

강 압축 부재의 잔류응력에 따른 기둥강도곡선의 비탄성영역에 대한 해석적 고찰

시상광*

An Analytical Review on the Inelastic Region of Column Strength Curve Associated with Residual Stress of Steel Member under Axial Force

Sang-Kwang See¹

Abstract: This study is the analytical review on the inelastic region of CRC column strength curve. The inelastic region of CRC column strength curve is based on the Bleich theory and the maximum residual stress of $0.5 \sigma_y$. This is somewhat conservative by considering the fact that the maximum residual stress of $0.3 \sigma_y$ is well known. This study proposes column strength curve for nonlinear behavior of hot rolled structural steel members under axial force and tangent modulus E_t , with the maximum residual stress of $0.3 \sigma_y$ and compares them with those of CRC. The stress of the inelastic column under axial compression exceeds proportional limits and reaches yielding point before applied load render the column bent. The column strength curve that depends on gradually yielding state of section needs to be reviewed. In this study, it is derived that the critical load formular according to material yielding with the maximum residual stress of $0.5 \sigma_y$ and compared with CRC column design curve.

Keywords: CRC column strength curve, Tangential modulus, Residual stress, Limit of material proportionality

1. 서 론

전통적으로 기둥은 Euler(1759)의 이론을 기초로 연구가 진행되었다. 19세기에 들어와 단주의 시험결과가 오일러공식과 맞지 않자 Considere(1891)와 Engesser(1889)는 오일러이론은 탄성영역에만 해당한다는 결론에 도달하고 오일러공식을 비탄성영역에도 적용할 수 있도록 유효탄성계수이론을 제시했다. 그 후 Kármán(1910)의 이중탄성계수이론, Shanly(1947)의 접선탄성계수이론 등 유효탄성계수에 대한 연구가 진행되었다. 1900년대 중반부터 Bleich(1952), Hoff(1954), Johnston(1966) 등에 의해 비탄성좌굴의 연구결과를 토대로 기둥강도곡선을 통한 설계기준에 대한 연구가 진행되었다.

초기 기둥강도곡선은 Fig. 1과 같이 탄성영역과 비탄성영역의 구분을 좌굴에 의한 파괴와 재료항복에 의한 파괴로 구별하였다. 그러나 세장비가 충분히 작은 기둥도 항복점보다 상당히 작은 응력에서 좌굴을 일으키는 경향을 발견하고 1950년 미국 리하이대학의 연구는 그 이유가 잔류응력 때문이라는 사실을 알았다. 그 후 Beedle과 Tall(1960)이 압축재의

거동에 영향을 미치는 잔류응력의 영향을 정확히 설명하였다. 이후 최근까지 잔류응력과 기둥의 좌굴에 대한 연구는 꾸준히 진행되어왔다.

CRC(Column Research Council)는 오일러 곡선을 기초로 접선탄성계수이론을 이용하여 CRC기둥강도곡선을 제안하고 있다. CRC는 H-형강단면의 최대압축 잔류응력 크기를 $0.5 \sigma_y$ 로 가정하여 기둥강도곡선과 접선탄성계수 E_t 를 제안하고 있는데 이는 실제로 알려진 최대 압축 잔류응력의 크기가 $0.3 \sigma_y$ 인 경우 보다 다소 보수적이다. 본 연구는 H-형강단면의 최대 압축 잔류응력의 크기를 $0.3 \sigma_y$ 으로 고려하여 그에 따른 기둥강도곡선과 접선탄성계수 E_t 를 제안하고 이를 CRC에서 제안하고 있는 값들과 각각 비교 고찰한다.

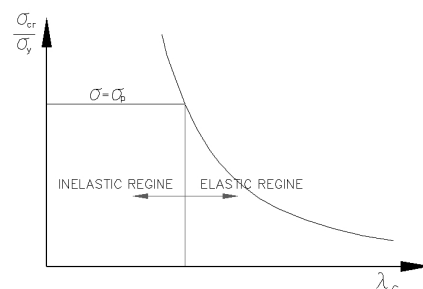


Fig. 1 Column curve

¹정회원, (주)케이아트엔지니어링종합건축사사무소, 기술부, 이사, 교신저자
*Corresponding author: again-maria@hanmail.net

Korea Art Engineering & Architecture Co., LTD., Engineering Dept., Director.
•본 논문에 대한 토의를 2018년 4월 1일까지 학회로 보내주시면 2018년 5월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

축 압축력을 받는 비탄성 기둥은 기둥에 작용하는 하중이 좌굴하중에 이르기 전에 기둥의 응력은 재료의 비례한도를 넘어 항복점에 도달할 것이다. 이때 기둥의 항복강도는 잔류 응력의 크기와 분포에 의해 좌우되는데, 알려진 바와 같이 열 압연 강재의 잔류응력의 분포는 플랜지 외측에서 내측에 이르기까지 직선으로 변한다고 가정하고 있다. 따라서 비탄성 기둥은 외력에 의한 응력의 크기가 $\sigma = 0.5 \sigma_y$ 또는 $\sigma = 0.7 \sigma_y$ 에서 플랜지 외측이 항복하기 시작하여 하중이 증가함에 따라 점차적으로 항복하므로 단면의 항복 변화상태에 따른 기둥강도곡선을 검토할 필요가 있다. 본 연구는 최대 압축 잔류 응력 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 을 사용하여 재료의 항복에 따른 임계하중 곡선식을 유도하고 이를 CRC기둥강도곡선과 비교 고찰한다.

2. 기둥의 비탄성 좌굴하중

비탄성거동을 하는 단주의 임계하중은 아래 식 (1)과 같이 오일러 식에서 일반상수인 탄성계수 E를 좌굴발생시 응력에 따라 변하는 유효탄성계수 E_c 로 바꿔 놓으면 오일러 공식을 적용할 수 있다.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_c I}{l^2} \quad (1)$$

유효탄성계수 E_c 에 대한 연구는 오래전부터 진행되어왔는데 Engesser(1889)는 접선탄성계수를 비탄성좌굴의 정확한 유효탄성계수로 제안하였다. 그 후 기둥이 휘기 시작할 때 기둥의 오목한 측의 응력은 접선탄성계수에 따라 증가하고 볼록한 측에서의 응력은 탄성계수에 따라 감소할 가능성이 있다고 주장한 Considère(1891)이론을 바탕으로 이중계수이론(double modulus theory)이 유효탄성계수를 유도하는데 활용되었다. 그러나 1947년 Shanley(1947)는 결과적으로 정점탄성계수가 정확한 유효탄성계수라고 결론지었다.

접선탄성계수에 의한 임계하중은 Fig. 2와 같은 상태에서 힘의 평형방정식을 이용하여 유도 되는데 오일러 식에서 접선탄성계수를 사용한 것과 같다.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{l^2} \quad (2)$$

이 식을 이용한 임계하중은 이중계수이론에 비하여 좌굴하중치가 작게 되고 시험결과와도 잘 일치한다. 이들 두 이론의 장단점에 대한 논쟁은 아직도 계속 되고 있긴 하지만 이런 이

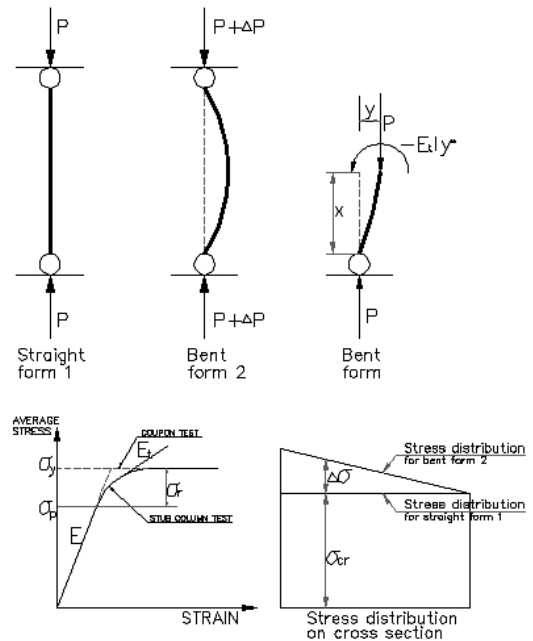


Fig. 2 Tangent modulus theory

유로 정점탄성계수 이론이 비탄성 좌굴의 정확한 이론으로 받아들여지고 있다.

3. CRC기둥강도곡선 과 접선탄성계수 E_t

CRC는 탄성기둥의 강도는 Euler(1759)식을 따르고, 비탄성기둥의 강도는 Bleich(1952)가 제안한 포물선식에 잔류응력을 $0.5 \sigma_y$ 로 고려하여 다음 식(3), 식(4)와 같이 CRC기둥강도곡선식과 CRC접선탄성계수 식을 제안하고 있다. 이 식을 각각 도표로 나타내면 Fig. 3 및 Fig. 4와 같다.

CRC기둥강도곡선 식

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = 1 - \frac{\lambda_c^2}{4} \quad \text{for } \lambda_c \leq \sqrt{2} \quad (3a)$$

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = \frac{1}{\lambda_c^2} \quad \text{for } \lambda_c > \sqrt{2} \quad (3b)$$

CRC접선탄성계수 식

$$\frac{E_t}{E} = 1.0 \quad \text{for } P \leq 0.5 P_y \quad (4a)$$

$$\frac{E_t}{E} = 4 \frac{P}{P_y} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \quad \text{for } P > 0.5 P_y \quad (4b)$$

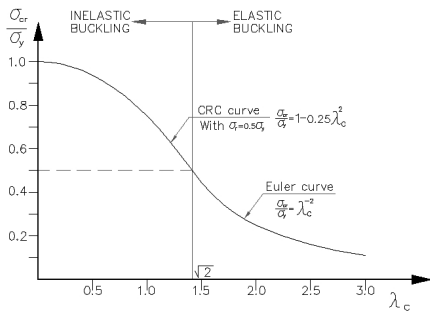


Fig. 3 CRC column curve

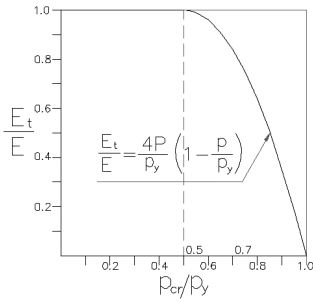


Fig. 4 CRC tangent modulus curve

4. 잔류응력 \$0.3 \sigma_y\$ 일 때 CRC기둥강도곡선

CRC는 탄성거동을 하는 기둥강도곡선식은 잘 알려진 Euler의 공식 $P_{cr} = \pi^2 EI/l^2$ 을 따르는데 이 식에서 $I = A r^2$ 로 놓고 세장비에 대한 무차원 형태로 나타내면 아래 식 (5)와 같다. 이 식에서 λ_c 는 세장변수로서 $\lambda_c = \frac{l}{\gamma} \sqrt{\frac{\sigma_y}{\pi^2 E}}$ 이다.

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = \frac{1}{\lambda_c^2} \quad (5)$$

한편, 비탄성 거동을 하는 기둥에 대하여 CRC가 채택한 Bleich(1952)의 포물선 식은 아래 식 (6)과 같다.

$$\sigma_{cr} = A - B \left(\frac{l}{r}\right)^2 \quad (6)$$

이 식 (6)에서 A 와 B 는 $l/r = 0$ 에서 $\sigma_{cr} = \sigma_y$ 라는 경계조건과 비례한도 $\sigma_y - \sigma_r$ 에서 포물선이 오알일 곡선과 만나야 된다는 연속조건으로 구해지는데 그 결과는 식 (7)와 같다.

$$\sigma_{cr} = \sigma_y - \frac{\sigma_r (\sigma_y - \sigma_r)}{\pi^2 E} \left(\frac{l}{r}\right)^2 \quad (7)$$

위 식 (7)은 CRC기둥강도곡선에서 잔류응력을 고려한 비탄성 영역의 일반식이다. 이 식에서 구조용 강재의 플랜지내 최대 압축잔류응력의 크기를 일반적으로 알려진 값 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 으로 적용하면 식 (8)과 같이 정리되어 $A = \sigma_y$ 및 $B = 0.21 \sigma_y^2 / \pi^2 E$ 의 결과가 나왔다.

$$\sigma_{cr} = \sigma_y - 0.21 \frac{\sigma_y^2}{\pi^2 E} \left(\frac{l}{r}\right)^2 \quad (8)$$

응력 단위로 표현된 위의 식 (8)을 하중단위로 변환하고 세장변수 $\lambda_c = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{\pi^2 E}}$ 를 사용하여 다시 표현하면 아래 식 (9)가 된다.

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = 1 - 0.21 \lambda_c^2 \leq 1 \quad (9)$$

탄성거동을 하는 기둥에 대한 식 (5)와 비탄성거동을 하는 기둥에 대하여 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 로 두고 정리한 식 (9)를 함께 정리하면 식 (10)이 된다. 여기서 잔류응력의 크기가 항복강도의 30%이기 때문에 탄성거동과 비탄성거동의 경계는 $P_{cr} = 0.7 P_y$ 가 된다. 이 값에 해당되는 세장비 λ_c 는 1.195로서 이 값보다 작은 경우 비탄성거동영역이다.

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = 1 - 0.21 \lambda_c^2 \quad \text{for } \lambda_c \leq 1.195 \quad (10a)$$

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = \frac{1}{\lambda_c^2} \quad \text{for } \lambda_c > 1.195 \quad (10b)$$

한편, $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 에 대한 CRC접선탄성계수 식은 축 하중을 받는 짧은 기둥(stub column)의 응력-변형률 곡선에서 임계응력점 σ_{cr} 의 접선 기울기로 나타내는데 다음과 같다.

$$\frac{E_t}{E} \approx \frac{(P_{cr})_{inelastic}}{(P_{cr})_{elastic}} = \frac{[1 - 0.21 \lambda_c^2]}{\lambda_c^{-2}} \leq 1.0 \quad (11)$$

여기서 $P > 0.7 P_y$ 범위, 즉 $\lambda_c \leq 1.195$ 인 비탄성 구간은 $\lambda_c^2 = 4.762(1 - P_{cr}/P_y)$ 이므로 이를 식 (11)에 대입하여 정리하는 과정은 아래 같고 그 결과를 탄성구간 식과 함께 정리하면 좌굴하중에 따른 접선탄성계수 E_t 는 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{E_t}{E} &= \lambda_c^2 (1 - 0.21\lambda_c^2) \\ &= 4.762 \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \left[1 - \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)\right] \\ &= 4.762 \frac{P}{P_y} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{E_t}{E} = 4.762 \frac{P}{P_y} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \text{ for } P > 0.7P_y \quad (12a)$$

$$\frac{E_t}{E} = 1.0 \text{ for } P \leq 0.7P_y \quad (12b)$$

잔류응력의 크기를 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 와 $\sigma_r = 0.3\sigma_y$ 로 각각 다르게 가정했을 때 그에 따른 임계하중을 나타내는 식 (3)과 식 (10)를 비교하기 위하여 두 식을 함께 그래프로 표현하면 Fig. 5와 같이 CRC기둥강도곡선을 얻을 수 있다. 또한 같은 경우의 접선탄성계수 비를 비교하기 위하여 식 (4)와 식 (12)를 함께 그래프로 표현하면 Fig. 6과 같다.

구조용 강재의 플랜지 내 최대 압축잔류응력은 $\sigma_r = 0.3\sigma_y$ 정도로 알려져 있지만 CRC는 이 보다 더 보수적인 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 에 해당하는 곡선을 채택하고 있다. Fig. 5에 나타난 바와 같이

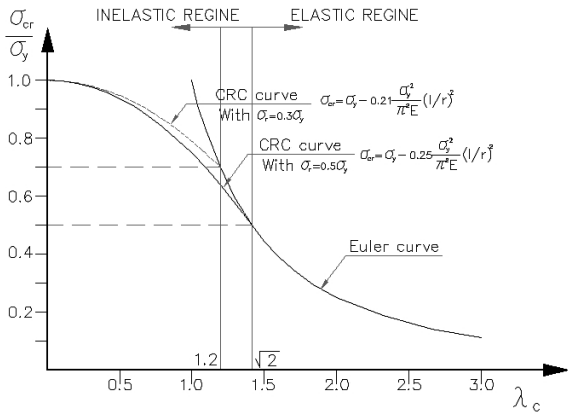


Fig. 5 CRC column curve comparison

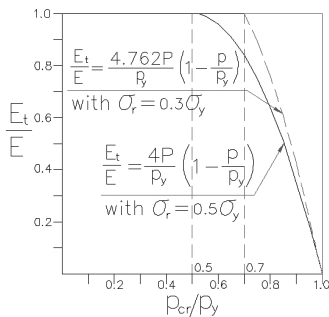


Fig. 6 CRC tangent modulus curve comparison

잔류응력을 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 로 놓으면 임계하중이 더 보수적이지만 탄성구간과 비탄성구간이 만나는 점에서 더 좋은 곡선의 연속성을 얻을 수 있다. Fig. 5의 $\sigma_r = 0.3\sigma_y$ 인 경우 탄성구간과 비탄성구간이 만나는 점에서 꺾이는 점이 발생한다. CRC 기둥강도곡선은 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 을 사용함으로써 매끄러운 곡선을 얻을 수 있다는 점 외에, 좌굴의 방향이 강축과 약축에 따라 임계하중 값이 달라진다는 점을 수용하고 있다. 강축좌굴과 약축좌굴에 따른 기둥강도곡선의 변화를 검토한다.

5. 이상적인 I형 단면의 약축좌굴과 강축좌굴에 따른 기둥강도

열-압연 강 압축부재의 강축좌굴과 약축좌굴의 영향을 알아보기 위하여 기둥강도곡선에서 비탄성좌굴에 관한 Yang, Beedle 및 Johnson(1952)의 이론을 기본으로 한다. 이들은 부재가 좌굴을 시작할 때 단면내에 변형률 전도현상이 일어나지 않는다는 Shnley(1947)이론을 바탕으로, 강재기둥에서 좌굴시 변형률 전도현상이 없다는 것은 변형된 부재의 내부 저항모멘트가 단면의 탄성부분에만 관계된다고 관찰하였다.

이 이론은 비탄성범위의 임계하중을 식 (13)과 같이 오일러 하중에서 전단면에 대한 단면2차모멘트 I 를 단면의 탄성부분에 해당하는 단면2차모멘트 I_e 로 바꾸어 놓고 있다.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_e}{l^2} = \left(\frac{\pi^2 EI}{l^2}\right) \frac{I_e}{I} \quad (13)$$

이 식은 오일러 하중에 감소율 I_e/I 를 곱한 것과 같은데, 감소율 I_e/I 는 잔류응력분포상태, 부재의 단면 형태, 좌굴축 등에 좌우된다.

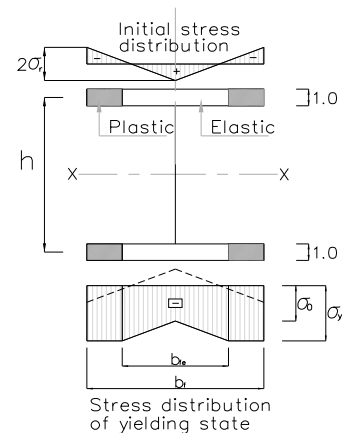


Fig. 7 Partially yielded idealized section

Fig. 7과 같이 복부의 잔류응력의 영향을 무시하고 플랜지 내 잔류응력의 분포를 직선 분포로 가정한 이상적인 I 단면을 기초로 감소율 I_e/I 를 검토한다. 일반적으로 열간 압연강재의 잔류응력의 실제 분포는 최대치가 $0.3\sigma_y$ 인 직선분포와 포물선 분포의 중간 상태로 알려져 있다. 여기서는 직선분포로 가정하고 복부의 단면2차모멘트와 플랜지 자체의 도심축에 대한 단면2차모멘트는 무시한다.

Fig. 7과 같은 이상적인 I 단면에서 강축 X-X와 약축 Y-Y에 대한 좌굴하중 감소율 I_e/I 는 아래 식 (14)와 같다.

강축 X-X

$$\frac{I_e}{I} = \frac{2b_{fe}t_f h^2/4}{2b_f t_f h^2/4} = \frac{b_{fe}}{b_f} \quad (14a)$$

약축 Y-Y

$$\frac{I_e}{I} = \frac{2b_{fe}^3 t_f/12}{2b_f^3 t_f/12} = \left(\frac{b_{fe}}{b_f}\right)^3 \quad (14b)$$

여기서 $\tau = b_{fe}/b_f = A_e/A$ 라고 하면 식(13)는 강축과 약축에 대하여 각각 식 (15)로 나타낼 수 있다.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \cdot \tau \quad (\text{강축}) \quad (15a)$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \cdot \tau^3 \quad (\text{약축}) \quad (15b)$$

식 (15)를 세장비에 대하여 무차원 그래프 형태로 나타내면 아래 식 (16)과 같이 강축과 약축에 대한 두개의 곡선을 갖는다.

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = \frac{\tau}{\lambda^2} \quad (\text{강축}) \quad (16a)$$

$$\frac{P_{cr}}{P_y} = \frac{\tau^3}{\lambda^2} \quad (\text{약축}) \quad (16b)$$

여기서 $\tau = A_e/A = b_{fe}/b_f$ 는 Fig. 7과 같이 이상적인 I 단면에 잔류응력의 직선분포를 이용하여 해석적인 방법으로 결정한다. 단면에 작용하는 축하중에 전체 단면적을 나눈 평균응력 σ_A 가 비례한도를 넘으면 단면의 일부는 소성, 일부는 탄성으로 된다. 이 때 부재에 작용하는 전하중은 식 (17)과 같다.

$$P = 2\sigma_y(A - A_e) + 2\frac{(\sigma_0 + \sigma_y)}{2}A_e \quad (17)$$

여기서 σ_0 는 플랜지의 중앙부의 응력인데 Fig. 7에서 보는

것과 같이 응력의 비례관계에서 $\sigma_0 = \sigma_y - 2\sigma_r(b_e/b)$ 이므로 이 관계식을 단면적에 대한 식 $\sigma_0 = \sigma_y - 2\sigma_r(A_e/A)$ 으로 변환하여 위 식 (17)에 대입하여 정리하면 식 (18)이 되고, 식 (18)의 양변을 전체 단면적 $2A$ 로 나누어 응력으로 표현하면 식 (19)가 된다.

$$P = 2\sigma_y A - \frac{2\sigma_r A_e^2}{A} \quad (18)$$

$$\sigma_A = \sigma_y - \sigma_r \left(\frac{A_e}{A}\right)^2 \quad (19)$$

한편 Fig. 2에서 보는 바와 같이 짧은 기둥의 응력-변형률곡선은 평균응력에 대하여 변형율을 나타낸 것이므로

$$E_t = \frac{d\sigma_A}{d\epsilon} = \frac{dP/A}{(dP/A_e)E} = E\left(\frac{A_e}{A}\right) \quad (20)$$

로 나타낸다. 이 관계를 E_t/E 에 대한 함수로 바꾸면 $E_t/E = A_e/A$ 가 된다. 앞서 $\tau = A_e/A = b_{fe}/b_f$ 로 정리하였는데 이 관계를 식 (19)를 이용하여 다시 정리하면 τ 는 아래 식 (21)과 같이 유효단면적에 대한 식 또는 접선탄성계수비에 대한 식 그리고 응력에 대한 식으로 표현할 수 있다.

$$\tau = \frac{A_e}{A} = \frac{E_t}{E} = \sqrt{\frac{\sigma_y - \sigma_A}{\sigma_r}} \quad (21)$$

여기서 A_e 는 단면 항복 시 탄성영역 유효면적, A 는 탄성거동 유효면적, σ_A 는 축하중에 의한 응력, σ_r 은 잔류응력, σ_y 는 항복응력, E 는 재료의 탄성계수, E_t 는 비탄성구간의 접선탄성계수이다. 식 (16)과 식 (21)을 이용하면 강축좌굴과 약축좌굴에 따른 기둥강도곡선을 얻을 수 있다.

비탄성영역의 강축좌굴과 약축좌굴에 대한 기둥강도곡선을 구하기 위해 잔류응력 $\sigma_r = 0.3\sigma_y$ 에 대하여 $n = \sigma_{cr}/\sigma_y$ 으로 놓고 식 (21)을 정리하면 식 (22)가 된다.

$$\tau = \sqrt{\frac{\sigma_y - \sigma_A}{\sigma_r}} = \sqrt{\frac{\sigma_y - n\sigma_y}{0.3\sigma_y}} = \sqrt{\frac{1 - n}{0.3}} \quad (22)$$

한편, 식 (16)의 강축좌굴과 약축좌굴에 대한 기둥강도곡선식을 응력으로 바꾸어 λ 에 대하여 정리하면 식 (23)이 된다.

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{\tau}{\lambda^2} \quad \text{에서} \quad \lambda = \sqrt{\frac{\tau}{n}} \quad (\text{강축}) \quad (23a)$$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{\tau^3}{\lambda^2} \text{ 에서 } \lambda = \sqrt{\frac{\tau^3}{n}} \quad (\text{약축}) \quad (23b)$$

좌굴하중의 변화에 따른 각각의 $n = \sigma_{cr}/\sigma_y$ 에 대하여 식 (22)와 식 (23)을 이용하여 τ 와 λ 를 계산하여 정리하면 다음 Table 1과 같고 이 표를 이용하여 강축좌굴과 약축좌굴에 대한 비탄성영역의 기둥강도곡선을 그림으로 표현하면 Fig. 8과 같다.

Fig. 8에서 보듯이 단면응력이 $0.7\sigma_y$ 미만, 즉 $\lambda > 1.195$ 영역에서 기둥은 탄성거동을 하는데 이 때 기둥강도곡선은 오일러 공식에 따라 계산된 곡선이다. 단면응력이 $0.7\sigma_y$ 이상인 영역, 즉 $\lambda < 1.195$ 에서 기둥은 비탄성거동을 하는데 이에 대한 강축과 약축 좌굴하중 곡선을 각각 나타내고 있다. Fig. 8은 CRC기둥강도곡선을 함께 표현하고 있다. 앞서 기술했듯이 CRC기둥강도곡선은 Bleich(1952)가 제안한 식에 강재의 플랜지내 최대 압축 잔류응력을 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 로 고려하여 얻은 곡선이다. 일반적으로 CRC기둥강도곡선은 강축과 약축좌굴 사이의 절충안으로 추천되었다고 알려져 있는데 Fig. 8은 이 사실 잘 뒷받침해 준다.

Table 1 Values for column curve($\sigma_r = 0.3\sigma_y$)

$n = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}$	$\tau = \sqrt{\frac{1-n}{0.3}}$	$\lambda = \sqrt{\frac{\tau}{n}}$ (Strong axis)	$\lambda = \sqrt{\frac{\tau^3}{n}}$ (Weak axis)
0.70	1.0000	1.1950	1.1950
0.75	0.9129	1.1033	1.0072
0.80	0.8165	1.0133	0.8249
0.85	0.7071	0.9121	0.6449
0.90	0.5773	0.8009	0.4624
0.95	0.4082	0.6555	0.2676
1.00	0.0000	0.0000	0.0000

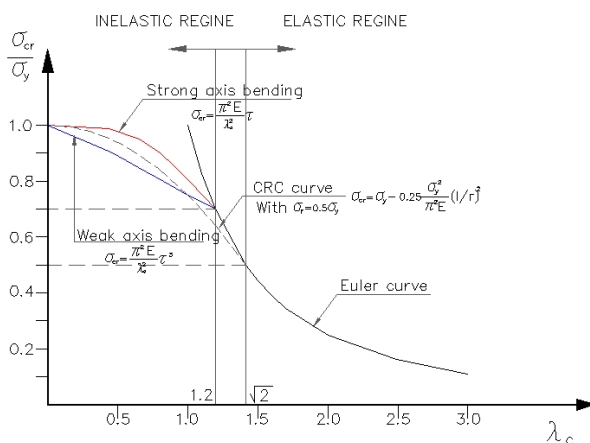


Fig. 8 Column curve for wide flange($\sigma_r = 0.3\sigma_y$)

같은 방법으로 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 에 대하여 정리하면 Table 2와 같고 Table 2를 이용하여 강축좌굴과 약축좌굴에 대한 비탄성영역의 기둥강도곡선을 그림으로 표현하면 Fig. 9와 같다.

Fig. 9는 탄성거동과 비탄성거동의 경계점을 단면응력이 $0.5\sigma_y$ 가 되는 점으로 정하고 있다. 단면응력이 $0.5\sigma_y$ 이상인 영역, 즉 $\lambda < 1.195$ 에서 기둥은 비탄성거동을 한다고 가정하여 강축좌굴하중과 약축좌굴하중에 대한 기둥강도곡선을 나타내고 있다. 그림에서 보듯이 CRC기둥강도곡선이 강축좌굴 곡선과 거의 일치하고 있다. 이는 Yang, Beedle 및 Johnson(1952)의 이론을 기초로 한 단면항복에 따른 임계하중이 Bleich(1952)가 제안한 비탄성 좌굴이론을 기초로 계산한 임계하중과 잘 일치한다는 뜻이다. 이것은 비탄성기둥은 기둥의 재료항복하중과 기둥의 휨을 발생시키는 좌굴하중 사이에 큰 차이가 없다는 것을 말해준다.

Table 2 Values for column curve($\sigma_r = 0.5\sigma_y$)

$n = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}$	$\tau = \sqrt{\frac{1-n}{0.5}}$	$\lambda = \sqrt{\frac{\tau}{n}}$ (Strong axis)	$\lambda = \sqrt{\frac{\tau^3}{n}}$ (Weak axis)
0.50	1.0000	1.4142	1.4142
0.55	0.9487	1.3134	1.2460
0.60	0.8944	1.2209	1.0920
0.65	0.8367	1.1346	0.9493
0.70	0.7746	1.0519	0.8148
0.75	0.7071	0.9710	0.6866
0.80	0.6325	0.8892	0.5624
0.85	0.5477	0.8027	0.4396
0.90	0.4472	0.7049	0.3152
0.95	0.3162	0.4129	0.1824
1.00	0.0000	0.0000	0.0000

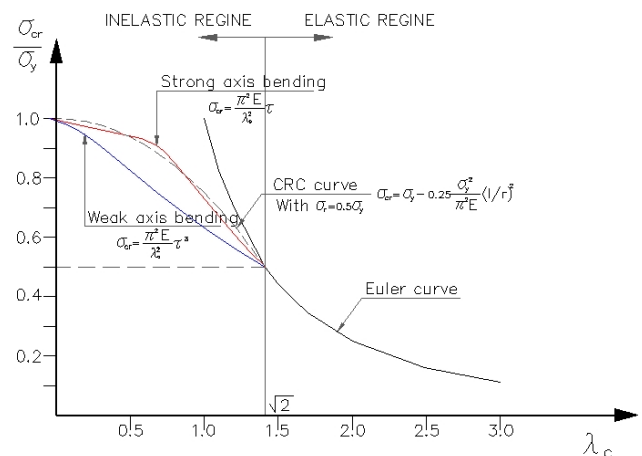


Fig. 9 Column curve for wide flange($\sigma_r = 0.5\sigma_y$)

6. 결과분석

일반적으로 구조용 강재의 플랜지 내 최대 압축잔류응력은 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 정도로 알려져 있지만 CRC는 이 보다 더 보수적인 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 에 해당하는 곡선을 채택하고 있다. 본 연구는 구조용 강재의 플랜지 내 최대 압축잔류응력의 크기를 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 로 고려하여 비탄성 영역의 기둥강도곡선식과 접선탄성계수 식을 유도하였다.

여기에서 유도한 기둥강도곡선식과 CRC기둥강도곡선식을 Fig. 5로 표현하여 비교하였다. Fig. 5에 나타난 바와 같이 CRC기둥강도곡선은 최대 압축잔류응력을 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 로 고려했을 때 보다 탄성구간과 비탄성구간이 만나는 점에서 더 좋은 곡선의 연속성을 얻을 수 있다. 하지만 세장비가 $\lambda = 1.195$ 인 점을 전후로 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 로 고려한 기둥의 임계하중에 비하여 약 8%정도 더 낮은 임계하중을 갖는다. 이것은 CRC기둥강도곡선은 구조계의 골격이 되는 기둥부재의 중요성을 감안해서 좀 더 보수적인 설계를 유도하고 있다고 볼 수 있다. 두 가지 경우의 임계하중 차를 정리하여 Table 3에 나타내었다.

한편, CRC기둥강도곡선은 강축좌굴과 약축좌굴에 따라 임계하중 값이 달라진다는 점을 수용해서 각각 좌굴방향에 따른 임계하중을 하나로 절충해서 제안하고 있다.

본 연구는 강축좌굴과 약축좌굴에 따른 기둥강도곡선식을 유도하고 그 결과를 Fig. 8과 Fig. 9로 표현하여 CRC기둥강도곡선과 비교하였다.

Fig. 8에서 보듯이 CRC기둥강도곡선은 최대 압축 잔류응력을 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 로 고려하여 얻은 강축좌굴과 약축좌굴 기둥강도곡선식을 하나로 절충해서 제안하고 있다는 점을 잘 뒷받침 해 준다.

Fig. 9는 최대 압축 잔류응력 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 로 고려하여 비탄성영역의 강축좌굴과 약축좌굴 기둥강도곡선식을 그림으로

표현하였다. Fig. 9에서 보듯이 CRC기둥강도곡선이 강축좌굴의 곡선과 거의 일치하고 있다. 이것은 비탄성기둥은 기둥의 재료항복하중과 기둥의 휨을 발생시키는 좌굴하중 사이에 큰 차이가 없다는 것을 말해준다.

7. 결론

이상의 내용을 정리하면 다음과 같다. 일반적으로 구조용 강재의 플랜지 내 최대 압축잔류응력은 $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$ 정도로 알려져 있지만 CRC기둥강도곡선은 구조계의 골격이 되는 기둥부재의 중요성을 감안해서 최대 압축 잔류응력의 크기를 $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$ 로 적용함으로써 좀 더 보수적인 설계를 유도하고 있다. 또한 이 값을 적용함으로써 CRC기둥강도곡선은 탄성구간과 비탄성구간이 만나는 점에서 더 좋은 연속성을 나타내고 있다.

CRC기둥강도곡선의 비탄성 영역은 점차적인 재료의 항복에 따른 기둥강도곡선과 큰 차이가 없다. 이것은 축 압축력을 받는 비탄성 기둥의 응력은 기둥에 작용하는 하중이 좌굴을 일으키기 전에 재료의 비례한도를 넘어 항복점에 도달하기 때문이다.

References

- Beedle, L. S. and Tall, L. (1960), Basic Column Strength, *Journal of the Structural Division, ASCE*, 86(ST7).
- Bleich, F. (1952), *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill, New York .
- Chajes, A. (1974), *Principles of Structural Stability Theory*, Prentice-Hall, New Jersey.
- Chen, W. F. and Lui, E. M. (1987), *Structural Stability Theory and Implementation*, Elsevier, New York.
- Consedere, A. (1891), Résistance Des Pièces Comprimées, Congrès International des Procédés de Construction, Paris, 3.
- Engesser, F. (1889), Ueber Die Knickfestigkeit Gerader Stäbe, *Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen*, 35.
- Euler, L. (1759), Sur la Force De Coionnes, *Mémoires de l'Académie de Berlin*.
- Hoff, N. J. (1954), Buckling and Stability, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, 58, Jan.
- Johnston, B. G. (1966), *Guide to Design Criteria for Metal Compression Members*, 2nd ed , John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Shanley, F. R. (1947), Inelastic Column Theory, *Journal of the Aeronautical Sciences*, 14(5).
- von Kármán, T. (1910), Untersuchungen über knickfestigkeit, *Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, Berlin, 81.

Table 3 Comparison of critical load

λc	$CRC P_{cr}/P_y$ $\sigma_r = 0.5 \sigma_y$	P_{cr}/P_y $\sigma_r = 0.3 \sigma_y$		$\Delta(P_{cr}/P_y)$
0.000	1.000	1.000		0.000
0.200	0.990	0.992		0.002
0.400	0.960	0.966	Inelastic	0.006
0.600	0.910	0.924	Region	0.014
0.800	0.840	0.866		0.026
1.000	0.750	0.790		0.040
1.195	0.643	0.700		0.053
1.300	0.578	0.592	Elastic	0.014
1.414	0.500	0.500	Region	0.000

요 지 : 이 연구는 CRC기둥강도곡선의 비탄성영역에 대한 해석적 고찰이다. CRC기둥강도곡선의 비탄성영역은 최대 잔류응력 크기 $0.5\sigma_y$ 와 Bleich이론을 기초로 하고 있다. 이는 실제로 알려진 최대 압축 잔류응력의 크기가 $0.3\sigma_y$ 인 경우 보다 다소 보수적이다. 본 연구는 열 압연강재의 최대 압축 잔류응력의 크기를 $0.3\sigma_y$ 으로 고려하여 그에 따른 기둥강도곡선과 접선탄성계수 E_t 를 제안하고 이를 CRC에서 제안하고 있는 값들과 각각 비교 고찰한다. 축 압축력을 받는 비탄성 기둥의 응력은 기둥에 작용하는 하중이 좌굴을 일으키기 전에 재료의 비례한도를 넘어 항복점에 도달할 것이다. 따라서 점차적인 단면의 항복 상태에 따른 기둥강도곡선을 검토할 필요가 있다. 본 연구는 최대 압축 잔류응력 $\sigma_r = 0.5\sigma_y$ 을 사용하여 재료의 항복에 따른 임계하중 곡선식을 유도하고 이를 CRC기둥강도곡선과 비교 고찰한다.

핵심용어 : CRC기둥강도곡선, 접선탄성계수, 잔류응력, 재료비례한도
