J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea, 31(4)
pp.183~190, August, 2018
https://doi.org/10.7734/COSEIK.2018.31.4.183

pISSN 1229-3059 eISSN 2287-2302
Computational Structural
Engineering Institute of Korea

기하학적 정밀 보 이론 및 SQP 기법에 의한 인간동력항공기 Main Spar 단면 설계 최적화 연구

강 승 훈[1] · 임 병 욱[1] · 조 해 성[2] · 신 상 준[1†]

[1]서울대학교 기계항공공학부, [2]서울대학교 정밀기계설계공동연구소

Cross-sectional Optimization of a Human-Powered Aircraft Main Spar using SQP and Geometrically Exact Beam Model

Seung-Hoon Kang[1], Byeong-Uk Im[1] Hae-Seong Cho[2] and Sang-Joon Shin[1†]

[1]*Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul Nat'l Univ., Seoul, 08826, Korea*
[2]*Institute of Advanced Machines and Design, Seoul Nat'l Univ, Seoul, 08826, Korea*

Abstract

This paper presents optimization of the main spar of Human-Powered Aircraft (HPA) wing. Mass minimization was attempted, while considering large torsional deformation of the beam. Sequential Quadratic Programming (SQP) method was adopted as a relevant tool to conduct structural optimization algorithm. An inner diameter and ply thicknesses of the main spar were selected as the design variables. The objective function includes factors such as mass minimization, constant tip bending displacement, and constant tip twist of the beam. For estimation of bending and torsional deformation, the geometrically exact beam model, which is appropriate for large deflection, was adopted. Properties of the cross sectional area which the geometrically exact beam model requires were obtained by Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis (VABS), which is a cross sectional analysis program. As a result, maintaining tip bending displacement and tip twist within 1.45%, optimal design that accomplished 7.88% of the mass reduction was acquired. By the stress and strain recovery, structural integrity of the optimal design and validity of the present optimization procedure were authenticated.

Keywords : *human-powered aircraft, structural optimization, sequential quadratic programming, geometrically exact beam model, VABS, stress/strain recovery*

1. 서 론

인간동력항공기는 엔진의 도움없이 인간이 발생하는 힘만을 동력원으로 비행하는 것을 목표로 한다. 따라서 인력만으로 순항할 수 있도록 가볍되, 구조적 강건성을 유지하는 항공기 구성은 필수적이다. 그중 항공기 주익의 main spar는 공력 하중의 많은 부분을 담당하며, 이에 더불어 항공기 질량의 많은 부분을 차지하고 있다. 따라서 구조적 강건성을 유지한 main spar 질량 최적화는 인간동력항공기 운용에 상당한 이점을 불러일으킬 것으로 기대되었으며, 이를 목적으로 일부 연구가 수행되었다.

Vanderhoydonck(2016) 등은 MIT의 Daedalus 인간동력항공기 모델을 초기형상으로 선정, 다분야 최적 설계를 수행하였다. 그중 주익 main spar에 대해선 SQP 기법(sequential quadratic programming method)을 이용해 질량 최적화를 수행하였다. 하지만 최적화 과정에서 보의 기하학적 비선형성을 고려하지 않았다. 또한, main spar 끝 단 비틀림 변형을 고려하지 않고 굽힘 변형 만을 고려한 것도 한계로 남는다. Kogiso(2000) 등은 일본의 인간동력항공기 대회인 Japan International Birdman Rally에 참여할 인간동력항공기 설계를 위하여 다분야 최적 설계를 수행하였으며, SQP 기법을 이용하였다. 주익 main spar 최적화 과정에선 적층 패턴과

† Corresponding author:
Tel: +82-2-880-1608; E-mail: ssjoon@snu.ac.kr
Received May 21 2018; Revised June 20 2018;
Accepted June 21 2018
©2018 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

내부 직경 등을 설계변수로 선정하였다. 하지만 앞서 언급한 Vanderhoydonck(2016)의 연구와 유사한 한계를 지녔다.

인간동력항공기 주익은 고세장비의 형상을 지니기에, 보의 기하학적 비선형성을 초래하는 대변형이 발생하며, 비틀림 변형 또한 심하게 발생한다. 이를 고려하지 않을 경우, 기존 예상과는 다른 비행 결과가 도출될 수 있으며, 더 나아가 주익의 파손을 불러일으킬 수 있다. 따라서 주익 main spar 질량 최적화 시, 굽힘 변형에 더불어 대변형, 비틀림 변형 등 다양한 요소를 고려해야 한다.

본 논문은 기하학적 정밀 보 모델을 도입하여 이러한 정밀 구조해석의 필요성을 충족하고자 한다. 기하학적 정밀 보 모델은 대변형 보에 대해 굽힘과 비틀림 변형 사이의 결합을 고려하기에, 보의 다양한 변형을 해석하기에 적합하다. 이에 더불어 단면 해석 프로그램인 VABS를 이용해 기하학적 정밀 보 해석에 필요한 단면 물성을 계산하였다. 이처럼 1차원 비선형 보 모델과 2차원 선형 단면 해석 모델을 결합할 경우, 기존 3차원 유한요소 해석에 소요되는 시간을 절감할 수 있다. 이에 관한 사례를 들면, 최근 들어 복합재료 고세장비 보의 차원 축소 모델에 대한 단면 해석 연구가 VABS를 이용해 다수 진행되고 있으며(Ahn, 2016; Jang, 2017), 이러한 연구들은 3차원 유한요소 해석을 효율적으로 대체할 방법을 제시한다. 최적화 기법으론 구조 설계에 적합한 SQP 기법을 사용하였으며, 다양한 해석 과정을 통합한 최적화 프레임워크를 개발하였다. 해석 대상으론 스팬 방향으로 일정한 단면을 가진 적층 spar를 선택하였으며, 굽힘 및 비틀림 변형이 유지된 질량 최적화를 시도하였다. 마지막으로, 도출된 최적 설계에 대해 VABS를 이용, 응력 복원(stress recovery) 및 변형률 복원(strain recovery)을 수행해 제시한 최적화 알고리즘의 활용 가능성을 검증해 보았다.

2. 본 론

이 장에서는 본 논문의 구조 최적화에 사용한 SQP 기법. VABS, 그리고 기하학적 정밀 보 이론을 소개한다. 이후 VABS와 기하학적 정밀 보 이론을 결합한 차원 축소 모델과 3차원 유한요소모델과의 비교를 간단한 예제를 통해 수행한다. 마지막으로 최적화 알고리즘과 함께 인간동력항공기 Main Spar의 설계를 개선하는 방법을 소개한다.

2.1 SQP 기법

Sequential Quadratic Programming(SQP) 기법은 비선형 수학적 계획법의 일종으로, 함수의 2차 미분 정보를 이용해 최적 탐사 방향을 결정하는 반복 기법이다.

SQP 기법에 따른 최적화 알고리즘은 다음 식과 같다.

$$\text{Minimize } \frac{1}{2}d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d \tag{1}$$

$$\text{subject to } b(x_k)^T d + b(x_k) = 0 \tag{2}$$

$$c(x_k)^T d + c(x_k) \le 0 \tag{3}$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \tag{4}$$

여기서, d는 탐색 방향 벡터, k는 현재 반복횟수, H_k는 Lagrange 함수의 2차 도함수(hessian)의 근사치, x_k는 설계변수 값, $f(x_k)$는 목적함수, α_k는 탐색 거리, 그리고 $b(x_k)$와 $c(x_k)$는 각각 등식 제한조건, 부등식 제한조건이다. 본 연구의 최적 설계에서는, 식 (2), (3)으로 표현되는 등식 제한조건과 부등식 제한조건을 이용하지 않으며, 이를 Newton의 기법이라 한다. 이러한 조건에서 최적 설계변수는 목적함수의 기울기가 없는 지점으로 탐색된다.

식 (1)로 표현되는 부속 문제는 목적함수가 구성하는 Hessian 행렬(라그랑지 함수의 2차 도함수) 근사치로 정의된다. 이 부속 문제에서 구해진 해가 탐색 방향 d_k이며, 식 (4)에 의해 x_{k+1}가 정의된다. 이러한 과정을 반복해 최적 설계변수가 계산되면 최적화 알고리즘을 종료한다(Nocedal, *et al.*, 2006).

SQP 기법은 효율적이며 비선형 지배방정식에 대해 접근하기 쉽기에, 구조 설계를 위한 최적화 알고리즘에 가장 적합한 기법의 하나로 거론된다(Schittkowski, *et al.*, 1994).

2.2 VABS

Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis (VABS)는 단면 해석 프로그램으로, 기하학적 비선형 3차원 탄성 보 문제를 2차원 선형 단면 해석 문제(x_2, x_3 방향)와 1차원 비선형 보 문제(x_1 방향)로 분리하는 Berdichevskii (1981)의 이론에서 유래되었다.

단면 형상, 적층 패턴, 재료 물성 등을 VABS에 입력하면, 단면의 강성 행렬, 질량 행렬, 그리고 전단 중심과 같은 단면 물성을 효율적으로 계산할 수 있다(Yu, *et al.*, 2002).

VABS에서 제공하는 단면 물성 중 6×6 질량 행렬 $[M]$의 구성은 식 (5)와 같으며(Yu, 2011), 운동량 및 속도 등과 식 (6)과 같은 관계를 맺는다.

$$[M] = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 & 0 & \mu x_{m3} & -\mu x_{m2} \\ 0 & \mu & 0 & -\mu x_{m3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & \mu x_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & -\mu x_{m3} & \mu x_{m2} & i_{22}+i_{33} & 0 & 0 \\ \mu x_{m3} & 0 & 0 & 0 & i_{22} & i_{23} \\ -\mu x_{m2} & 0 & 0 & 0 & i_{23} & i_{33} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\begin{Bmatrix} P \\ H \end{Bmatrix} = [M] \begin{Bmatrix} V \\ \Omega \end{Bmatrix} \tag{6}$$

μ는 단위 길이당 질량, (x_{m2}, x_{m3})는 단면 질량 중심 좌표, i_{22}와 i_{33}는 각각 x_2축, x_3축에 대한 질량 관성모멘트, i_{23}는 관성곱(product of inertia)이다. 또한 P는 선형 운동량, H는 각운동량, V는 속도, Ω는 각속도이다.

VABS에서 제공하는 단면 물성 중 6×6 Timoshenko 강성 행렬 $[S]$는 외력·변형률과 다음과 같은 관계를 맺는다.

$$\begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = [S] \begin{Bmatrix} \gamma \\ \kappa \end{Bmatrix} \tag{7}$$

여기서, 좌변의 F, M은 단면에 작용하는 외력 및 모멘트 벡터며, 우변의 γ, κ는 각 하중에 의해 단면에 발생하는 변형률 및 곡률이다.

위와 같이 구해진 단면 물성을 바탕으로, VABS에 보의 단면에 가해지는 하중 등을 입력하면 단면 응력 및 변형률 분포 또한 계산할 수 있다. 이러한 응력 회복(stress recovery) 과정은 보에 가해진 하중이 적절한지에 대해 파악할 수 있도록 하는 도구가 된다.

2.3 기하학적 정밀 보 모델

본 논문에서는 VABS를 이용해 2차원 선형 단면(x_2, x_3 방향) 해석을 하였으며, 1차원 보(x_1 방향) 문제에 대해서는 기하학적 정밀 보 모델을 사용하였다. 이는 혼합 변분법 정식화로, 대변형이 발생하는 1차원 보의 기하학적 비선형성, 그리고 굽힘·비틀림 변형 간의 결합을 해석하기 위한 기하학적 정밀성을 고려하도록 해준다. Hamilton의 원리를 통해 유도된 혼합 변분법 정식화는 다음과 같다(Hodges, 1990).

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l [\delta(K-U) + \delta \overline{W}] dx_1 dt = \delta \overline{A} \tag{8}$$

여기서, $\delta \overline{W}$는 단위 길이 당 가해진 하중의 가상 일이다. $\delta \overline{A}$는 시간 간격 마지막, 보 끝 단에서의 가상 움직임이다. K와 U는 각각 단위 길이당 운동에너지, 변형률 에너지 밀도이다. l는 보의 길이, $[t_1, t_2]$는 임의의 고정된 시간간격이다.

K와 U를 통해 선형 운동량, 각운동량, 내력, 모멘트에 대한 열 행렬 P_B, H_B, F_B, M_B를 표현하면 각각 다음과 같다(Danielson, *et al.*, 1988). 아래 첨자 B는 변형된 보의 좌표계를 의미한다.

$$P_B = \left(\frac{\partial K}{\partial V_B} \right)^T, \ H_B = \left(\frac{\partial K}{\partial \Omega_B} \right)^T \tag{9}$$

$$F_B = \left(\frac{\partial U}{\partial \gamma} \right)^T, \ M_B = \left(\frac{\partial U}{\partial \kappa} \right)^T \tag{10}$$

이때 식 (9)의 P_B, H_B과, 식 (10)의 F_B, M_B는 각각 식 (6), (7)을 통해서 구해진다. 이와 함께 라그랑지 승수법을 이용해 식 (8)을 전개하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} &\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l [\delta V_B^* P_B + \delta \Omega_B^{*T} H_B - \delta \gamma^{*T} F_B - \delta \kappa^{*T} M_B \\ &+ \delta F_B^T (\gamma - \gamma^*) + \delta M_B^T (\kappa - \kappa^*) - \delta P_B^T (V_B - V_B^*) \\ &- \delta H_B^T (\Omega_B - \Omega_B^*)] dx_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^l \delta \overline{W} dx_1 dt \\ &= \delta \overline{A} \end{aligned} \tag{11}$$

δ와 관련된 값은 임의적이기에 식 (11)은 다음과 같은 행렬, 이산화 형태의 지배방정식으로 표현할 수 있다(Cheng, 2002).

$$F_S(X, \dot{X}) - F_L = 0 \tag{12}$$

여기서, F_S와 F_L은 각각 구조 연산자, 하중 연산자이며, X는 아래와 같은 구조적 변수로 이루어진 있는 미지수 벡터이다.

$$\begin{aligned} X = [&\hat{F}_1^T \ \hat{M}_1^T \ u_1^T \ \theta_1^T \ F_1^T \ M_1^T \ P_1^T \ H_1^T \cdots \\ &\cdots u_N^T \ \theta_N^T \ F_N^T \ M_N^T \ P_N^T \ H_N^T \ \hat{u}_{N+1}^T \ \hat{\theta}_{N+1}^T]^T \end{aligned} \tag{13}$$

2.4 수치해석 검증 예제

3차원 유한요소해석 결과와 VABS를 이용한 차원축소모델의 변형률 복원 해석 결과를 비교하기 위해 사용한 예제는 Fig. 1과 같이 등방성 재질로 이루어진 원형관이다. 원형관의 길이는 1m, 내부 직경은 10mm, 외부 직경은 20mm이며, 사용한 재료는 알루미늄 합금 2014이다. 3차원 해석을 위해서 ANSYS Static Structural 모듈을 사용하였으며, 알루미늄 합금 2014의 물성치는 Table 1에 나타내었다.

이러한 원형관의 한 쪽 끝단엔 고정단 경계조건을 가했고, 다른 한 쪽은 전단하중 100N, 모멘트 100N·m을 가하였다. 관찰한 단면은 길이 방향으로 0.5m 지점의 단면이다. Fig. 2와 Fig. 3에 각각 3차원 유한요소모델의 단면 해석 결과와 VABS를 이용한 차원축소모델의 복원 해석 결과를 정리하였다. 두 경우의 변형률 분포가 유사하며, 크기 또한 3% 이내의 오차를 가짐을

확인하였다. 3차원 해석은 변형 전 좌표에서 관찰하였기에 변형 후 좌표에서 관찰한 차원축소 해석 결과에 비해 약간의 기울어짐을 확인할 수 있다.

Table 1 Material properties of 2014 aluminum alloy

Young's modulus(Gpa)	Density(kg/m^3)	Poisson's ratio
73	2800	0.33

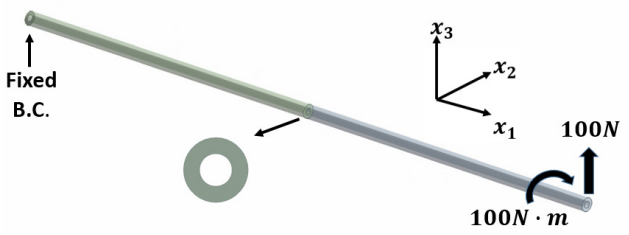

Fig. 1 Configuration of circular pipe and loads

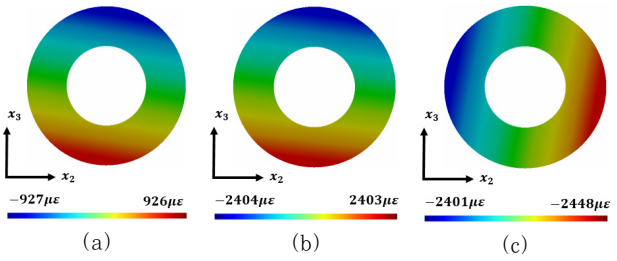

Fig. 2 Strain recovery analysis results of ε_{11}(a), γ_{12}(b), and γ_{13}(c) through 3D finite element analysis, $x_1=0.5$m

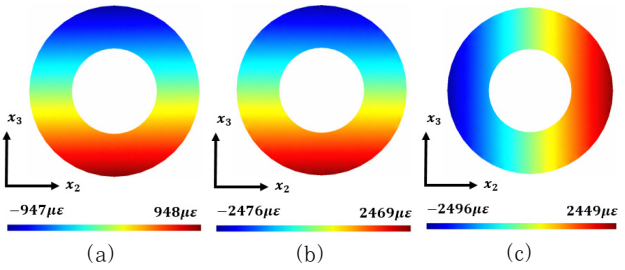

Fig. 3 Strain recovery analysis results of ε_{11}(a), γ_{12}(b), and γ_{13}(c) through VABS analysis, $x_1=0.5$m

2.5 인간동력항공기 main spar 최적 설계

2.5.1 해석 대상

해석 대상은 주익의 1/4 코드 지점에 있으며, 스팬 방향으로 단면이 일정하고, 탄소 섬유가 적층된 원형 spar이다. 최적화 이전 초기 형상의 적층 패턴은 2012년 인간동력항공기 시범 경진대회에 참가한 HPA 'VOLANTE'의 주익 main spar 적층 패턴을 참고하였으며(Lee, 2013), Table 2, Table 3과 같다.

공력 하중의 경우, 코드 길이 1m, 받음각 4°의 Eppler E387

Table 2 Carbon properties

Property		Carbon UD	Fabric
Elastic modulus (GPa)	E_1	131	65.4
	E_2	8.2	65.4
	E_3	8.2	-
Shear modulus (Gpa)	G_1	4.5	3.59
	G_2	4.5	-
	G_3	3.5	-
Poisson's ratio	ν_{12}	0.281	0.058
	ν_{13}	0.281	-
	ν_{23}	0.47	-
Tensile strength (Mpa)	X_T	2000	959.1
	Y_T	61	929.1
	Z_T	61	-
Shear strength (Mpa)	S_{12}	70	118.6
	S_{13}	70	-
	S_{23}	40	-
Density(kg/m^3)	ρ	1580	1580

Table 3 Main spar layup pattern

Ply No.	Type	Thickness(mm)	Orientation(°)
1, 2	UD	0.255	0
3	Fabric	0.230	-45
4	Fabric	0.230	90
5	Fabric	0.230	45
6~9	UD	0.255	0

익형을 가정해, 가해지는 공력을 EDISON solver인 익형 공력 DB 자동 생성 소프트웨어(KFLOW_EDISON_5)를 이용해 계산하였다. 이 소프트웨어는 익형에 대한 정렬 격자를 제공하며, 아음속 점성 유동에 대한 정상 유동 해석이 가능하므로, 저속에서 순항 중인 인간동력항공기에 대한 유동을 해석하기에 적합하다고 판단되었다. 계산 결과는 Table 4에 정리하였다. 이렇게 공력 하중을 계산한 뒤, 모든 공력하중을 받는 상황으로 치환하여, 인간동력항공기 운항 시 main spar가 받는 하중을 실제와 가깝게 가정하였다(Fig. 4).

Table 4 Main wing and aerodynamic properties

Airfoil	-	Eppler E387
Chord(m)	c	1
Half span(m)	$b/2$	10
AOA(°)	α	4
Free stream velocity	V_{INF}	9.4
Lift coefficient	c_l	0.85296
Drag coefficient	c_d	0.02120
Moment coefficient	$c_{m,c/4}$	-0.08678
Lift on half span(N)	L	462.6
Drag on half span(N)	D	11.5
Moment on half span(Nm)	M	47.0

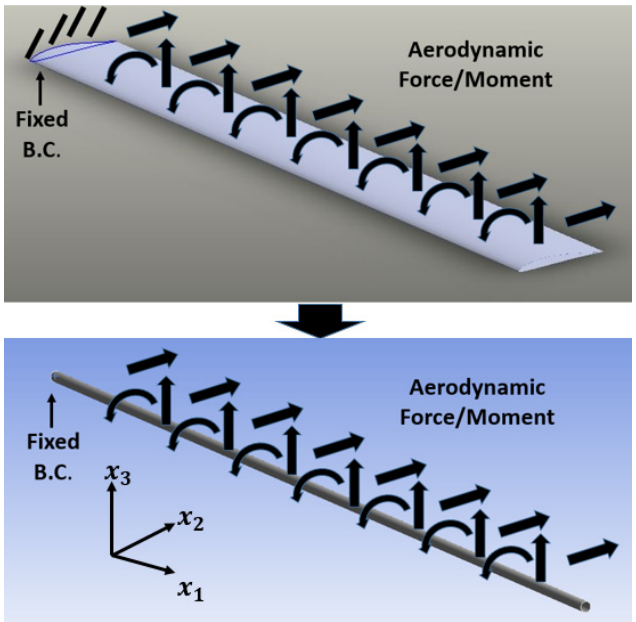

Fig. 4 Description of the aerodynamic loads on the main spar

2.5.2 최적화 문제 설정

본 논문에서는 인간동력항공기 main spar의 적층 두께, 내부 직경을 설계변수로 설정하였다. 설계변수의 초기치는 앞서 Table 3에서 정리한 바와 같으며, 설계변수 및 그의 범위는 Table 5와 같이 설정하였다.

Table 5 Range of the design variables

Design variable	Min	Max	Initial
Inner radius of spar(mm)	40	60	50
1st, 2nd ply thickness(mm)(UD, 0°)	0.150	0.500	0.255
3rd ply thickness(mm)(Fabric, -45°)	0.150	0.500	0.230
4th ply thickness(mm)(Fabric, 90°)	0.150	0.500	0.230
5th ply thickness(mm)(Fabric, 45°)	0.150	0.500	0.230
6th~9th ply thickness(mm)(UD, 0°)	0.150	0.500	0.255

최적화 알고리즘은 스파 끝 단의 x_2, x_3 방향 굽힘 변형 변위, x_1방향 비틀림 변형 각도를 초기 상황과 같게 하되, 단위 스팬 길이당 질량을 최소화하도록 구성하였다. 변형을 일정하게 하도록 식 (2), (3)과 같은 부등식 제한조건, 등식 제한조건을 사용하는 대신, 아래와 같이 목적함수 안에 변형과 관련된 항들을 포함함으로써 변형이 일정하도록 최적화 알고리즘을 구성하였다.

$$\text{Minimize } f(x) = \lambda_1\left(\frac{\theta_1-\theta_{1,0}}{\theta_{1,0}}\right)^2 + \lambda_2\left(\frac{w_2-w_{2,0}}{w_{2,0}}\right)^2 + \lambda_3\left(\frac{w_3-w_{3,0}}{w_{3,0}}\right)^2 + \lambda_4\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)^2 \quad (14)$$

여기서, θ_1은 x_1방향 끝 단 비틀림 각도, w_2는 x_2방향 끝 단 굽힘 변형 변위, w_3는 x_3방향 굽힘 변형 변위, 그리고 μ는 단위 스팬 길이당 질량이다. 하첨자 0은 초기치를 나타내며, λ_i는 각 변수의 크기와 영향을 고려해 선정하는 상수이다. 각 변수의 크기를 고려하는 것은, 모든 항을 초기치로 나누는 무차원화로도 이루어졌다. 목적함수 앞 세 항은 변형이 초기치와 같도록 유지하는 기능을 하며, 마지막 항은 스팬 길이당 질량이 최소가 되도록 한다. 요약하자면, 식 (14)의 목적은 main spar의 질량을 최소화하되, 변형은 기존과 유사하게 유지하는 것이다.

2.5.3 최적화 알고리즘

이 장에선 본 논문에서 수행한 최적화 과정에 설명한다. 최적화 과정은 Fig. 5에서 간략히 나타내었다. 우선 초기 설계변수를 설정하고, 이에 더불어 KFLOW_EDISON_5을 이용해 공력 계수를 계산하였다. 공력 계수를 계산하는 과정은 앞의 Table 4에서 설명하였으며, 이는 설계변수에 함께 보에 가해질 외력으로 치환되었다.

초기 설계변수와 공력 계수를 토대로, VABS를 이용해 질량 및 강성 행렬, 그리고 단위 스팬 길이당 main spar 질량을 계산하고, 기하학적 정밀 보 모델을 이용해 main spar 끝 단 굽힘 변형 변위($w_{2,0}$, $w_{3,0}$) 및 비틀림 변형 각도($\theta_{1,0}$)를 계산하였다. 이는 곧 초기 모델의 변형 및 단위 스팬 길이당 질량이며, 식 (14)의 목적함수를 구성하는 요소이다. 자세한 수치는 Table 5에 표기하였다.

이러한 과정을 거쳐 목적함수를 만들게 되면, MATLAB 내장함수인 fmincon을 통해 SQP 최적화 과정을 거치게 된다.

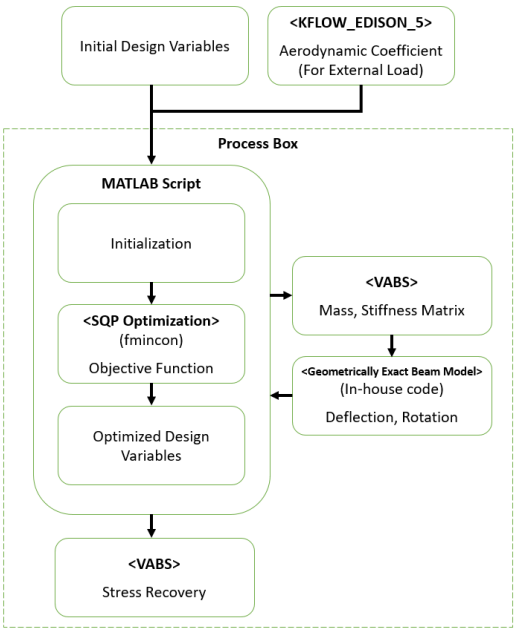

Fig. 5 Optimization flow chart

Table 6 Deformation and mass of initial spar model

x_1-dir tip rotation(°)	$\theta_{1,0}$	0.74313
x_2-dir tip displacement(m)	$w_{2,0}$	0.01454
x_3-dir tip displacement(m)	$w_{3,0}$	0.61180
Mass per unit span(kg/m)	μ	1.12641

마찬가지로, 설계변수를 바꿔 가는 각 반복과정에서 VABS와 기하학적 정밀 보 모델 기반 계산을 거쳤으며, 새로운 w_2, w_3, θ_1을 계산하였다.

설계변수와 목적함수가 반복계산을 거치며 어느 정도 수렴하였을 때, 계산을 종료하고 이를 최적 설계변수로 설정하였다. 이러한 최적 설계변수를 바탕으로 한 main spar 단면에 대해 VABS를 이용한 응력 회복(stress recovery)을 수행했으며, 단면의 구성이 보에 가해진 하중을 견디기에 적절한지 파악하였다. 보의 고정단에 가장 많은 내력이 발생한다고 판단하였기에, main spar의 고정단 부분 단면에 대해 응력 회복(stress recovery)을 수행하였다.

Fig. 5에서 표시한 Process Box 내의 모든 과정은 자동화 과정으로 진행되었다. 즉, 초기 설계변수와 공력 계수를 입력하면, 자동화 과정을 통해 SQP, VABS, 기하학적 정밀 보 모델을 구동하는 최적화 프레임워크를 개발하였다.

2.5.4 최적화 결과

Fig. 2의 최적화 과정을 실행하였으며, 13번의 반복 과정을 통해 식 (14)의 목적함수가 수렴하였다. 목적함수가 반복과정을 통해 수렴하는 그래프를 Fig. 6에 나타내었으며, 목적함수의 항 중에서 단위 스팬 길이당 질량 μ가 반복과정을 통해 변화하는 그래프를 Fig. 7에 나타내었다.

최적화 과정을 통해 계산한 최적 설계변수는 Table 7과 같다. 그리고 최적 설계에서의 변형, 단위 스팬 길이당 질량은 Table 8과 같다. 최적 설계는 초기 설계에 비해 직경이 늘고, 적층 두께가 줄었다. 그 결과, main spar 단위 스팬 길이당 질량은

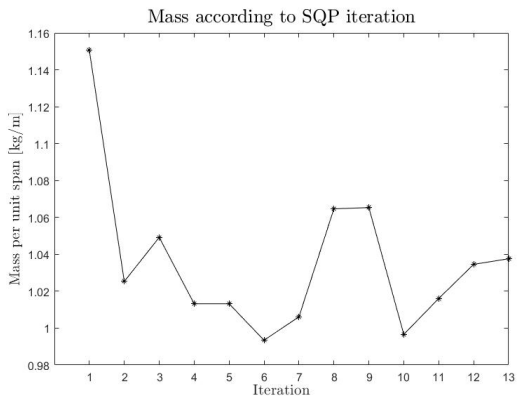

Fig. 6 Mass according to SQP iteration

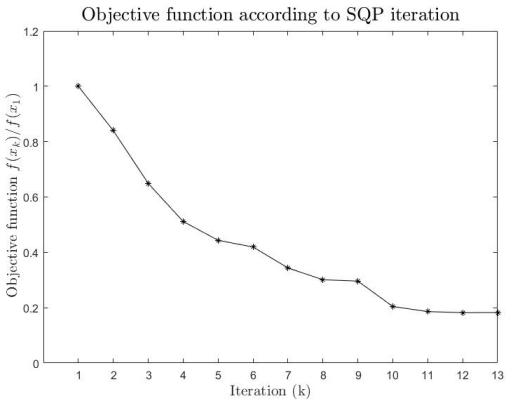

Fig. 7 Objective function according to SQP iteration

Table 7 Optimized design variables

Variables	Optimized value	Comparsion with initial value(%)
Inner radius of spar(mm)	52.16	4.32%↑
1st, 2nd ply thickness(mm)(UD, 0°)	0.255	0%
3rd ply thickness(mm)(Fabric, -45°)	0.202	12.7%↓
4th ply thickness(mm)(Fabric, 90°)	0.226	1.74%↓
5th ply thickness(mm)(Fabric, 45°)	0.209	9.13%↓
6th~9th ply thickness(mm)(UD, 0°)	0.205	19.61%↓

Table 8 Deformation and mass of the optimized design

Variables		Optimized design	Comparsion with initial design(%)
x_1-dir tip rotation(°)	θ_1	0.74083	0.54%↓
x_2-dir tip displacement(m)	w_2	0.01474	1.38%↑
x_3-dir tip displacement(m)	w_3	0.62070	1.45%↑
Mass per unit span(kg/m)	μ	1.03761	7.88%↓

7.88% 줄었다. 반면 최적 설계에서의 변형은 초기 설계와 비교했을 때, 최대 1.45% 차이를 가지는 거의 유사한 변형을 나타내었다.

이렇게 도출한 최적 형상의 구조적 안정성을 관찰하기 위하여, VABS를 이용한 응력 복원(stress recovery) 및 변형률 복원(strain recovery)을 수행하였다. 보의 지지단 부분에 가장 많은 내력 및 모멘트가 발생하였기에, 이 위치의 단면에 대하여 응력회복 및 변형률 회복 해석을 수행하였다. 발생한 내력 및 모멘트는 기하학적 정밀 보 모델 기반의 해석 결과를 사용하였다. 변형률 복원의 결과를 전역 좌표계로 나타낸 것은 Fig. 8과 같다. 이때, ε_{11}, γ_{12}, γ_{13}은 각각 x_1방향, x_1-x_2방향,x_1-x_3방향 변형률이다. 또한, 각 재료의 국소 좌표계에서의 복원 해석 결과를 토대로 Von-Mises 등가 변형률(equivalent Von-Mises strain)을 계산해 구조적 마진을 구하였다. 이는 Table 9에 표시하였으며, 본 연구의 최적 설계는 구조적 여유를 충분히 지닌다고 판단하였다.

Table 9 Material allowable strain and margin of safety, $x_1 = 0$

Material	Allowable strain ($\mu\varepsilon$)	Max. strain ($\mu\varepsilon$)	Margin of safety
Carbon UD(1st, 2nd ply, 0°)	3809	1035	3.68
Carbon fabric(3rd ply, -45°)	8259	1047	7.89
Carbon fabric(4th ply, 90°)	8259	1007	8.20
Carbon fabric(5th ply 45°)	8259	1082	7.63
Carbon UD(6th~9th ply, 0°)	3809	1085	3.51

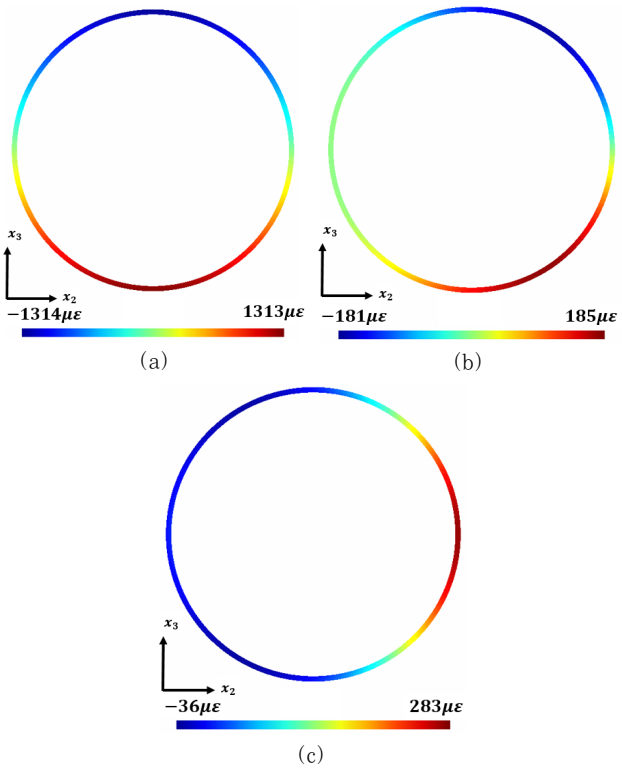

Fig. 8 Strain Recovery Analysis Results of ε_{11}(a), γ_{12}(b), and γ_{13}(c) at Global Coordinate, $x_1 = 0$

3. 결 론

본 논문에서는 인간동력항공기 main spar의 단면 형상을 대상으로 질량 최소화를 수행하였다. 최적화 기법으로는 SQP 기법을 사용하였으며, 단면 물성 및 보의 변형을 계산하기 위해 VABS와 기하학적 정밀 보 이론을 도입하였다. 이후, 위 과정들을 하나의 프레임워크로 통합하여 최적화를 진행하였다. 이에 더불어 최적화된 단면 형상에 대해 VABS를 통한 응력 복원(stress recovery) 및 변형률 복원(strain recovery)을 수행해 검증을 거쳤다. 그 결과 main spar의 굽힘 변형 및 비틀림 변형을 최대 1.45% 이내로 유지한 채로 7.88%의 질량 감소를 이루는 최적 설계를 도출하였다. 본 논문은 3차원 유한요소 해석이 아닌 비선형 1차원 정밀 보 모델과 선형 2차원 단면 해석을 결합함으로써 최적화 시간을 단축하였다. 또한, 기존 main spar 질량 최적화 연구에서 끝 단 굽힘 변형 변위만을 유지한 것에 비교해, 비틀림 변형 각도 유지 또한 고려함으로써 최적해의 타당성을 강화하였다. 하지만, 통상적으로 탄소 섬유 적층 시 제작 과정 등의 이유로 인해 그 적층 두께가 일정하므로, 이를 고려하지 않은 것은 실제 사례 적용에 장애가 될 것으로 예상한다. 향후, 적층 두께가 기존 적층 두께의 정수배가 되도록 변수를 설정하여, 즉 적층 두께보단 적층 개수를 설계변수로 설정하여 실제 사례 적용 가능성을 높일 것이다. 나아가, 항공기 순항 중보다 강도가 큰 이륙 시 공력 하중을 적용해 응력, 변형률 복원 과정을 수행할 예정이다.

감사의 글

본 연구는 한국연구재단이 주관하는 첨단 사이언스·교육 허브 개발 사업(NRF-2014M3C1A6038842)의 지원을 받아 수행되었습니다.

References

Ahn, S.H. (2016) A Study on Stress Recovery Analysis of Dimensionally Reducible Composite Beam Structure with High Aspect Ratio using VABS, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 29(5), pp.405~411.

Berdichevskii, V. (1981) On the Energy of an Elastic Rod, *J. Appl. Math. & Mech.*, 45(4), pp.518~529.

Cheng, T. (2002) Structural Dynamics Modeling of Helicopter Blades for Computational Aeroelasticity, M.S. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, p.180.

Danielson, D.A., Hodges, D.H. (1988) A Beam Theory for Large Global Rotation, Moderate Local Rotation, and Small Strain, *J. Appl. Mech.*, 55(1), pp.179~184.

Hodges, D.H. (1990) A Mixed Variational Formulations Based on Exact Intrinsic Equations for Dynamics of Moving Beams, *Int. J. Solids & Struct.*, 25(11), pp.1253~1273.

Jang. J.H., Koo. H.M., Ahn. S.H. (2017) Computation of Energy Release Rates for Slender Beam through Recovery Analysis and Virtual Crack Closure Technique, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 30(1), pp.31~37.

Kogiso, N., Tsushima, T., Murotsu, Y. (2000) Wing Planform Optimization of Human Powered Aircraft in

Low Reynolds Number Range, AIAA-2000-4739, AIAA, USA, p.10.

Lee, C.R., Park, J.W., Go, E.S., Choi, J.S., Kim, I.G., Kim, B.S. (2013) HPA Structure Design and Power Measurement, *Aerosp. Eng. & Technol.*, 12(2), pp.209~220.

Nocedal, J., Wright, S.J. (2006) *Numerical Optimization*, Springer-Verlag, New York, p.664.

Vanderhoydonck, B., Santo, G., Vierendeels, J., Degroote, J. (2016) Optimization of a Human-Powered Aircraft Using Fluid-Structure Interaction Simulations, *Aerosp.*, 3(3), pp.1~25.

Schittkowski, K., Zillober, C., Zotemantel, R. (1994) Numerical Comparison of Nonlinear Programming Algorithms for Structural Optimization, *Struct. Optim.*, 7(1), pp.1~28.

Yu, W., Volovoi, V.V., Hodges, D.H., Hong, X. (2002) Validation of the Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis(VABS), *AIAA J.*, 40(10), pp.2105~2133.

Yu, W. (2011) VABS Manual for Users, http://analyswift.com/wp-content/uploads/2012/10/VABS-Manual.pdf (accessed May., 6, 2018)

요 지

본 논문에서는 보의 대변형 및 비틀림 변형을 고려한 인간동력항공기 주익 main spar 질량 최적화 과정을 소개한다. 순차적 이차 프로그래밍 기법(sequential quadratic programming)을 최적화 기법으로 선정해 구조 최적설계에 적절한 최적화 알고리즘을 수행하였다. Main spar 내부 직경, 적층 두께 등을 설계변수로 설정하였다. 목적함수에는 질량 최소화, 굽힘 변형 변위 일정, 그리고 비틀림 변형 각도 일정 등의 요소를 포함하였다. 굽힘과 비틀림 변형 계산엔 대변형 해석에 적합한 기하학적 정밀 보 모델을 도입하였으며, 기하학적 정밀 보 모델에 필요한 단면 물성은 Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis(VABS) 단면 해석프로그램를 통해 계산하였다. 그 결과 main spar의 굽힘 변형 및 비틀림 변형을 최대 1.45% 이내로 유지한 채로 7.88%의 질량 감소를 이루는 최적설계를 도출하였다, 이후 응력복원 및 변형률 복원을 통해 최적설계의 구조적 안정성과 최적화 과정의 타당성을 검증하였다.

핵심용어 : 인간동력항공기, 구조 최적화, 순차적 이차 프로그래밍, 기하학적 정밀 보 모델, VABS, 응력/변형률 복원