**
m_5	**2,1**	3,3	4,4	5,2	1,5

$r=2, z^+=15, z^-=5$

삭제	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	**1,5**	2,1			
m_2		**1,5**	2,1		
m_3			**1,5**	2,1	
m_4				**1,5**	2,1
m_5	2,1				**1,5**

→

OSMPA	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	**1,5**	**2,1**			
m_2		**1,5**	**2,1**		
m_3			**1,5**	**2,1**	
m_4				**1,5**	**2,1**
m_5	**2,1**				**1,5**

$r=2, z^+=15, z^-=5$

(a) P_3

MP	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
m_1	2,4	6,7	**1,7**	5,6	3,3	8,8	4,1	7,7
m_2	**2,5**	8,8	3,6	4,3	7,8	1,5	6,5	5,1
m_3	6,2	7,1	3,4	2,5	5,7	4,7	**1,7**	8,4
m_4	6,1	4,6	2,8	7,2	**1,6**	5,2	8,2	3,3
m_5	2,6	3,3	6,2	**1,7**	8,4	7,1	5,3	4,2
m_6	8,8	2,5	7,5	6,1	3,5	**1,4**	4,4	5,8
m_7	3,7	5,2	6,1	7,4	8,2	4,3	1,8	**2,5**
m_8	4,3	**1,4**	6,3	7,8	8,1	2,6	3,6	5,6

$r=7, z^+=55, z^-=-35$

WP	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
m_1	2,4	6,7	1,7	5,6	3,3	8,8	**4,1**	7,7
m_2	2,5	8,8	3,6	4,3	7,8	1,5	6,5	**5,1**
m_3	6,2	**7,1**	3,4	2,5	5,7	4,7	1,7	8,4
m_4	**6,1**	4,6	2,8	7,2	1,6	5,2	8,2	3,3
m_5	2,6	3,3	6,2	1,7	8,4	**7,1**	5,3	4,2
m_6	8,8	2,5	7,5	**6,1**	3,5	1,4	4,4	5,8
m_7	3,7	5,2	**6,1**	7,4	8,2	4,3	1,8	2,5
m_8	4,3	1,4	6,3	7,8	**8,1**	2,6	3,6	5,6

$r=8, z^+=57, z^-=41$

삭제	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
m_1	2,4		**1,7**		3,3		4,1	
m_2	**2,5**			4,3				5,1
m_3			3,4	2,5			**1,7**	
m_4					**1,6**			3,3
m_5				**1,7**				4,2
m_6						**1,4**		
m_7			6,1					**2,5**
m_8		**1,4**						

OSMPA	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
m_1	2,4		**1,7**		3,3		**4,1**	
m_2	**2,5**			4,3				5,1
m_3			**3,4**	2,5			**1,7**	
m_4					**1,6**			3,3
m_5				**1,7**				4,2
m_6						**1,4**		
m_7			6,1					**2,5**
m_8		**1,4**						

$r=7, z^+=51, z^-=-21$

(b) P_4

그림 6. 실험 데이터에 대한 MP, WP, OSMPA
Fig. 6. MP, WP, and OSMPA for Experimental data

불필요한 셀을 삭제한 결과, (m_6, w_6)와 (m_8, w_2)는 자체적으로 남은 셀이 없어 이동이 불가하며, (m_2, w_1), (m_4, w_5), (m_5, w_4)와 (m_7, w_8)은 상호 교환 상대가 없어 이동이 불가하다. 따라서 OSMPA는 이동이 가능한 (m_1, w_3)와 (m_3, w_7)를 (m_1, w_7)과 (m_3, w_3)으로 상호 교환 이동되어 최적의 안정된 매칭 결과를 얻었다.

본 논문에서 실험을 통해 얻은 4개 데이터에 대해 알고리즘 성능인 r, z^+과 z^-를 비교한 결과는 표 3에 제시하였다. 표로부터 MP를 단독 수행하면 WP에 비해 보다 나쁜 결과를 얻는 경우(P_2, P_3) 가 발생할 수 있으며, MP와 WP를 수행하여 보다 안정된 결과를 얻는 경우라도 최적 해를 얻지 못하는 경우(P_2, P_4)가 발생할 수 있다. 그러나 MP 결과에 대해 $k-opt$의 최적화를 시킨 OSMPA는 어떠한 경우라도 최적 해를 얻을 수 있음을 보였다.

표 3. 알고리즘 성능 평가
Table 3. Evaluate of algorithm performance

문제	성능	MP	WP	OSMPA
P_1	r	**4**	**4**	**4**
	z^+	**20**	**20**	**20**
	z^-	**5**	**5**	**5**
P_2	r	5	4	**2**
	z^+	30	25	**20**
	z^-	-20	15	**0**
P_3	r	5	**2**	**2**
	z^+	30	**15**	**15**
	z^-	−20	**5**	**5**
P_4	r	**7**	8	**7**
	z^+	55	57	**51**
	z^-	-35	41	**21**

V. 결론 및 추후 연구과제

본 논문은 안정된 결혼 문제에 대해, 기존에 널리 알려진 Gale과 Shapley[1]의 남성(행) 청혼-여성(열) 수락의 MP 방법이 항상 안정된 매칭 결과는 얻지만 최적의 안정된 결과를 얻지 못하는 단점을 보완하여 어떠한 경우라도 최적의 안정된 매칭 결과를 얻을 수 있는 방법을 제안하였다.

제안된 알고리즘은 MP를 수행한 결과에 대해 여성 최악의 결과를 보상하기 위한 방법으로 여성(열)이 보다 선호하는 남성 선호도 셀들을 대상으로 k명의 남성(또는 여성)을 이동시키는 방법인 $k-opt$를 적용하였다.

제안된 알고리즘을 다양한 사례 데이터들에 적용한 결과 MP나 WP로도 얻지 못하는 최적의 안정된 매칭 결과를 얻을 수 있음을 보였다.

References

[1] D. Gale and L. S. Shapley, L. S. "College Admissions and the Stability of Marriage," American Mathematical Monthly, Vol. 69, No. 1, pp. 9 - 14, Jan. 1962, doi:10.1080/ 00029890.1962.11989827

[2] K. Iwama and S. Miyazaki, "A Survey of the Stable Marriage Problem and Its Variants," International Conference on Informatics Education and Research for Knowledge-Circulating Society, pp. 131-136, Jan. 2008, doi:10.1109/ ICKS.2008.7

[3] S. U. Lee, "The Extended k-opt Algorithm for Traveling Salesman Problem," Journal of The Korea Society of Computer and Information, Vol. 17, No. 10, pp. 155-165, Oct. 2012, doi:10.9708/jksci/2012.17.10.155

[4] S. U. Lee, "A Degree-Constrained Minimum Spanning Tree Algorithm Using k-opt," Journal of The Korea Society of Computer and Information, Vol. 20, No. 5, pp. 31-39, May 2015, doi:10.9708/jksci.2015.20.5.031

[5] S. U. Lee, "Optimal Solution of a Large- scale Travelling Salesman Problem applying DNN and k-opt," The Journal of The Institute of Internet, Broadcasting and Communication (IIBC), Vol. 15, No. 4, pp.249-257, Aug. 2015, doi:10.7236/JIIBC.2015.15.4.249

[6] R. W. Irving, P. Leather and D. Gusfield, "An Efficient Algorithm for the Optimal Stable Marriage," Journal of the ACM, Vol. 34, No. 3, pp. 532 - 543, Jul. 1987, 10.1145/28869. 28871

저자 소개

이 상 운(정회원)

- 1987년 : 한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)
- 1997년 : 경상대학교 컴퓨터과학과 (석사)
- 2001년 : 경상대학교 컴퓨터과학과 (박사)
- 2003년 : 강원도립대학 컴퓨터응용과 전임강사
- 2004년 ~ 2007.2 : 국립 원주대학 여성교양과 조교수
- 2007.3 ~ 현재 : 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 정교수
- 관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리, 개발 방법론, 분석과 설계 방법론, 시험 및 품질보증, 소프트웨어 신뢰성, 최적화 알고리즘
- E-Mail : sulee@gwnu.ac.kr