

# Mindlin 판 이론을 적용한 단순지지 단면 접수평판의 음향방사효율 수치해석

이종호·조대승<sup>†</sup>  
부산대학교 조선해양공학과

## A Numerical Analysis on Acoustic Radiation Efficiency of One Side-Wetted Rectangular Mindlin Plate with Simply Supported Boundaries

Jong-Ho Lee·Dae-Seung Cho<sup>†</sup>  
Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Pusan National University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Acoustic radiation efficiency is a crucial factor to estimate Underwater Radiated Noise (URN) of ships accurately. This paper describes a numerical method to analyse acoustic radiation efficiency of one side-wetted rectangular Mindlin plate with simply supported boundaries excited by a harmonic point force. Transverse displacements of plate and acoustic radiation pressures are evaluated by the mode superposition method. The acoustic radiation efficiencies analyzed by both Mindlin and thin plate theories show little differences at monopole and corner modes of low frequency regions but relatively large differences at edge and critical modes of high frequency regions. Especially, the critical frequency with the highest acoustic radiation efficiency evaluated by the Mindlin plate theory is higher than that of thin plate theory. In addition, the acoustic loading effect of fluid also increases bending wave-number of plate and its critical frequency. Finally, the acoustic radiation characteristics of plates with different aspect ratios and thicknesses through numerical analyses are investigated and discussed.

**Keywords** : Acoustic radiation efficiency(음향방사효율), Mindlin plate theory(Mindlin 판 이론), Critical frequency(임계주파수), Fluid loading effect(유체 하중 효과), Mode superposition method(모드중첩법)

### 1. 서론

최근 해양생물 보호 등을 위해 운항 중인 상선에서 발생하는 수중방사소음 저감에 관한 지침과 규제가 활발히 논의되고 있다(IMO, 2014). 선박의 수중방사소음은 프로펠러와 탑재 기계류 및 유체동역학적 거동 등에 의한 수중 압력 변동에 의해 발생하며, 프로펠러 공동 발생속도(Cavitation Inception Speed, CIS)보다 낮은 운항 속도 영역에서는 기계류에 의한 선체 접수 외판의 진동이 주된 원인으로 간주되고 있다. 접수 외판의 진동으로 인한 수중방사소음 평가는 파워흐름해석(Stevenson, 1982), 통계적 에너지해석(Lyon & Dejong, 1995) 등의 방법으로 진동 수준을 추정한 후 음향방사효율을 고려하여 산정한다. 따라서, 접수 외판의 진동으로 인한 수중방사소음을 정도 높게 산정하기 위해서는 음향방사효율에 관한 정밀한 평가가 요구된다.

유체 하중 효과를 무시한 판의 음향방사효율에 관한 연구로는 Maidanik (1962)이 단순지지 평판의 음향방사특성을 분석하여 이에 대한 근사식을 제안하고, 실험 결과와 비교하였다. Wallace (1972)는 Rayleigh 적분법을 이용해 단순지지 평판의 음향 방사 해석을 수행하고 저주파 영역에 대한 접근해를 유도하였다. Leppington et al. (1982)은 음향방사효율 근사식을 점근 방법으로 유도하고, Maidanik이 제안한 음향방사효율 근사식 중 임계주파수에서의 근사식을 수정하였다. 또한, Gomperts (1977)는 다양한 경계조건을 가지는 직사각 박판의 음향방사효율을 계산하고, 이에 대한 저주파 영역 근사식을 제안하였다. Bery et al. (1990)는 다항식 기반 Rayleigh-Ritz 방법을 이용해 임의 경계조건인 박판 음향 방사에 대해 연구하였다.

유체 하중 효과를 고려한 판의 음향방사 출력 해석은 Snyder and Tanaka (1995)가 수행하였으며, Li and Gibeling (2000)은 연성 모드가 음향 방사 출력에 미치는 영향을 고찰하였다. 또한,

Li (2001)는 직사각 박판에 대한 자기 및 상호 방사 임피던스의 간단한 이론해를 유도하였다. Nelisse et al. (1998)는 Rayleigh-Ritz 방법을 이용해 임의의 경계조건의 baffled 및 unbaffled 박판의 방사 특성들을 계산하고, 이를 경계요소해석 및 실험 결과와 비교하였다. Cheng et al. (2012)은 단순지지된 접수 박판뿐만 아니라 보강판에 대한 음향방사효율을 계산하고, 이에 대한 음향방사효율 근사식을 제안하였다. Kim et al. (2012)은 연산부담을 줄이기 위해 저차 연성모드만을 고려하여 단순지지된 접수 박판의 음향방사효율을 계산하였다.

한편, 판의 전단 변형을 고려한 음향 방사에 관한 연구로는 Su and Vasudevan (1997)이 박판 및 Mindlin 판 이론을 적용하여 유체 하중이 무한 판의 음향 출력 및 음향방사효율에 미치는 영향을 분석하였다. Renji et al. (1997)은 전단 변형이 판의 임계주파수에 미치는 영향을 분석하고 이를 실험으로 검증하였다. Park and Mongeau (2008)은 Rayleigh-Ritz 방법으로 점탄성 지지된 진공 중 Mindlin 판의 음향 방사특성을 분석하였다. 아울러, Cao (2011)는 보강된 무한 적층(laminated) Mindlin 판에 선 하중이 가진 경우의 음향 방사에 대해 연구하였다. 한편, 유한 평판에 대해 유체 연성 효과를 고려한 Mindlin 판 이론을 적용한 음향방사효율 계산 및 이에 대한 분석에 관한 연구는 찾아보기 어렵다.

본 연구에서는 Mindlin 판 이론을 적용하여 한 면이 임의의 유체와 접하고, 조화 점 기진력이 가해지는 사면 단순지지 직사각판의 음향방사효율을 모드중첩법으로 수치해석하는 방법을 정립하였다. 또한, 다양한 수치 예제를 통해 판의 전단 변형과 회전 관성 및 유체 하중 효과가 판의 임계주파수(critical frequency)와 음향방사효율에 미치는 영향을 고찰하였다.

## 2. Mindlin 판의 음향방사효율 수치해석

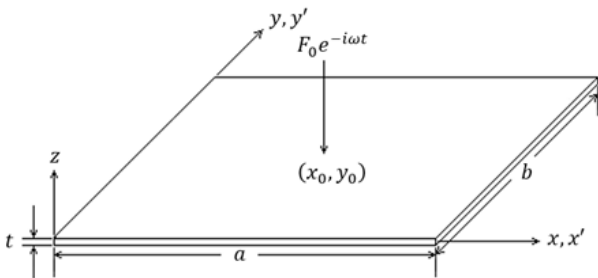


Fig. 1 Coordinate system of a rectangular plate

Fig. 1에 나타낸 바와 같이 길이가  $a$ , 폭이  $b$ , 두께가  $t$ 인 등방성 직사각 평판의 임의의 지점  $(x_0, y_0)$ 에 기진주파수  $\omega$ 인 점 기진력  $F_0 e^{-i\omega t}$ 이 작용할 경우에 Mindlin 판의 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다 (Mindlin, 1951).

$$D' \left( \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} \right) + S' \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \psi_x \right) - J \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$D' \left( \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} \right) + S' \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \right) - J \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$S' \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right) - m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -p_{z=0} - F_0 \delta(x-x_0, y-y_0) e^{-i\omega t} \quad (3)$$

여기서,  $w$ 는 조화진동 시  $W_{mn} e^{-i\omega t}$ 로서 판 처짐,  $\psi_x$ 와  $\psi_y$ 는 각각  $x$ 와  $y$ 축에 대한 회전 각변위이며,

$$D' = \frac{E' t^3}{12(1-\nu^2)}$$

는 영률  $E$ 와 이력 감쇠계수  $\eta$ 에 의해 정의되는 복소 탄성계수  $E' = E(1-\eta)$ 와 Poisson 비  $\nu$  및 판 두께  $t$ 에 의해 산정되는 복소 굽힘강성이다. 또한,  $m_p = \rho_p t$ 는 판의 밀도  $\rho_p$ 와 판 두께  $t$ 의 곱으로 정의되는 판의 면밀도,  $S' = k' G' t$ 는 전단 보정 상수  $k'$ 와 복소 전단강성 계수  $G'$  및 판 두께  $t$ 의 곱으로 정의되는 복소 전단강성이고,  $J$ 는 판의 단위 길이 당 질량관성모멘트,  $p_{z=0}$ 은 판 표면에 작용하는 유체 압력을 나타낸다.

식 (1)과 식 (2)를  $x$ 와  $y$ 에 대해 각각 미분한 후 더하면 상기 지배방정식은 다음과 같이 2개의 방정식으로 나타낼 수 있다 (Xing & Liu, 2009).

$$D' \nabla^2 \Psi + S' \nabla^2 w - \left( J \frac{\partial^2}{\partial t^2} + S' \right) \Psi = 0 \quad (4)$$

$$S' (\nabla^2 w - \Psi) - m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -p_{z=0} - F_0 \delta(x-x_0, y-y_0) e^{-i\omega t} \quad (5)$$

여기서,  $\Psi$ 는  $\partial \psi_x / \partial x + \partial \psi_y / \partial y$ 이다. 또한, 식 (4)와 (5)를 연립하여  $\Psi$ 를 소거하면 판의 처짐  $w$ 에 대한 지배방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$D' \nabla^4 w - \left( J + \frac{m_p D'}{S'} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 w + m_p \left( 1 + \frac{J}{S'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \left( 1 + \frac{J}{S'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{D'}{S'} \nabla^2 \right) [p_{z=0} + F_0 \delta(x-x_0, y-y_0) e^{-i\omega t}] \quad (6)$$

한편, 단면 접수된 Mindlin 판의 방사 압력에 의해 판 표면 ( $z=0$ ) 내 위치  $(x, y)$ 에 작용하는 압력  $p_{z=0}$ 은 다음과 같은 Rayleigh 적분식으로 산정할 수 있다 (Rayleigh, 1877).

$$p_{z=0} = \frac{i\rho\omega}{2\pi} \int_S \frac{\partial w}{\partial t} \frac{e^{-ikR}}{R} dx' dy' \quad (7)$$

여기서,  $\rho$ 는 유체 매질의 밀도,  $k$ 는 음파의 파수,  $R$ 은  $\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ 이다. 여기서,  $(x', y')$ 은 적분 영역인 판 표면의 임의 위치를 나타낸다. 식 (6)의 해를 모드 중첩법으로 구하기 위해 다음의 자유진동 운동방정식

$$D' \nabla^4 w - \left( J + \frac{m_p D'}{S'} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 w + m_p \left( 1 + \frac{J}{S'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

을 만족하는 단순지지 경계조건 Mindlin 판의  $(m, n)$ 차 모드 형상함수  $W_{mn}$ 는 다음과 같다.

$$W_{mn}(x, y) = A_{mn} \sin(\gamma_m x) \sin(\gamma_n y) \quad (9)$$

여기서,  $\gamma_m$ 과  $\gamma_n$ 은 진공 중 판의  $x$ -방향 및  $y$ -방향 굽힘파 파수로 각각  $m\pi/a$ ,  $n\pi/b$ 로 정의된다. 식 (9)를 식 (6)에 대입한 뒤 모드 함수의 직교성을 이용하면 모드 진폭  $A_{mn}$ 은 다음과 같이 산정된다.

For  $m = r$  and  $n = s$

$$\left[ \frac{S_p}{4} \left\{ D' \gamma^2 - \left( J + \frac{m_p D'}{S'} \right) \gamma \omega^2 + \left( \frac{J \omega^2}{S'} - m_p \right) \omega^2 \right\} - \frac{\rho \omega^2}{2\pi} Q_{mn} Z_{mnrs} \right] A_{mn} = \left( 1 - \frac{J \omega^2}{S'} \right) F_o \phi_m^{x_0} \phi_n^{y_0} \quad (10)$$

For  $m \neq r$  or  $n \neq s$

$$\left( - \frac{\rho \omega^2}{2\pi} Q_{mn} Z_{mnrs} \right) A_{mn} = \left( 1 - \frac{J \omega^2}{S'} \right) F_o \phi_m^{x_0} \phi_s^{y_0} \quad (11)$$

여기서,  $S_p$ 는 판의 면적,  $\gamma$ 은  $\gamma_m^2 + \gamma_n^2$ ,  $Q_{mn}$ 은  $1 + D' \gamma / S' - J / S'$ ,  $\phi_m^x$ 은  $\sin(\gamma_m x)$ ,  $\phi_n^y$ 는  $\sin(\gamma_n y)$ ,  $Z_{mnrs}$ 는 방사 임피던스 (radiation impedance)로서 다음과 같이 산정된다.

$$Z_{mnrs} = \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b \frac{\phi_m^x \phi_n^y \phi_r^x \phi_s^y e^{-ikR}}{R} dx dy dx' dy' \quad (12)$$

상기의 식 (10)과 (11)은 다음과 같은 행렬로 나타낼 수 있다.

$$[H_{mnrs}] \{A_{mn}\} = \{F_{rs}\} \quad (13)$$

여기서,  $[H_{mnrs}]$ 는

For  $m = r$  and  $n = s$

$$H_{mnrs} = \frac{S_p}{4} \left\{ D' \gamma^2 - \left( J + \frac{m_p D'}{S'} \right) \gamma \omega^2 + \left( \frac{J \omega^2}{S'} - m_p \right) \omega^2 \right\} - \frac{\rho \omega^2}{2\pi} Q_{mn} Z_{mnrs} \quad (14)$$

For  $m \neq r$  or  $n \neq s$

$$H_{mnrs} = - \frac{\rho \omega^2}{2\pi} Q_{mn} Z_{mnrs} \quad (15)$$

이고,  $\{F_{rs}\}$ 는

$$F_{rs} = \left( 1 - \frac{J \omega^2}{S'} \right) F_o \phi_m^{x_0} \phi_n^{y_0} \quad (16)$$

이다. 따라서, 모드 진폭  $\{A_{mn}\}$ 은 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$\{A_{mn}\} = [H_{mnrs}]^{-1} \{F_{rs}\} \quad (17)$$

한편, 음향방사효율  $\sigma$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma = \frac{\Omega}{\rho c S_p \langle \dot{w}^2 \rangle} \quad (18)$$

여기서,  $c$ 는 매질에서의 음속,  $\langle \dot{w}^2 \rangle$ 는 시간 및 공간에 대한 판의 수직방향 제곱평균속도이고,  $\Omega$ 는 다음의 식으로 산정되는 모드별 평균음향파워  $\Omega_{mnrs}$ 의 전체 합에 해당한다.

$$\Omega_{mnrs} = \frac{1}{2} \int_S Re \{ -i \omega \hat{p}_{z=0}^* W_{mn} \} dx' dy' \quad (19)$$

여기서,  $\hat{p}_{z=0}$ 은  $p_{z=0}$ 의 진폭 함수, 기호 \*는 켈레복소수를 의미한다. 한편, 식 (19)에 식 (7), (9)를 대입하면  $\Omega_{mnrs}$ 는 다음과 같이 산정된다.

$$\Omega_{mnrs} = \frac{\rho \omega^3}{4\pi} Re \{ i A_{mn}^* A_{rs} Z_{mnrs} \} \quad (20)$$

여기서, 방사 임피던스  $Z_{mnrs}$ 는  $(m, r)$ 과  $(n, s)$ 에 대해 상호 대칭으로 얻어지므로 식 (20)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\Omega_{mnrs} = - \frac{\rho \omega^3}{4\pi} A_{mn}^* A_{rs} Im(Z_{mnrs}) \quad (21)$$

따라서,  $\Omega$ 는  $\Omega_{mnrs}$ 를 이용하여 다음과 같이 산정된다.

$$\Omega = - \frac{\rho \omega^3}{4\pi} \sum_m^M \sum_n^N \sum_r^R \sum_s^S A_{mn}^* A_{rs} Im(Z_{mnrs}) \quad (22)$$

한편, 모드별 판의 수직방향 제곱평균속도  $\langle \dot{w}_{mn}^2 \rangle$ 는

$$\langle \dot{w}_{mn}^2 \rangle = \frac{\omega^2}{2} \int_S \operatorname{Re} \{ W_{mn} W_{mn}^* \} dx' dy' \quad (23)$$

로 산정되므로 식 (9)와 식 (17)에 의해 전체 모드를 고려한 판의 수직방향 제곱평균속도  $\langle \dot{w}^2 \rangle$  은 다음과 같다.

$$\langle \dot{w}^2 \rangle = \frac{\omega^2}{8} \sum_m^M \sum_n^N |A_{mn}|^2 \quad (24)$$

식 (22)와 식 (24)을 식 (18)에 대입하면 음향방사효율  $\sigma$  은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma = - \frac{2k}{\pi S_p} \frac{\sum_m^M \sum_n^N \sum_r^R \sum_s^S A_{mn}^* A_{rs} \operatorname{Im}(Z_{mnr s})}{\sum_m^M \sum_n^N |A_{mn}|^2} \quad (25)$$

한편, 방사 임피던스  $Z_{mnr s}$  의 허수부는 식 (12)에 나타낸 바와 같이 기본적으로 4중적분식이다. 하지만 Li and Gibeling (2000)에 제시된 좌표변환을 이용하여 2중적분으로 변환이 가능하다. 즉,  $\kappa = x - x'$ ,  $u = x + x'$ ,  $\tau = y - y'$ ,  $v = y + y'$ 로 좌표변환하면 식 (25)의 적용에 요구되는  $\operatorname{Im}(Z_{mnr s})$  는 다음과 같이 산정할 수 있다.

For  $m = r$  and  $n = s$

$$\operatorname{Im}(Z_{mmnn}) = - \int_0^a \int_0^b [(a - \kappa) \cos \gamma_m \kappa + \frac{\sin \gamma_m \kappa}{\gamma_m}] [(b - \tau) \cos \gamma_n \tau + \frac{\sin \gamma_n \tau}{\gamma_n}] \frac{\sin k R}{R} d\kappa d\tau \quad (26)$$

For  $m \neq r$  and  $n \neq s$

$$\operatorname{Im}(Z_{mnr s}) = -AB \int_0^a \int_0^b (\gamma_m \sin \gamma_r \kappa - \gamma_r \sin \gamma_m \kappa) (\gamma_n \sin \gamma_s \tau - \gamma_s \sin \gamma_n \tau) \frac{\sin k R}{R} d\kappa d\tau \quad (27)$$

For  $m \neq r$  and  $n = s$

$$\operatorname{Im}(Z_{mnrn}) = -A \int_0^a \int_0^b (\gamma_m \sin \gamma_r \kappa - \gamma_r \sin \gamma_m \kappa) \left[ (b - \tau) \gamma_n \sin \gamma_s \tau + \frac{\sin \gamma_n \tau}{\gamma_n} \right] \frac{\sin k R}{R} d\kappa d\tau \quad (28)$$

For  $m = r$  and  $n \neq s$

$$\operatorname{Im}(Z_{mmns}) = -B \int_0^a \int_0^b \left[ (a - \kappa) \cos \gamma_m \kappa + \frac{\sin \gamma_m \kappa}{\gamma_m} \right] (\gamma_n \sin \gamma_s \tau + \gamma_s \sin \gamma_n \tau) \frac{\sin k R}{R} d\kappa d\tau \quad (29)$$

여기서,  $\gamma_r$  은  $r\pi/a$ ,  $\gamma_s$  는  $s\pi/b$ ,  $A$  는  $2/(\gamma_m^2 - \gamma_r^2)$  이고  $B$  는  $2/(\gamma_n^2 - \gamma_s^2)$  이다. 또한,  $Z_{mnr s}$  는 다음의 조건이 되면 0이 된다.

$$|m \pm r| \text{ or } |n \pm s| = 1, 3, 5, \dots \quad (30)$$

식 (26) ~ (29)의 실제 연산은 상대 위치 좌표  $\kappa$  및  $\tau$  를  $z = 0$  인 평면에서의 극좌표계로 변환하여 적분 영역 내 특이점을 소거한 선 적분식으로 산정하는 방법 (Li & Gibeling, 2000)을 적용하였다.

### 3. 평판의 임계주파수

임계주파수란 판의 굽힘파 파수와 음파의 파수가 같을 때의 주파수로 정의되며, 이때 판의 음향방사효율은 최대값을 가지게 된다. 또한, 임계주파수 이상의 주파수 대역에서는 1에 가까운 음향방사효율을 가지게 되므로 수중방사소음 예측에 있어서 정확한 임계주파수 산정이 요구된다.

진공 중 박판의 임계주파수  $f_{c,T}$  는 일반적으로 유체 하중 효과를 무시한 박판에 대한 지배방정식

$$D \nabla^4 w + m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (31)$$

에 평판의 굽힘파 일반해를 대입하고, 임계주파수의 정의에 따라 굽힘파 파수  $\gamma$  와 음파의 파수  $k$  가 같다는 조건을 적용하면 다음과 같이 산정된다.

$$f_{c,T} = \frac{c^2}{2\pi t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\rho_p}{E}} \quad (32)$$

식 (32)로부터 임계주파수는 판의 관성에 비례하고, 강성에는 반비례함을 확인할 수 있다. 따라서 유체 하중이 적용될 경우 부가질량 효과로 인해 임계주파수는 진공 상태보다 높아짐을 알 수 있다. 동일한 방법으로 진공 중 Mindlin 판 이론 적용 시의 임계주파수  $f_{c,M}$  는 식 (8)에 나타낸 Mindlin 판의 지배방정식으로부터 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$f_{c,M} = \frac{f_{c,T}}{\sqrt{1 + \frac{m_p J c^4}{DS} - \frac{J c^2}{D} - \frac{m_p c^2}{S}}} \quad (33)$$

식 (33)의 분모는 일반적인 재료에서 1보다 작은 값을 가져  $f_{c,M}$  은  $f_{c,T}$  보다 높게 평가된다. 이는 전단 변형과 회전 관성 때문이며, 회전관성  $J$  가 영, 전단강성  $S$  가 무한대인 박판 이론을 적용하면  $f_{c,M}$  은  $f_{c,T}$  와 같아진다.

## 4. 음향방사효율 수치해석

### 4.1 수치해석방법의 검증

본 연구에서 제시한 음향방사효율 수치해석 방법을 검증하기 위해 Fig. 2에 길이 1.41 m, 폭 0.91 m, 두께 10 mm인 일면 접수 직사각판의 음향방사효율을 Mindlin 판 이론으로 계산한 결과인  $\sigma_{full,M}$ 를 Kim et al. (2012)이 박판 이론으로 계산한 결과인  $\sigma_{full,T}$ 와 함께 나타내었다. 이에는 Kim et al. (2012)이 상호 음향방사모드를 무시하고 계산한 음향방사효율  $\sigma_{diag,T}$ 과 저차 상호 음향방사모드만을 고려한 음향방사효율  $\sigma_{band,T}$ 도 함께 나타내었다. 이로부터 상대적으로 박판으로 간주할 수 있는 수치해석 대상 판에 대한 음향방사효율 해석 결과인  $\sigma_{full,M}$ 과  $\sigma_{full,T}$ 의 차이가 크지 않아 본 연구에서 제시한 수치해석 방법의 타당성을 간접적으로 확인할 수 있다.

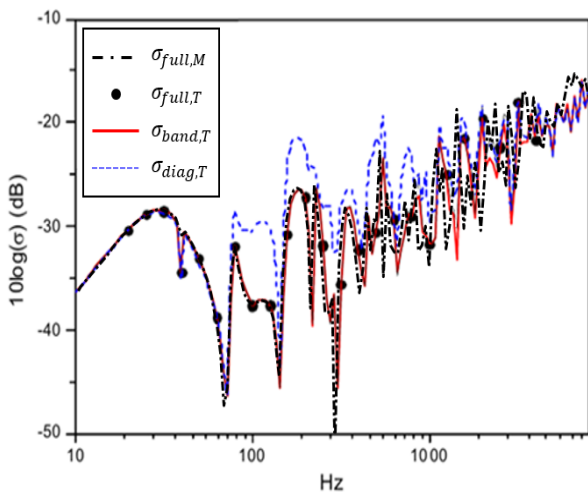


Fig. 2 Acoustic radiation efficiencies calculated by the presented method and Kim et al. (2012)

### 4.2 수치해석 대상 평판과 조건

본 연구에서는 박판 이론 대비 Mindlin 판 이론에서 추가적으로 고려되는 회전 관성 및 전단 변형이 음향방사효율에 미치는 영향을 확인하기 위해 Table 1에 나타난 바와 같이  $a/b$ 로 정의되는 세장비  $\Lambda$ 와  $t\sqrt{a^{-2}+b^{-2}}$ 로 정의되는 무차원 두께비  $\delta$ 가 다른 5 종류의 단면 접수 평판에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치해석에 있어서 판의  $E$ 는 205.8 GPa,  $\rho_p$ 는 7,800 kg/m<sup>3</sup>,  $\nu$ 는 0.3,  $k'$ 는 5/6,  $\eta$ 는 0.01, 판과 접하는 유체는 상온 해수를 기준으로  $\rho$ 는 1,025 kg/m<sup>3</sup>,  $c$ 는 1,500 m/s를 적용하였다. 또한, 관심 주파수 영역은 진공 중 박판 이론 적용 시의 임계주파수  $f_{c,T}$ 의 약 1.5배까지로 설정하되, 모드 수렴(modal convergence)을 고려한 모달해석 상한주파수는  $f_{c,T}$ 의 2배로 설정하였다. 한편, 점 기진력의 가진 위치는 판의 중심점으로 선정하였다.

Table 1 Cases for numerical analysis

Case	$a$ (m)	$t$ (m)	$\Lambda$	$\delta$
1	$\sqrt{2}$	0.01	1	0.01
2	$\sqrt{2}$	0.02	1	0.02
3	$\sqrt{2}$	0.03	1	0.03
4	$\sqrt{5}$	0.03	2	0.03
5	$\sqrt{10}$	0.03	3	0.03

### 4.3 음향방사효율 해석 결과

수치해석 대상 평판에 대해 박판 및 Mindlin 판 이론으로 음향 방사효율을 계산한 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 또한, Fig. 4와 Fig. 5에는 굽힘파와 음파의 파수 비에 따라 정의되는 판의 방사 유형과 이의 대표적 모드형상을 각각 나타내었으며, Fig. 6에는 Case 5의 결과에 대해 방사유형별 주파수 대역을 예시하였다.

상기의 결과로부터 박판 및 Mindlin 판 이론으로 계산한 음향 방사효율은 고주파 영역으로 갈수록 차이가 증가함을 확인할 수 있다. 이는 주파수에 비례하여 증가하는 판의 전단 변형 및 회전 관성 효과 때문이다.

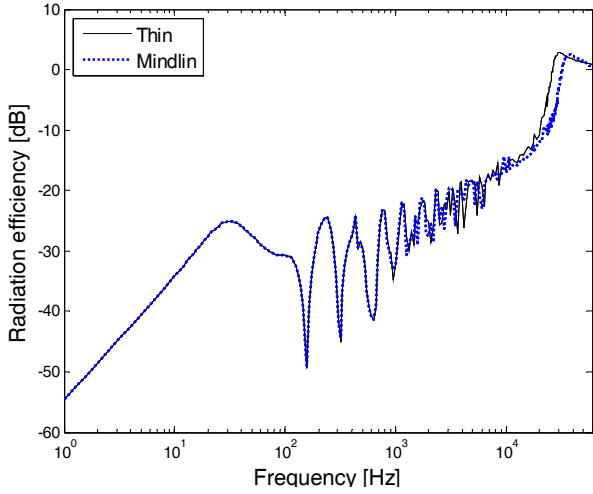
한편, 세장비가 같고 두께비가 다른 Case 1 ~ Case 3의 수치해석 결과로부터 음향방사효율이 판의 기본모드에 지배적인 영향을 받는 가장 낮은 주파수 대역의 모노폴(monopole) 영역에서는 두께비가 커져 판의 기본모드 고유진동수가 높아지면 모노폴 영역의 주파수 범위도 넓어짐을 확인할 수 있다. 코너(corner) 모드 영역의 경우, 유체 하중 효과가 고려된 판의  $x$ -방향 굽힘파 파수  $\gamma_{m,w}$ 와  $y$ -방향 파수  $\gamma_{n,w}$ 가 모두 음파의 파수  $k$ 보다 커 전반적으로 음향방사효율이 낮음을 확인할 수 있다. 또한, 위상차로 인한 음파간 간섭 현상으로 인해 해당 주파수 대역에서 음향방사효율의 극소값이 나타남을 확인할 수 있다.

두께비가 같고 세장비가 다른 Case 3 ~ Case 5의 결과로부터  $\gamma_{m,w}$ 과  $\gamma_{n,w}$  중 하나가 음파의 파수  $k$ 보다 작은 엣지(edge) 모드 영역에서는  $k$ 보다 작은 파수의 굽힘파가 잘 방사되어 코너 모드보다 높은 음향방사효율을 기점을 확인할 수 있다. 또한, 판의 세장비가 클수록 엣지 모드의 주파수영역이 넓어짐을 확인할 수 있다.

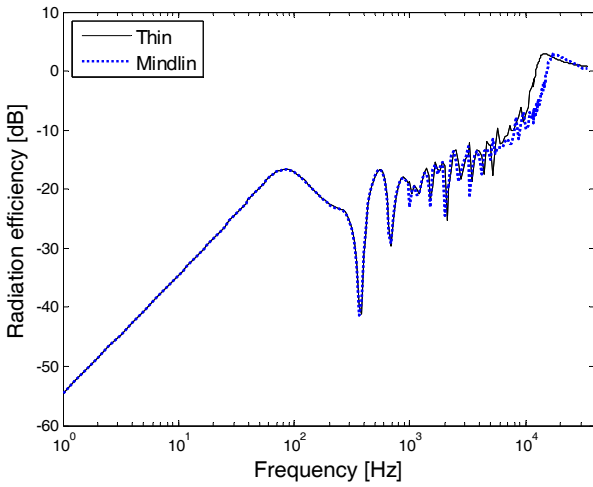
유체 하중 효과가 고려된 굽힘파 파수  $\gamma_w$ 가 음파의 파수  $k$ 보다 작은 임계(critical) 영역은 판의 임계주파수를 기준으로 구분된다. Table 2에는 Case 1 ~ Case 5의 수치해석 대상 판에 대해 식 (32)와 식 (33)으로 평가한 진공 중에서의 임계주파수  $f_{c,T}$ 와  $f_{c,M}$  및 단면 접수된 박판 및 Mindlin 판 이론을 적용한 음향방사효율 수치해석결과로부터 평가한 임계주파수  $f_{wc,T}$ 와  $f_{wc,M}$ 를 나타내었다. 이로부터 3장에 기술한 바와 같이 Mindlin 판 이론 적용 시의 회전 관성 및 전단 변형 효과는 박판 이론 대비 임계주파수를 20 % 이상 높게 평가함을 확인할 수 있다. 또한, 진공 중과 비교하여 접수 조건에서 유체 하중 효과로 인해 판의 임계주파수가 최소 20 % 이상 증가함을 확인할 수 있다.

한편, 접수 판의 임계주파수는 판 두께에 거의 반비례하며, 세장 비는 유의미한 영향을 주지 않음을 확인할 수 있다.

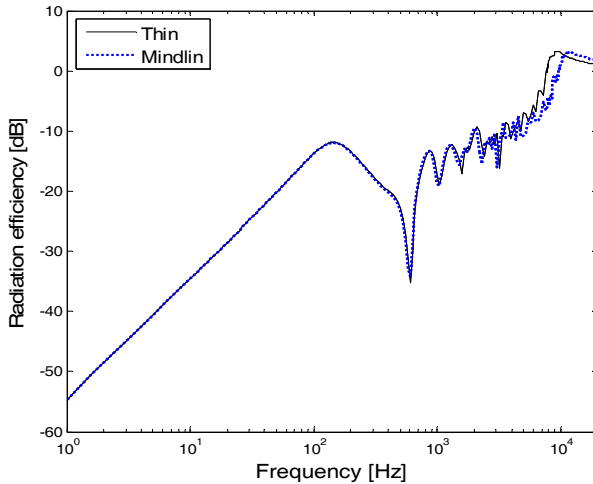
상기의 수치해석 결과로부터 선박 등의 접수 판 구조의 진동으로 인한 수중방사소음 해석에 요구되는 음향방사효율은 판의 회전 관성 및 전단 변형 효과와 유체 하중 효과를 고려하여 평가하는 것이 바람직하다고 판단한다.



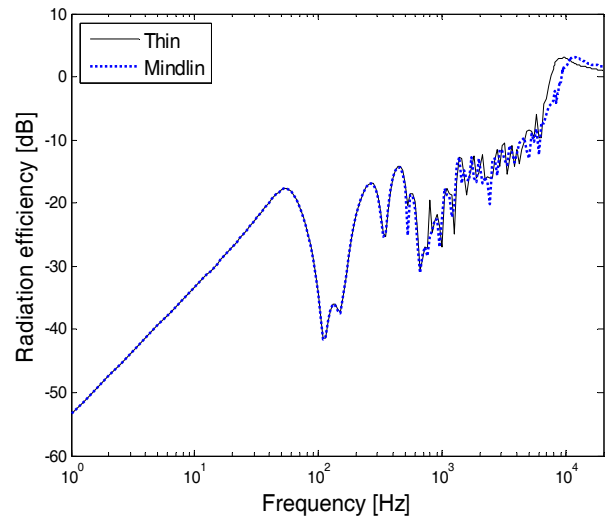
(a) Case 1



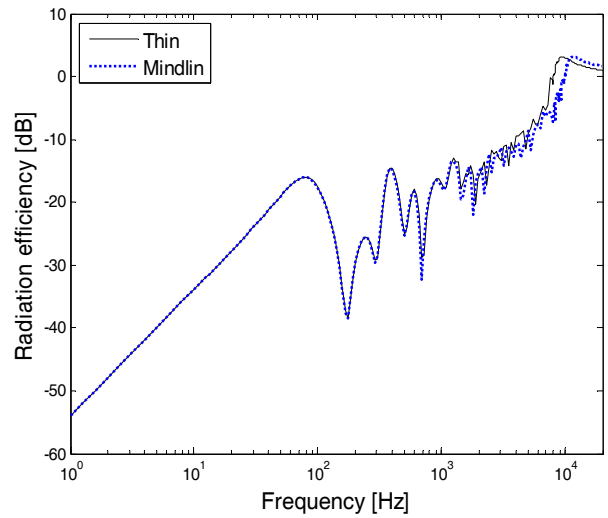
(b) Case 2



(c) Case 3



(d) Case 4



(e) Case 5

Fig. 3 Comparisons between acoustic radiation efficiencies calculated by thin and Mindlin plate theories

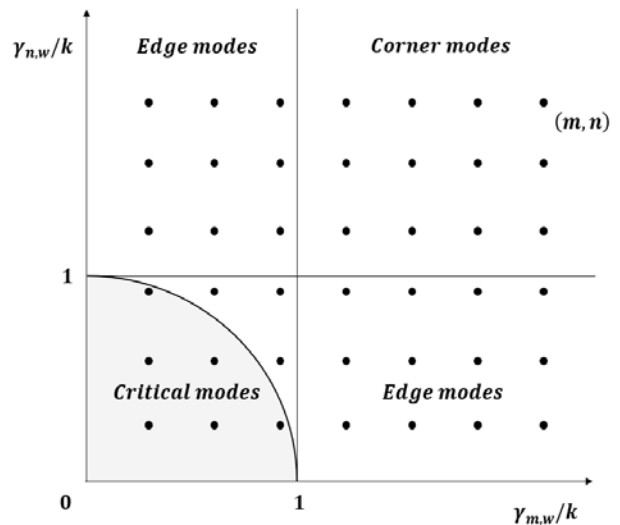


Fig. 4 Wave-number diagram of the plate

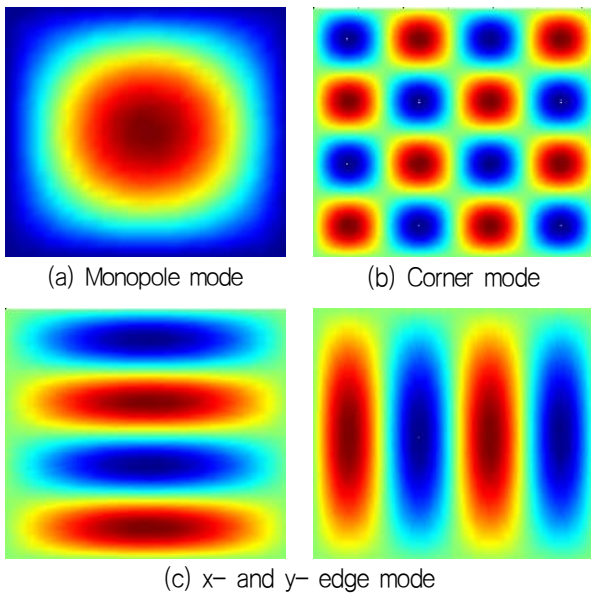


Fig. 5 Typical mode shapes of the plate

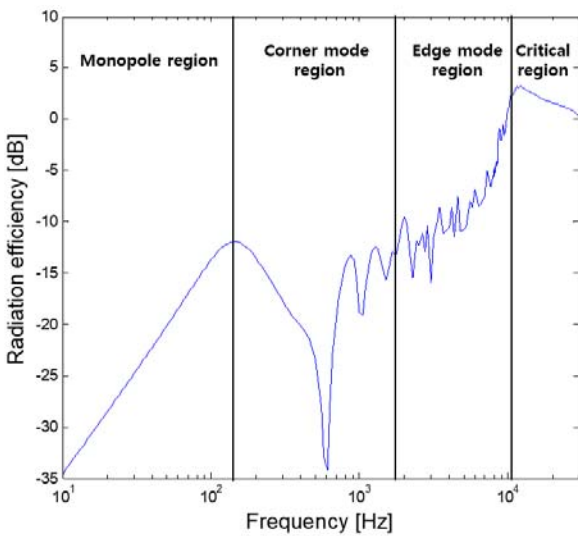


Fig. 6 Classification of frequency domain according to sound radiation characteristics (Case 5)

Table 2 Critical frequencies of plates

Case	Without fluid loading			With fluid loading		
	$f_{c,T}$ (Hz)	$f_{c,M}$ (Hz)	$\frac{f_{c,M}}{f_{c,T}}$	$f_{wc,T}$ (Hz)	$f_{wc,M}$ (Hz)	$\frac{f_{wc,M}}{f_{wc,T}}$
1	23,037	28,000	1.215	30,179	36,860	1.221
2	11,518	14,000	1.215	14,398	17,393	1.208
3	7,679	9,333	1.215	9,215	12,133	1.317
4	7,679	9,333	1.215	9,676	11,596	1.198
5	7,679	9,333	1.215	9,676	11,596	1.198

## 5. 결론

본 연구에서는 단면 접수된 단순지지 직사각형 평판에 조화 점 기진력이 작용할 경우의 음향방사효율을 Mindlin 판 이론에 기반한 모드중첩법으로 평가하는 수치해석 방법을 정립하였다. 또한, 정립된 방법을 활용하여 세장비와 두께비가 다른 판들에 대해 박판과 Mindlin 판 이론 적용 시의 음향방사효율을 수치해석적 방법으로 평가한 결과를 비교·고찰하였다. 이로부터 전단 변형과 회전 관성의 영향을 고려하는 Mindlin 판 이론을 적용하면 고주파 영역으로 갈수록 박판 이론 대비 음향방사효율의 차이가 증가함을 확인하였다. 특히, 가장 높은 음향방사효율을 나타내는 임계주파수는 박판 이론 대비 Mindlin 판 이론 적용 시 20% 이상 높게 평가되어 고주파수 대역에서의 정도높은 음향방사해석을 위해서는 Mindlin 판 이론을 적용해야 함을 확인하였다. 아울러, 물과 같이 상대적으로 밀도가 큰 유체와 접하는 판은 유체 하중 효과가 판의 음향방사효율과 임계주파수에 미치는 영향이 크므로 이를 고려한 음향방사효율 평가가 필요하다고 판단한다.

## 후기

이 논문은 부산대학교 기본연구지원사업 (2년)에 의하여 연구되었음.

## References

Berry, A., Guyader, J.L. & Nicolas, J., 1990. A general formulation for the sound radiation from rectangular, baffled plates with arbitrary boundary conditions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(6), pp.2792-2802.

Cao, X., Hua, H. & Zhang, Z., 2011. Sound radiation from shear deformable stiffened laminated plates. *Journal of Sound and Vibration*, 330(16), pp.4047-4063.

Cheng, Z., Fan, J., Wang, B. & Tang, W., 2012. Radiation efficiency of submerged rectangular plates. *Applied Acoustics*, 73, pp.150-157.

Gomperts, M.C., 1977. Sound radiation from baffled, thin, rectangular plates. *Acta Acustica United with Acustica*, 37(2), pp. 93-102.

International Maritime Organization (IMO), 2014. *IMO MEPC.1/Circ.833: Guidelines for the reduction of underwater noise from commercial shipping to address adverse impacts on marine life*. London: IMO.

Kim, H.S., Kim, J.S., Kim, B.K., Kim, S.R. & Lee,

- S.H., 2012. An analysis of radiation efficiency of the simply supported rectangular plate in water with consideration of low order cross modes. *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, 22(8), pp.800–807.
- Leppington, F.G., Broadbent, E.G. & Heron, K.H., 1982. The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. *Proceedings of the Royal Society London*, A 382, pp.245–271.
- Li, W.L. & Gibeling, H.J., 2000. Determination of the mutual radiation resistances of a rectangular plate and their impact on the radiated sound power. *Journal of Sound and Vibration*, 229(5), pp.1213–1233.
- Li, W.L., 2001. An analytical solution for the self- and mutual radiation resistances of a rectangular plate. *Journal of Sound and Vibration*, 245(1), pp.1–16.
- Lyon, R.H. & Dejong, R.G., 1995. *Theory and application of statistical energy analysis*. 2nd ed. Butterworth-Heinemann: London.
- Maidanik, G., 1962. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *Journal of the Acoustical Society of America*, 34(6), pp.809–826.
- Mindlin, R.D., 1951. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 18, pp.31–38.
- Nelisse, H., Beslin, O. & Nicolas, J., 1998. A generalized approach for the acoustic radiation from a baffled or unbaffled plate with arbitrary boundary conditions, immersed in a light or heavy fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 211(2), pp.207–225.
- Park, J. & Mongeau, L., 2008. Vibration and sound radiation of viscoelastically supported Mindlin plates. *Journal of Sound and Vibration*, 318(4), pp.1230–1249.
- Rayleigh, L., 1877. *The theory of sound*. 2nd ed. Dover Publications: New York.
- Renji, K., Nair, P.S. & Narayanan, S., 1997. Critical and coincidence frequencies of flat plates. *Journal of Sound and Vibration*, 205(1), pp.19–32.
- Snyder, S. & Tanaka, N., 1995. Calculating total acoustic power output using modal radiation efficiencies. *Journal of the Acoustical Society of America*, 97, pp.702–1709.
- Stevenson, W.D., 1982. *Elements of power system analysis*. McGraw-Hill: Auckland.
- Su, J.H. & Vasudevan, R., 1997. On the radiation efficiency of infinite plates subject to a point load in water. *Journal of Sound and Vibration*, 208(3), pp.441–455.
- Wallace, C.E., 1972. Radiation resistance of a rectangular panel. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 51(3B), pp.946–952.
- Xing, Y. & Liu, B., 2009. Closed form solutions for free vibrations of rectangular Mindlin plates. *Acta Mechanica Sinica*, 25, pp.689–698.



이종호



조대승