신뢰성응용연구
제18권, 제2호. pp.122-129, 2018

성능특성치의 열화가 와이블 분포를 따를 때 가속열화시험을 활용한 신뢰성 샘플링검사계획의 개발*

임헌상[1] · 박재훈[2] · 성시일[3†]

[1]삼성전자 메모리사업부
[2]대구한의학교 화장품공학부 산업품질공학
[3]경기대학교 창의공과대학 산업경영공학과

Development of Reliability Acceptance Sampling Plan for the Case where the Degradation Quantity of the Performance Characteristic follows Weibull Distribution based on the Accelerated Degradation Test*

Heonsang Lim[1] · Jaehun Park[2] · Si-Il Sung[3†]

[1]Memory business, Samsung Electronics
[2]Division of Cosmetic Science and Technology, Daegu Haany University
[3]Department of Industrial and Management Engineering, Kyonggi University

Purpose: This article develops an optimal reliability acceptance sampling plan for the case where the degradation quantity of the performance characteristic follows Weibull distribution.
Method: For developing reliability acceptance sampling plans, the sample size and the acceptance constant are determined based on the accelerated characteristic of the test condition and the product.
Results: The sample size and the acceptance constant are provided such that the constraints of the producer and the consumer risks are satisfied.
Conclusion: Reliability acceptance sampling plans based on the accelerated degradation test method can be used for the quality control within a resonable amount of cost and time. In this article. an optimal reliability sampling plans are newly developed for this purpose.

Keywords: Accelerated Degradation Test, Minimization of the Asymptotic Variance Criteria, Reliability Acceptance Sampling Plan

---

* 이 성과는 2017년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2017R1C1B5015303).
† 교신저자 sisung@kgu.ac.kr
2018년 4월 23일 접수; 2018년 5월 23일 수정본 접수; 2018년 5월 24일 게재 확정.

1. 서 론

현재 시장 경쟁은 과거에 비해 매우 치열해졌으며 이러한 점에 따라 신제품의 개발 기간 역시 과거에 비해 상당히 단축되었다. 개발 기간은 과거에 비해 단축된 반면 제품의 품질과 신뢰성은 더욱 강조되고 있는 추세이다. 개발 기간이 단축됨에 따라 제품의 수명을 평가하는 시험의 시간 역시 단축되어야 한다. 이러한 조건을 맞추기 위해 정상적인 사용 환경보다 훨씬 가혹한 환경 조건에서 제품을 시험하여 짧은 시간 안에 수명 혹은 신뢰성 정보를 추정하는 가속 시험(accelerated test) 방법이 자주 사용되고 있다. 이러한 가속 시험은 가속 수명 시험(accelerated life test)과 가속 열화 시험(accelerated degradation test)으로 나눌 수 있다 [1-2]. 가속 수명 시험은 정상적인 사용 환경보다 가혹한 조건에서 시험하여 제품의 고장 혹은 관측 중단 자료를 수집한 후 이를 통계적으로 분석하여 정상적인 사용 환경에서의 수명 정보를 추정하는 방법이며, 가속 열화 시험은 성능 특성치의 열화량을 관측하여 정상적인 사용 환경에서의 수명 정보를 추정하는 방법이다. 가속 수명 시험의 경우 고장 정보와 관측 중단 정보만을 관측하기 때문에 제품의 고장이 충분히 관찰되지 않을 경우 수명 추정의 정밀성에 문제가 발생할 수 있다. 반면 고장 유무와 상관없이 제품의 고장과 밀접하게 관련이 있는 성능 특성치의 열화 정보를 관측한 후 이 정보를 바탕으로 수명을 추정하는 가속 열화 시험은 가속 수명 시험에 비해 비교적으로 정밀한 수명 정보를 획득할 수 있는 장점이 있다[3-4].

신뢰성 샘플링 검사 계획(Reliability Acceptance Sampling Plan)은 생산된 제품이 수명에 대한 요구 조건을 만족하는지 확인하는데 사용하는 샘플링 검사 계획이다. 이 샘플링 검사 계획은 일반적인 샘플링 검사 계획과 마찬가지로 시험 대상을 무작위로 선택한 후 일련의 시험을 거치는 절차이다. 다만 시험하는 방식이 일반적인 시험과 달리 신뢰성 시험의 개념이 적용되는 점이 차이점으로 간주할 수 있다. 절차에 따라 시험을 종료한 후 시험 결과에 따라 해당 로트의 수락 혹은 거부가 결정된다[5].

가속 시험이 적용되지 않고 정상적인 사용 환경에서만 수행하는 신뢰성 샘플링 검사 계획은 많은 연구가 진행되었다[6-8]. 그러나 앞서 언급한 것과 마찬가지로 정상적인 사용 환경에서 수행하는 신뢰성 샘플링 검사 계획은 일반적으로 매우 큰 표본수를 요구하거나 너무 긴 시험 시간이 요구되는 등 실용적이지 않은 측면이 있기 때문에 가속 환경에서 수행할 수 있는 신뢰성 샘플링 검사에 대한 연구가 수행되었다. 반면 Yum and Kim[9]과 Park and Yum[10]은 제품의 수명이 지수 분포를 따를 때의 가속 수명 시험과 제품의 성능특성치의 열화량이 대수정규분포를 따를 때 가속 열화 시험을 신뢰성 샘플링 검사 계획에 활용하는 연구를 수행하였다. 가속 시험에 기반을 둔 신뢰성 샘플링 검사 계획에서도 가속시험의 특징에 따라 가속 수명 시험을 채택하는 방법보다는 가속 열화 시험을 채택하는 방법이 샘플링 검사 계획의 효율성을 높일 수 있는 장점이 있다[10].

이 연구는 정상적인 사용 환경보다 가혹한 환경 조건하에서 가속 열화 시험의 특성을 기초로 성능특성치의 열화량이 와이블(Weibull) 분포를 따르는 경우에 대한 신뢰성 샘플링 검사 계획을 다루고 있다. 통계적으로 살펴보면, 귀무가설 $H_0 : p = p_0$과 대립가설 $H_1 : p = p_1 (> p_0)$를 검정하기 위한 샘플링 검사 계획을 개발하는 것이다. 여기서 p는 로트에 포함된 불량품의 비율이다. 이 연구의 절차는 Park and Yum[10]의 연구와 유사하게 가속 열화 시험에 기반을 둔 신뢰성 샘플링 검사 계획에 해당하는 통계적 모형과 시험 절차의 개발을 다룬 후 생산자 위험($=\alpha$)과 소비자 위험($=\beta$) 조건을 충족시키도록 표본의 크기와 해당 로트의 수락을 위한 합격 상수를 결정하는 모형을 개발한다.

2. 가정 및 시험 상황

2.1 모형

이 연구에서는 다음과 같은 모형을 가정하였다

(1) 스트레스 수준 S', 시점 t'에서 관측한 시료의 성능특성치 (U)는 통계적으로 독립이며 와이블 분포를 따른다. 즉, 대수성능특성치, $Y' = \ln U$는 위치모수가 $\mu(S', t')$이고 척도모수가 σ인 최소극치분포를 따른다.

(2) σ는 S', t'에 의존하지 않는다. 그러나, $\mu(S', t')$는 S', t'에 의존하며 다음과 같이 단순 일정률 관계식을 따른다.

$$\mu(S', t') = \gamma' - \beta(S')t'$$

여기서, γ' 는 미지의 상수이다. 그리고 열화율 $\beta(S')$ 는 S' 의 연속함수이며 시간에 의존하지 않는다.

(3) n 은 총 시료수, t_M' 는 최대시험시간이다.

(4) 최대 스트레스 수준과 사용조건에서의 스트레스 수준 S_M', S_0' 는 각각 주어져 있다.

(5) 시료의 대수성능특성치 Y' 가 특정한 값 g 이하일 때 고장으로 판단한다.

(6) 열화율 $\beta(S')$ 의 스트레스 의존성은 다음과 같은 모형을 따른다[1].

1) 아레니우스 모형: $\beta(S')=\delta_1'\exp(-\delta_2'/S')$,

2) 자승 모형: $\beta(S')=\delta_1'(1/S')^{\delta_2'}$,

3) 지수 모형: $\beta(S')=\delta_1'\exp(\delta_2' S')$.

여기서, $\delta_1'(>0)$ 와 $\delta_2'(>0)$ 는 알려지지 않은 상수이다.

모형을 단순화하기 위해 $\gamma=\gamma'-g$, $Y=Y'-g$ 로 정의하면, 스트레스 수준 S' 에서 시료의 수명 X' 는 위치모수가 $\mu_{x'}(S')(=\gamma/\beta(S'))$ 이고 척도모수가 $\sigma_{x'}(S')(=\sigma/\beta(S'))$ 인 최소극치분포를 따르며, Y 는 위치모수가 $\mu(S', t')(=\gamma-\beta(S')t')$ 이고 척도모수가 σ 인 최소극치분포를 따른다.

2.2 표준화

다음의 방법을 사용하여 시험시간과 스트레스 수준을 표준화할 수 있다.

$t=t'/t_M'$,

$S=(1/S_0'-1/S')/(1/S_0'-1/S_M')$: 아레니우스 모형,

$=(\ln S'-\ln S_0')/(\ln S_M'-\ln S_0')$: 자승 모형,

$=(S'-S_0')/(S_M'-S_0')$: 지수 모형.

여기서, t_M' 는 최대시험시간이다.

표준화 후 정상사용조건에서의 스트레스 수준과 최대 스트레스 수준은 각각 0과 1이 된다. 그리고 표준화된 $\mu(S', t')$ 를 $\mu(S, t)$ 라 하면, $\mu(S', t')$ 는 다음과 같이 표준화할 수 있다.

$$\begin{aligned}\mu(S', t') &= \gamma-\beta(S')t' \\ &= \gamma-\beta(S')t_M't \\ &= \gamma-t\exp(\delta_1+\delta_2 S) \\ &= \mu(S, t)\end{aligned}$$

여기서,

$\delta_1=\ln(t_M'\delta_1')-\delta_2'/S_0'$, $\delta_2=\delta_2'(1/S_0'-1/S_M')$: 아레니우스 모형

$\delta_1=\ln(t_M'\delta_1')+\delta_2'/S_0'$, $\delta_2=\delta_2'(\ln/S_M'-\ln/S_0')$: 자승 모형,

$\delta_1=\ln(t_M'\delta_1')+\delta_2' S_0'$, $\delta_3=\delta_2'(S_M'-S_0')$: 지수 모형.

또한, 시료의 수명 X' 는 $X(=X'/t_M')$ 로 표준화할 수 있는데, 표준화된 수명 X 의 위치모수와 척도모수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mu_x(S') &= \mu_{x'}(S')/t_M' = \gamma/\{t_M'\beta(S')\} \\ &= \gamma/\exp(\delta_1+\delta_2 S) = \mu_x(S) \\ \sigma_x(S') &= \sigma_{x'}(S')/t_M' = \sigma/\{t_M'(S')\} \\ &= \sigma/\exp(\delta_1+\delta_2 S) = \sigma_x(S)\end{aligned}$$

3. 수리 모형

3.1 최우추정량

S_i, t_i, $i=0, 1, \cdots, r$ 에서 관측한 j 번째 시료의 열화특성치 $Y_{ij}, j=1,2,...,n_i$ 에 대한 대수우도함수는 다음과 같다.

$$\ln L_{ij}=-\ln\sigma+w_{ij}-\exp(w_{ij})$$

여기서,

$$\begin{aligned}w_{ij} &= \frac{y_{ij}-\mu(S_i)}{\sigma}=\frac{y_{ij}-\gamma+\exp(\delta_1+\delta_2 S_i)t_i}{\sigma} \\ &= \frac{y_{ij}-\gamma+A_i t_i}{\sigma}\end{aligned}$$

이다. 그러면 관측한 n 개의 독립 열화특성치의 대수우도함수는 다음과 같다.

$$\ln L=\sum_{i=0}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}\ln L_{ij}$$

위 대수우도함수 식을 $\gamma,\ \delta_1,\ \delta_2,\ \sigma$에 대해 일차 편미분하면, 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma}=\frac{1}{\sigma}\sum_{i=0}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(-1+\exp(w_{ij}))$$
$$\frac{\partial \ln L}{\partial \delta_1}=\frac{1}{\sigma}\sum_{i=0}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(A_i t_i-A_i t_i\exp(w_{ij}))$$
$$\frac{\partial \ln L}{\partial \delta_2}=\frac{1}{\sigma}\sum_{i=0}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(A_i S_i t_i-A_i S_i t_i\exp(w_{ij}))$$
$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma}=\frac{1}{\sigma}\sum_{i=0}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(-1-w_{ij}+w_{ij}\exp(w_{ij}))$$

$\gamma,\ \delta_1,\ \delta_2,\ \sigma$의 최우추정치 $\hat{\gamma},\ \hat{\delta}_1,\ \hat{\delta}_2,\ \hat{\sigma}$는 위 식을 최대화하는 값으로서 위 식을 각각 0으로 놓고 구할 수 있다.

3.2 신뢰성 샘플링 계획 절차

정상적인 사용 환경에서 $S_0=0$이므로, 표준화된 수명의 평균과 표준편차는 다음과 같다.

$$\mu_x(S_0)=\mu_x(0)=\gamma/\exp(\delta_1),$$
$$\sigma_x(S_0)=\sigma_x(0)=\sigma/\exp(\delta_1).$$

또한 수명이 단측하한값보다 작으면 $(X'<l')$ 신뢰성 불량으로 가정한다. n개의 샘플이 하나의 로트으로부터 임의로 추출되고 가속열화시험 절차에 따라 평가가 진행된다. 가속열화시험으로부터 산출된 데이터를 바탕으로 아래와 같은 가설이 설정된다

$$H_0: p=p_0$$
$$H_1: p=p_1$$

여기서, p는 로트에서의 불량 비율 $(P\{X'<l'\})$, $p_0,\ p_1\ (p_0<p_1)$은 미리 정해진 상수이다.

표준화하면 $p=P\{X<l\}$이고 $X=X'/t_M'$, $l=l'/t_M'$이다. 확률변수 X는 위치모수가 $\mu_x(0)$이고 척도모수가 $\sigma_x(0)$인 최소극치분포를 따른다. 위 가설검정을 수행하기 위해 잘 알려진 Lieberman and Resnikoff [11] 단측하한을 갖는 샘플링 계획을 활용한다. 즉, n개의 샘플로부터 산출된 데이터가 아래 조건을 만족하면 로트 합격 판정을 한다.

$$\frac{l-\widehat{\mu_x(0)}}{\widehat{\sigma_x(0)}}\le -k \tag{1}$$

여기서 $k(>0)$는 합격 상수이고,

$$\widehat{\mu_x(0)}=\hat{\gamma}/\exp(\hat{\delta}_1),$$
$$\widehat{\sigma_x(0)}=\hat{\sigma}/\exp(\hat{\delta}_1)$$

이다. 위의 두 식을 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음과 같다

$$\hat{\tau}=\hat{\gamma}-l\exp(\hat{\delta}_1)-k\hat{\sigma}\ge 0.$$

표본 크기 n과 합격 상수 k는 불량 비율 p_0을 갖는 로트의 합격확률이 $1-\alpha$이고 불량 비율 p_1을 갖는 로트의 합격확률이 β를 만족하도록 결정한다. 즉, 아래 수식을 만족하도록 표본 크기 n과 합격 상수 k를 설정한다.

$$A(p_0)=P(Accept\,H_0|p=p_0)=1-\alpha$$
$$A(p_1)=P(Accept\,H_1|p=p_1)=\beta$$

여기서 $\alpha,\ \beta$는 미리 주어지며, $A(p_0),\ A(p_1)$는 각각 $p=p_0,\ p=p_1$에서의 OC(Operating Characteristics)이다.

3.3 사용조건에서 고장시간 분위수의 점근분산

제3.2절에서 다룬 내용은 정상적인 사용 환경에서의 샘플링 검사 계획의 형태를 다루었다. 반면 이 연구에서 다루는 시험 방법은 가혹한 환경에서 제품을 시험하는 것이다. 따라서 가속 열화 시험의 통계적 모형의 개발이 필요하다. 이를 위해 $\ln L_{ij}$를 $\gamma,\ \delta_1,\ \delta_2,\ \sigma$에 대해 이차 편미분한 후 기댓값을 취하면 다음의 피셔 정보 행렬(Fisher information matrix)을 유도할 수 있다. 자세한 유도 과정을 부록에 나타나 있다.

$$F=\frac{n}{\sigma^2}\begin{pmatrix} 1-\sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i t_i & -\sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i t_i S_i & & 1-\theta \\ & \sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i^2 t_i^2 & \sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i^2 t_i^2 S_i & -(1-\theta)\sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i t_i \\ & (\text{sysmetric}) & \sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i^2 t_i^2 S_i^2 & -(1-\theta)\sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i t_i S_i \\ & & & -\frac{\pi}{6}+(1-\theta)^2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{n}{\sigma_Y^2} \begin{pmatrix} 1 & -f_4 & -f_1 & 1-\theta \\ & f_5 & f_2 & -(1-\theta)f_4 \\ & & f_3 & -(1-\theta)f_1 \\ (\text{symmetric}) & & & -\frac{\pi}{6}+(1-thta)^2 \end{pmatrix}$$

$\hat{\tau}$의 점근분산 $Avar(\hat{\tau})$는 다음과 같다.

$$Avar(\hat{\tau}) = H^T F^{-1} H \qquad (2)$$

여기서,

$$H = \begin{pmatrix} \partial\tau/\partial\gamma \\ \partial\tau/\partial\delta_1 \\ \partial\tau/\partial\delta_2 \\ \partial\tau/\partial\sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -l\exp(\delta_1) \\ 0 \\ -k \end{pmatrix}$$

이며 “T”는 전치를 나타낸다. 식 (2)를 보면 δ_1과 δ_2 그리고 σ를 제외한 나머지 n과 q 그리고 θ는 미리 정해진 상수이다. 또한 식 (2)는 분석적 해법(닫힌 형식, closed form)을 찾기 어렵기 때문에 수치적 최적화를 수행하여 계산할 수 있다.

4. 신뢰성 샘플링 검사 계획

신뢰성 샘플링 검사 계획은 가속 열화 시험의 설계 변수인 시험 대상의 δ_1과 δ_2 그리고 σ의 추정치를 알고 있어야 결정할 수 있다. δ_1과 δ_2 그리고 σ의 추정치를 이용하여 $\hat{\tau}$의 점근분산을 계산할 수 있기 때문인데, 이를 위해 사용되는 추정에 관한 절차 및 예제는 Park and Yum[10]의 연구에 자세히 설명되어 있으므로 생략하기로 한다. 언급된 절차를 활용하여 δ_1과 δ_2 그리고 σ의 추정치는 결정할 수 있으므로 통계량 $\hat{\tau}$는 점근적으로 평균과 분산이 각각 τ와 $Avar(\hat{\tau})$ (식 (2) 참고)를 따른다고 정의할 수 있다. 따라서 표준화된 변수 W를 다음과 같이 정의할 때 W는 점근적으로 표준 정규 분포를 따름을 알 수 있다.

$$W = \frac{\hat{\tau} - (\gamma - l\times\exp(\delta_1) - k\sigma)}{\sqrt{Avar(\hat{\tau})}}$$

따라서 $A(p)$는 다음과 같은 형태로 주어져있다.

$$\begin{aligned} A(p) &= P(Accept\, H_0|p) = P(\hat{\tau} > 0|p) \\ &= P\left(W \geq \frac{-\gamma + l\times\exp(\delta_1) + k\sigma}{\sqrt{Avar(\hat{\tau})'}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma}|p\right) \end{aligned} \qquad (3)$$

여기서 $Avar(\hat{\tau})'$은 $Avar(\hat{\tau})' = \frac{N}{\sigma^2} Avar(\hat{\tau})$을 의미한다. 여기서 Z_p를 표준 정규 분포의 p 분위수라고 한 후 식 (1)의 관계를 통해 식 (3)을 표준화하면 다음의 관계를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} A(p) &= P\left(W \geq \frac{-\gamma + l\times\exp(\delta_1) + k\sigma}{\sqrt{Avar(\hat{\tau})'}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma}|p\right) \\ &= P\left(W \geq \frac{\sqrt{n}\,(Z_p + k)}{\sqrt{Avar(\hat{\tau})'}}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n}{Avar(\hat{\tau})'}} \times (Z_p + k)\right) \end{aligned}$$

여기서 Φ는 표준 정규 분포 함수를 의미한다 이제 신뢰성 샘플링 계획 수립을 위한 표본의 크기 n과 합격 상수 k는 다음의 두 식의 해를 계산함으로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} A(p_0) &= 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n}{Avar(\hat{\tau})'}} \times (Z_p + k)\right) = 1 - \alpha \\ A(p_1) &= 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n}{Avar(\hat{\tau})'}} \times (Z_p + k)\right) = \beta \end{aligned}$$

5. 결론 및 향후 연구 방향

이 연구는 가혹한 환경 하에서 성능특성치의 열화량이 와이블 분포를 따를 때 신뢰성 샘플링 검사 계획의 개발을 다루고 있다. 정상적인 사용 환경이 아닌 가혹한 환경 하에서의 열화를 다루기 위해 가속 열화 시험의 통계적 모형을 개발하였다. 유도한 통계적 모형의 피셔 정보 행렬을 구한 후 이를 통해 점근 분산식을 유도하였다. 유도된 점근분산을 이용하여 생산자 위험 및 소비자 위험에 관한 조건을 만족하는 최적의 표본 크기 n과 합격 상수 k를 결정할 수 있는 관계식을 유도하여 제시하였다.

향후 연구 방향은 다음과 같다. 우선 이 연구에서 제안한 모형을 활용하여 실제 사례에 적용한 후 해당 내용을 사례 연구로 진행하고자 한다. 이를 통해 현장에서 쉽게 적용할 수 있도록 가이드를 개발하여 제시

하고자 한다. 다음으로 현재까지 성능 특성치의 열화량이 Wiener 혹은 감마(gamma) 프로세스와 같은 추계적 과정 모형을 따르는 경우에 대한 연구가 미진한 상태이다. 가속 시험의 개념을 반영한 신뢰성 샘플링 검사 계획의 연구만이 아닌 정상적인 사용 조건하에서 이루어지는 신뢰성 샘플링 검사 계획에 대한 연구도 부족한 상황으로 이에 대한 연구가 필요하다. 또한 가속 시험과 축차 샘플링 검사 기법이 결합된 연구도 부족한 상황이다. 1회 샘플링 검사에 비해 다회 샘플링 검사 방법은 여러 가지 장점을 가지고 있기에 이를 반영할 수 있는 계획에 대한 연구도 필요한 상황이다

References

[1] Nelson, W. (1990). Accelerated Testing: Statistical Method, Test Plans, and Data Analyses. Wiley-Interscience, Hoboken, New York.

[2] Kim, S. I., Kim, Y. S., Mun, B. M., and Bae, S. J. (2016). "Literature Review on the Reliability in KSQM for 50 Years". Journal of the Korean Society for Quality Management, Vol. 44, No. 1, pp. 29-42.

[3] Sung, S. I. (2015). "A Review on the accelerated life test plan: 2006~2015". Journal of Applied Reliability, Vol. 15, No. 2, pp. 84-89.

[4] Kim, Y. S. and Sung, S. I. (2017). "Practical Lifetime Estimation Strategy based on Partially Step-Stress Accelerated Degradation Tests". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part O-Journal of Risk and Reliability, Vol. 231, No. 5, pp. 605-614.

[5] Kim, M. and Yum, B. J. (2009). "Reliability acceptance sampling plans for the Weibull distribution under accelerated Type-I censoring". Journal of Applied Statistics, Vol. 36, No. 1, pp. 11-20.

[6] Chun, Y. R. and Kim, K. H. (2002). "Design of LTML Qualification Reliability Test Plans for Weibull Distribution". Journal of the Korean Institute of Plant Engineering, Vol. 7, No. 4, pp. 5-16.

[7] Choi, S. W. (2006). "Implementation of Quality and Reliability Sampling Inspection", Journal of Korea Safety Management & Science, Vol. 8, No. 5, pp. 243-251.

[8] Kim, D. C. and Kim, J. G. (2007). "A Bulk Sampling Plan for Reliability Assurance". Journal of Korea Safety Management & Science, Vol. 9, No. 2, pp. 123-134.

[9] Yum, B. J. and Kim, S. H. (1990). "Development of life-test sampling plans for exponential distributions based on accelerated life testing". Communications in Statistics-Theory and Method, Vol. 19, No. 7, pp. 2735-2743.

[10] Park, J. I. and Yum, B. J. (2001). "Design of reliability acceptance sampling plans based on accelerated degradation tests". Asia Pacific Management Review, Vol. 6, No. 4, pp. 461-476.

[11] Lieberman, G. J. and Resnikoff, G. J. (1955). "Sampling plans for inspection by variables". Journal of the American Statistical Association, Vol. 50, No. 270, pp. 457-516.

<Appendix>

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (-\exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \delta_1} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (A_i t_i \exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \delta_2} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (A_i t_i S_i \exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (1 - \exp(w_{ij}) - w_{ij} \exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (A_i t_i \sigma - A_i t_i \exp(w_{ij}) \sigma - A_i^2 t_i^2 \exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_1 \partial \delta_2} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (A_i t_i S_i \sigma - A_i t_i S_i \exp(w_{ij}) \sigma - A_i^2 t_i^2 S_i \exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_1 \partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (-A_i t_i + A_i t_i \exp(w_{ij}) + A_i t_i w_{ij} \exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_2^2} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (A_i t_i S_i^2 \sigma - A_i t_i S_i^2 \exp(w_{ij}) \sigma - A_i^2 t_i^2 S_i^2 \exp(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_2 \partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (-A_i t_i S_i + A_i t_i S_i \exp(w_{ij}) + A_i t_i S_i \exp w_{ij}(w_{ij}))$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=1}^{n_i} (1 + 2w_{ij} - 2w_{ij} \exp(w_{ij}) - w_{ij}^2 \exp(w_{ij}))$$

그리고 위 식에서 Y_{ij}에 대해 기대값을 취하면 다음과 같다.

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma^2}\right) = -\frac{n}{\sigma^2}$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \delta_1}\right) = \frac{n}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \pi_i A_i t_i$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \delta_2}\right) = \frac{n}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \pi_i A_i t_i S_i$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \sigma}\right) = -\frac{n}{\sigma^2}(1-\theta)$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_1^2}\right) = -\frac{n}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \pi_i A_i^2 t_i^2$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_1 \partial \delta_2}\right) = -\frac{n}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \pi_i A_i^2 t_i^2 S_i$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_1 \partial \sigma}\right) = \frac{n(1-\theta)}{\sigma^2} \sum_{i=0}^{r} \pi_i A_i t_i$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_2^2}\right) = -\frac{n}{\sigma^2}\sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i^2 t_i^2 S_i^2$$
$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_2 \sigma}\right) = \frac{n(1-\theta)}{\sigma^2}\sum_{i=0}^{r}\pi_i A_i t_i S_i$$
$$E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \delta_2^2}\right) = \frac{n}{\sigma^2}\left(\frac{\pi}{6}-(1-\theta)^2\right).$$

여기서 θ는 오일러 상수이다. 위 식들로부터 본문에 있는 $S_i,\ i=0,\ 1,\ ...,\ r$ 에서 관측한 n개의 성능 특성치의 열화량에 대한 피셔 정보 행렬을 유도할 수 있다.