

손실결합 공동공진기의 간편한 Q 측정 방법

한대현*

A simple Q measurement method of a lossy coupled cavity resonator

Dae-Hyun Han*

Department of Electronic Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

요 약

공동공진기는 마이크로파 응용에서 많이 사용되는 부품 중의 하나이다. 무부하 Q, 공진주파수, 그리고 결합계수는 공진기 기본 파라미터이다. 손실결합이 있는 공동공진기의 무부하 Q를 측정하는 간편한 절차를 제안하였다. 공진주파수 근처 주파수 대역에서 결합손실을 포함한 등가회로를 보였으며, 결합손실은 공진기의 임피던스를 측정하여 구했다. 결합손실을 보상한 공진기의 임피던스를 스미스차트에 다시 그렸다. 보상한 임피던스 궤적에서 부하 Q와 결합계수를 구하여 무부하 Q를 계산하였다. 제안한 절차를 검증하기 위하여 결합 손실이 없는 공진기를 측정하였다. 결합 손실이 있는 경우와 손실이 없는 경우의 측정결과는 잘 일치 하였다. 측정된 결과는 제안한 절차가 유용함을 확인하였다.

ABSTRACT

The cavity resonator is one of the widely used components in the microwave applications. The unloaded Q, the resonant frequency, and the coupling factor are basic parameters of a cavity. A simple unloaded Q factor measurement procedure of a cavity is proposed in a lossy coupling. The equivalent circuit of a cavity with coupling loss at near the resonant frequency is presented. The coupling loss resistance was found by the measurement of a cavity impedance. The cavity impedance compensated coupling loss was redrawn on the Smith Chart. The loaded Q and coupling factor were obtained based on the compensated impedance locus and then the unloaded Q factor was calculated. To verify the proposed procedure, the cavity with lossless coupling was measured. The two measurement results in the lossy and lossless coupling agree well. The results confirm the proposed procedure is valid.

키워드 : 공동공진기, 손실결합, 회로망분석기, 스미스 차트, 무부하 Q

Keywords : cavity, lossy coupling, network analyzer, Smith Chart, unloaded Q

Received 21 May 2018, Revised 26 May 2018, Accepted 15 June 2018

* Corresponding Author Dae-Hyun Han(E-mail:dhan@deu.ac.kr Tel:+82-51-890-1681)

Department of Electronic Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

Open Access <http://doi.org/10.6109/jkiice.2018.22.7.1015>

pISSN:2234-4772

©This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

I. 서 론

마이크로파 대역에서 많이 사용되는 공동 공진기(cavity)는 품질인자(quality factor) Q 가 중요한 파라미터이다. 공동공진기를 이용하여 물질의 특성(유전율, 투자율, 전도율)을 측정하거나[1-2], 공진기가 고주파 회로에 사용되는 경우[3-6], 또는 전자빔과 상호작용하는 공동공진기의 경우[7-8]에 Q 를 측정할 필요가 있다.

공진기의 Q 를 실험으로 구하는 방법은 다양하며 크게 네 가지로 나눌 수 있으며, 고전적인 방법은 초고주파 측정에 관한 책에 자세히 나와 있다[9]. 각 방법은 첫째, 입력단의 임피던스를 주파수의 함수로 측정하여 구하는 방법, 둘째, 입력단과 출력단이 있는 공진기에서 출력신호를 주파수의 변화에 따라 측정하여 구하는 방법, 셋째, 펄스변조된 신호를 인가하여 신호를 제거한 순간부터 지수함수적으로 감소하는 신호의 시정수(time constant)를 측정하여 구하는 방법, 넷째, 측정하고자 하는 공동공진기를 낮은 주파수의 공진회로 또는 표준공동과 비교하는 방법 등이 있다. 임피던스를 측정하여 Q 를 측정하는 방법은 측정기술과 장비의 발달로 회로망 분석기를 사용함으로써 정확도를 향상시키고 측정시간을 단축시킬 수 있다[10]. 공진기의 공진주파수에서 멀리 떨어진 주파수에서 임피던스가 같아지는 주파수와 임피던스의 리액턴스가 같아지는 주파수인 임계점 주파수 방법에 의한 Q 측정방법이 제시되었다[11]. 이 방법은 공진주파수에서 멀리 떨어진 주파수까지 측정하기 때문에 측정대역폭이 넓어 측정 주파수 간격이 넓어져 오차가 크질 수 있다. 공진기의 S파라미터에 최소자승법을 적용하여 잡음이 있는 경우에 Q 를 측정하는 방법이 제시되었다[12].

공동공진기를 측정하거나 사용하기 위해서는 외부의 회로와 결합하여야 한다. 대부분의 측정에서 결합에서 손실은 작아서 무시하고 측정이 이루어 졌다. 하지만 공동공진기의 결합기를 통해서 공동공진기에 전력을 공급하기 위해서 결합하는 경우에는 결합기와 커넥터에 이서 생기는 손실을 무시할 수 없다. 본 논문에서는 단일 포트의 손실 결합에서 공동공진기의 Q 측정방법을 제안하였다.

II. 본 론

공동공진기를 그림 1(a)와 같이 유도성 결합을 했을 때 등가회로는 그림 1(b)와 같이 무한개의 공진회로가 결합된 형태로 나타낼 수 있으며, 각각은 공진모드에 해당된다. 공진기의 측정은 어느 한 공진주파수 근처에서 이루어지기 때문에 그림 1(c)와 같이 단순화 할 수 있다.

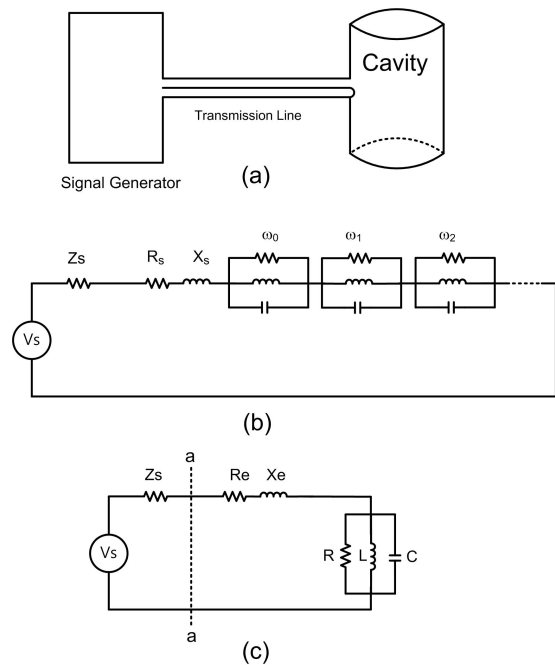


Fig. 1 (a) The cavity coupling system (b) Equivalent circuit of a coupled cavity (c) Simplified equivalent circuit for the cavity at a resonant frequency

공동공진기의 공진특성을 나타내는 파라미터인 Q 는

$$Q = \frac{\omega_0 U}{P_L} \quad (1)$$

이며, ω_0 는 공진 각주파수(resonant angular frequency)이고, U 는 공진기에 저장되는 에너지, P_L 은 공진기에서 손실되는 전력이다. RLC 병렬공진회로에서는

$$Q_0 = \omega_0 CR = \frac{R}{\omega_0 L} \quad (2)$$

이며, Q_0 는 무부하 Q이며 식(1)에서 손실은 공진기 자체의 손실만을 고려한 Q이며, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ 이다.

그림 1(c)의 기준면 a-a에서 손실과 리액턴스를 고려한 입력 임피던스 Z_{aa}^{rx} 는

$$\frac{Z_{aa}^{rx}}{Z_0} = \frac{R_e}{Z_0} + j \frac{X_e}{Z_0} + \frac{\beta}{1 + j2Q_0\delta} \quad (3)$$

이며, 여기서 $\delta = (\omega - \omega_0)/\omega_0$ 이고 $\beta = R/Z_0$ 로 결합계수이다. 식(3)으로 표현된 임피던스를 스미스차트에 나타내면 그림 2와 같다.

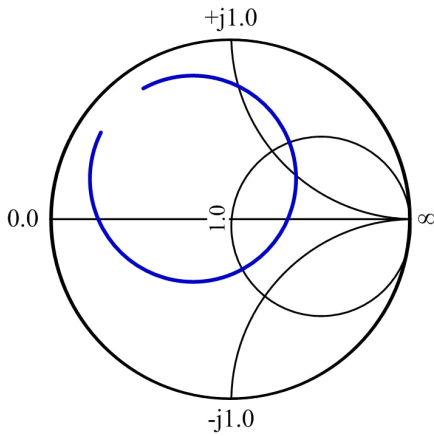


Fig. 2 Impedance of a cavity with coupling loss and reactance

그림 1(c)에서 R_e 는 결합계(coupling system)의 손실을 나타내며 X_e 는 결합계의 리액턴스 성분을 나타낸다. 회로에서 X_e 는 Taylor 전개에서 첫 두 개의 항만 고려하면[8]

$$X_e = X_1 + 2Z_0Q_1\delta \quad (4)$$

이며, 첫 번째 항은 주파수에 무관하고 두 번째 항은 주파수의 함수이다. 인접한 공진주파수가 측정하려고 하는 공진주파수와 멀리 떨어져 있으면 두 번째 항은 무시할 수 있다. 주파수에 무관한 항 X_1 은 회로망 분석기에서 위상 오프셋을 조정하여 영향을 제거할 수 있다. 리액턴스 영향을 제거하고 손실만 고려한 기준면 a-a에서

입력임피던스 Z_{aa}^r 는

$$\frac{Z_{aa}^r}{Z_0} = \frac{R_e}{Z_0} + \frac{\beta}{1 + j2Q_0\delta} \quad (5)$$

이며, 식 (5)로 표현된 임피던스를 스미스차트에 나타내면 그림 3과 같으며, 그림 3에서 Γ_d^i 을 찾으면 손실저항 R_e 는

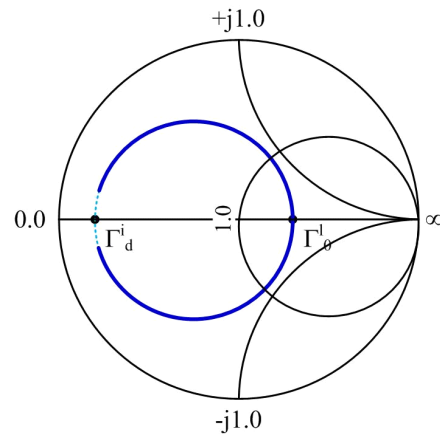


Fig. 3 Impedance of a cavity with coupling loss only

$$R_e = Z_0 \frac{1 + \Gamma_d^i}{1 - \Gamma_d^i} \quad (6)$$

로 구할 수 있다. 손실저항 R_e 를 구한 다음 측정된 임피던스에서 손실저항을 보상한 임피던스는 Z_{aa}

$$\frac{Z_{aa}}{Z_0} = \frac{\beta}{1 + j2Q_0\delta} \quad (7)$$

이다. 식 (7)로 표현된 임피던스를 스미스차트에 나타내면 그림 4와 같다. 식 (7)의 임피던스를 Γ_i 에 대한 식을 정리하면

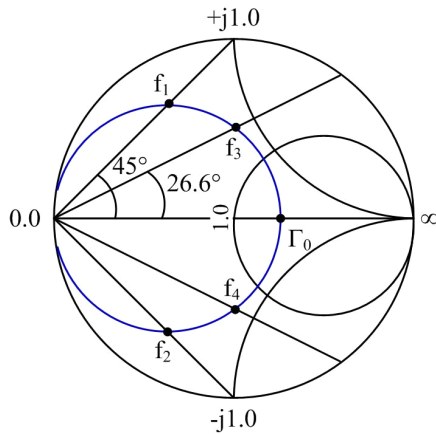


Fig. 4 Coupling loss compensated impedance of a cavity

$$\Gamma_i + 1 = \frac{2\beta}{1 + j2Q_L\delta} \quad (8)$$

이며, 여기서 $Q_0 = (1 + \beta)Q_L$ 이고, Q_0 는 무부하 Q(unloaded Q), Q_L 은 부하 Q(loaded Q)이다. 부하 Q는 식(1)에서 손실되는 전력이 공진기 자체의 손실뿐만 아니라 공진기를 결합했을 때 결합기와 외부에서 손실을 포함한 Q이다. 식 (8)에서 $\Gamma_i + 1$ 의 위상은

$$\phi_L = \arg(\Gamma_i + 1) = -\tan^{-1}(2Q_L\delta) \quad (9)$$

이다. 따라서 $2Q_L\delta = \pm 1$ 되는 주파수 f_1 과 f_2 는 $\Gamma_i + 1$ 의 위상이 $\pm 45^\circ$ 되는 선과 만나는 점의 주파수이다. f_1 과 f_2 으로부터 무부하 Q 즉 Q_L 은

$$Q_L = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (10)$$

이다. 식 (9)에서 $\tan\phi_L = -2Q_L\delta$ 를 이용하여 $\Gamma_i + 1$ 의 위상이 $\tan^{-1}(\pm 0.5) = \pm 26.6^\circ$ 되는 직선, 즉 기울기가 $\pm 1/2$ 인 직선과 만나는 점의 주파수 f_3 과 f_4 로부터 무부하 Q는

$$Q_L = \frac{f_0}{f_4 - f_3} \tan\phi_L \quad (11)$$

이다. 스미스차트에 표시된 공동공진기의 반사계수 궤적에서 원의 지름이 1보다 크면 과결합(over coupled)이고 1보다 작으면 아결합(under coupled)이다. 결합계수는 과결합인 경우에는

$$\beta = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} \quad (12)$$

이고 아결합인 경우에는

$$\beta = \frac{1 - |\Gamma_0|}{1 + |\Gamma_0|} \quad (13)$$

이다[7]. 위상 오프셋을 조정하고 결합손실을 보정한 임피던스 궤적인 그림 4에서 결합계수는 공진주파수의 반사계수 Γ_0 를 이용하면

$$\beta = \frac{1 + \Gamma_0}{1 - \Gamma_0} \quad (14)$$

이며, 무부하 Q는 $Q_0 = (1 + \beta)Q_L$ 로 구할 수 있다.

III. 측정결과

무산소 동(oxygen free copper)으로 만든 공동공진기에 손실이 있는 결합기가 부착된 시스템에서 제안한 방법으로 무부하 Q를 회로망을 이용하여 측정하였다. 그림 5에는 결합손실과 리액턴스가 포함된 임피던스 궤적을 보여주고 있다. 그림 6은 회로망분석기에서 위상 오프셋을 조정하여 결합기의 리액턴스 영향을 제거한 손실결합 공동공진기의 임피던스를 나타내고 있다. 손실저항 R_e 를 구하여 손실저항을 보정한 임피던스는 그림 7에 보였다. 손실저항 $R_e = 2.0\Omega$ 이다.

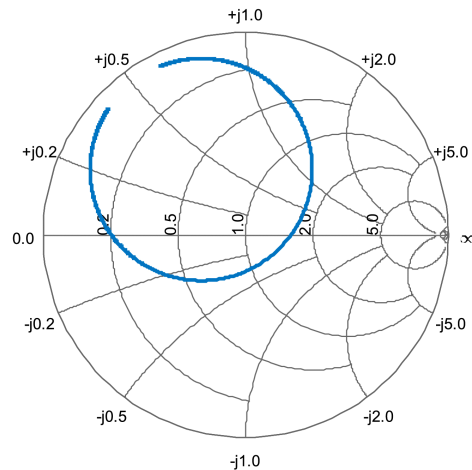


Fig. 5 Measured impedance of a cavity with coupling loss and inductance

손실저항 2Ω 는 그림 8과 같이 전송선에서 직렬로 저항이 연결되어있는 회로와 동가이다. 그림 8의 저항 R에 의한 삽입 손실은

$$S_{21} = \frac{2Z_0}{R + 2Z_0} \quad (15)$$

이다. 손실저항 2Ω 은 삽입손실이 0.17 dB에 해당된다. 이는 공동공진기에 연결되어 있는 결합기에 다른 부품이 연결되어 있는 경우에는 흔히 나타날 수 있는 수치이다.

그림 7에서 공진주파수에서 반사계수는 $\Gamma_0 = 0.266$ 이며 과결합(over coupled)인 경우로 결합계수 $\beta = (1 + |\Gamma_0|) / (1 - |\Gamma_0|) = 1.7$ 이다. $\phi_L = \pm 45^\circ$ 인 직선과 만나는 주파수 $f_1 = 499.88100$ MHz, $f_2 = 499.91899$ MHz 이고 공진주파수 $f_0 = 499.900$ MHz 이고, 결합계수와 부하 Q로부터 구한 무부하 Q는 $Q_0 = 35528$ 이다. $\tan^{-1}(\pm 0.5) = \pm 26.6^\circ$ 인 직선과 만나는 주파수 $f_3 = 499.89051$ MHz, $f_4 = 499.90950$ MHz 이고, 결합계수와 부하 Q로부터 구한 무부하 Q는 $Q_0 = 355342$ 로 무부하 Q의 두 결과는 잘 일치한다. 만일 측정하는 장비인 회로망 분석기의 주파수 해상도가 높지 않으면 측정 대역폭을 줄여서 $\tan^{-1}(\pm 0.5) = \pm 26.6^\circ$ 인 직선과 만나는 주파수를 구하여 Q를 측정하는 것이 오차를 줄일 수 있다. 제안한 절차를 검증하기 위하여 손실이 없는 결합기로 측정한 공진기의 무부하 Q는 35600으로 손실결합이 있는 측정값과 0.2% 이내에서 잘 일치 한다.

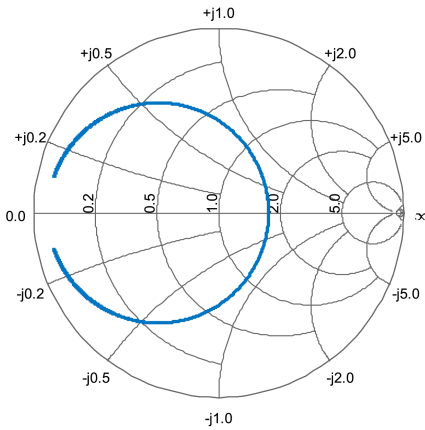


Fig. 6 Measured impedance of a cavity with coupling loss

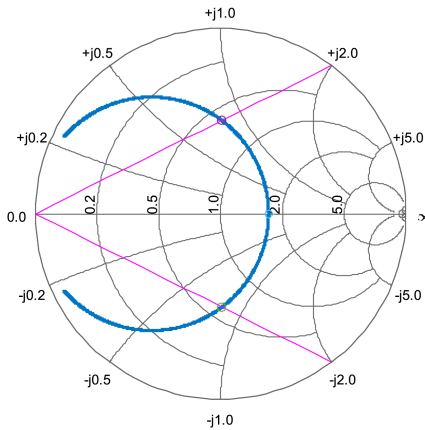


Fig. 7 Measured impedance of a cavity compensated coupling loss

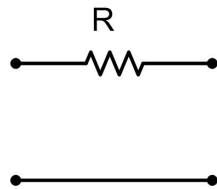


Fig. 8 Equivalent circuit of coupling loss

IV. 결론

결합손실이 있는 공동공진기의 무부하 Q를 측정하는 간편한 절차를 제시하였다. 공진주파수 근처에서 손실을 포함한 공동공진기의 등가회로를 나타내었다. 회로망 분석기를 사용하여 공동공진기의 입력반사계수를 측정하여 손실저항을 구했다. 입력 임피던스에서 손실저항을 뺀 보상 임피던스 궤적을 스미스차트에 다시 그려서 부하 Q와 결합계수를 구하여 무부하 Q를 측정하였다. 공동공진기의 무손실 결합일 때의 무부하 Q와 손실 결합일 때의 무부하 Q의 측정된 결과는 0.2% 이내에서 일치하여 제안한 방법의 타당성을 확인하였다.

REFERENCES

- [1] T. Miura, K. Tahara, J. Sugiyama, and M. Horibe, "Q-Factor Change of Cavity by Sample Installation in Resonance Perturbation method," in *Proceeding of the 45th European Microwave Conference*, Paris, France pp. 738-741, 2015.
- [2] C. K. Kim and S. O. Park, "Advanced Measurement Method for evaluation of Microwave Properties using Rectangular Cavity Perturbation Technique," in *Proceedings of the 2017 IEEE International Symposium on Radio-Frequency Integration Technology (RFIT2017)*, Seoul, Korea, pp. 102-103, 2017.
- [3] S. W. Wong, J. Y. Lin, Z. C. Guo, and Y. Yang, "Flexible Control of Transmission Zeros using Doublet for Cavity Bandpass Filter Design," in *Proceedings of the 17th International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT)*, Queensland, Australia, pp. 1-5, 2017.
- [4] U. Naeem, A. Perigaud, and S. Bila, "Dual-Mode Dual-Band Bandpass Cavity Filters With Widely Separated Passbands," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, vol. 65, no. 8, pp. 2681-2686, Aug. 2017.
- [5] K. K. Ryu, E. D. Oh, and S. C. Kim, "Design and Fabrication of the Push-push Dielectric Resonator Oscillator using a LTCC," *Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering*, vol. 14, no. 3, pp. 541-546, Mar. 2010.
- [6] J. H. Park, "Inductance and Electrical Properties of Wireless Power Transmission Coil," *Asia-pacific Journal of Multimedia Services Convergent with Art, Humanities, and Sociology*, vol. 6, no. 3, pp. 481-488, Feb. 2016.
- [7] S. Ruess, G. Gantenbein, S. Illy, I. G. Pagonakis, T. Rzesnicki, M. Thumm, J. Weggen, and J. Jelonek, "Towards an 2 MW Long-Pulse Coaxial-Cavity Gyrotron: Progress on the Advanced KIT Inverse Magnetron Injection Gun," in *Proceedings of the 18th International Vacuum Electronics Conference (IVEC)*, London, United Kingdom, pp. 1-2, 2017.
- [8] V. A. Goryashko, A. K. Bhattacharyya, H. Li, D. Dancila, and R. Ruber, "A Method for High-Precision Characterization of the Q-Slope of Superconducting RF Cavities," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, vol. 64, no. 11, pp. 3764-3771, Nov. 2016.
- [9] E. L. Ginzton, *Microwave Measurement*, 1st ed. New York, McGraw-Hill, 1957.
- [10] D. Kajfez and E. J. Hwan, "Q-Factor Measurement with Network Analyzer," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, vol. 23, no. 7, pp. 666-670, Jul. 1984.
- [11] P. Wang, L.H. Chua, D. Mirshekar-Syahkal, "Accurate Characterization of Low-Q Microwave Resonator using Critical-Points Method," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, vol. 53, no.17, pp. 349-353, Jan. 2005.
- [12] S. Shahid, J.A.R. Ball, C.G. Wells, and P. Wen, "Reflection type Q-factor Measurement using Standard Least Squares Methods," *Institute of Engineering and Technology Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 5, no.4, pp. 426-432, Mar. 2011.



한대현(Dae-Hyun Han)

1986년 8월 경북대학교 전자공학과(공학사)
1990년 2월 포항공대 전자전기공학과(공학석사)
1996년 8월 포항공대 전자전기공학과(공학박사)
1999년 3월 ~ 현재 동의대학교 전자공학과 교수
※관심분야: 무선통신 소자 및 시스템