

유형-가중 그래프 이론의 상수도관망에 적용



이 승 엽
 유타대학교 토목공학과 박사과정
 sy15894@gmail.com



정 동 휘
 계명대학교 토목공학과 조교수
 donghwiku@gmail.com

1. Introduction

물은 우리 인간이 생존하기 위해서 필수불가결한 물질이기에, 초기 인간 문명이 물과 인접한 곳에서 발달한 것은 놀라운 사실은 아니다. 초기 문명사회에서는 물을 직접 수원에서 길러서 사용하였다. 지식과 기술의 발달과 함께 점차 수원에서 양수 장치(수차나 나사펌프)를 통해 양수한 물을 수로를 이용하여 공급할 수 있게 되었다. 이러한 수로는 지구상의 모든 물질이 중력에 의해 높은 곳에서 낮은 곳으로 이동하는 특성을 이용하여 경사로를 통해 물이 흐르게 하였다. 초기의 물 공급 시설은 기술의 부족으로 대부분 지상의 개수로 형태였지만, 산업 혁명과 더불어 기술이 발달하며

개수로가 관의 형태로 바뀌고 점차 땅 속으로 매설되었다. 이것이 현재 우리가 익히 알고 있고 사용하고 있는 상수도관망이다.

이렇듯 상수도관망은 수원에서 취수 정수 처리장에서 정수 처리된 물을 각 수용가에 일정 압력 및 수질을 유지하며 공급하는 역할을 하는 사회기반시설물 중 하나이다. 이를 위해 상수도관망은 관, 펌프, 밸브, 탱크 등 다양한 요소로 구성된다 (그림 1). 관은 물을 가두어 물이 손실을 막음과 동시에 연결하는 두 지점간 물을 이동하는 역할을 한다. 펌프는 물의 에너지를 증가시키고 반대로 터빈은 여분에너지를 회수한다. 밸브는 유향을 변경하거나 에너지를 소산시키며, 탱크는 수요량을 일시적으로 저장한다.

이처럼 다양한 요소로 구성된 상수도관망은 결국은 수원과 수용가의 물의 연결고리가 되어준다. 즉, 각 구성 요소를 통한 수원과 수용가의 연결성은 상수도관망의 효율적인 운영에 있어 중요한 고



그림 1. 상수도관망 내 구성요소 개념도

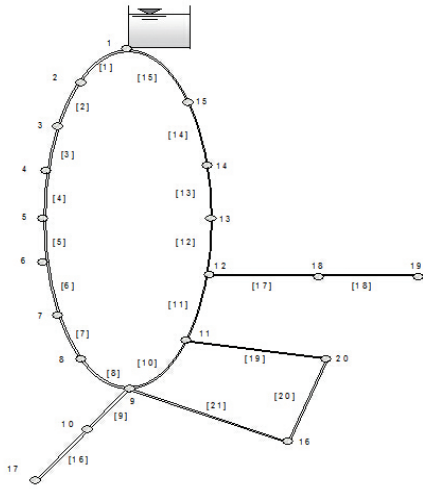


그림 2. 미국 뉴욕시 상수도관망의 평면도 (Zheng 등 2012)

러 사항이라 할 수 있다. 상수도관망을 평면도로 나타내면 그림 2와 같이 점과 선으로 이루어진, 일종의 평면 그래프와 같은 형태가 된다. 이러한 유사성으로 인해 최근 몇 년 동안 많은 연구자들이 그래프 이론을 상수도관망의 설계 및 운영 의사결정 시 고려하였다. 본 학술기사에서서는 기본적인 그래프 이론의 배경지식을 설명하고, 상수도관망의 적용 사례 소개 및 향후 상수도관망의 그래프

이론 활용 사례를 제시하고자 한다.

2. 그래프 이론 (Graph Theory)

그래프 이론은 수학에서 객체 (주로 점) 간에 짝을 이루는 관계를 시각화하기 위해 사용되는 수학 구조인 그래프에 대한 연구이다.¹⁾ 일반적으로 1736년에 레온하르트 오일러(Leonhard Euler)가 쾨니히스베르크의 다리 문제를 다룬 논문이 그래프 이론의 시초로 알려져 있다. 쾨니히스베르크의 다리 문제는 오일러의 문제 혹은 한 붓그리기 문제로도 잘 알려져 있으며, 그림 3에 있는 7개의 다리를 중복 없이 한번씩 건너는 방법을 찾는 문제이다. 참고로 오일러는 그림 3의 다리를 중복 없이 건널 수 없음을 증명하였다.

가장 일반적인 의미에서 그래프는 순서쌍 $G=(V, E)$ 로 생각할 수 있으며, V 는 모든 점(Vertex), E 는 모든 변(Edge)이다. 이를 상수도관망과 연관해서 생각해보면, 점은 수용가, 수원, 탱크 등을 물의 출발 혹은 도착지를 대변하며, 변은 관, 펌프, 밸브, 터빈과 같이 점의 징검다리 역할을 해주는 요소를 포함한다. 그래프 이론에서

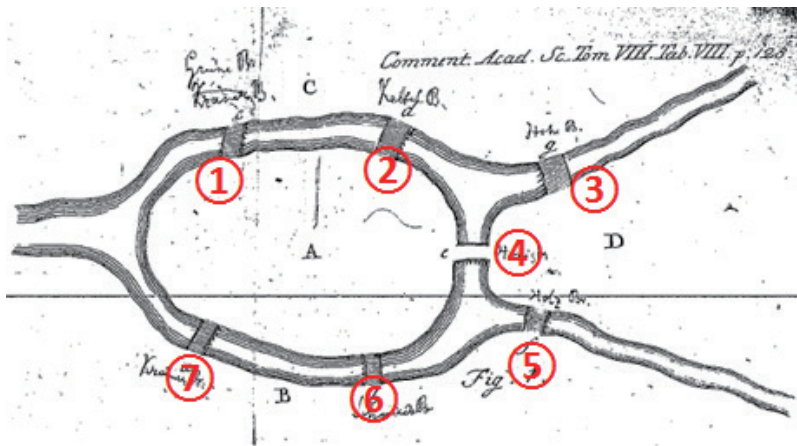


그림 3. 쾨니히스베르크의 다리 문제 (Alexanderson, 2006)

1) https://ko.wikipedia.org/wiki/그래프_이론

중요한 것은 “점과 점이 인접해있는가(연결되어 있는가)?” 그리고 인접해있으며 “어느 정도로 인접해 있는가?” 두 가지를 꼽을 수 있다. 이 두 가지 질문은 그림 4와 같이 그래프 이론을 총 네 가지 종류로 나눈다.

점과 점의 연결성은 방향과 관계된 것으로 1번 점과 2번 점이 연결되어 있더라도 한 방향으로만 흐름이 제한된다면 역방향은 연결되어 있지 않는 것으로 간주한다. 이는 그림 4에서 무향 그래프 이론과 유형 그래프 이론을 구별하는 기준이 되며, 무향의 경우 양방향 흐름이 존재하는 경우이다. 어느 정도로 인접해 있는가는 연결의 강도로 생각할 수 있다. 쉽게 설명하면 독자들이 가지고 있는 핸드폰의 와이파이(무선인터넷) 수신 강도를 생각하면 된다. 현재 핸드폰의 위치가 무선 인터넷 송신기와 인접해 있다면 수신 강도가 강할 것이고 거리가 멀어질수록 수신 강도는 약해 질 것이다. 마찬가지로 그림 4에서 미가중 그래프와 가중 그래프를 구별하는 기준이 된다.

3. 상수도관망에 적용 사례

그래프 이론은 상수도관망의 구조적 위상 해석을 위해서 많이 사용되었다. 앞서 상수도관망의 주 역할이 수원과 수용가를 연결하는 연결성임을 감안할 시, 그래프 상에서 수원과 수용가가 어떻게 어느 정도로 잘 연결되어 있는지 판단할 때 적용되었다. 즉, 최적 혹은 최소 경로 등과 같이 물리적인 연결성이 주 관심사였기에 실질적인 연결의 존재 여부를 판단하기 위해 무향-미가중 그래프가 주로 사용되었다.

그래프 이론의 상수도관망으로의 적용은 1990년 Kessler 등으로 거슬러 올라간다. 당시 Kessler 등은 그래프 이론을 이용하여 상수도관망 내 물의 이동 경로 간 관의 최적 관경을 설계하였다. 후에 Sonak과 Bhave (1993)가 루프형 상수도관망에 최적 관경을 결정한 바 있다. Zheng 등 (2013)도 상수도관망의 비용 최적 설계에 그래프 이론을 적용하였다. 최근까지도 Jung과 Kim

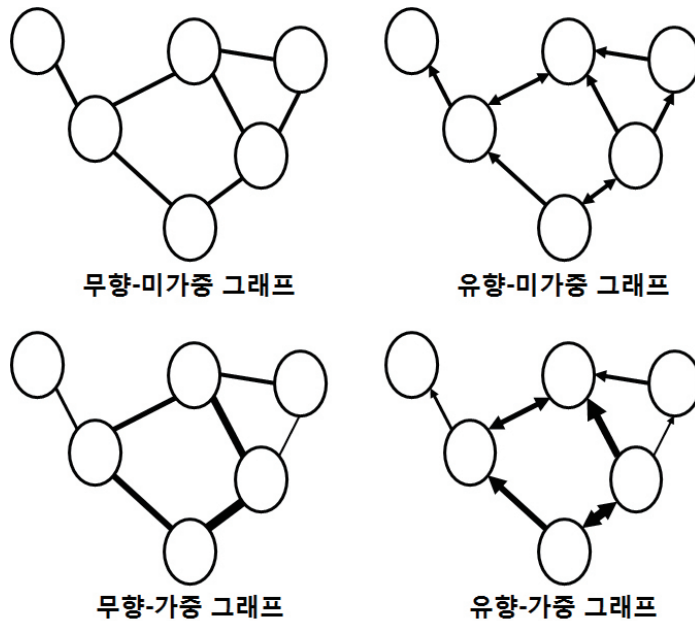


그림 4. 그래프 이론의 종류

(2017)의 연구에서 그래프 이론에 기반한 가외성 지수를 최대화하는 상수도관망 다목적 최적 설계 방법론을 개발 및 적용하여, 기존 신뢰도 지수에 기반한 설계 결과와 비교하였다.

그래프 이론이 상수도관망에 광범위하게 적용된 계기는 회복력(resilience)과도 연관이 있다. Bruneau 등이 2003년 발표한 논문에서 회복력의 요소를 4R이라는 개념을 통해 소개를 하였다. 4R 개념 중 강건성(robustness)과 가외성(redundancy)이 다양한 연구에서 그래프 이론을 토대로 회복력의 구조적 평가항목으로 적용되었다. 특히 Yazdani와 Jeffrey의 2010와 2011a, 2011b 연구들이 상수도관망의 구조적 회복력을 그래프 이론을 기반으로 확인한 선구자적인 연구로 알려져 있다. 후에 Herrera 등 (2016)와 Di Nardo 등 (2017)은 그래프 이론과 수리학적 회복력 간의 관계를 규명하는 연구를 발표하기도 했다. 참고로 수리학적 회복력은 Yazdani와 Jeffrey가 제안한 구조적 회복력과 다른 것으로 Todini (2000)가 제안한 회복력 지수를 의미한다. Davidson 등 (2005)와 Price와 Ostfeld (2016)의 연구들은 회복력과도 연관이 있는 오염물의 확산에 대비 및 발생 시 피해를 줄이기 위한 방안을 그래프 이론의 이용 제공한바 있다 (Davidson 등 2005; Price와 Ostfeld 2016).

그래프이론은 상수관망의 효율적인 운영을 위해 적용되기도 하였다. 특히 상수도관망의 압력 및 누수 관리를 위한 소규모 블록화 구성 및 운영 하는 것에 다양하게 적용되었다 (Savic와 Walters (1995); Xu 등 2008; Perelman와 Ostfeld, 2011; Ferrari 등 2013). 여기에서 말하는 블록화는 상수도관망을 작은 구역들로 분할하는 작업을 일컫는다. 혹은, Price와 Ostfeld와 같이 그래프 이론을 이용한 실시간 상수도관망의 펌프 운영 방법론을 제안한 연구도 진행되었다 (Price와 Ostfeld 2014; 2015; 2016). 뿐만 아니라, 상수도관망의 동적위상(dynamic topology)을 다룬 논문들도

그래프 이론과 연계하여 소개되었다 (Wright 등 2014; 2015). 동적 위상이란 밸브를 열고/닫고 펌프를 켜고/끄고 같이 상수도관망의 그래프에 변화를 가져다주는 경우를 의미한다. 즉, 인접해있던 두 점이 밸브가 닫히면 인접하지 않은 점이 된다.

4. 향후 상수도관망에서 적용 가능한 분야

앞서 정리한 바와 같이 이미 그래프 이론은 상수도관망 설계 및 유지 관리에 다양하게 사용되고 있다. 다만, 3장 서두에 정리한 것과 같이 대부분의 연구들은 물리적인 연결의 존재 여부를 판단하기에 적합한 무향-미가중 그래프를 사용하였다. 그러나, 상수도관망의 경우 관의 실제 흐름은 양방향성이 아닌 단방향이며 관의 통수능 역시 관경, 관의 길이, 노후도 등 다양한 요소에 따라 상이하다. 이에 상수도관망에 가장 적합한 그래프 이론은 4가지 그래프 이론 중 흐름 방향을 제한하고, 연결에 따라 관의 경우 통수능과 같이 기능의 차별성이 있는 유향-가중 그래프라 할 수 있다. 오직 Herrera 등 2016의 연구만 가중 그래프 이론을 적용한 바 있다.

필자는 금년도 EWRI2018(Environmental & Water Resources Institute) 학회에서 시간 종속 그래프 이론을 제안한 바 있다. 제안한 시간 종속 그래프 이론은 유향-가중 그래프에 기반하며, 시간에 따른 요소의 노후 정도를 가중치로 채택한다. 시간 종속 그래프 이론은 상수도관망의 노후에 따른 수리학적 회복력의 변화와 관계성 분석을 실시하였으며, 그 관계성이 매우 유사하다는 결과를 얻었다. 이처럼 조그마한 수정을 한다면 수리 해석이 없이도 어느 정도 상수도관망의 수리적 거동을 확인할 수 있는 장점이 있는 것이 그래프 이론이다.

그래프 이론의 적용성은 상수도관망의 구조적인 변화가 있는 설계 및 유지 관리 관련 전략 수립에

다양하게 적용할 수 있다. 이에 따라 적절한 가중치 선정 시 그래프 이론은 다음과 같은 수자원공학 분야에 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

- 관의 노후도를 가중치로 구조적인 회복력을 증대시킬 수 있는 관의 관리 의사결정
- 에너지 관련 가중치로 에너지 효율 극대화/터빈

및 펌프 운영 최적화

- 밸브의 개도 정도 혹은 펌프의 출력을 가중치로 밸브/펌프 운영 규칙 결정
- 수요량 정보를 가중치로 다중 수원/재이용 계획
- 댐 간 도수로 네트워크 연결성 및 신뢰성 분석



참고문헌

Alexanderson, G. (2006). About the cover: Euler and Knigsberg's Bridges: A historical view, *Bulletin of the american mathematical society*, 43(4), 567-573.

Bruneau, M., Chang, S. E., Eguchi, R. T., Lee, G. C., O'Rourke, T. D., Reinhorn, A. M., Shinozuka, M., Tierney, K., Wallace, W. A., and von Winterfeldt, D. (2003). A Framework to quantitatively assess and enhance the seismic resilience of communities. *Earthquake spectra*, 19(4), pp. 733-752

Davidson, J., Bouchart, F., Cavill, S., and Jowitt, P. (2005). Real-time connectivity modeling of water distribution networks to predict contamination spread. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 19, pp. 377-386

Di Nardo, A., Di Natale, M., Giudicianni, C., Greco, R., and Santonastaso, G. F. (2017). "Complex network and fractal theory for the assessment of water distribution network resilience to pipe failures." *Water Science and Technology: Water Supply*, ws2017124.

Ferrari, G., Savic, D., and Becciu, G., (2013). Graph-theoretic approach and sound engineering principles for design of district metered areas. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 140, p. 04014036

Herrera, M., Abraham, E., and Stoianov, I. (2016). "A graph-theoretic framework for assessing the resilience of sectorised water distribution networks." *Water Resources Management*, 30(5), 1685-1699.

Jung, D. and Kim, J., 2018. Water Distribution System Design to Minimize Costs and Maximize Topological and Hydraulic Reliability. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 144(9), p.06018005.

Lee, S. and Burian, S.J. (2018). "Redundancy Quantification of Water Distribution Systems using Time-dependent Graph Theory." *ASCE-EWRI World Environmental & Water Resources Congress 2018*, Minneapolis, Minnesota, USA, June 3-7, 2018.

Kessler, A., Ormsbee, L. and Shamir, U., (1990). A methodology for least-

cost design of invulnerable water distribution networks. *Civil Engineering Systems*, 7(1), pp.20–28.

Savic, D.A. and Walters, G.A., (1995). Genetic algorithm techniques for calibrating network models. Report, 95, p.12.

Wright, R., Stoianov, I., Parpas, P., Henderson, K., and King, J. (2014). Adaptive water distribution networks with dynamically reconfigurable topology. *Journal of Hydroinformatics*, 16, pp. 1280–1301

Wright, R., Abraham, E., Parpas, P., and Stoianov, I. (2015). Control of water distribution networks with dynamic DMA topology using strictly feasible sequential convex programming. *Water Resources Research*, 510. pp. 9925–9941

Xu, J., Fischbeck, P. S., Small, M. J., VanBriesen, J. M., and Casman, E. (2008). Identifying sets of key nodes for placing sensors in dynamic water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 134. pp. 378–385

Yazdani, A., and Jeffrey, P. (2010). "A complex network approach to robustness and vulnerability of spatially organized water distribution networks." arXiv preprint arXiv:1008.1770.

Yazdani, A., and Jeffrey, P. (2011a). "Applying network theory to quantify the redundancy and structural robustness of water distribution systems." *J. Water Resour. Plann. Manage.*, 138(2), 153–161.

Yazdani, A., Otoo, R. A., and Jeffrey, P. (2011b). "Resilience enhancing expansion strategies for water distribution systems: A network theory approach," *Environmental Modelling & Software*, 26(12), 1574–1582.

Zheng, F., Simpson, A. R., Zecchin, A. C., and Deuerlein, J. W. (2013). "A graph decomposition based approach for water distribution network optimization." *Water Resources Research*, 49(4), 2093–2109.

Zheng, F., Simpson, A., Zecchin, A. (2012). A Performance Comparison of Differential Evolution and Genetic Algorithm Variants Applied to Water Distribution System Optimization. *World Environmental and Water Resources Congress 2012: Crossing Boundaries, Proceedings of the 2012 Congress*, 10.1061/9780784412312.296.