

## 피치각 변화가 큰 궤적에서의 INS/GNSS 통합항법 시스템 가관측성 분석

# Observability Analysis of INS/GNSS System for Vehicles Moving with a Large Pitch Angle Change

김현석\* · 백승준 · 김형수 · 조민수

국방과학연구소

Hyun-seok Kim\* · Seung-jun Baek · Hyung-soo Kim · Min-su Jo

Agency for Defense Development, Daejeon 34186, Korea

### [요 약]

INS/GNSS 결합시스템을 구성하기 위해서 일반적으로 널리 사용되는 방법이 칼만필터를 이용한 통합항법 시스템을 구성하는 것이다. 하지만, 궤적에 따라 칼만필터의 상태변수들 중에서 가관측하지 않은 상태변수가 발생할 수도 있으며, 이 경우 해당 상태 변수들은 오차가 추정되지 않는다. 이런 문제를 해결하기 위해서는 일반적으로 통합항법 시스템을 구성한 이후에 가관측성 분석을 수행한다. 본 논문에서는 피치각 변화가 큰 궤적으로 움직이는 항체의 INS/GNSS 통합항법 시스템을 설계하기 위해서 24차의 위치 정합 칼만필터를 정의하였다. 설계에 적용된 오차 상태 변수들의 적절성을 검증하기 위해서 가관측성 분석을 수행하였다. 궤적을 5개의 segment로 구분하고 각 구간에서는 PWCS로 가정하여 가관측성을 해석적으로 분석했으며, 그 결과를 시뮬레이션을 통해서 검증하였다. 가관측성 해석 결과 및 시뮬레이션 결과를 통해서 칼만필터의 오차 상태 변수가 가관측하도록 잘 설계되었음을 확인 하였다.

### [Abstract]

The most widely used method for constructing an inertial navigation system (INS)/global navigation satellite system (GNSS) coupling system is to construct an integrated navigation system using a Kalman filter. However, depending on the trajectory, non-observable state variables may be generated. In this case, the state variables are not estimated. To solve this problem, an integrated navigation system is constructed and then an observability analysis is performed. In this paper, a 24th order position-matched Kalman filter is defined to design an INS/GNSS integrated navigation system for vehicles moving with a large pitch angle change. To verify the appropriateness of the error state variables applied to the Kalman filter, an observability analysis was performed. The trajectory was divided into five segments, and the piece-wise constant system (PWCS) was assumed for each segment, and the results were analytically analyzed. The analytical results and the simulation results confirm that the error state parameters of the Kalman filter are well-designed to the estimation side.

**Key word** : Observability analysis, INS/GNSS, Piece-wise constant system, Position matching, Stripped observability matrix.

<https://doi.org/10.12673/jant.2018.22.3.220>



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Received 29 May 2018; Revised 4 June 2018

Accepted (Publication) 25 June 2018 (30 June 2018)

\*Corresponding Author; Hyun-seok Kim

Tel: +82-42-821-0403

E-mail: hyskim77@add.re.kr

## I. 서론

전역 위성항법 시스템 (GNSS; global navigation satellite system)은 위성을 이용한 전파항법 시스템의 일종으로, 수십 개의 위성을 이용하여 전 세계의 모든 지역의 사용자에게 3차원 위치, 속도 및 시각 정보를 제공한다. 관성항법시스템 (INS; inertial navigation system)은 자이로와 가속도계 등의 관성센서를 이용하여 항체의 위치, 속도 및 자세 정보를 제공하는 측정 장치이다. GNSS 시스템은 시간이 경과해도 오차가 누적되지 않는 장점이 있지만, 외부의 교란(jamming)에 취약하고 위성의 배치에 따라 오차가 달라지는 단점이 있다[1]. INS는 보조 센서의 도움 없이 운용 가능한 시스템으로 외부의 교란에 강인하지만, 항법해 계산과정의 적분연산의 특성상 시간이 지남에 따라 항법오차가 증가하는 단점이 있다[2].

INS와 GNSS 시스템의 장점과 단점은 상호 보완적인 관계에 있기 때문에 통합항법 시스템을 설계할 경우 시너지 효과를 발휘할 수 있으며, 많은 연구가 이루어졌다. INS/GNSS 결합시스템을 구성하기 위해서 일반적으로 가장 널리 사용되는 방법이 칼만필터를 이용한 통합항법 시스템을 구성하는 것이다. 비선형성을 갖는 두 시스템의 특성상 EKF(extended Kalman filter), UKF(unscented Kalman filter) 등 비선형 필터가 사용되고 있다[3]-[5]. 하지만, 궤적에 따라서 칼만필터의 상태변수들 중에서 가관측하지 않은 상태변수가 발생할 수도 있으며, 이 경우 해당 상태변수들은 오차가 추정되지 않는다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 궤적에 따른 가관측성 분석을 수행하고 상태변수들에 대한 가관측성을 식별하는 연구가 선행되어야 한다[6], [7].

초기의 항법시스템에 대한 가관측성 해석은 대부분 항체가 정지하고 있는 초기정렬 상태에서 수행되어졌다[8]. 또한 초기 정렬 상태에서 기동하는 항체와 유사하게 자세를 임의로 변경하여 가관측성을 높이기 위한 연구 결과도 있다[9]. 이 뿐만 아니라 초기 정렬시 정지상태인 경우에는 영속도임을 가정하여 관측 가능한 상태변수 및 상태변수 조합을 찾아내는 연구도 수행된 바가 있다[10]. 뿐만 아니라, 전달정렬 과정에서 방위각 추정 성능을 개선하기 위해서 가관측성 분석을 통해서 항체의 운항 궤적을 찾아내는 연구가 진행된 바도 있다[11].

앞에서 서술한 바와 같이 이전 가관측성 분석관련 연구들의 대다수는 가관측성 분석을 수행하는 목적이 칼만필터의 모든 상태변수가 가관측하기 위한 운항조건을 찾기 위한 연구를 수행하였다. 하지만 본 연구에서는 특정 궤적으로 비행하는 항체의 통합항법 시스템에 대한 가관측성 분석을 수행하고, 가관측한 상태변수와 가관측하지 않은 상태변수를 해석적으로 식별하고, 시뮬레이션을 통해서 해석결과의 타당성을 검증하였다. 기존의 연구결과들에서는 INS/GPS 결합시스템에서는 3D 항법해 제공을 위해 15차 모델이 사용되었고, 2D 항법해 제공을 위해 수직축 오차를 제외한 12차 모델이 사용되기도 했다[12], [13]. 하지만, 본 논문에서는 가속도계 오차모델을 세분화 하여 가속도계 환산계수 및 가속도계 비정렬오차를 포함하여 24차

의 확장칼만필터를 구성하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 INS의 항법오차 모델을 구하고, 위치를 측정치로 사용하는 24차의 통합항법 시스템을 설계한다. III장에서는 위치정합에 대한 해석적인 가관측성 분석을 수행하고, IV장에서 해석적 분석 결과를 시뮬레이션을 통해서 검증하고, V장에서 결론을 맺는다.

본 논문에서 사용된 기호는 다음과 같다.

$L, l, h$ : 위도, 경도, 고도

$V^n = [V_E \ V_N \ V_U]^T$ : ENU(east-north-up) 항법 좌표계에서의 표시된 항체의 속도

$C_b^n$ : 동체 좌표계에서의 ENU 항법 좌표계로의 변환 방향 코사인 행렬

$\omega_{xy}^z$ : z좌표계에서 표현된 x에 대한 y의 회전률 (rotation rate). 여기서 x,y,z는 i, b, e, n 중 하나가 될 수 있으며 각각 i는 관성 좌표계, b는 동체 좌표계, e는 지구고정좌표계 그리고 n은 항법 좌표계이다.

$\Omega$ : WGS84좌표계에서 정의된 지구 회전 각속도 상수

$G$ : WGS84에서 정의된 중력 상수

$f^b = [f_x \ f_y \ f_z]^T$ : 동체 좌표계에서 표현된 가속도

$f^n = (f_E \ f_N \ f_U)$ : 항법 좌표계에서 표현된 가속도

$R_m, R_t$ : 지구 단반경 및 장반경

$R_{mm}, R_{tt}$ : 지구 단반경 및 장반경의 위도에 대한 미분 값

$\delta P = (\delta L \ \delta l \ \delta h)^T$ : 위도, 경도 및 고도오차

$\delta V^n = (\delta V_E \ \delta V_N \ \delta V_U)^T$ : ENU 항법 좌표계에서의 속도 오차

$\phi^n = (\phi_E \ \phi_N \ \phi_U)^T$ : 자세 오차

$\rho^n = (\rho_E \ \rho_N \ \rho_U)^T$ : transport rate

$I_{m \times n}$ :  $m \times n$  단위행렬

$W_k$ : 공정잡음 (process noise)

$V_k$ : 측정잡음 (measurement noise)

$\delta a^b = [\delta a_x \ \delta a_y \ \delta a_z]^T$ : 동체 좌표계에서 표현된 가속도계 바이어스 오차

$\delta g^b = [\delta g_x \ \delta g_y \ \delta g_z]^T$ : 동체 좌표계에서 표현된 자이로 바이어스 오차

$\delta s^b = [\delta s_x \ \delta s_y \ \delta s_z]^T$ : 동체 좌표계에서 표현된 가속도계 환산계수 오차

$\delta m^b = [\delta m_{XY} \ \delta m_{XZ} \ \delta m_{YX} \ \delta m_{YZ} \ \delta m_{ZX} \ \delta m_{ZY}]^T$ : 동체 좌표계에서 표현된 가속도계 비정렬 오차

## II. INS/GNSS 통합필터 오차모델

이번 장에서는 INS/GNSS 결합시스템을 구성하기 위해서 확장칼만필터를 사용한 통합항법 시스템 설계에 대해서 기술한다. 먼저 관성항법시스템의 오차 모델을 구하고, 위치 정보를 측정치로 사용하는 측정치 오차 모델을 정의한다.

**2-1 항법 오차 모델**

INS/GNSS 결합 칼만필터를 구성하기 위한 스트랩다운 관성 항법시스템 (SDINS; strapdown INS)의 오차모델은 비선형인 항법 방정식을 섭동방법 (perturbation method)을 이용하여 유도할 수 있다.

**1) 위치 오차 모델**

항체의 위치를 위도(L), 경도(l), 고도(h)로 나타낼 때, 오차 방정식을 유도하면 다음과 같다[1], [15].

$$\dot{\delta L} = \left( \frac{R_{mm}\rho_E}{R_m+h} \right) \delta L + \left( \frac{\rho_E}{R_m+h} \right) \delta h + \left( \frac{1}{R_m+h} \right) \delta V_N \quad (1)$$

$$\dot{\delta l} = \left( \frac{\rho_N}{\cos L} \left[ \tan L - \frac{R_{tt}}{R_t+h} \right] \right) \delta L - \left( \frac{\rho_N \sec L}{R_t+h} \right) \delta h + \left( \frac{\sec L}{R_t+h} \right) \delta V_E \quad (2)$$

$$\dot{\delta h} = \delta V_U \quad (3)$$

$$\dot{\delta V}^n = \left[ C_b^n f^b \right] \times \phi^n - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times V^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V^n + C_b^n \delta f^b \quad (4)$$

$$\dot{\phi}^n = -\omega_{in}^n \times \phi^n - C_b^n \delta\omega_{ib}^b + \delta\omega_{in}^n \quad (5)$$

**2-2 측정치 오차 모델**

본 절에서는 위치정합 통합항법 시스템을 위한 측정방정식을 유도한다. 일반적으로는 GNSS의 위치와 속도정보를 측정치로 사용하지만, 본 연구에서는 위치정보만 측정치로 사용하므로 측정 오차 모델은 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$z_k = [P_{INS} - P_{GNSS}] = H\hat{x}_k + V_k, \quad V_k \sim N(0, R) \quad (6)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0_{1 \times 21} \\ 0 & 1 & 0 & 0_{1 \times 21} \\ 0 & 0 & 1 & 0_{1 \times 21} \end{bmatrix} \quad (7)$$

**2-3 통합항법 시스템 구성**

통합항법 시스템을 구현하기 위한 칼만필터는 식 (1)~(5)에서 정의한 관성항법장치 오차모델과 식(6), (7)의 측정방정식을 이용하여 24차의 위치정합 통합 보정필터를 구성하였다. 이 때 24차의 오차 항들로는 위치오차, 속도오차, 자세오차, 가속도계 바이어스 오차, 자이로 바이어스 오차, 가속도계 환산계수 오차, 가속도계 비정렬 오차 등으로 구성된다.

$$\dot{\delta x}_k = F_k \delta x_k + W_k \quad (8)$$

$$z_k = H\delta x_k + V_k \quad (9)$$

$$\delta x_k = [( \delta P )^T ( \delta V^n )^T ( \Phi^n )^T ( \delta \alpha^b )^T ( \delta g^b )^T ( \delta s^b )^T ( \delta m^b )^T ]^T \quad (10)$$

여기서 F는 식 (11)과 같다.

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & 0_{3 \times 3} & F_{26} & F_{27} & F_{28} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & 0_{3 \times 3} & F_{35} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{15 \times 3} & 0_{15 \times 3} & 0_{15 \times 3} & 0_{15 \times 3} & 0_{15 \times 3} & 0_{15 \times 3} & 0_{15 \times 3} & 0_{15 \times 3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\rho_N}{\cos L} \left( \tan L - \frac{R_{tt}}{R_t+h} \right) - \frac{\rho_N \sec L}{R_t+h} \\ 0 & \frac{R_{mm}\rho_E}{R_m+h} & \frac{\rho_E}{R_m+h} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$F_{12} = \begin{bmatrix} \frac{\sec L}{R_t+h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_m+h} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$F_{22} = \begin{bmatrix} \frac{V_N \tan L - V_U}{R_t+h} \rho_U + 2\Omega_U - \rho_N - 2\Omega_N \\ -2(\rho_U + \Omega_U) & \frac{-V_U}{R_m+h} & \rho_E \\ 2(\rho_N + \Omega_N) & -2\rho_E & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$F_{23} = \begin{bmatrix} 0 & -f_U & f_N \\ f_U & 0 & -f_E \\ -f_N & f_E & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{24} = C_b^n, \quad (15)$$

$$F_{26} = \begin{bmatrix} C_b^n(0,0)f_X & C_b^n(0,1)f_Y & C_b^n(0,2)f_Z \\ C_b^n(1,0)f_X & C_b^n(1,1)f_Y & C_b^n(1,2)f_Z \\ C_b^n(2,0)f_X & C_b^n(2,1)f_Y & C_b^n(2,2)f_Z \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$F_{27} = \begin{bmatrix} C_b^n(0,0)f_Y & C_b^n(0,0)f_Z & C_b^n(0,1)f_X \\ C_b^n(1,0)f_Y & C_b^n(1,0)f_Z & C_b^n(1,1)f_X \\ C_b^n(2,0)f_Y & C_b^n(2,0)f_Z & C_b^n(2,1)f_X \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$F_{28} = \begin{bmatrix} C_b^n(0,1)f_Z & C_b^n(0,2)f_X & C_b^n(0,2)f_Y \\ C_b^n(1,1)f_Z & C_b^n(1,2)f_X & C_b^n(1,2)f_Y \\ C_b^n(2,1)f_Z & C_b^n(2,2)f_X & C_b^n(2,2)f_Y \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$F_{31} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\rho_E R_{mm}}{R_m+h} & -\frac{\rho_E}{R_m+h} \\ 0 & -\Omega_U - \frac{\rho_N R_{tt}}{R_t+h} & -\frac{\rho_N}{R_t+h} \\ 0 & \Omega_N + \rho_N \sec^2 L - \frac{\rho_U R_{tt}}{R_t+h} & -\frac{\rho_U}{R_t+h} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$F_{32} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{R_m+h} & 0 \\ \frac{1}{R_t+h} & 0 & 0 \\ \frac{\tan L}{R_t+h} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$F_{33} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_U + \rho_U & -\Omega_N - \rho_N \\ -\Omega_U - \rho_U & 0 & \rho_E \\ \rho_N + \Omega_N & -\rho_E & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{35} = -C_b^n, \quad (21)$$

$$F_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 2(\Omega_N V_N + \Omega_U V_U) + \frac{R_{tt}(\rho_N V_U - \rho_U V_N)}{R_t+h} & \frac{1}{R_t+h} (\rho_N V_U - \rho_U V_N) \\ & + \rho_N V_N \sec^2 L & \\ 0 & -2\Omega_N V_E - \rho_N V_E \sec^2 L - \frac{\rho_E V_U R_{mm}}{R_{mm}+h} & \rho_N \rho_U - \frac{\rho_E V_U}{R_m+h} \\ & + \rho_N \rho_U R_{tt} & \\ 0 & -2\Omega_U V_E - \rho_E^2 R_{mm} - \rho_N^2 R_{tt} & -\rho_N^2 - \rho_E^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

### III. 피치 기동에 대한 가관측성 분석

동적 시스템의 가관측성 분석이 필요한 이유는 칼만 필터의 효율성을 결정하는 데 필요하기 때문이다. 즉 특정 측정치를 통해 상태변수 추정 가능성을 나타내는 지표가 될 수 있기 때문이다. 모든 상태변수가 관측 가능한 경우 완전 가관측(completely observable system)하다고 하며 측정치 및 시스템의 운용 환경에 따라 부분적인 상태변수 및 상태변수의 조합이 가능하기도 하다[12]. 상태변수가 관측 가능한 경우에도 가관측성 정도(degree of observability)가 다를 수 있으며, 이를 공분산 해석 또는 몬테칼로 시뮬레이션을 통해 확인할 수 있다[13]. 완전 가관측 시스템에서 상태변수의 추정가능 여부는 공정 잡음이나 측정 잡음의 크기에 달려있다. 반면에 시스템이 가관측하지 않은 경우에는 매우 작은 공정 잡음이나 측정 잡음을 가져도 상태변수의 정확한 추정이 불가능하게 된다. 즉 가관측성은 추정 오차의 하한(low limit)을 설정하는데, 하한이 낮으면 낮을수록 시스템 상태변수의 추정은 더 정확해진다. 시불변 시스템의 가관측성 분석은 쉬운 반면 시변 시스템의 분석은 수학적 계산을 필요로 하는 가관측성 그레미언(observability grammian)의 계산 과정을 포함하므로 복잡해진다. 운항중 정렬의 경우에 기동은 시스템의 오차 모델을 시간에 따라 변화하게 하는데, 시변 시스템의 특성을 연구하고 그 특성을 설명하는 일반적인 법칙을 유도하는 과정은 매우 어렵다. 다행히 운항중 정렬 상태에 있는 관성항법시스템은 시변 시스템이지만 정확성과 특성을 유지하면서 고정구간 시불변 시스템(PWCS; piece-wise constant system)으로 근사화 될 수 있다. 시스템의 가관측성 분석은 시스템의 정확한 시간 응답보다는 그 특성을 파악하는데 목적이 있으므로 가관측성 분석을 위해서는 시변 시스템을 고정구간 시불변 시스템으로 대체할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 대상 시스템을 PWCS로 가정하고 가관측성 분석을 하였다.

#### 3-1 가관측 행렬

가관측 행렬을 계산하기 위해서 본 연구에서는 가관측성 분석 기법중에 하나인 SOM(striped observability matrix)기법을 이용하였다[6], [7]. 본 연구에서는 2장에서 설계한 24차의 INS/GNSS 결합시스템에 대해서 SOM을 계산하고 각각의 segment에서 가관측한 상태변수들을 식별하였다.

SOM기법에서는 다음과 같은 가관측 행렬을 구성하고 행렬의 계수(rank)를 조사하는 방식이다.

$$Q_i^T = [H_i^T | (H_i F_i)^T | (H_i F_i^2)^T | \dots | (H_i F_i^{j-1})^T], 1 \leq i \leq j \quad (23)$$

$$Q_s(j) = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_j \end{bmatrix} \quad (24)$$

식 (9),(11)의 측정 행렬 H와 시스템 행렬 F를 이용하여 가관

측 행렬을 구성하고 행운용(row-manipulation)을 통하여 최종적인 가관측 행렬  $Q_j$ 를 구하면 아래와 같다.

$$Q_j = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} & F_{24} & 0_{3 \times 3} & F_{26} & F_{27} & F_{28} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{33} & 0_{3 \times 3} & F_{35} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (25)$$

가관측성 분석을 위해 항체의 기동특성이 변하는 구간을 하나의 segment로 정의하였으며, 본 연구에서는 5개의 segment를 설정하였고 표 1과 같다. 표 1의 5개의 segment와 식 (23)에서 계산한 가관측 행렬  $Q_j$ 를 이용해서 각 segment별 가관측 행렬을 계산하면 식 (26)~(30)과 같다. 여기서 가관측 행렬은 행렬 계수에 영향을 미치지 않는 행 연산(row manipulation)을 통해 이루어진 것이다.

$$Q_1(r) = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & \Omega_{ij} & -\Omega_{ij} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Omega_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Omega_{ij} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$Q_2(r) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \frac{f_{y1}}{G} - 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & \frac{f_{y1}}{G} - 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & G - f_{y1} & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$Q_3(r) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & \rho_{E1} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & -\rho_{E1} & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$Q_4(r) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & \Omega_M + \Omega_U & 0 & 0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$Q_5(r) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & f_{z1} & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & f_{z1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

표 1. 항체 운동을 고려한 segment

Table 1. Segment for vehicle dynamics.

Segment	Condition	Acceleration			Attitude(deg)		
		$f_x$	$f_y$	$f_z$	Roll	Pitch	Yaw
1	Stationary	0	1G	0	0	90	0
2	Y axis acceleration	0	$f_{y1}$	0	0	90	0
3	Zero acceleration	0	0	0	0	90	0
4	Level flight	0	0	0	0	0	0
5	-Y axis acceleration	0	$f_{y2}$	$f_{z1}$	0	-90	0

표 2. 가관측성 분석 결과

Table 2. Observability analysis result.

Segment	Condition	Observable state variable	Rank
1	Stationary	$\delta L, \delta \lambda, \delta h, \delta V_E, \delta V_N, \delta V_U, -G\phi_N + \delta a_X + G\delta m_{XY}, G\phi_E - \delta a_Z + G\delta m_{ZY}, \delta a_Y - G\delta s_Y, \Omega_U\phi_N - \Omega_N\phi_U - \delta g_X, -\Omega_U\phi_E + \delta g_Z, \Omega_N\phi_E - \delta g_Y$	6
2	Y axis acceleration	$\left(\frac{f_{Y1}}{G} - 1\right)\delta a_X, \left(\frac{f_{Y1}}{G} - 1\right)\delta a_Z, (G - f_{Y1})\delta s_Y$	3
3	Zero acceleration	$-\rho_{E1}\phi_N, \rho_{E1}\phi_U, \delta a_Y$	3
4	Level flight	$(\Omega_N + \Omega_U)\phi_E$	1
5	-Y axis acceleration	$f_{Y2}\delta m_{XY} + f_{Z1}\delta m_{XZ}, f_{Z1}\delta s_Z + f_{Y2}\delta m_{ZY}, f_{Z1}\delta m_{YZ}$	0

segment1은 초기상태로서 롤각과 요각은 0°이고, 피치각이 90°인 조건이다. segment1에 대한 SOM 행렬을 계산하고 행 연산을 통해서 정리한 결과는 식 (26)과 같다. 독립적으로 가관측한 상태변수는 위치와 속도의 6개 상태변수이며, 일부는 조합된 형태로 가관측함을 알 수 있다. segment2는 초기상태에서 수직방향으로  $f_{y1}$ 의 가속도로 가속하는 구간이다. 행 연산을 통해서 segment1과 중복되는 상태변수들을 제거하면 식 (27)과 같고 가관측한 상태변수는 X, Z 축 가속도계 바이어스 오차 및 Y 축 가속도계 환산계수 오차가 가관측하게 된다. segment3은 가속이 끝나고 중력이 상쇄되는 구간이며, 이때의 SOM은 식(28)와 같고 독립적으로 가관측한 항목은 Y축 가속도계 바이어스 오차 및 N, U축 자세오차 상태변수이다. segment4는 중력이 상쇄되는 구간에서 자세가 변화하는 궤적이다. 자세변화의 영향으로 E축 자세오차가 독립적으로 가관측하게 되며, 나머지 상태변수들은 행 연산에 의해서 이전의 SOM과의 행 연산으로 소거되었다. 마지막으로 segment5의 경우는 수직으로 낙하하는 궤적으로 Y축과 Z축으로 가속도가 발생하게 된다. segment5에서는 독립적으로 가관측한 상태변수는 더 이상 존재하지 않으며, 조합 형태의 상태변수만 찾을 수 있다. segment1~segment5까지의 SOM기법을 이용해서 분석한 피치기동을 하는 항체의 가관측성 분석 결과를 표 2에서 정리하였다.

IV. 시뮬레이션

본 논문에서는 III장에서 구한 가관측성 분석 결과를 검증하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 조건 및 결과는 다음과 같다.

4-1 시뮬레이션 조건

본 논문에서는 앞 절에서 구한 가관측성 분석 결과를 검증하기 위해서 표1과 같이 총 5단계의 비행 조건을 설정하였다. 또한 시뮬레이션을 수행하기 위하여 표3과 같은 조건을 고려하였다. 표 3에서 초기속도오차는 정지 상태에서 시작하기 때문에 ‘0’으로 설정하였다. 가관측성 분석을 위한 궤적은 그림 1과 같

다. 표1과 같이 segment를 명확하게 구분할 수는 없지만, 부분 구간에서 유사한 형태로 비행하게 된다. 수직으로 기립한 상태에서 가속이전 구간은 segment1과 동일한 조건이다. 이후 수직 상태에서  $f_{y1}$ 의 크기로 가속하는 구간은 segment2와 일치한다. 수직방향으로의 가속이 끝나면 가속도가 0이 되며 이 구간이 segment3과 동일한 조건이 된다. 이후 수평비행구간은 segment4와 동일한 조건이다. 수평비행 이후에 pitch down 구간은 마지막 segment5와 유사한 조건이라 가정할 수 있다.

4-2 시뮬레이션 결과

3장에서 해석적으로 분석한 가관측성 결과를 검증하기 위해서 표3과 그림1의 조건으로 몬테칼로 시뮬레이션을 100회 수행하였다. 피치 기동을 하는 항체의 가관측성에 대한 시뮬레이션 결과를 그림2 ~ 8에서 나타내었다. 그림의 결과들은 칼만필터 상태변수의 추정치 오차를 나타낸 것으로, 오차가 작을수록 더 잘 수렴한다는 의미를 갖는다.

표 3. 시뮬레이션 오차규격

Table 3. Error specifications of simulation.

Specifications of Initial error			
No.	Type of error		Value(1σ)
1	Position error (m)	Latitude	4 m
		Longitude	4 m
		Altitude	8 m
2	Velocity error (m/s)	VE	0.0 m/s
		VN	0.0 m/s
		VU	0.0 m/s
3	Attitude error (mrad)	$\phi_E$	0.15 mrad
		$\phi_N$	0.15 mrad
		$\phi_U$	0.50 mrad
4	Accelerometer bias error (X, Y, Z)		100 ug
5	Gyro bias error (X, Y, Z)		0.005 deg/hr
7	Accelerometer scale factor error (X, Y, Z)		100 ppm
8	Accelerometer misalign error		30 ppm

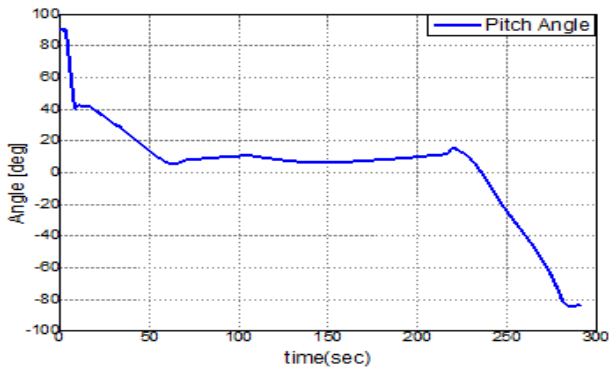


그림 1. 항체의 피치 각 궤적  
Fig. 1. Pitch angle trajectory of vehicle.

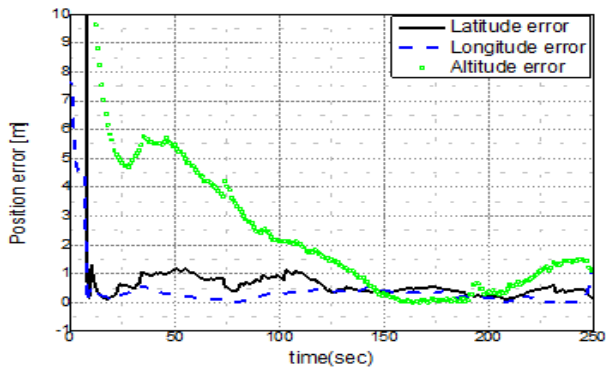


그림 2. 위치오차 상태변수의 가관측성 분석 결과  
Fig. 2. Observability analysis result for position error state.

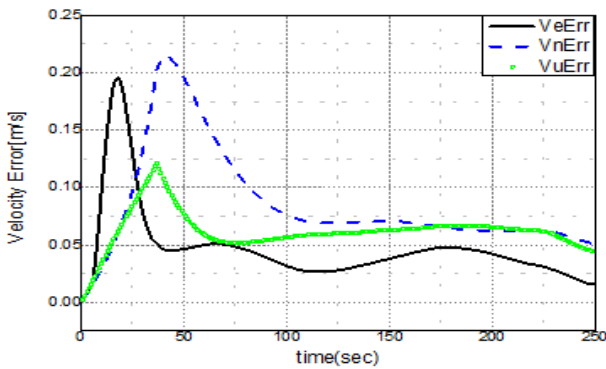


그림 3. 속도오차 상태변수의 가관측성 분석 결과  
Fig. 3. Observability analysis result for velocity error state.

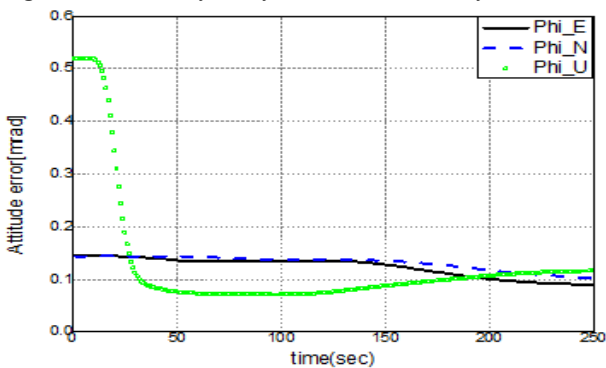


그림 4. 자세오차 상태변수의 가관측성 분석 결과  
Fig. 4. Observability analysis result for attitude error state.

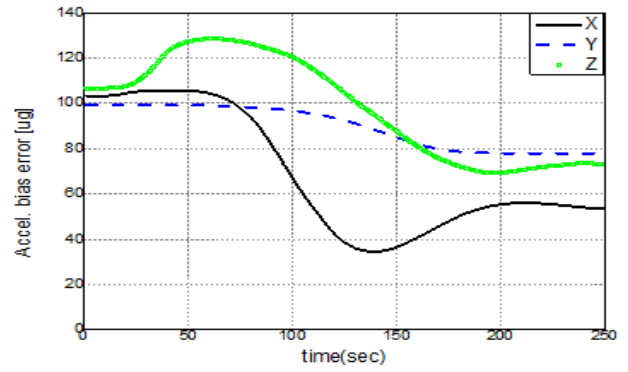


그림 5. 가속도계 바이어스 오차의 가관측성 분석 결과  
Fig. 5. Observability analysis result for accel. bias error.

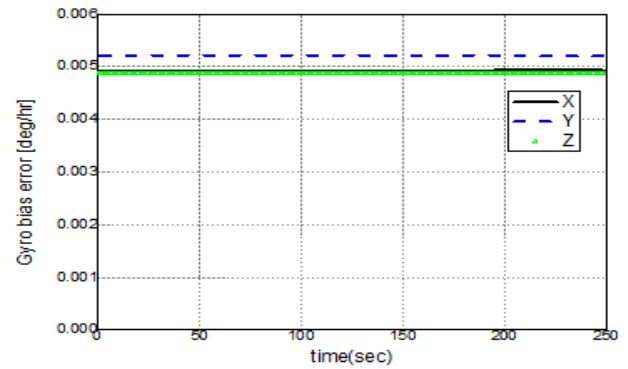


그림 6. 자이로 바이어스 오차의 가관측성 분석결과  
Fig. 6. Observability analysis result for gyro bias error.

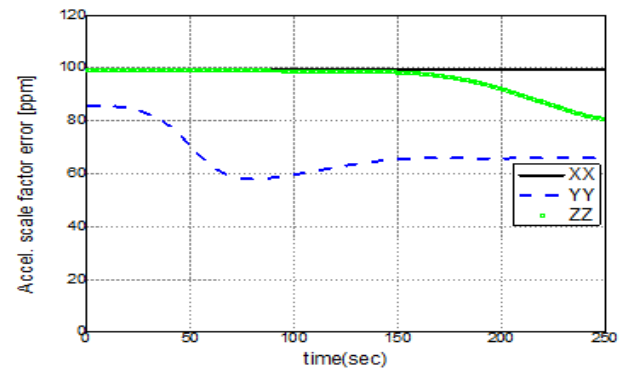


그림 7. 가속도계 환산계수 오차의 가관측성 분석결과  
Fig. 7. Observability analysis result for accel. scale-factor.

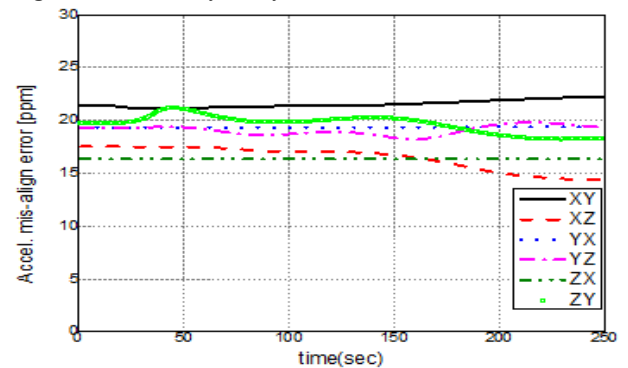


그림 8. 가속도계 비정렬오차의 가관측성 분석결과  
Fig. 8. Observability analysis result for accel. misalign.

그림 2는 위치오차 상태변수의 추정치에 대한 오차를 표시한 것이며, 위치는 측정치와 직접적으로 연관되는 상태변수이기 때문에 수렴성이나 수렴속도에서 가장 좋은 성능을 보인다. 그림3은 속도오차 상태변수에 대한 추정오차를 표시한 것으로, 정지 상태에서의 속도오차 초기 값은 확정적으로 참값인 '0'에서 시작하기 때문에 비행초반에 과도기적인 과정을 보이는 것을 확인할 수 있다. 비행시간이 경과하여 약 45초 이후에는 속도오차 상태변수의 추정치 오차도 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 그림4는 자세오차 상태변수의 추정오차를 의미하며, 수직 자세오차가 수평오차에 비해서 초기 오차가 크고 pitch motion에 의한 수직축 자세오차의 가관측 정도(degree of observability)가 높기 때문에 빠른 수렴속도를 보인다. 그림 5-8은 관성센서 오차의 피치각 기동에 따른 가관측성 분석결과를 그림으로 표시하였다.

그림 5는 가속도계 바이어스 오차에 대한 칼만필터에서의 추정오차이며, 표 2와 비교해 봤을 때 유사한 결과를 보임을 확인할 수 있다. 피치각 기동의 영향을 덜 받는 X축 bias 오차의 추정정능이 가장 뛰어나고, Z축은 표 2의 결과에서는 독립적으로 가관측한 것으로 해석되었으며 오차를 추정하는 과정에서도 가관측성은 뛰어나지만, 피치 기동에서 정확하게 식별되지 않는 다른 상태변수들의 영향으로 추정 값의 오차가 큰 것을 확인할 수 있다. Y축 bias 오차는 segment3에서 독립적으로 가관측하기 때문에 다른 두 축에 비해서 가관측해지는 시점이 후반에 위치함을 확인할 수 있다.

자이로 바이어스 오차에 대한 가관측성 시뮬레이션 결과는 그림 6을 통해서 확인할 수 있다. 표 2의 결과와 일치하게 독립적으로 가관측하지 않기 때문에 항체가 피치각 기동을 하는 과정에서도 전혀 오차를 추정하지 못하는 것을 확인할 수 있다. 이는 가관측성 자체로서도 종속되어 있을 뿐만 아니라, 자세변화에 대한 동특성이 느리기 때문에 가관측정도가 떨어지기 때문인 것으로 판단된다.

그림 7에서는 가속도계 환산계수 오차에 대한 가관측성 시뮬레이션 결과를 확인할 수 있다. Y축 환산계수 오차는 segment2에서 독립적으로 가관측해지기 때문에 초반부터 수렴하기 시작하는 것을 확인할 수 있다. X축 환산계수 오차는 표 2에서 알 수 있듯이 가관측한 segment가 존재하지 않기 때문에 시뮬레이션에서도 오차가 전혀 추정되지 않음을 알 수 있다. Z축 환산계수 오차는 가속도계 비정렬 오차 중에서 ZY와 종속되어 있기 때문에 150sec 이후부터 두 상태변수가 동시에 식별됨을 알 수 있다. 그림 8을 통해서 나머지 가속도계 비정렬 오차에 대한 가관측성 시뮬레이션 결과를 보였다. 가속도계 비정렬 오차는 주로 segment5에서 가관측성이 확보되기 때문에 유사한 시점에서 오차추정 값이 수렴하는 것을 그림 8을 통해서 알 수 있다. XY와 XZ는 종속되어 있지만 인가되는 가속도 벡터에 의해서 가관측 정도가 달라지며 초반에서 중력가속도가 Z축에 집중되기 때문에 XZ에 대한 가관측 정도가 커지며 오차를 더 잘 추정하는 결과를 보인다.

## V. 결 론

본 논문에서는 위치정합 INS/GNSS 통합항법 시스템이 피치 기동을 하는 경우에 대한 가관측성 분석을 수행하였다. 항체의 자세 및 가속도 조건에 따라서 전체 구간을 5개의 segment로 구분하여 각 segment에서는 PWCS를 가정하여 분석하였다.

기본적으로 위치, 속도, 자세를 구성하는 9개의 상태변수는 모두 독립적으로 가관측함을 확인하였으며, 시뮬레이션 결과를 통해서도 동일한 결과를 구할 수 있었다. 가속도계 및 자이로 등의 관성센서 오차에 대한 가관측성 또한 분석하였다. 결과적으로 측정치로 위치 값을 사용하기 때문에 가속도계 관련 오차는 비교적 가관측성이 높은 방면 자이로 관련 오차는 전혀 가관측하지 않음을 해석적으로 보였고, 시뮬레이션 결과를 통해서도 이를 확인할 수 있었다. 따라서 자이로에 관련된 오차모형을 더 세밀하게 구분하여 설계할 필요는 없을 것으로 판단된다. 가속도계 관련 오차모형에서는 bias 오차가 가장 가관측성이 높으며 환산계수 오차 및 비정렬 오차는 서로 종속되어 있음을 확인할 수 있었다.

표 2 및 그림 2-8을 통해서 도출된 결론은 설계된 위치정합 INS/GNSS 통합항법 시스템을 구성하고 있는 상태변수들은 주어진 기동조건 및 궤적에서 적절하게 설계되었으며, 가관측성 측면에서 고려해 봤을 때 피치운동 궤적에서는 가속도계의 환산계수 및 비정렬 오차에 대한 추정가능성이 적기 때문에 상태변수에서 제외하고 통합보정필터를 구성해도 항법오차 추정성능에는 영향이 없을 것으로 판단된다.

## References

- [1] J. A. Farrel and M. Barth, *The Global Positioning system & Inertial Navigation*, New York, NY: McGraw-Hill, 1999.
- [2] D. H. Titterton and J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*, London, UK: Peter peregrinis Ltd., 1997.
- [3] E. H. Shin and Naser El-Sheimy, "An unscented Kalman filter for in-motion alignment of low-cost IMUs," in *Position Location and Navigation Symposium*, Monterey: CA, pp. 92-97, 2004.
- [4] S. Y. Cho, B. D. Kim, Y. S. Cho and W. S. Choi, "Multi-filter fusion technique for INS/GPS," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 14, No. 7, pp. 702-710, 2008.
- [5] K. G. Kim, C. G. Park, M. J. Yu and Y. B. Park, "A performance comparison of extended and unscented Kalman filters for INS/GPS tightly coupled approach," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 14, No. 7, pp. 702-710, 2006.

[6] D. G. Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems – part I: Theory," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 4, pp. 1056-1067, 1992.

[7] D. G. Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems – part II: Application to inertial navigation in-flight alignment," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 4, pp. 1068-1075, 1992.

[8] Y. F. Jiang and Y. P. Lin, "Error estimation of INS ground alignment through observability analysis," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 1, pp. 92-97, 1992.

[9] J. G. Lee, C. G. Park, and H. W. Park, "Multiposition alignment of strapdown inertial navigation system," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 29, No. 4, pp. 1323-1328, 1993.

[10] S. Y. Cho, "Error analysis of Initial Fine Alignment for Non-Leveling INS," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 14, No. 6, pp. 595-602, 2008.

[11] C. K. Yang, K. Y. Park, H. M. Kim and D. S. Shim, "Transfer alignment using velocity matching/parameter tuning and its performance and observability analysis," *Journal of Advanced Navigation Technology*, Vol. 19, No. 5, pp. 389-394, Oct. 2015.

[12] S. Y. Cho, "Observability analysis and multi-dimensional filter design of the INS/GPS integrated system for land vehicles," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 14, No. 7, pp. 702-710, 2008.

[13] I. Y. Bar-Itzhack and N. Berman, "Control theoretic approach to inertial navigation systems," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 11, No. 3, pp. 237-245, 1998.

[14] F. M. Ham, and R. G. Brown, "Observability eigenvalues, and kalman filtering," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 29, No. 4, pp. 269-273, 1993.

[15] J. W. Seo, H. K. Lee, J. G. Lee and C. G. Park, "Lever arm compensation for GPS/INS/Odometer integrated system," *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 4, No. 2, pp. 247-254, 2006.



**김 현 석 (Hyun-Seok kim)**

2003년 : 한양대 전기전자공학부 (공학사)  
 2005년 : 서울대학교 전기전자공학부 (공학석사)  
 2005년 2월 ~ 현재 : 국방과학연구소 3본부 4부 선임연구원  
 ※관심분야 : 관성항법시스템, 위성항법시스템, 추정 이론, 필터링



**백 승 준 (Seung-Jun Baek)**

2012년 2월: 전북대 전기전자공학부 (공학사)  
 2014년 2월: 동 대학원 (공학석사)  
 2014년 2월 ~ 현재 : 국방과학연구소 3본부 4부 연구원  
 ※관심분야 : 관성항법시스템, 위성항법시스템, 비선형 제어, 필터링



**김 형 수 (Hyung-Soo Kim)**

2007년 8월: 한국정보통신대학교 전자통신공학과 (공학사)  
 2009년 8월: 한국과학기술원 정보통신공학과 (공학석사)  
 2009년 9월 ~ 2013년 3월 :엘지이노텍 주임연구원  
 2014년 10월 ~ 현재 : 국방과학연구소 3본부 4부 선임연구원  
 ※관심분야 : 관성항법시스템, 복합항법시스템, 최적화 이론, 필터링



**조 민 수 (Min-Su Jo)**

2014년 2월: 경상대 전기전자공학부 (공학사)  
 2017년 2월: 대구경북과학기술원 정보통신융합 (공학석사)  
 2017년 2월 ~ 현재 : 국방과학연구소 3본부 4부 연구원  
 ※관심분야 : 관성항법시스템, 위성항법시스템, 오류검출, 필터링